DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 20 états [■] 16 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[b] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[c] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
[d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
[c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

b La longueur du mot vide est 1.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 7 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 8 états c 16 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

b Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

c Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

d Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états b 8 états ■ 4 états d 6 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

c Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

f Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

g Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- b la Figure 3-iii- c la Figure 3-ii-

d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 3 ☐ b 1 ☐ c 7 ☐ d 2 ☐ e 6 ■ 4 ☐ g 0 ☐ h 5

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

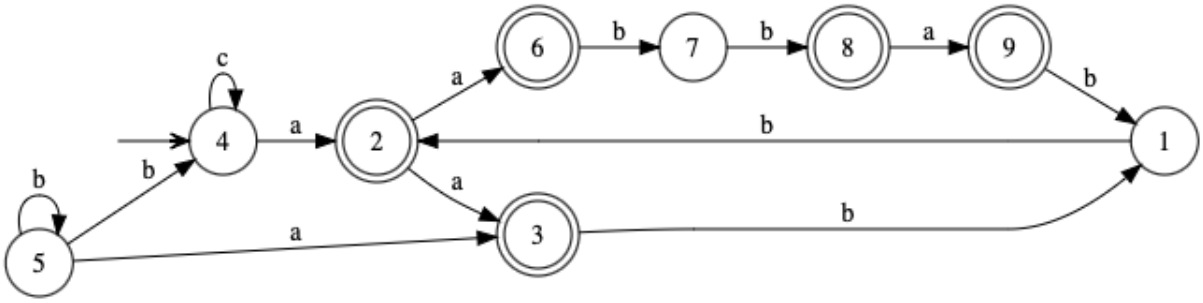
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

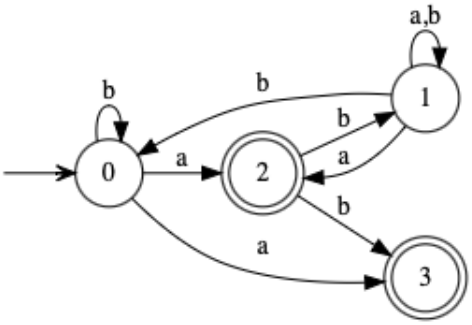
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

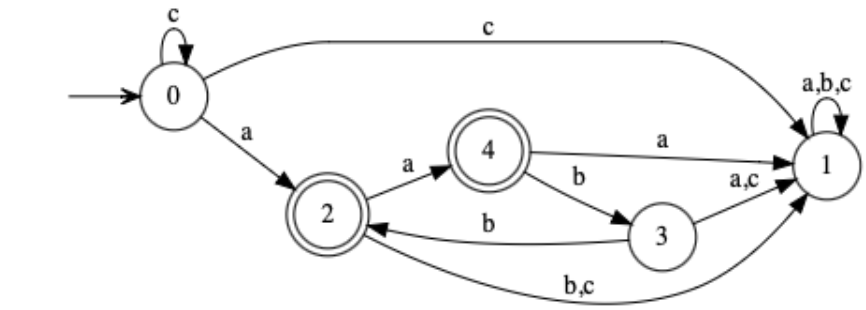


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

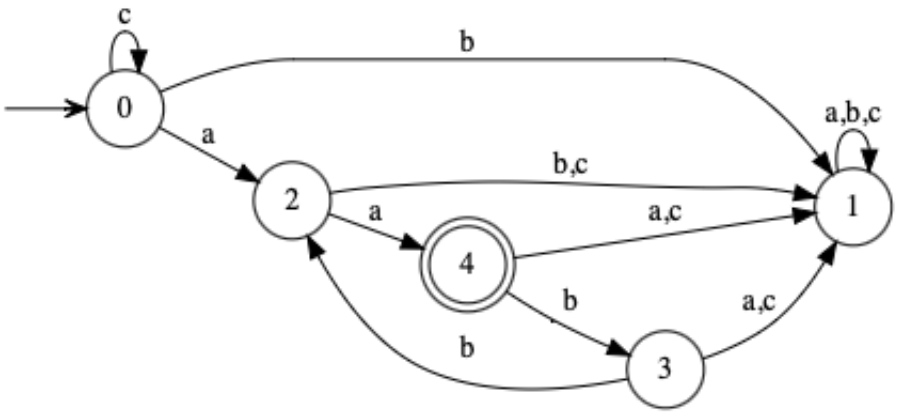


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

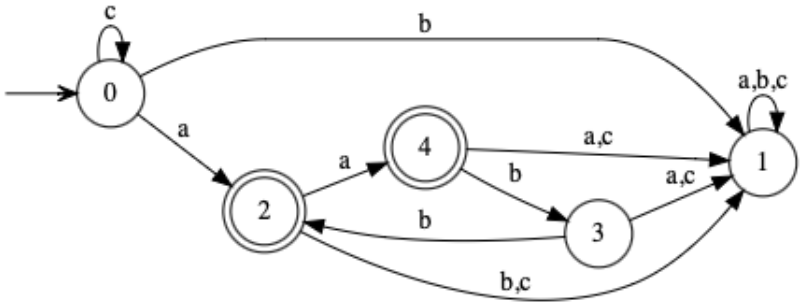
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



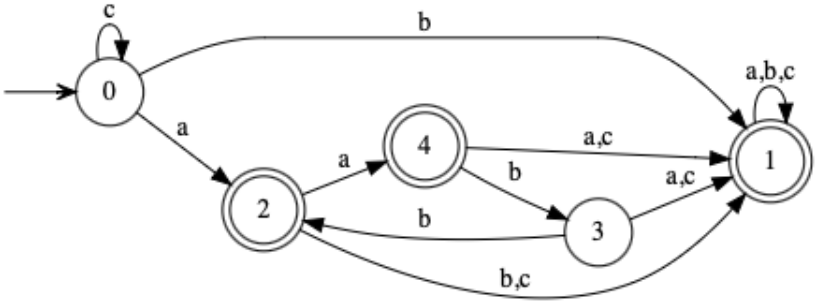
(-i-)



(-ii-)

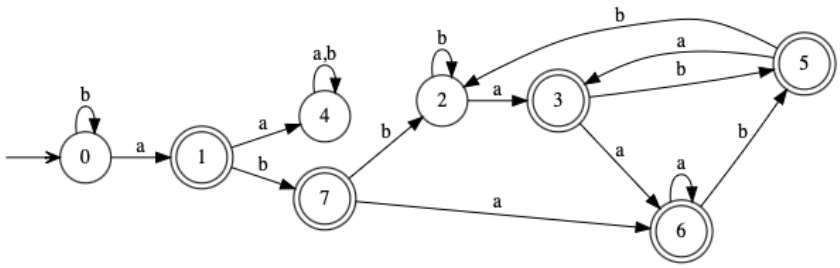


(-iii-)

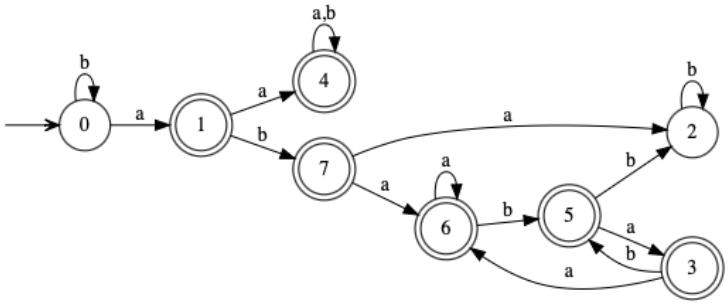


(-iv-)

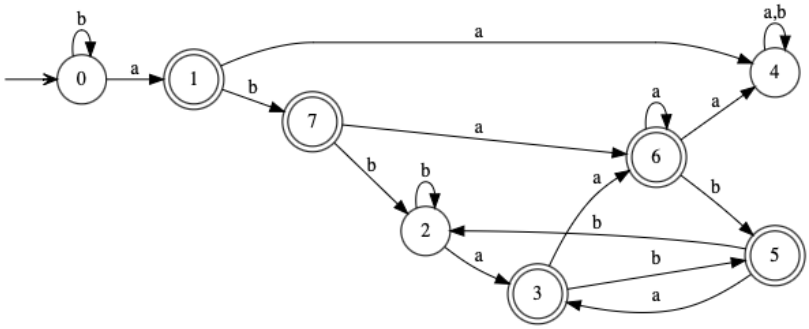
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



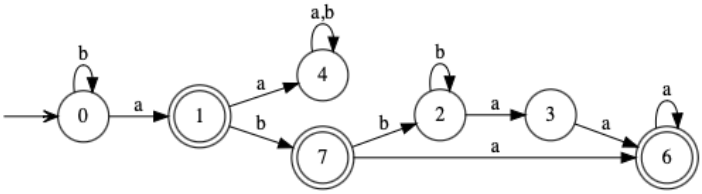
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+1/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e f

Question 3 : ■ b c d e f

Question 4 : a ■ c d e f

Question 5 : a b ■ ■ ■ f g h i

Question 6 : a ■ c d e

Question 7 : a b c d e ■

Question 8 : a b c d ■ ■ ■ ■ i j

Question 9 : a b ■ d e f

Question 10 : a ■ c d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d e ■ g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 32 états [c] 8 états [d] 16 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

c Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

d Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états ■ 16 états c 32 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 2 états ■ 4 états d 6 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

e Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

f La longueur du mot vide est 1.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

b Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

f Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

h Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

b Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

c Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

e Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

f Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

j Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-iii-
c la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i- e la Figure 3-ii-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 7 b 5 c 6 d 3 e 1 ■ 4 g 2 h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

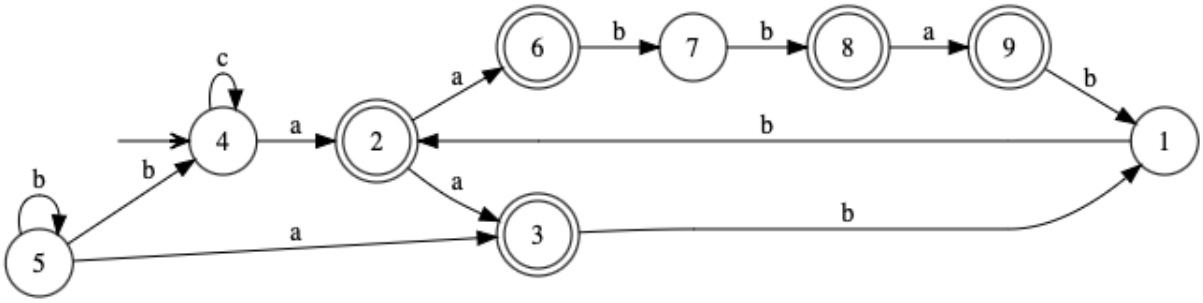
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

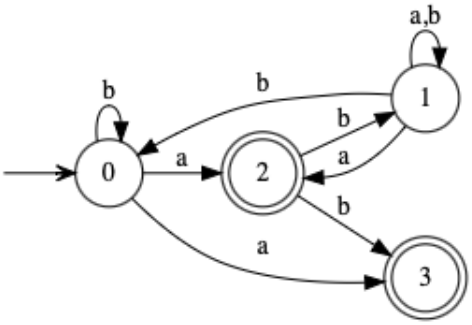
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

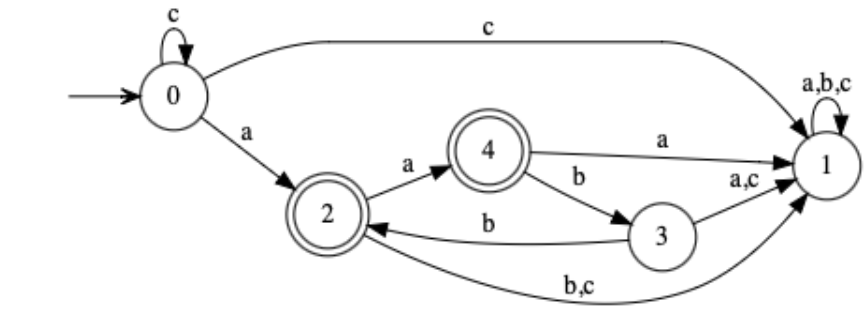


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

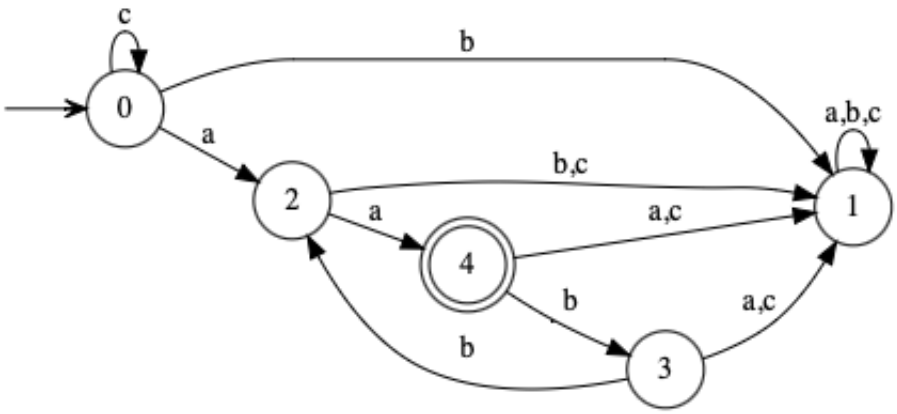


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

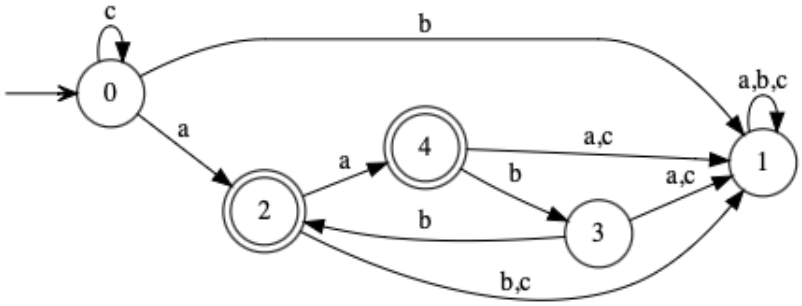
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



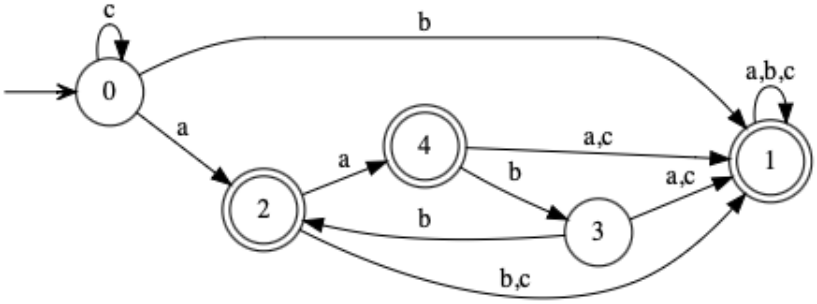
(-i-)



(-ii-)

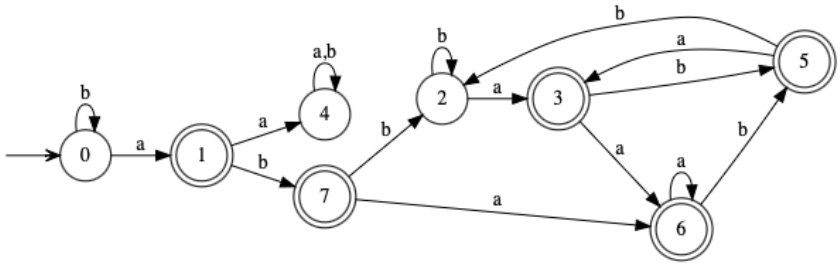


(-iii-)

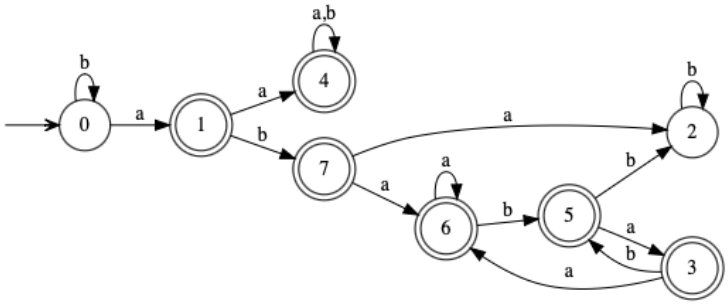


(-iv-)

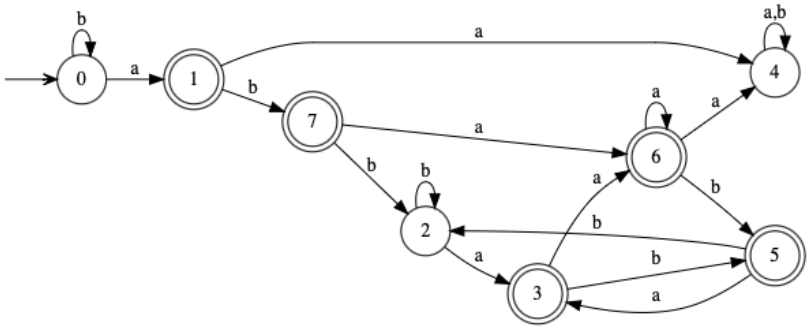
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



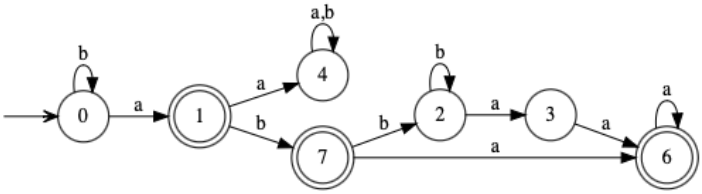
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+2/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e ■

Question 3 : a ■ c d e f

Question 4 : ■ b c d e

Question 5 : a ■ c d e f

Question 6 : a ■ c d e f

Question 7 : a b ■ d e f

Question 8 : ■ ■ ■ d e f g h i

Question 9 : a b ■ ■ ■ f ■ h i j

Question 10 : a b c ■ e f g h

Question 11 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b c d e ■ g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 20 états [c] 8 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[b] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[e] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[h] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

[b] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

[c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

[c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[b] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 32 états [c] 20 états [■] 16 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

[■] La longueur du mot vide est 0.

[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

[e] La longueur du mot vide est 1.

[f] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

b Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

c Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

d Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

e Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 10 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 6 états c 2 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-iv-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- b la Figure 3-iii- c la Figure 3-ii-

d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 1 c 3 d 6 e 5 f 0 g 2 h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

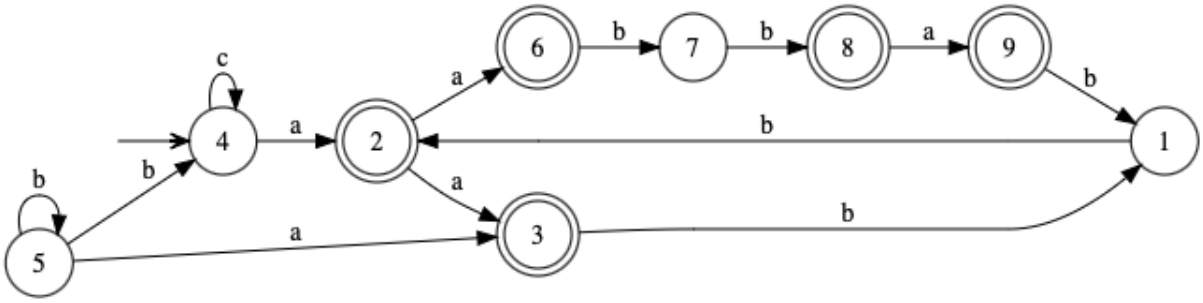
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

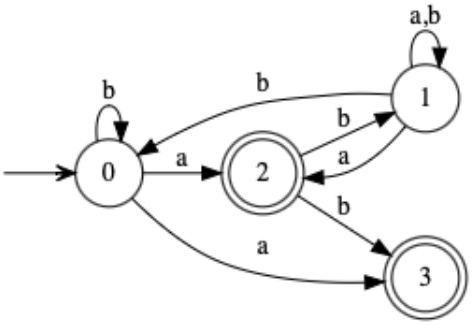
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

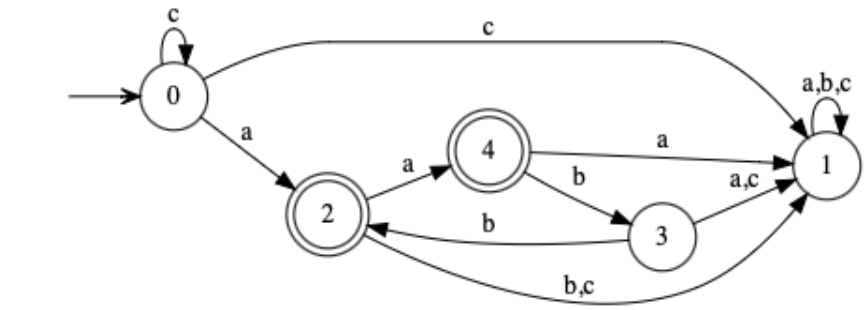


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

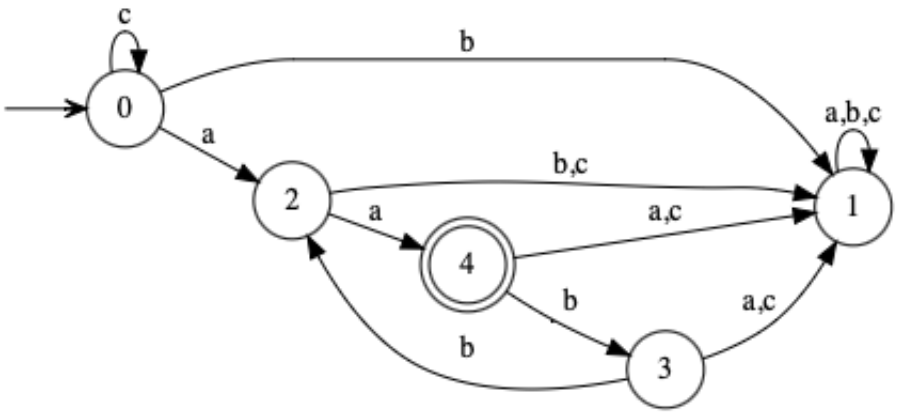


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

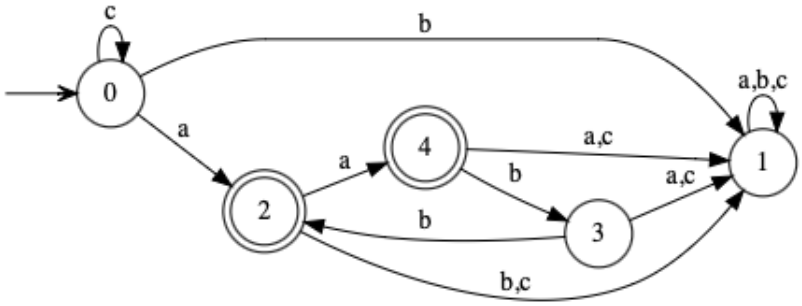
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



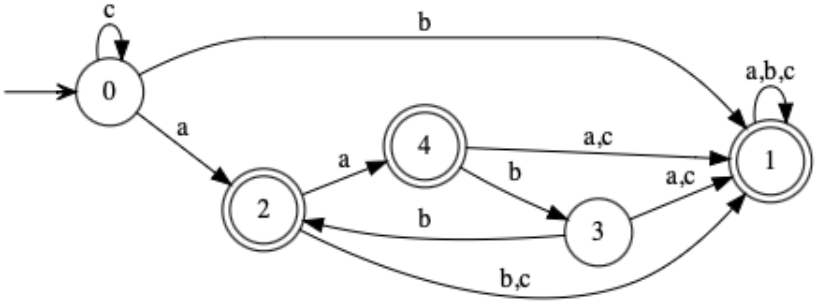
(-i-)



(-ii-)

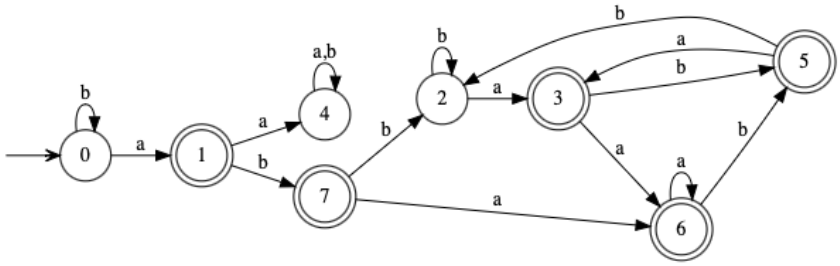


(-iii-)

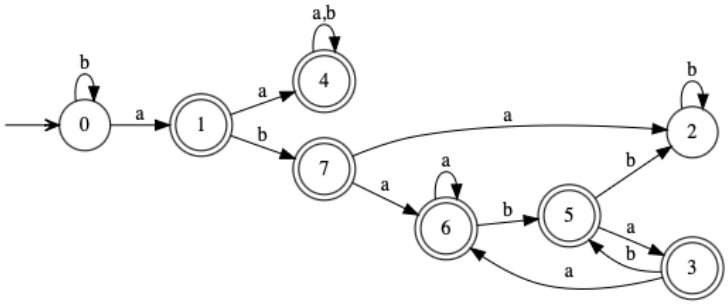


(-iv-)

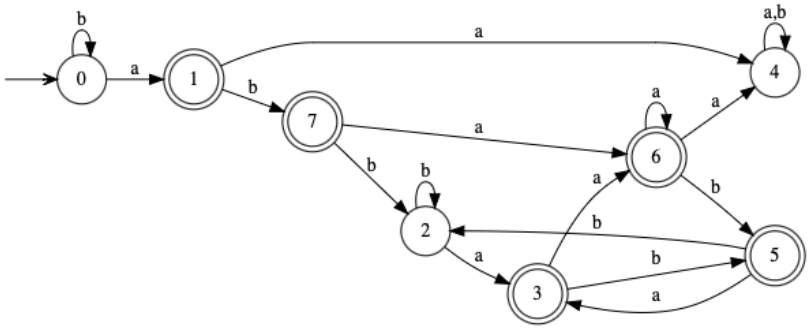
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



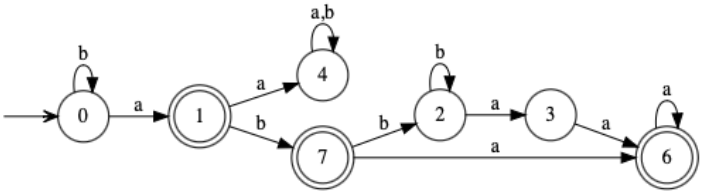
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+3/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e ■

Question 3 : a b ■ ■ e ■ ■ h i j

Question 4 : a b c ■ e f

Question 5 : ■ b c d e

Question 6 : ■ b c d e f

Question 7 : a b c ■ e f

Question 8 : a ■ ■ ■ e f g h i

Question 9 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 10 : a b c ■ e f

Question 11 : a b c d ■ f g h

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [b] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $\mathrm{A} = (01^* + 10^*)^*$ et $\mathrm{B} = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

c La longueur du mot vide est 1.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La longueur du mot vide est 0.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états b 8 états c 6 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

b Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

c Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

h Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

i Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 8 états c 20 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états ■ 16 états c 8 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [b] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [e] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [f] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-iv-. [■] la Figure 2-iii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-ii-. [d] la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-ii- [b] la Figure 3-iv- [■] la Figure 3-i- [d] la Figure 3-iii-
[e] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 5 ☐ b 1 ☐ c 0 ☐ d 7 ☐ e 2 ☐ f 6 ■ 4 ☐ h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

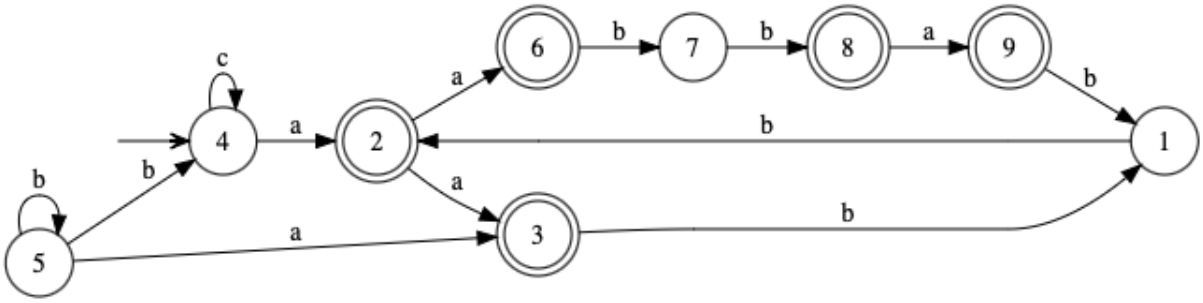
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

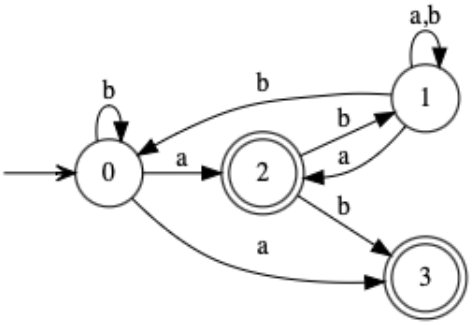
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

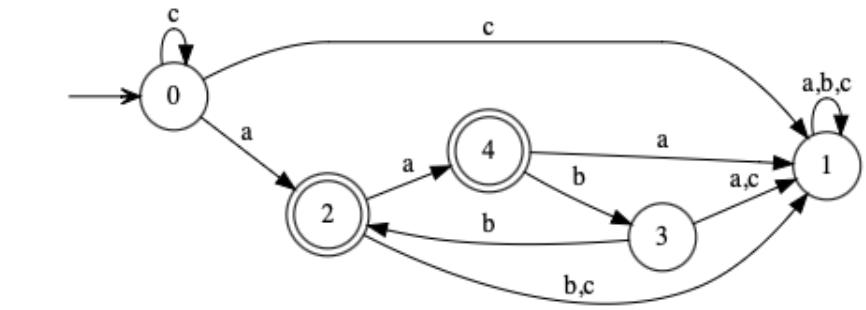


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

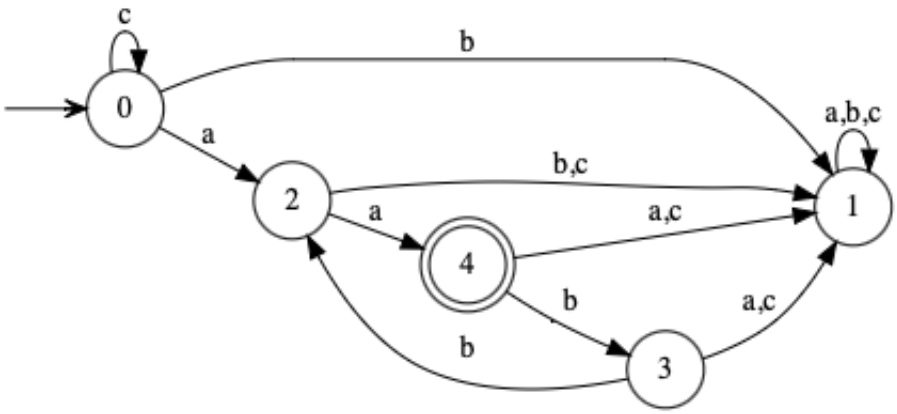


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

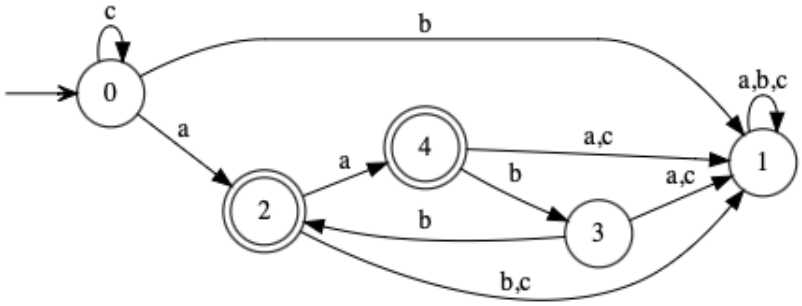
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



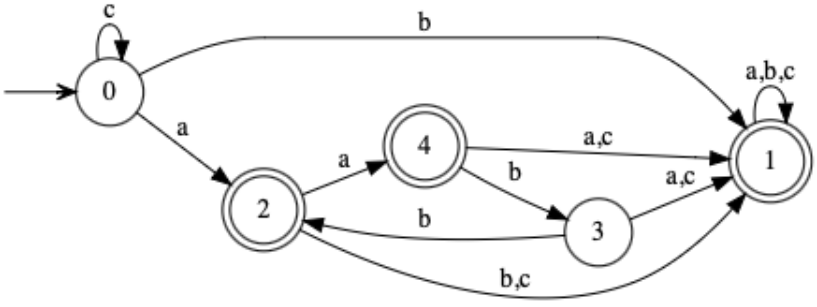
(-i-)



(-ii-)

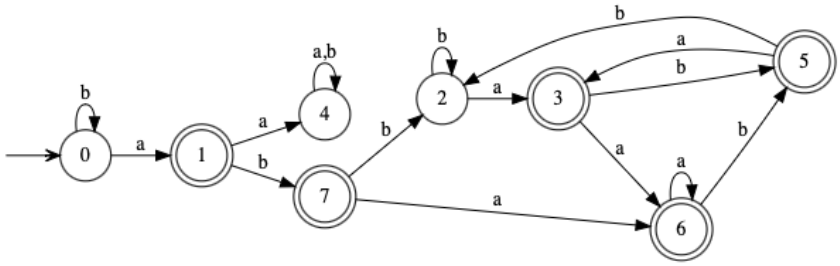


(-iii-)

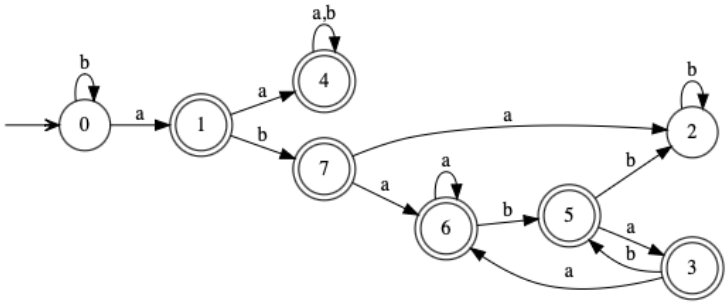


(-iv-)

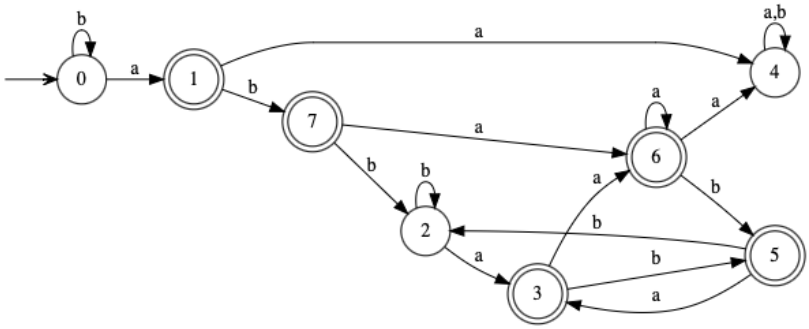
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



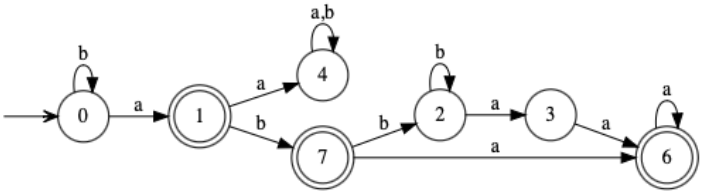
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+4/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 3 : [■] [b] [c] [d] [e] [f]

Question 4 : [a] [b] [c] [■] [■] [f] [■] [h] [i]

Question 5 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 6 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] [■] [l]

Question 7 : [a] [b] [c] [d] [e] [■]

Question 8 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 9 : [a] [b] [■] [d] [e]

Question 10 : [a] [■] [c] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 11 : [■] [b] [■] [d] [e] [f] [■] [■] [i] [j]

Question 12 : [a] [■] [c] [d] [e]

Question 13 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 14 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [■] [h]

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[d] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[f] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[g] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 32 états [c] 20 états [d] 16 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

[c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

[d] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

[e] La longueur du mot vide est 1.

[f] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 2 états [b] 6 états ■ 4 états [d] 8 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[c] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 32 états [■] 16 états [d] 20 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

[b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[d] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[e] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

[f] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

[g] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[h] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

[i] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[j] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

[■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-ii-. [■] la Figure 2-iii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-iv-. [d] la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iii- [■] la Figure 3-i- [c] la Figure 3-ii- [d] la Figure 3-iv-
[e] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 7 c 2 d 1 e 3 f 5 g 0 h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

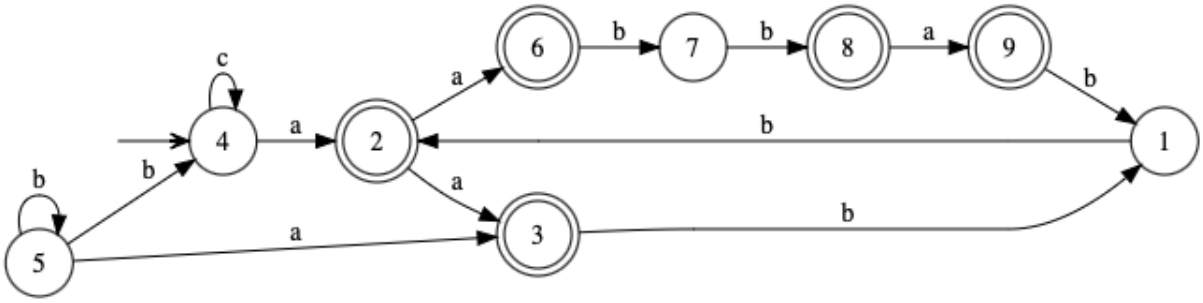
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

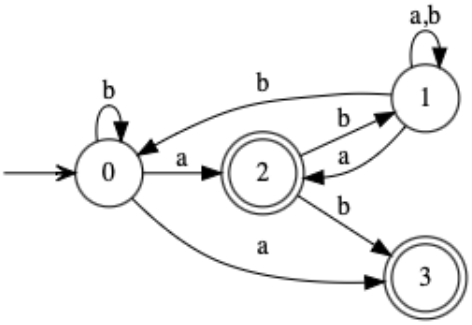
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

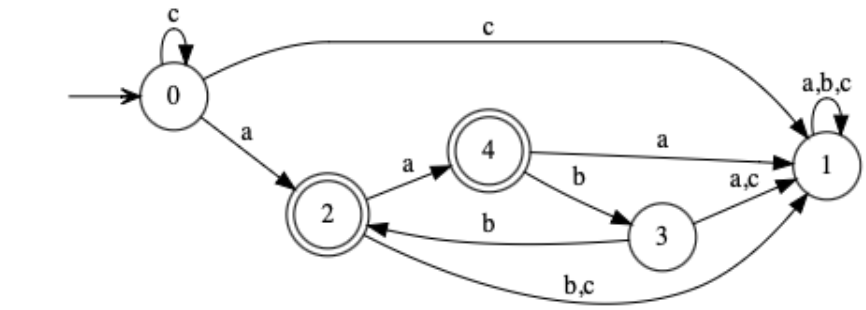


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

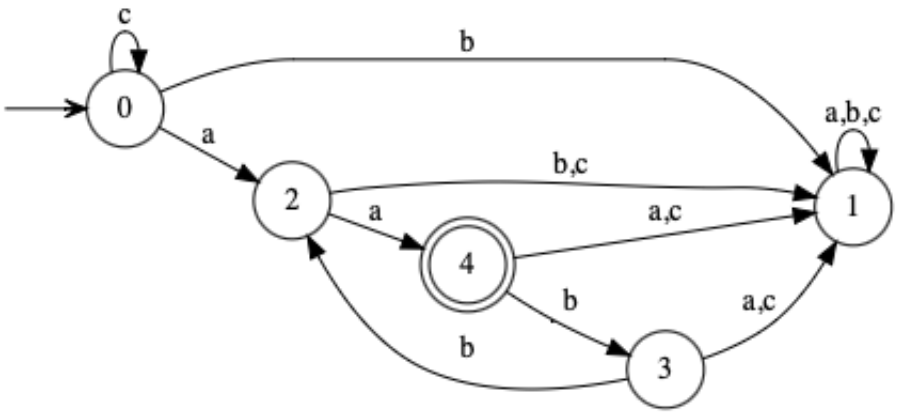


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

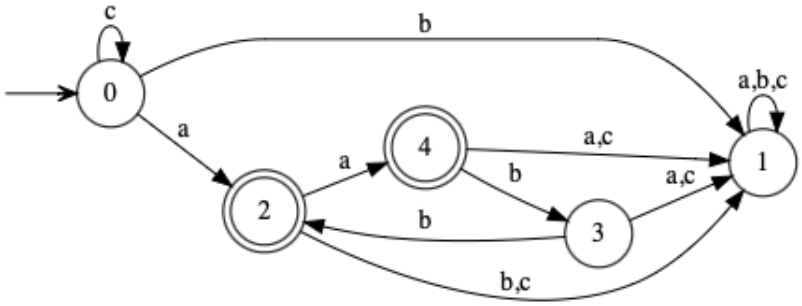
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



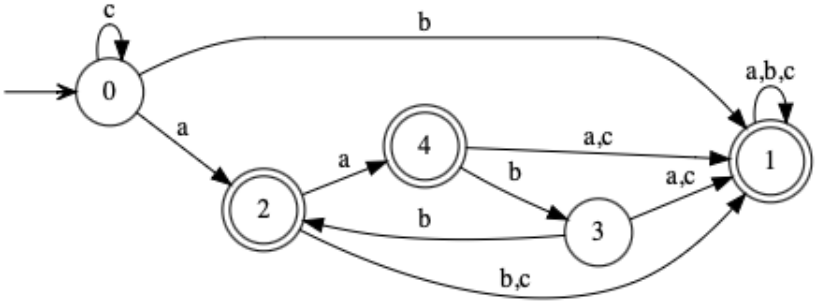
(-i-)



(-ii-)

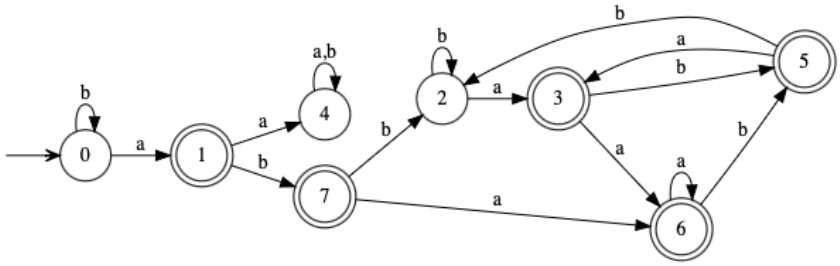


(-iii-)

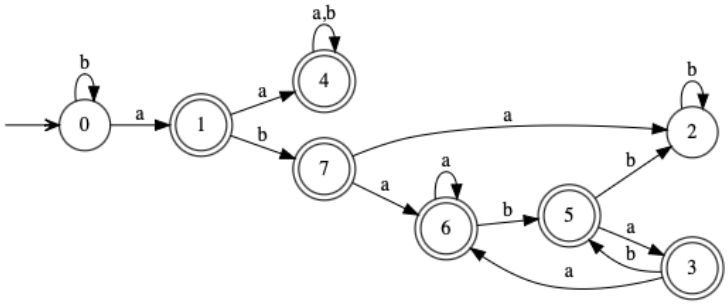


(-iv-)

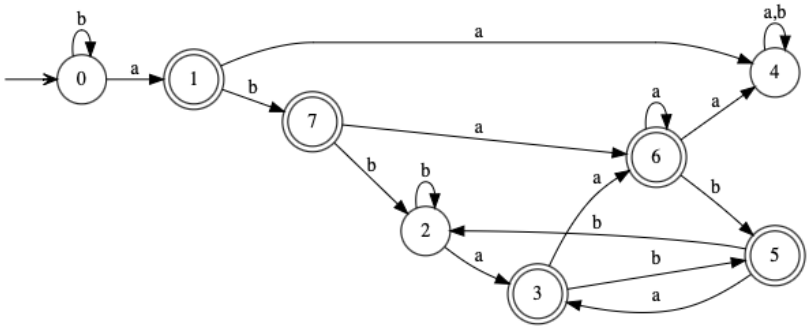
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



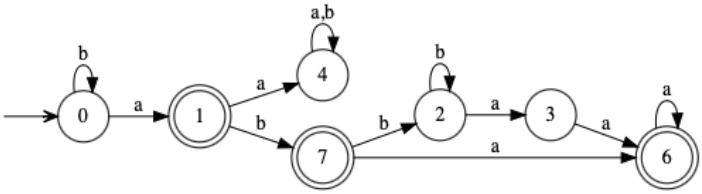
(-i-)



(-ii-)

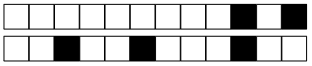


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+5/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e f

Question 3 : ■ b c d e

Question 4 : a ■ ■ d ■ f g ■ i j

Question 5 : a b c d e ■ g h

Question 6 : a b c d e ■

Question 7 : ■ ■ c d e f ■ h i

Question 8 : a b ■ d e f

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : a b ■ d e f

Question 11 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [b] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [d] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [e] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [g] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [h] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [i] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [j] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[■] 16 états [b] 20 états [c] 32 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [c] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [f] La longueur du mot vide est 1.
- [g] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 2 états [b] 6 états [c] 8 états [■] 4 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

[d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 20 états [c] 8 états [d] 16 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

d Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

e Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

f Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

h Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

b Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-iv-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-
c la Figure 3-ii- d la Figure 3-iii- e la Figure 3-iv-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 2 ■ 4 ☐ c 1 ☐ d 7 ☐ e 6 ☐ f 5 ☐ g 3 ☐ h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

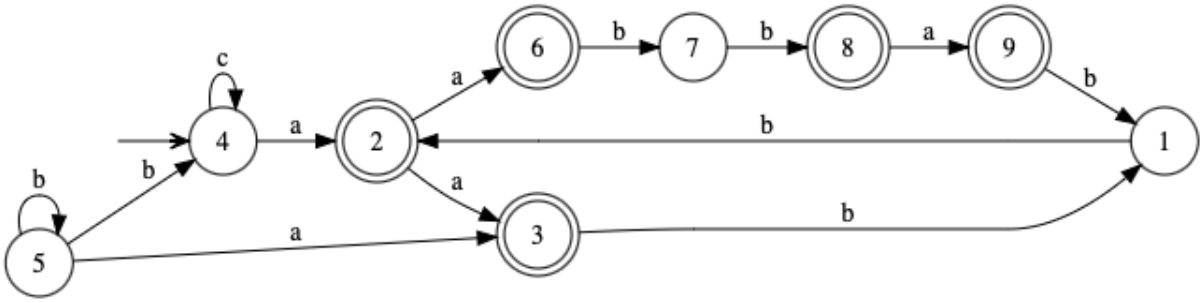
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

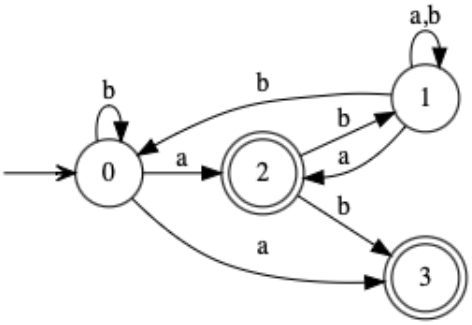
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

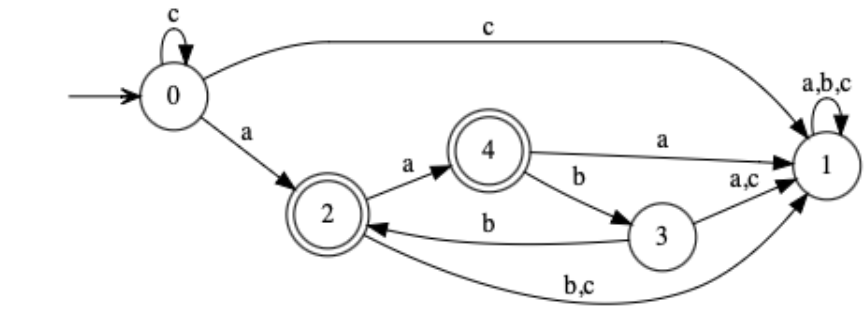


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

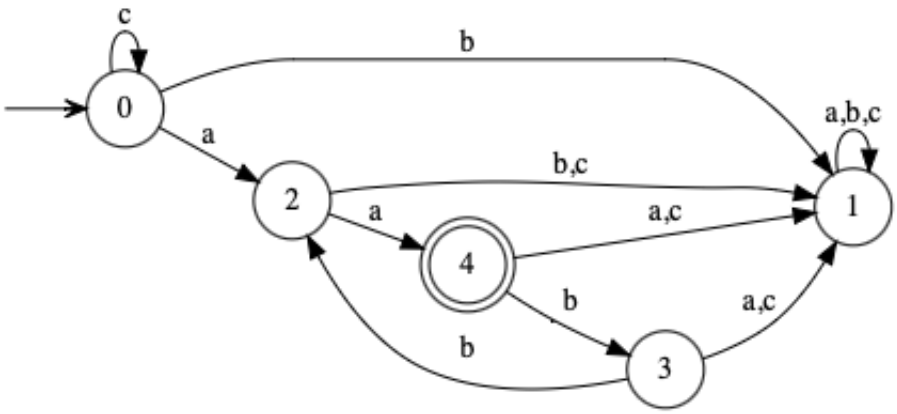


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

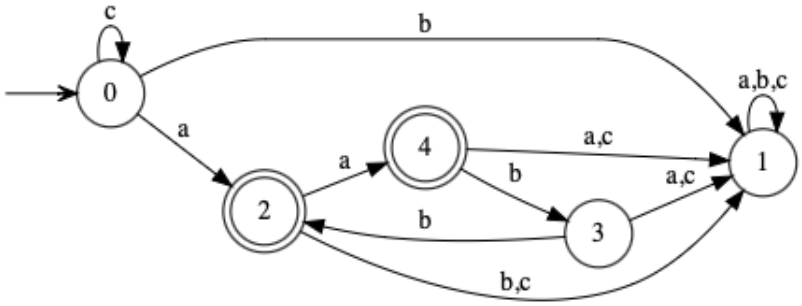
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



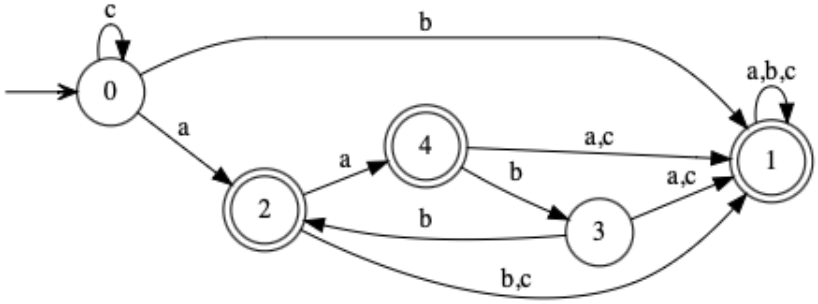
(-i-)



(-ii-)

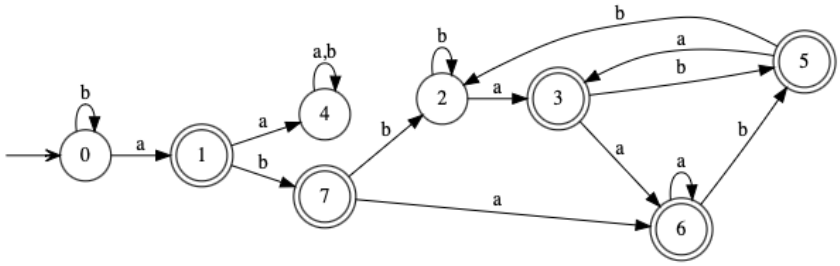


(-iii-)

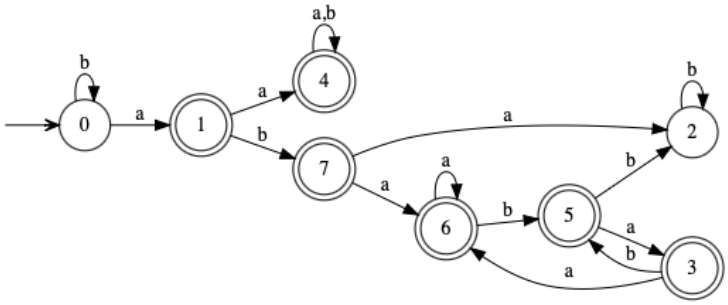


(-iv-)

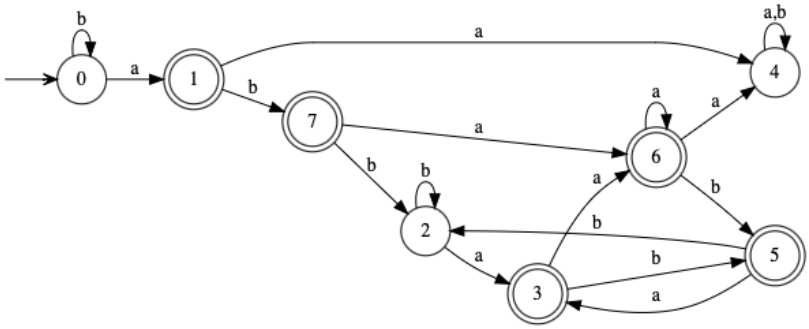
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



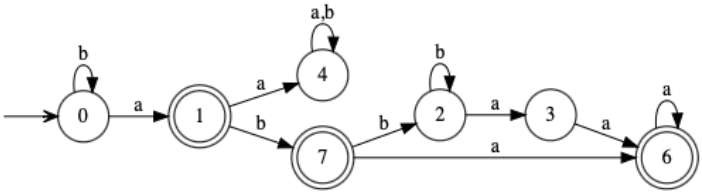
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+6/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 3 : ■ b c d e f

Question 4 : a ■ c d e f

Question 5 : a ■ c ■ ■ f g h i

Question 6 : a b c ■ e f

Question 7 : a b c d e ■ g h

Question 8 : a b c d e ■

Question 9 : ■ ■ ■ d e f ■ h i j

Question 10 : a b ■ d e

Question 11 : a b ■ d e f

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a ■ c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [b] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [e] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [f] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [d] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

e Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

j Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

d Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états ■ 4 états c 8 états d 6 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états ■ 16 états c 8 états d 32 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
b Les langages dénotés par A et B sont identiques.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 8 états c 20 états d 32 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La longueur du mot vide est 1.
■ La longueur du mot vide est 0.
c Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i- c la Figure 3-ii- d la Figure 3-iii-
e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 1 ☐ b 0 ☐ c 7 ■ 4 ☐ e 5 ☐ f 6 ☐ g 3 ☐ h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

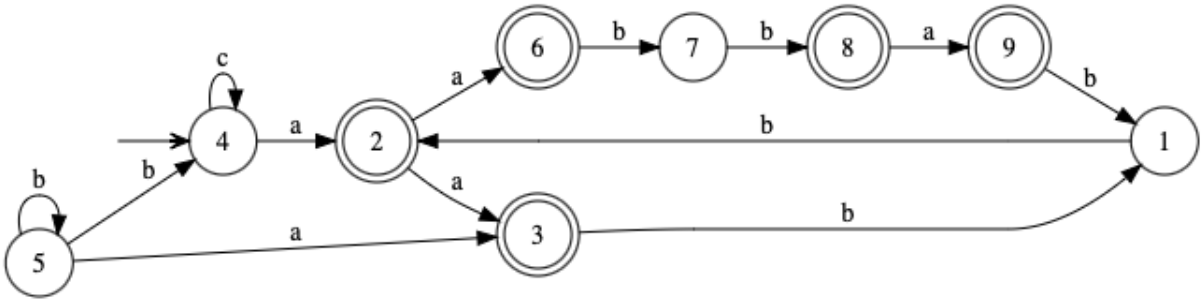
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

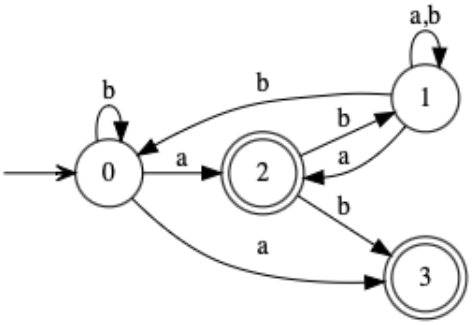
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

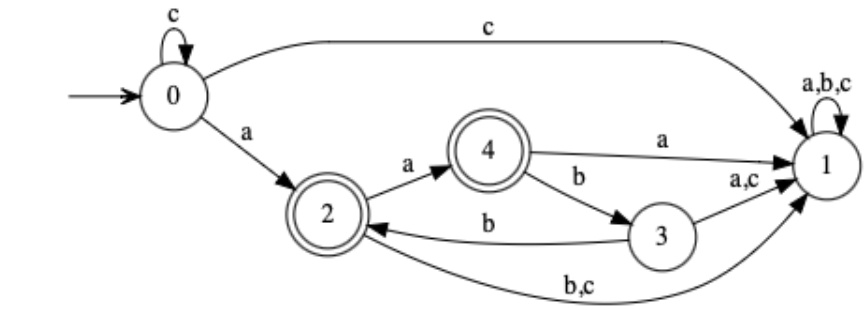


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

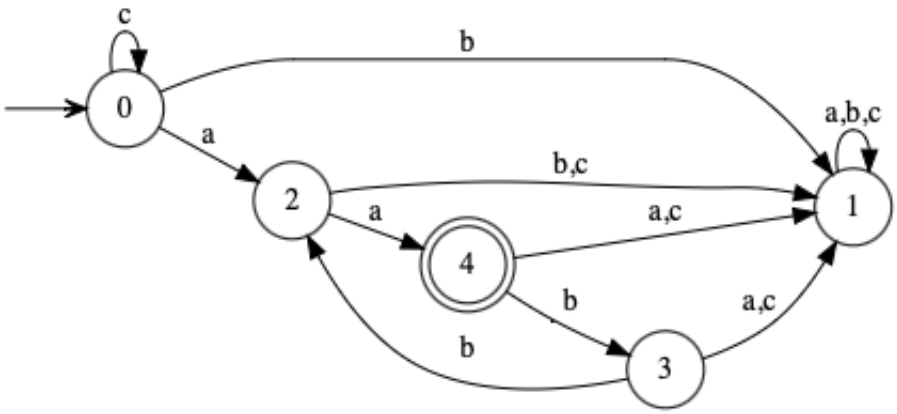


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

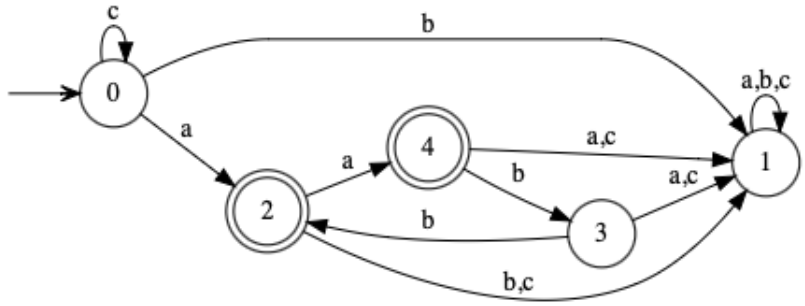
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



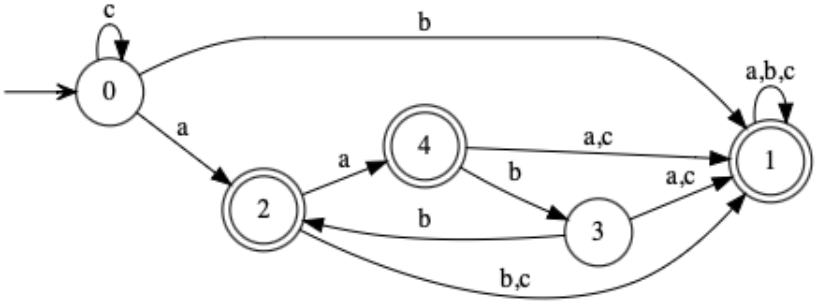
(-i-)



(-ii-)

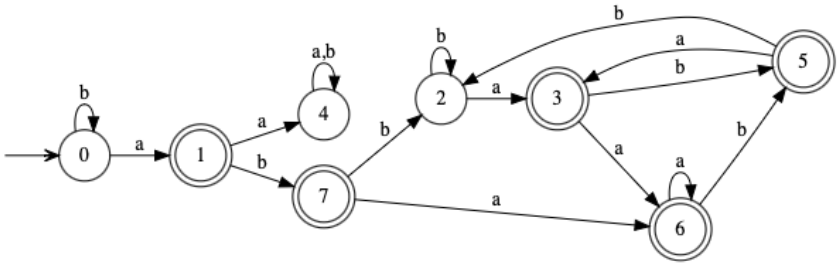


(-iii-)

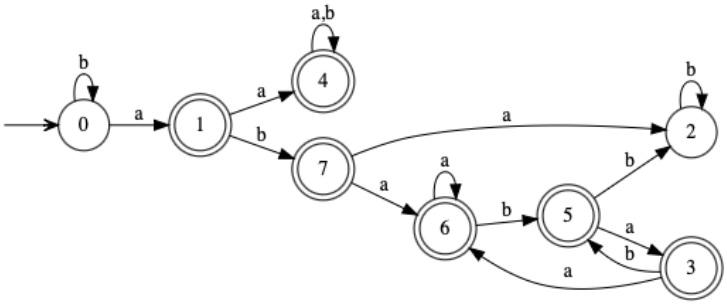


(-iv-)

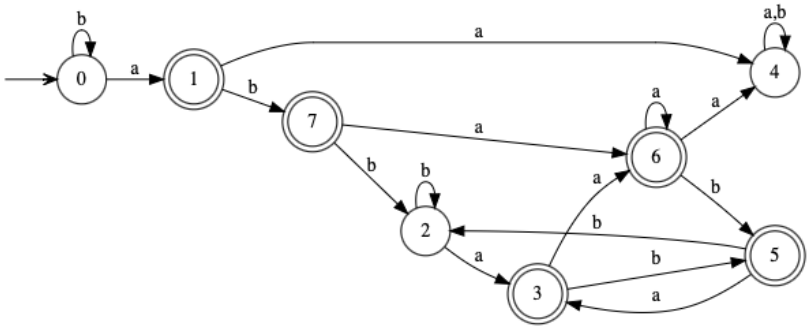
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



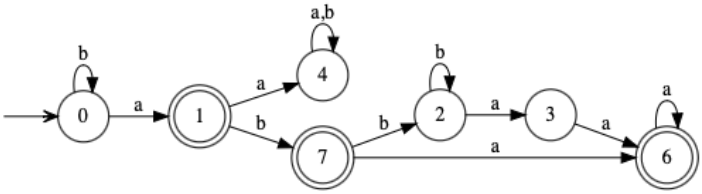
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+7/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ ■ e f ■ ■ i j

Question 3 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 4 : a b c d ■ f g h

Question 5 : a ■ c d e

Question 6 : a b ■ d e f

Question 7 : a ■ c d e f

Question 8 : a ■ c d e f

Question 9 : a b ■ d e f

Question 10 : a b c d e ■

Question 11 : a ■ c ■ e ■ g h i

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [b] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [c] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [e] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [g] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [i] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [j] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 8 états ■ 16 états c 32 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

e La longueur du mot vide est 1.

f Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

c Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

d Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

f Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états ■ 4 états c 6 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 32 états c 16 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-i-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- b la Figure 3-iv-
c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-
e la Figure 3-iii- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 0 ☐ b 2 ☐ c 6 ☐ d 1 ☐ e 3 ☐ f 7 ☐ g 5 ■ 4

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

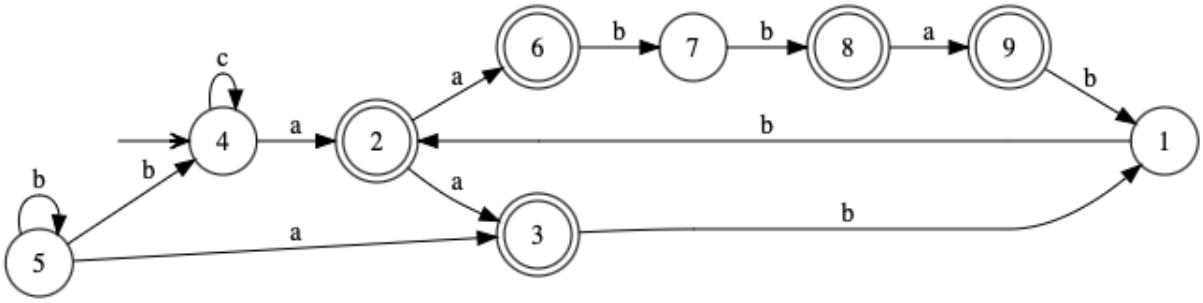
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

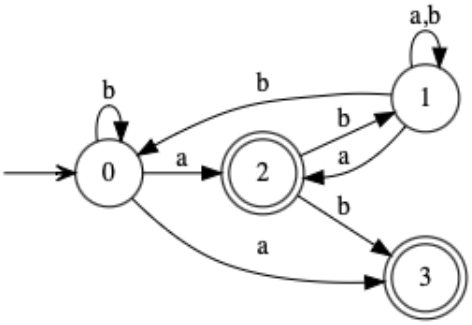
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

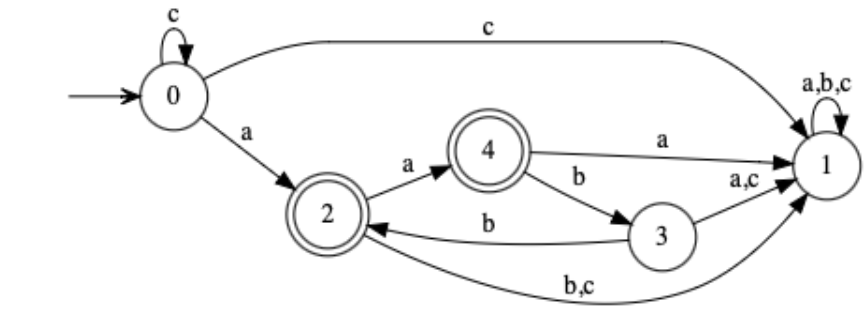


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

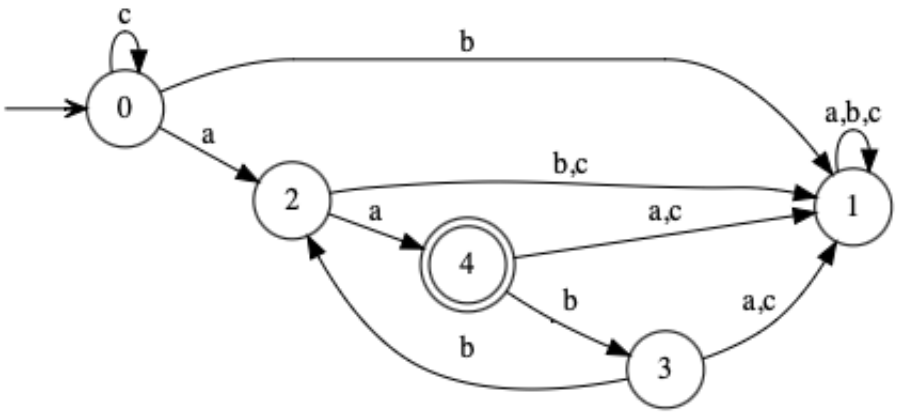


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

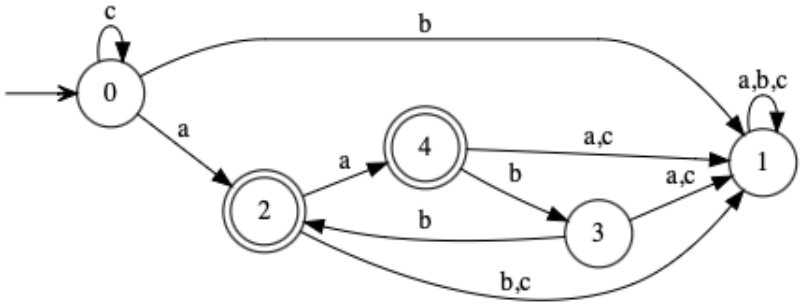
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



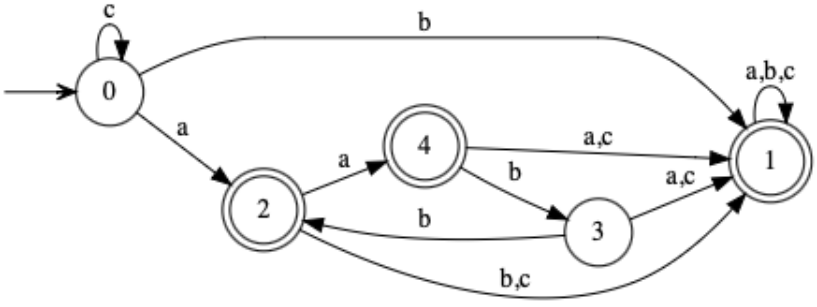
(-i-)



(-ii-)

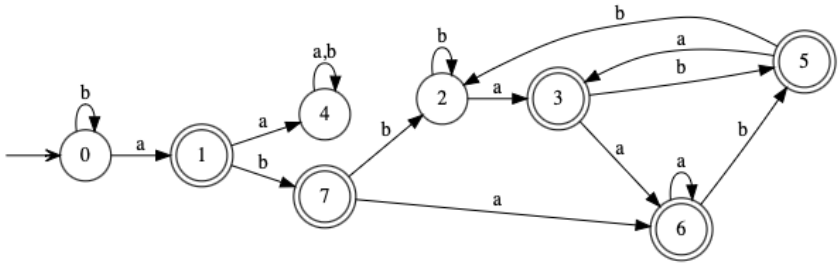


(-iii-)

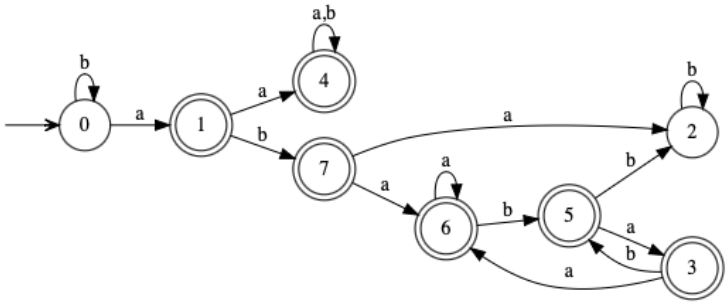


(-iv-)

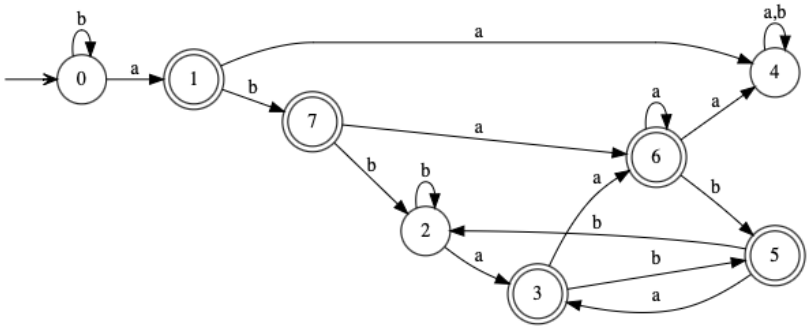
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



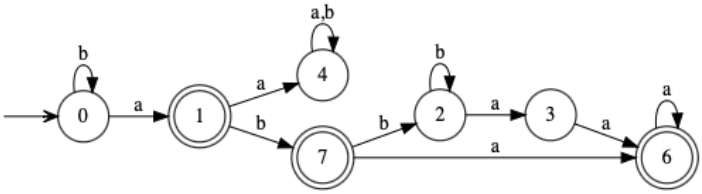
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+8/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e f

Question 3 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 4 : a ■ c d e f

Question 5 : ■ b c d e

Question 6 : a ■ ■ ■ e f g h i

Question 7 : ■ b c d e f g h

Question 8 : a ■ c d ■ f ■ ■ i j

Question 9 : a ■ c d e f

Question 10 : a b c d e ■

Question 11 : a ■ c d e f

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b c d e f g ■

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [b] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [d] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [f] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [h] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [j] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [c] La longueur du mot vide est 1.
- [d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [e] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 20 états c 32 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états b 8 états ■ 4 états d 6 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

b Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont identiques.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

b Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

c Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

d Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

g Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 11 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 8 états c 32 états ■ 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i- d la Figure 3-ii-

e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 2 ☐ b 3 ☐ c 0 ☐ d 1 ☐ e 6 ☐ f 7 ☐ g 5 ■ 4

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

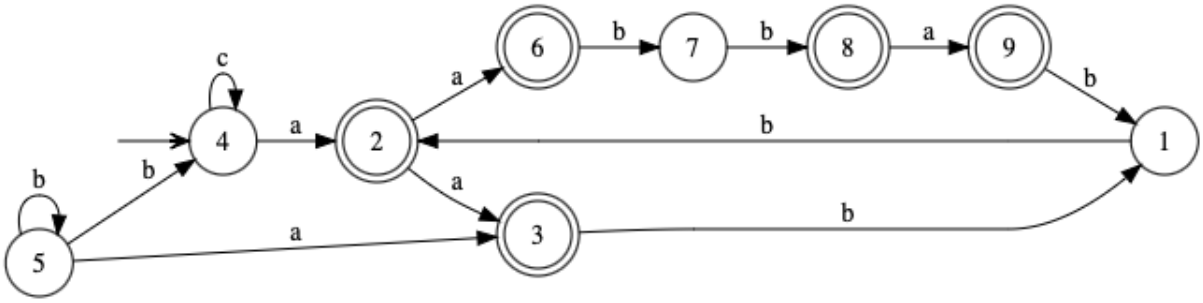
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

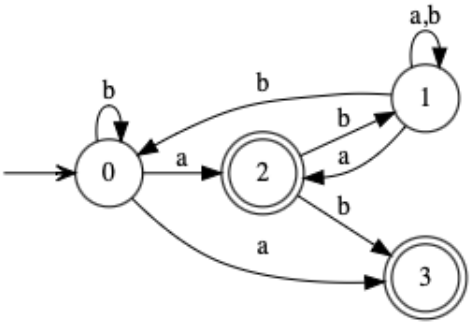
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

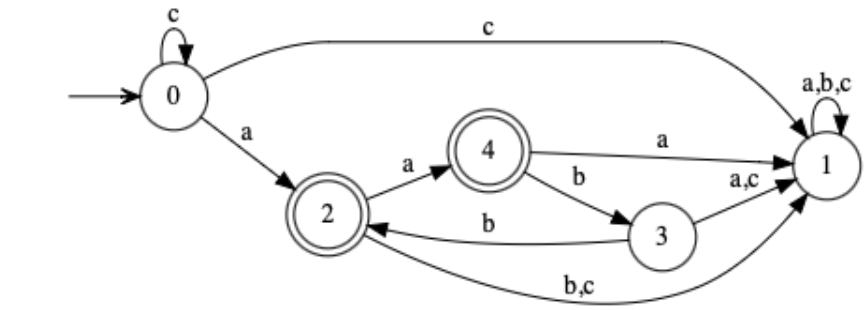


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

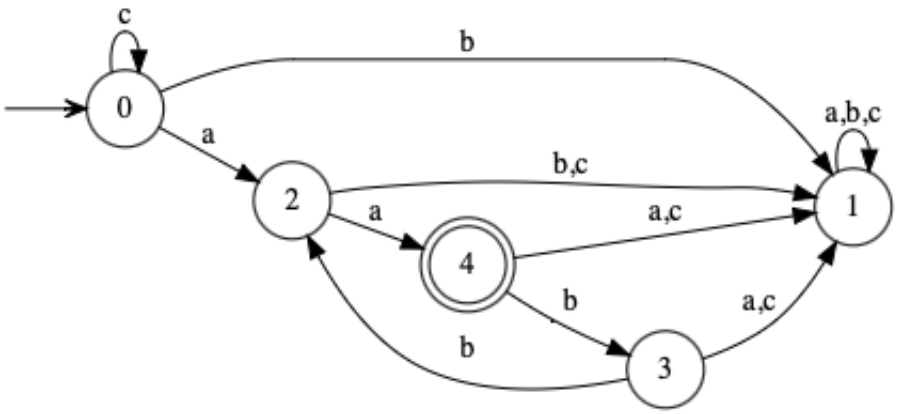


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

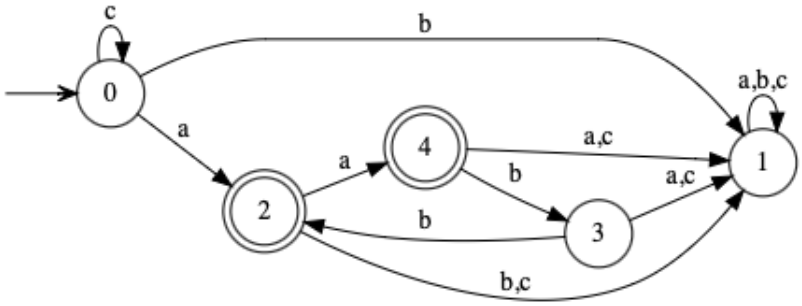
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



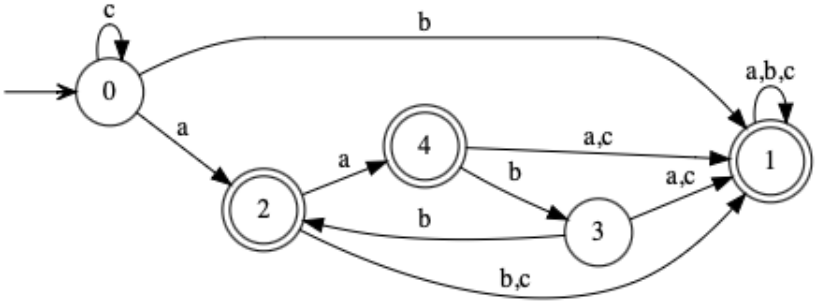
(-i-)



(-ii-)

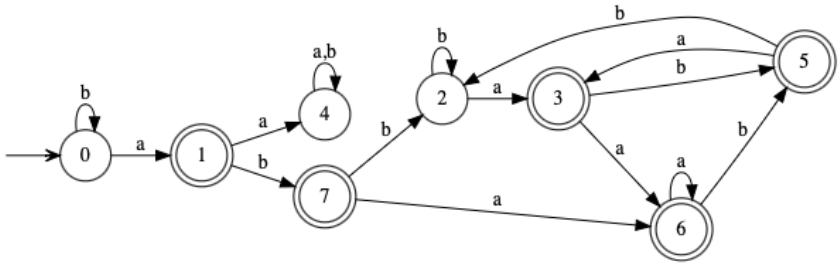


(-iii-)

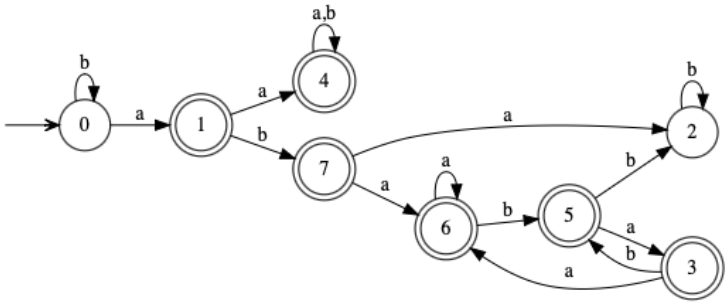


(-iv-)

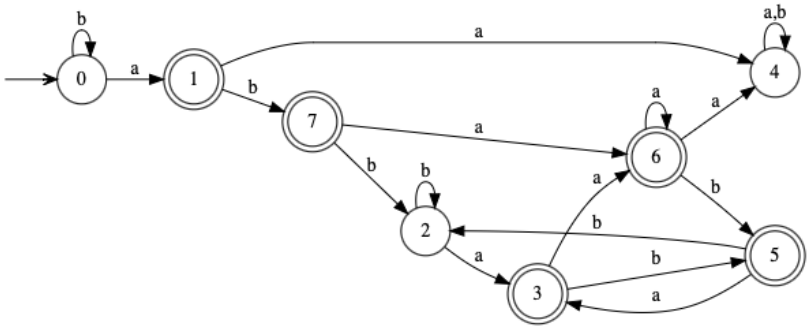
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



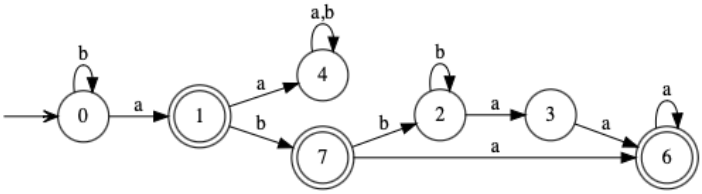
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+9/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 3 : ■ ■ c d e f ■ h i

Question 4 : a ■ c d e

Question 5 : a b c d e ■

Question 6 : a b c ■ e f g h

Question 7 : a b ■ d e f

Question 8 : ■ b c d e f

Question 9 : a b ■ d e f

Question 10 : ■ b c d ■ ■ g ■ i j

Question 11 : a b c ■ e f

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b c d e f g ■

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [b] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [f] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [g] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 20 états c 16 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états ■ 16 états c 8 états d 32 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
b Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
d Les langages dénotés par A et B sont identiques.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
■ La longueur du mot vide est 0.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
e La longueur du mot vide est 1.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
g Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états ■ 4 états c 6 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
b Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
c Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
d Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
g Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
i Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
j Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- b la Figure 3-ii- c la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i-
e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 3 b 1 ■ 4 d 2 e 6 f 5 g 7 h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

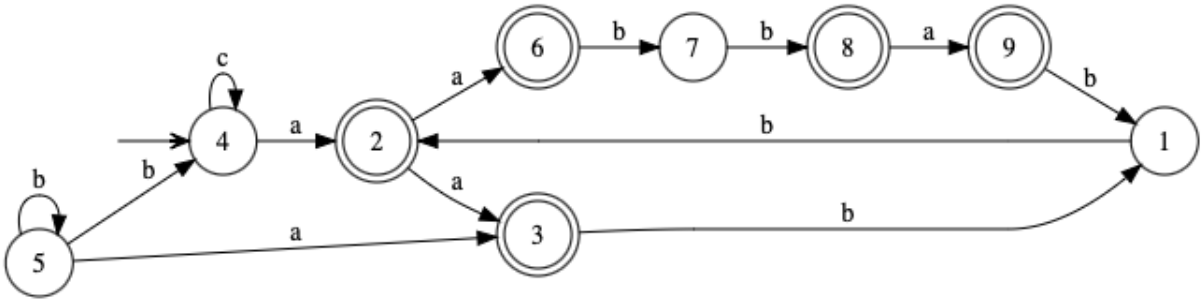
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

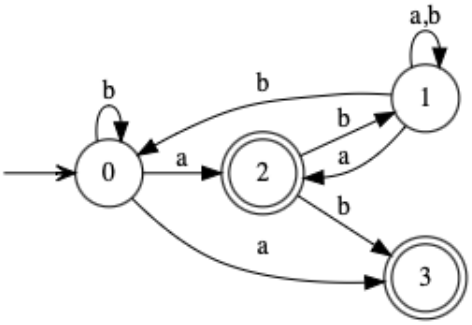
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

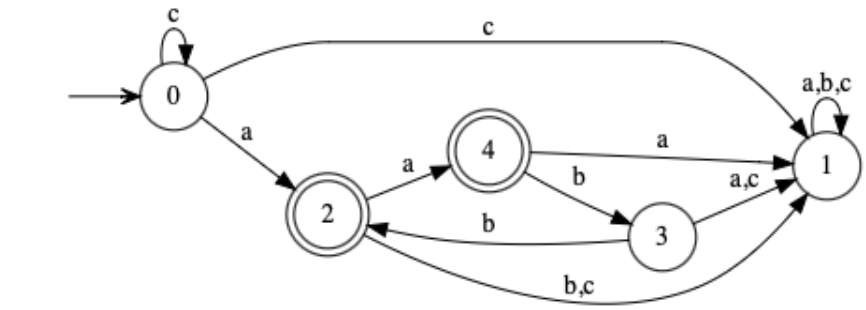


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

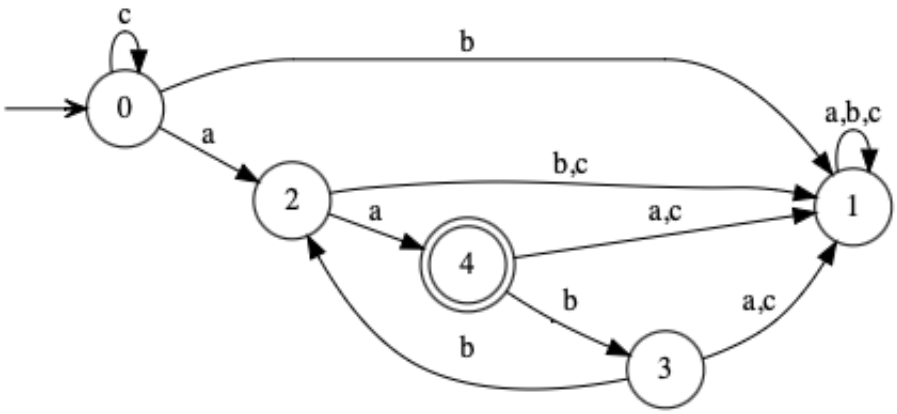


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

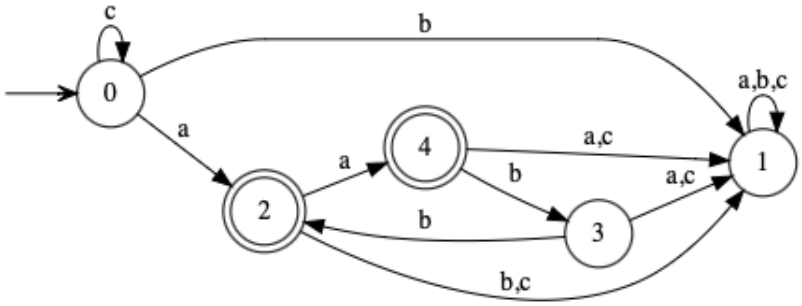
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



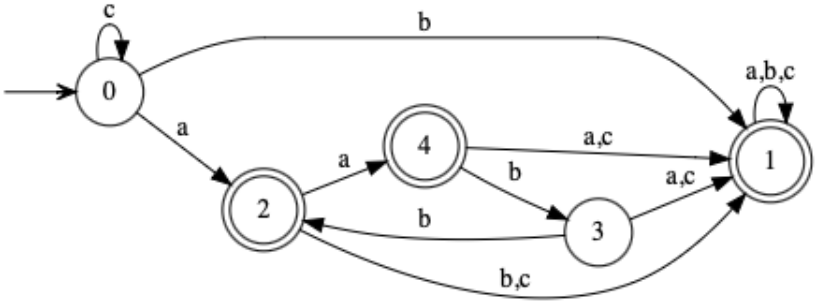
(-i-)



(-ii-)

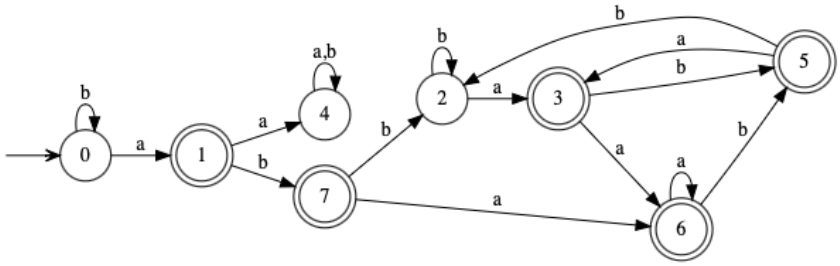


(-iii-)

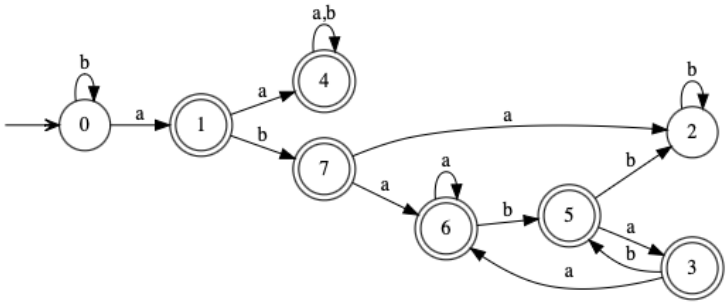


(-iv-)

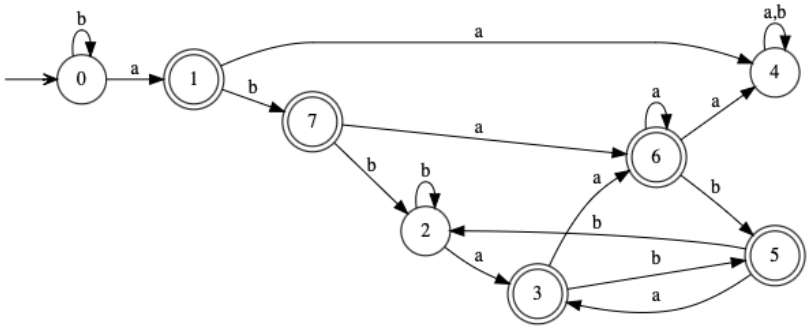
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



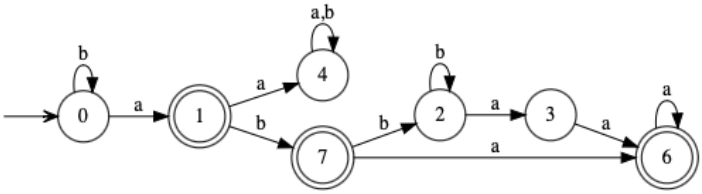
(-i-)



(-ii-)

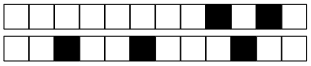


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+10/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ ■ ■ f g ■ i j

Question 3 : a b c d e ■

Question 4 : a ■ c d e f

Question 5 : a ■ c d e

Question 6 : ■ b c d e f

Question 7 : a b ■ ■ e ■ g h i

Question 8 : a ■ c d e f

Question 9 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 10 : a b ■ d e f g h

Question 11 : ■ b c d e f

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 6 états [c] 2 états [■] 4 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
[■] La longueur du mot vide est 0.
[c] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
[e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
[g] La longueur du mot vide est 1.
[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

b Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

c Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

d Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

f Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 7 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 8 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états ■ 16 états c 8 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

[b] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

[c] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

[d] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[e] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

[f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[h] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

[i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 8 états [c] 32 états [d] 16 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^*+10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-i-. [b] la Figure 2-iv-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

■ la Figure 2-iii-. [d] la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-ii- [b] la Figure 3-iii-

[c] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [d] la Figure 3-iv-

■ la Figure 3-i- [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 1 ☐ b 2 ☐ c 6 ☐ d 0 ☐ e 5 ■ 4 ☐ g 7 ☐ h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

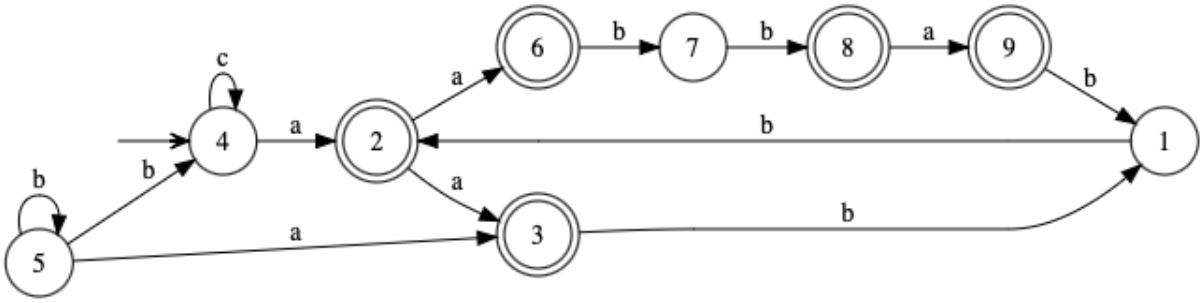
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

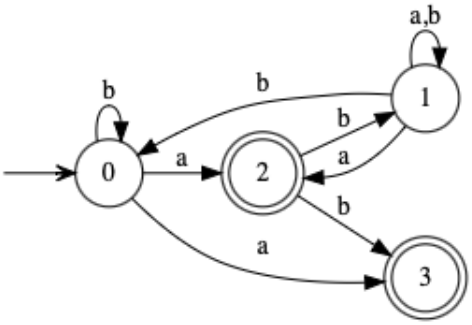
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

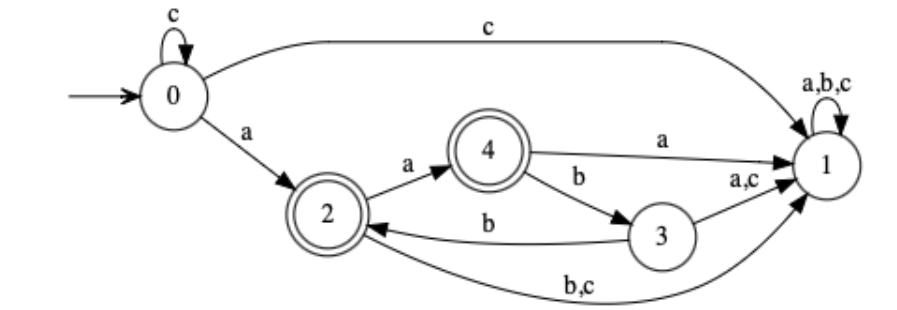


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

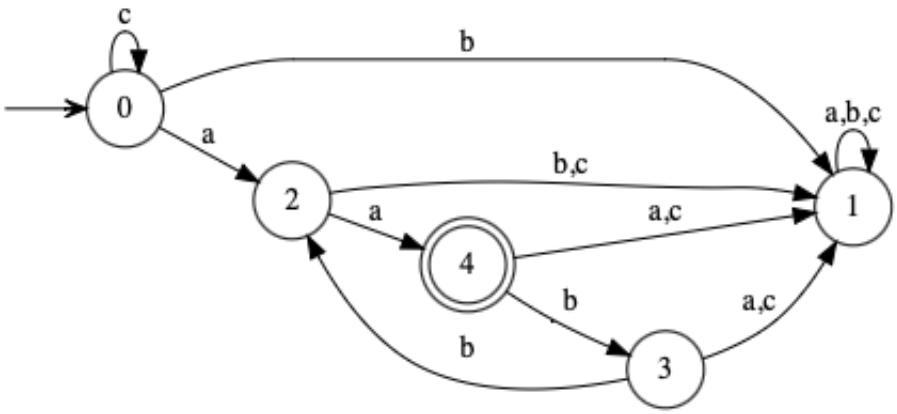


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

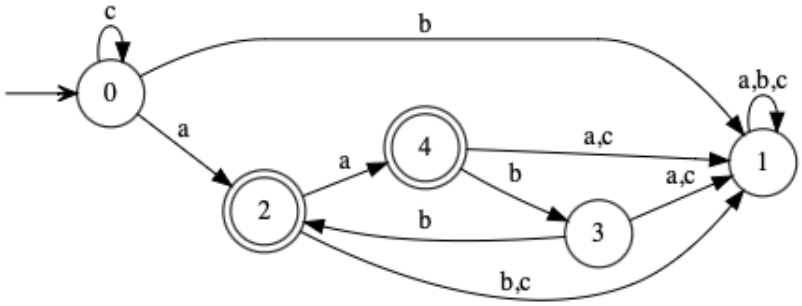
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



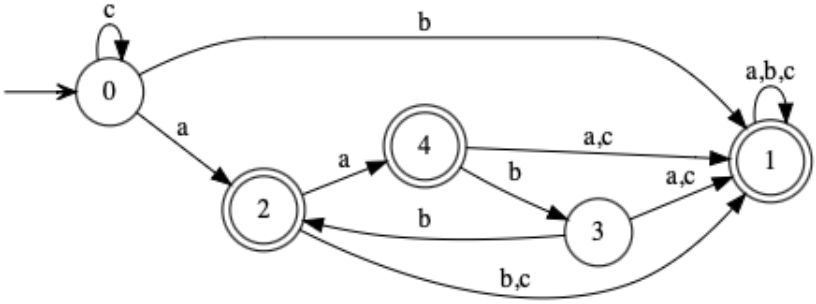
(-i-)



(-ii-)

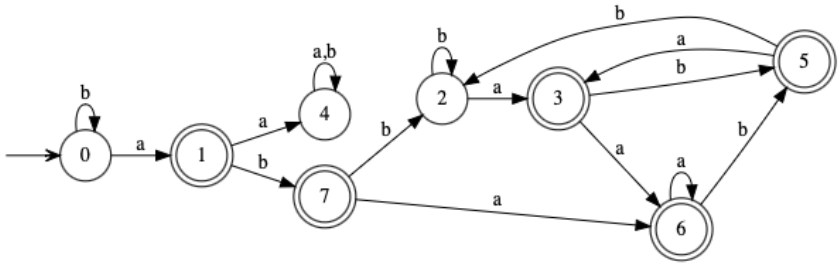


(-iii-)

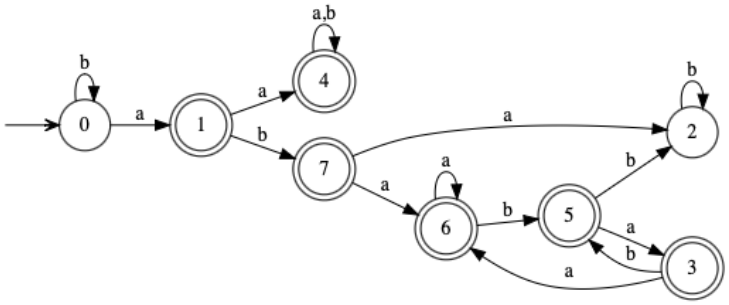


(-iv-)

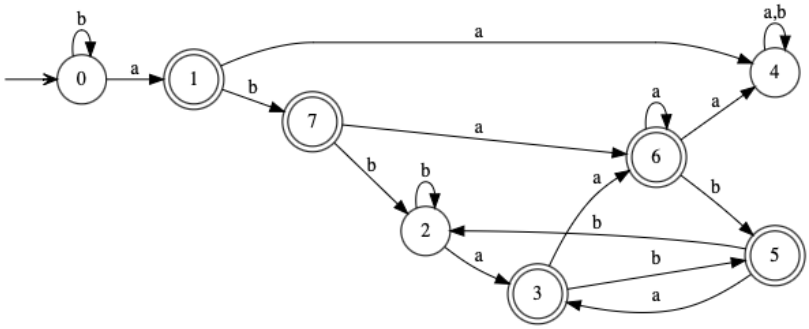
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



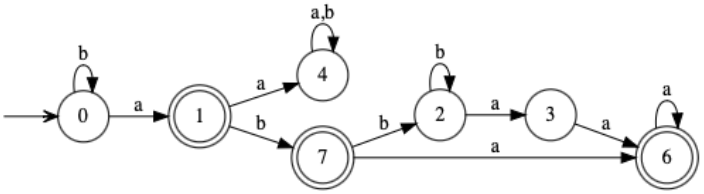
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+11/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c ■ e f

Question 3 : a ■ c ■ e ■ g h i

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : a b ■ d e

Question 6 : ■ b c d ■ f ■ ■ i j

Question 7 : a b c ■ e f g h

Question 8 : a ■ c d e f

Question 9 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 10 : a b c d e ■

Question 11 : a ■ c d e f

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d e ■ g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

- [a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
- [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
- [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
- [d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
- [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
- [f] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [g] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [h] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[c] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 8 états [■] 16 états [d] 20 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

[b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

[c] La longueur du mot vide est 1.

[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

[■] La longueur du mot vide est 0.

[g] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 8 états [c] 32 états [d] 20 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 6 états [c] 2 états [■] 4 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

c Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

d Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

c Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

g Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

j Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-ii-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
c la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i- e la Figure 3-iii-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 5 ☐ b 6 ☐ c 0 ☐ d 2 ☐ e 7 ■ 4 ☐ g 1 ☐ h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

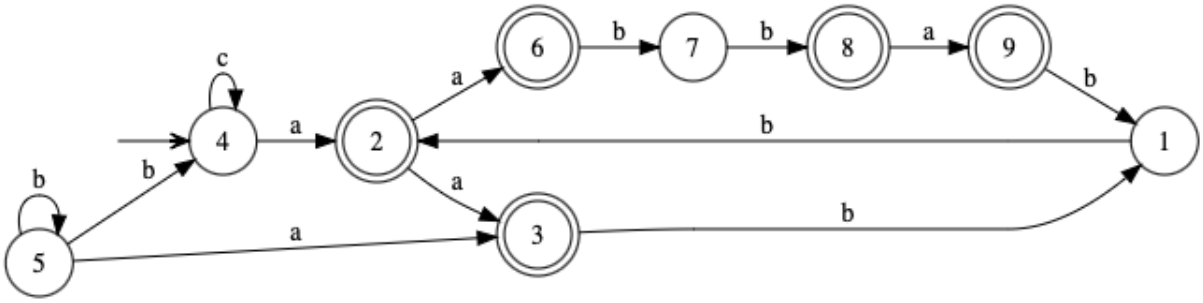
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

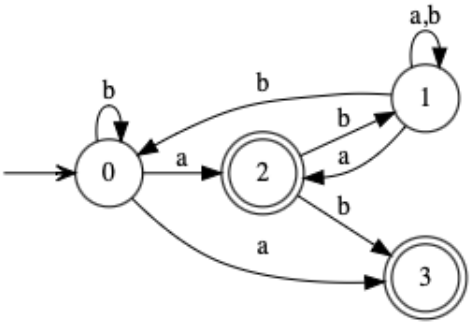
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

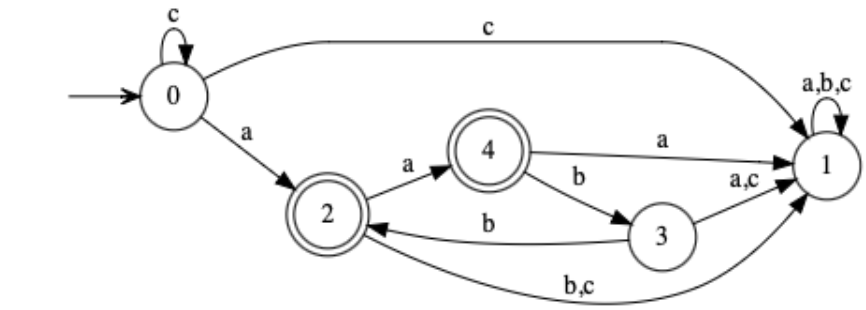


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

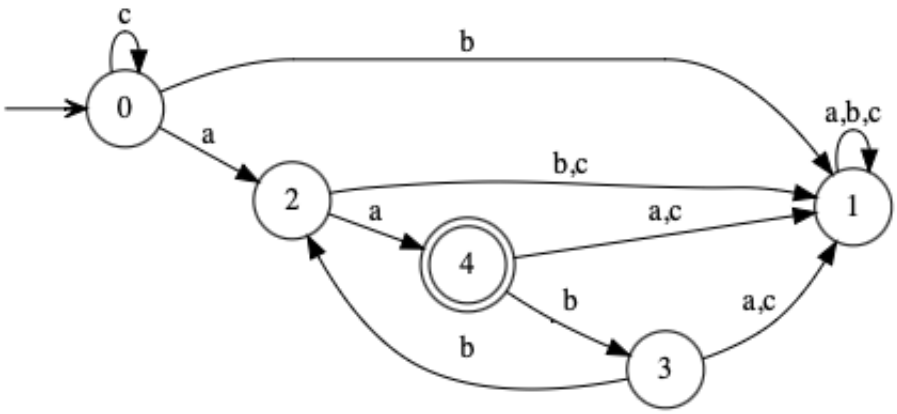


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

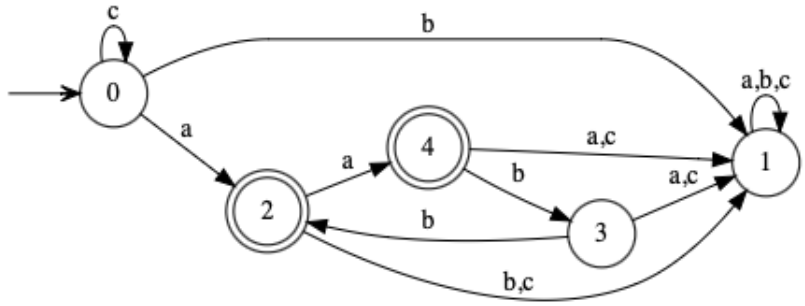
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



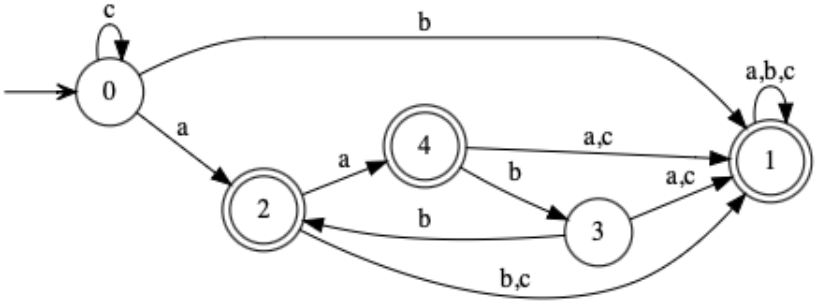
(-i-)



(-ii-)

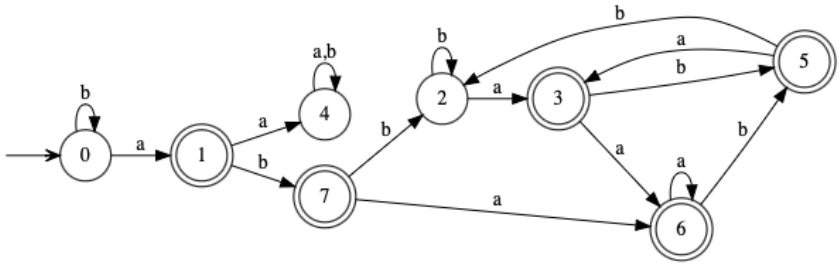


(-iii-)

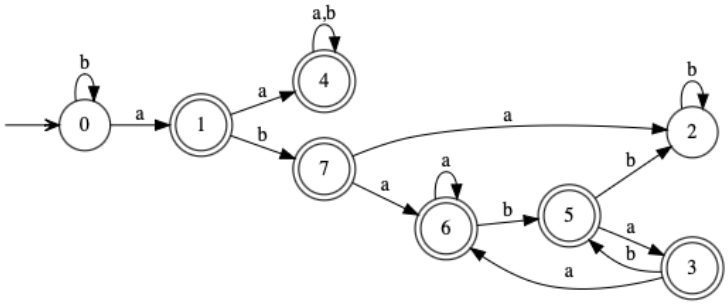


(-iv-)

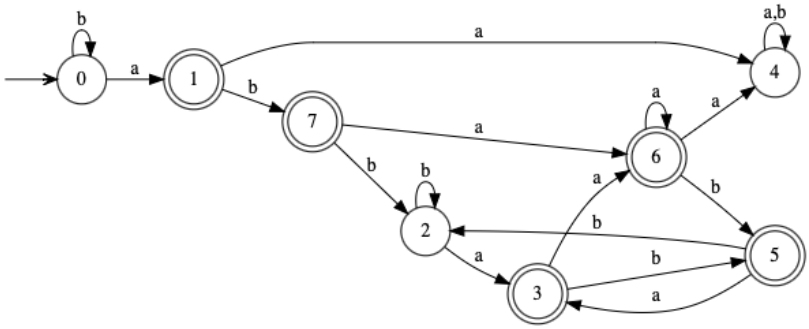
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



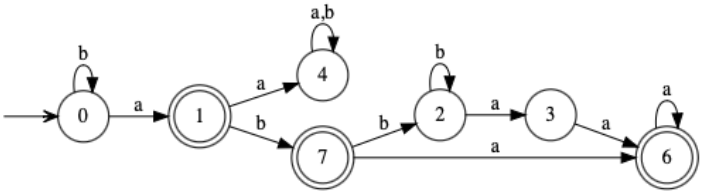
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+12/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [b] [■] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 3 : [a] [■] [c] [■] [■] [■] [g] [h] [i] [j]

Question 4 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 5 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 6 : [a] [b] [c] [■] [■] [■] [g] [h] [i]

Question 7 : [a] [b] [c] [d] [e] [■]

Question 8 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 9 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 10 : [a] [b] [■] [d] [e]

Question 11 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] [■] [l]

Question 12 : [a] [■] [c] [d] [e]

Question 13 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 14 : [a] [b] [c] [d] [e] [■] [g] [h]

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

c Les langages dénotés par A et B sont identiques.

d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 32 états c 8 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états b 6 états ■ 4 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

b Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

c Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

d Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

e Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

c La longueur du mot vide est 1.

d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

e Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

c Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

g Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

h Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

i Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états ■ 16 états c 20 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- b la Figure 3-ii- c la Figure 3-iii- d la Figure 3-iv-

e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 0 c 7 d 5 e 1 f 2 g 6 h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

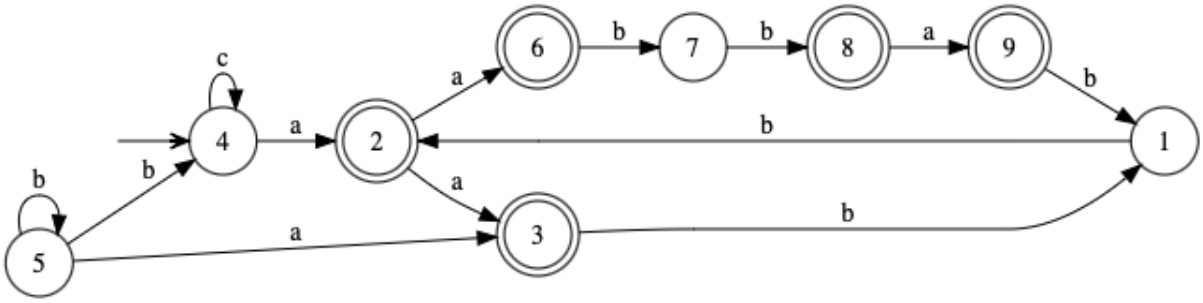
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

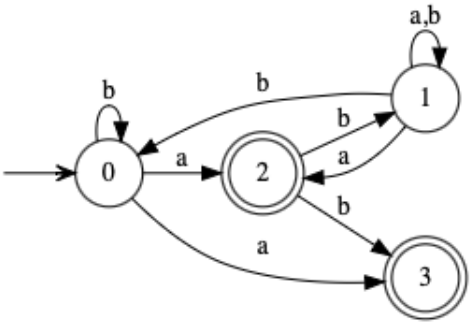
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

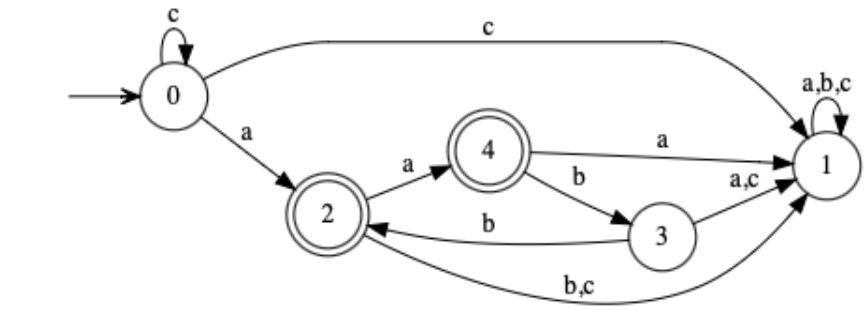


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

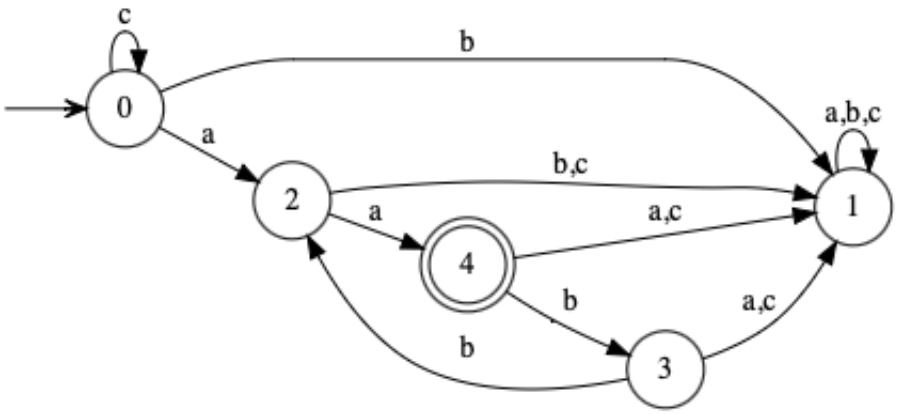


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

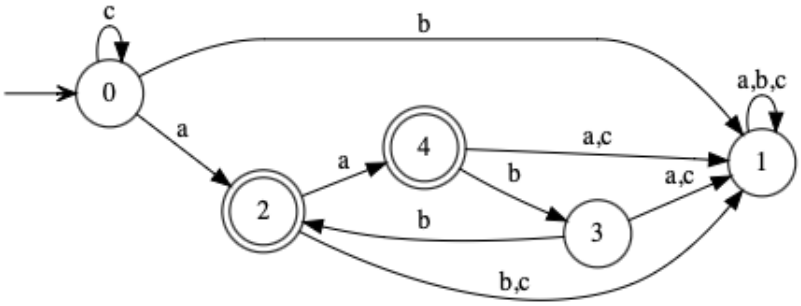
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



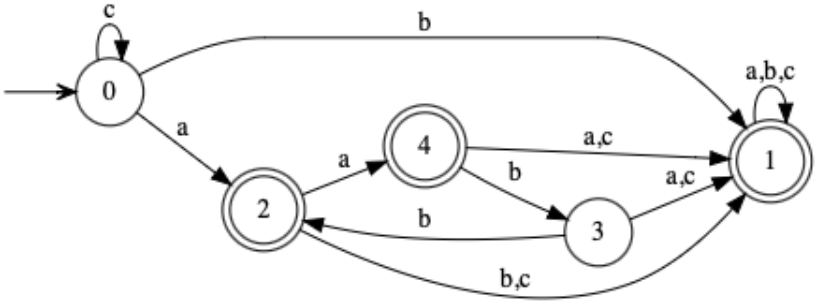
(-i-)



(-ii-)

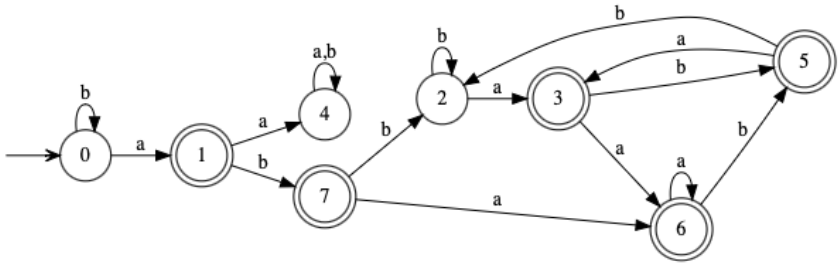


(-iii-)

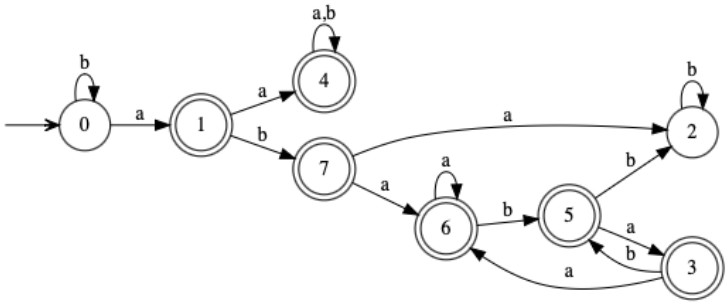


(-iv-)

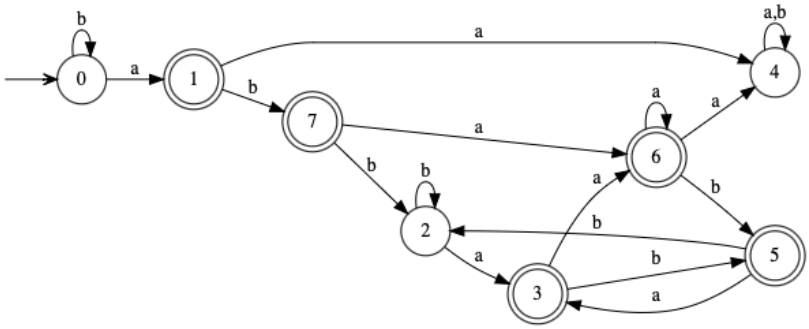
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



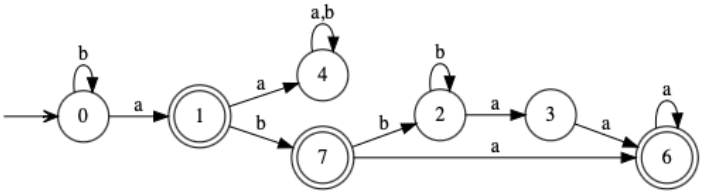
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+13/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f

Question 3 : a b c d e ■

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : ■ b c d e ■ ■ ■ i j

Question 6 : ■ ■ c d e ■ g h i

Question 7 : a b c ■ e f

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : a ■ c d e f g h

Question 10 : a ■ c d e f

Question 11 : ■ b c d e

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 6 états [b] 8 états [■] 4 états [d] 2 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 20 états [c] 8 états [■] 16 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
[c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

b Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

f Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

h Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 7 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

e Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

g La longueur du mot vide est 1.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 8 états [c] 32 états [d] 16 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
[b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
[c] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
[d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
[b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[c] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
[d] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[f] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
[g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[h] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
[i] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
[j] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. [b] la Figure 2-ii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-i-. [d] la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- b la Figure 3-iii-
c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe d la Figure 3-ii-
■ la Figure 3-i- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 0 b 1 c 7 d 6 ■ 4 f 3 g 2 h 5

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

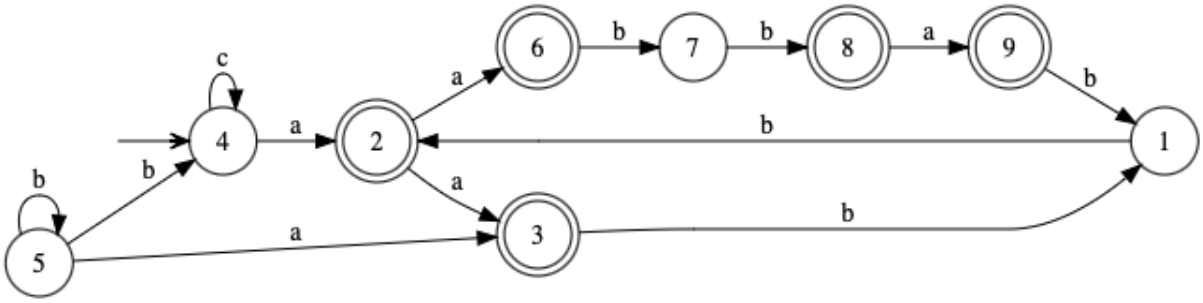
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

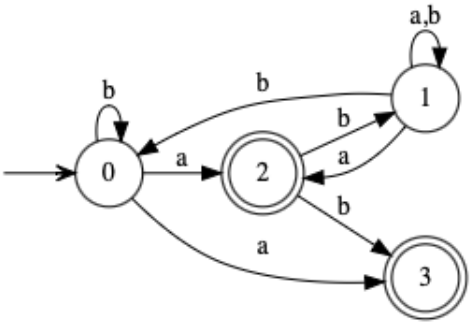
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

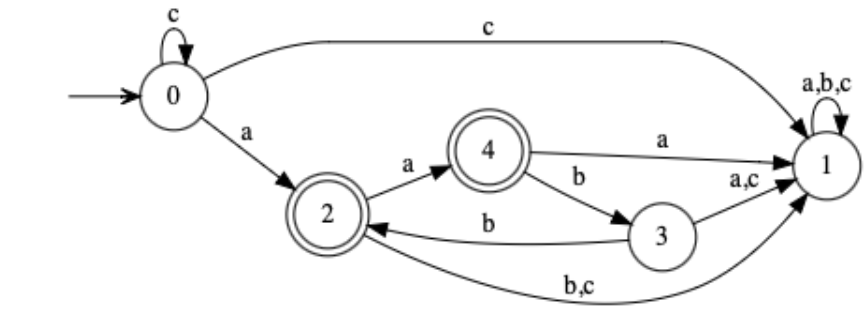


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

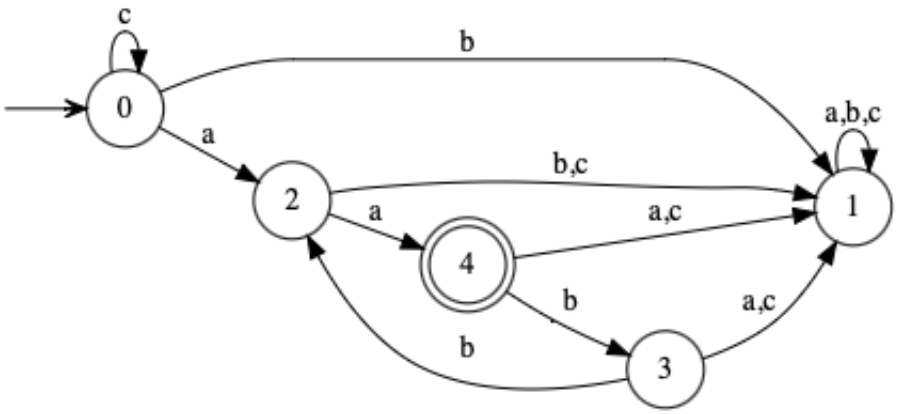


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

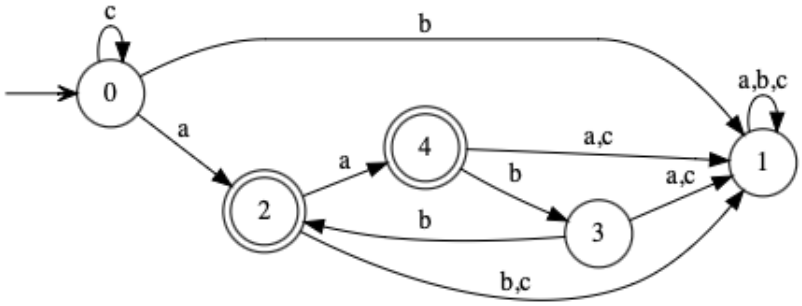
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



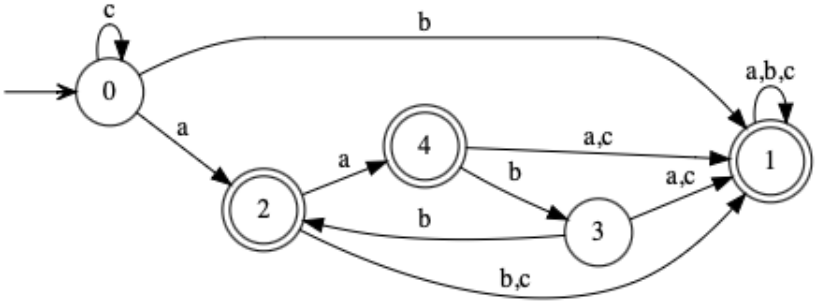
(-i-)



(-ii-)

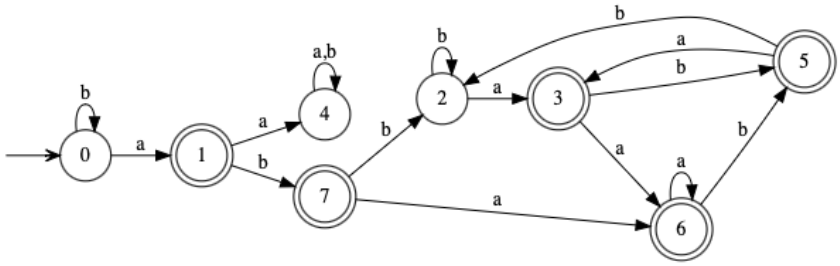


(-iii-)

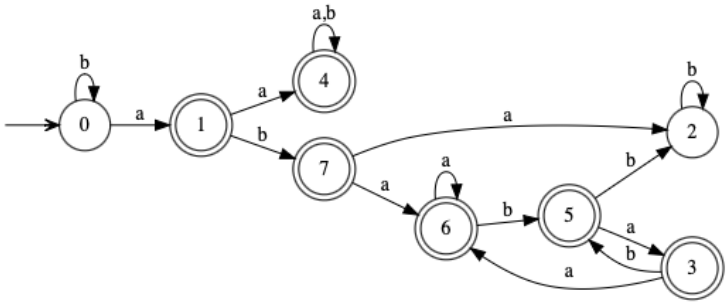


(-iv-)

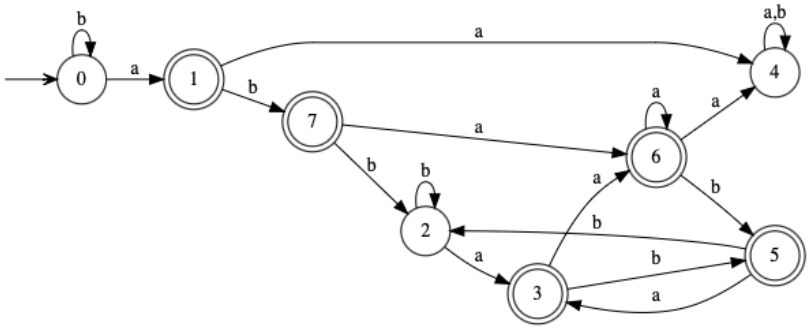
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



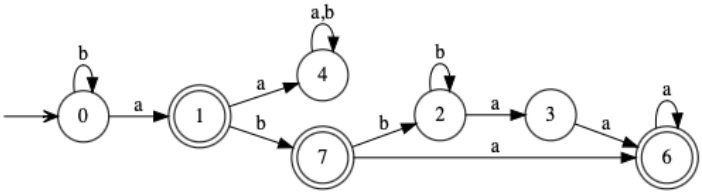
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+14/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e f

Question 3 : a b c ■ e f

Question 4 : a ■ c d e

Question 5 : a b ■ ■ ■ f ■ h i j

Question 6 : a b c d ■ f g h

Question 7 : ■ ■ c d e ■ g h i

Question 8 : a b c ■ e f

Question 9 : a b c d e ■

Question 10 : ■ b c d e f

Question 11 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 : f i ab b *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 8 états c 32 états d 20 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La longueur du mot vide est 1.
b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
c Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
■ La longueur du mot vide est 0.
e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 8 états b 16 états c 32 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états ■ 4 états c 8 états d 2 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

c Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

d Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

e Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

h Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

c Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

b Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

c Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

d Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

e Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

f Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-ii-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-

c la Figure 3-iv- d la Figure 3-iii- e la Figure 3-ii-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 1 ☐ b 3 ☐ c 5 ☐ d 0 ■ 4 ☐ f 2 ☐ g 6 ☐ h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

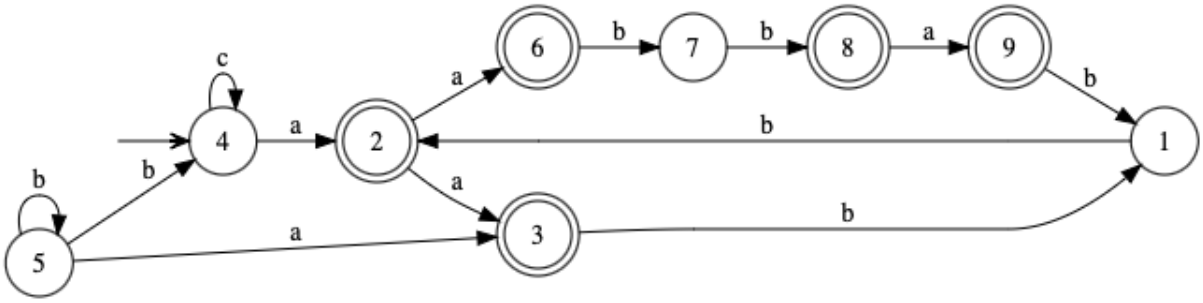
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

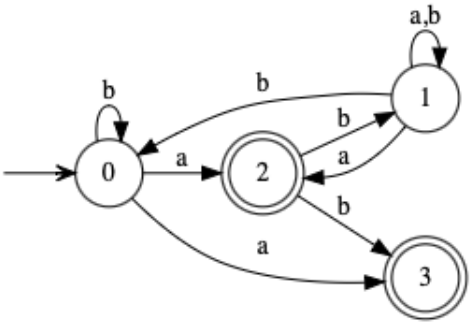
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

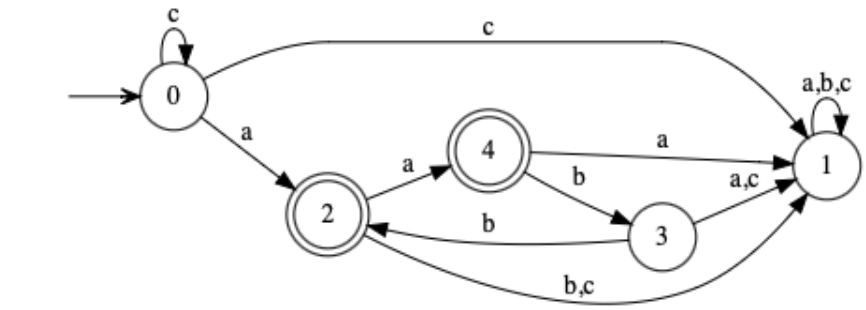


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

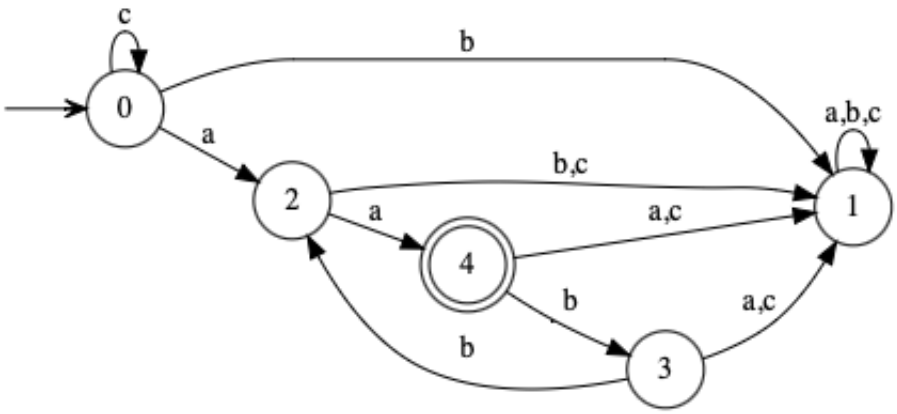


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

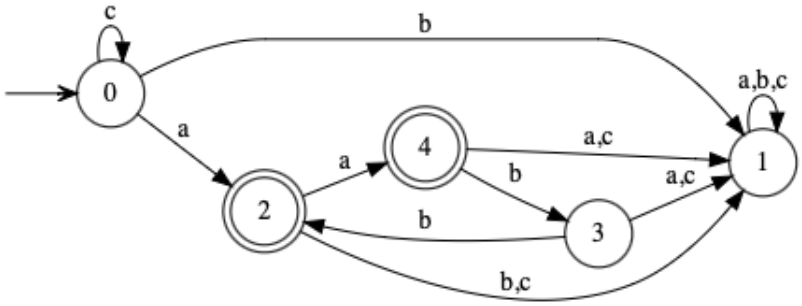
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



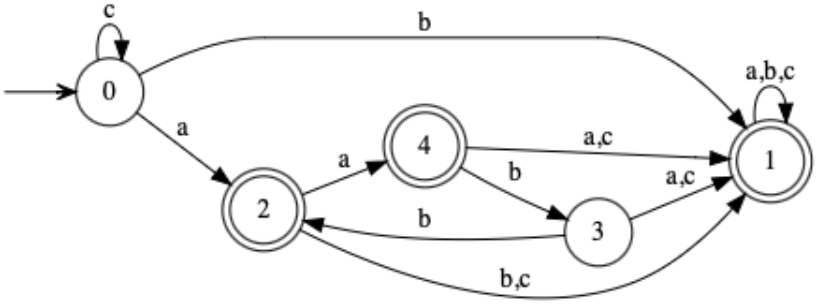
(-i-)



(-ii-)

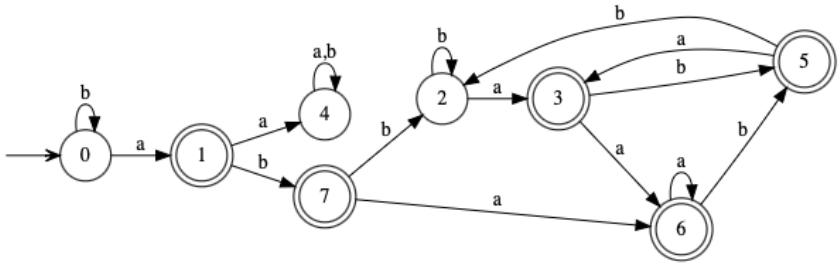


(-iii-)

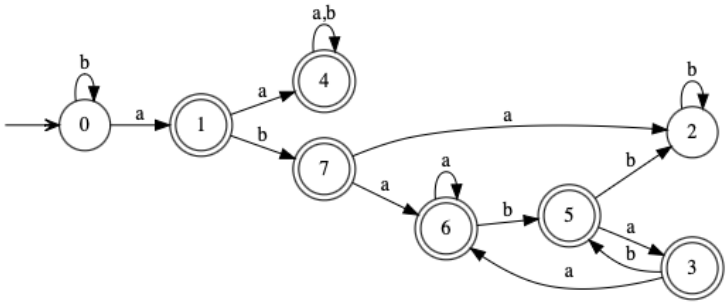


(-iv-)

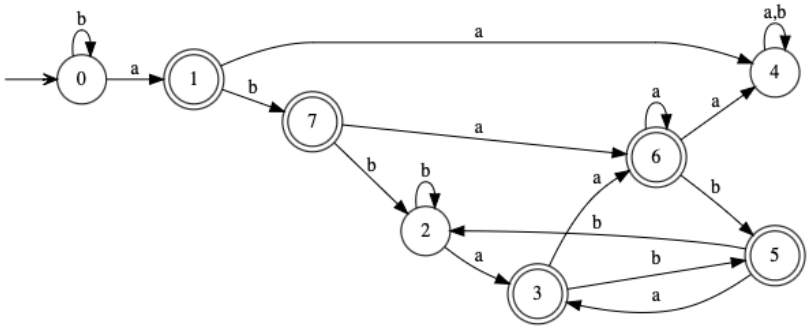
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



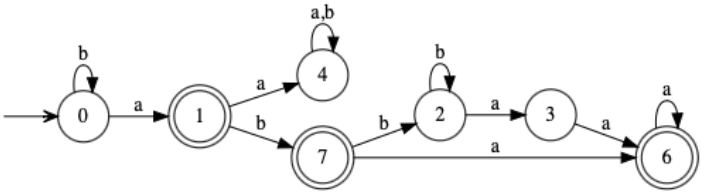
(-i-)



(-ii-)

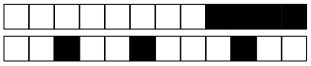


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+15/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f

Question 3 : a b c ■ e ■ ■ h i

Question 4 : a b c d e ■

Question 5 : a ■ c d e f

Question 6 : ■ ■ c d e ■ ■ h i j

Question 7 : a b c ■ e f

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : a b ■ d e f

Question 10 : a ■ c d e

Question 11 : a ■ c d e f g h

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [b] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [c] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [d] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [e] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [f] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [h] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [i] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [j] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [c] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont identiques.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La longueur du mot vide est 0.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
d La longueur du mot vide est 1.
e Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 8 états b 20 états c 16 états d 32 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états ■ 16 états c 32 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états b 8 états c 2 états ■ 4 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

d Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

e Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

f Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

g Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- b la Figure 3-iii-
c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-
e la Figure 3-ii- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 7 ☐ b 3 ☐ c 0 ☐ d 2 ■ 4 ☐ f 1 ☐ g 5 ☐ h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

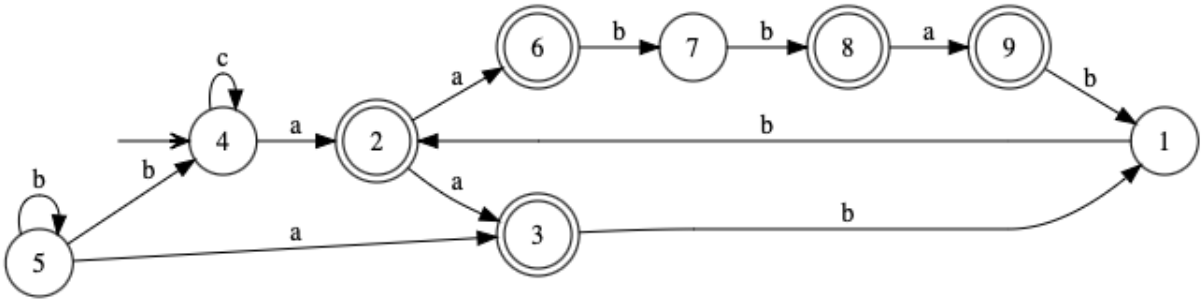
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

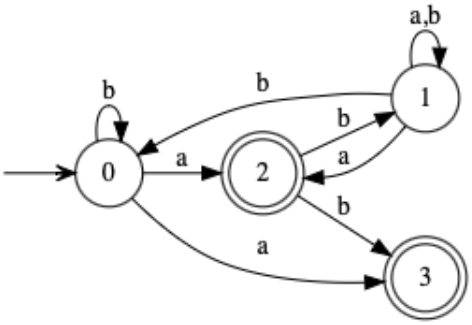
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

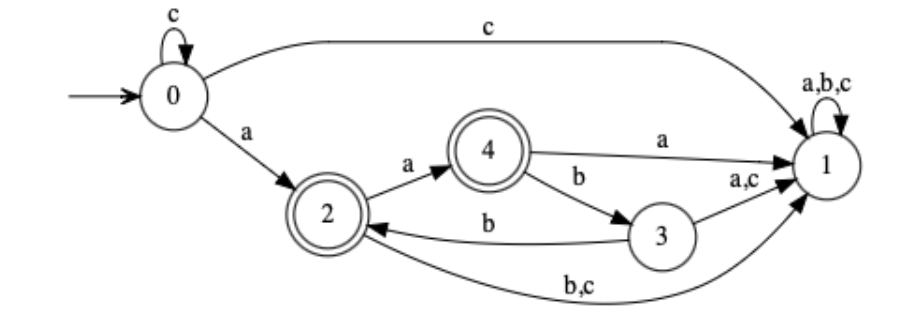


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

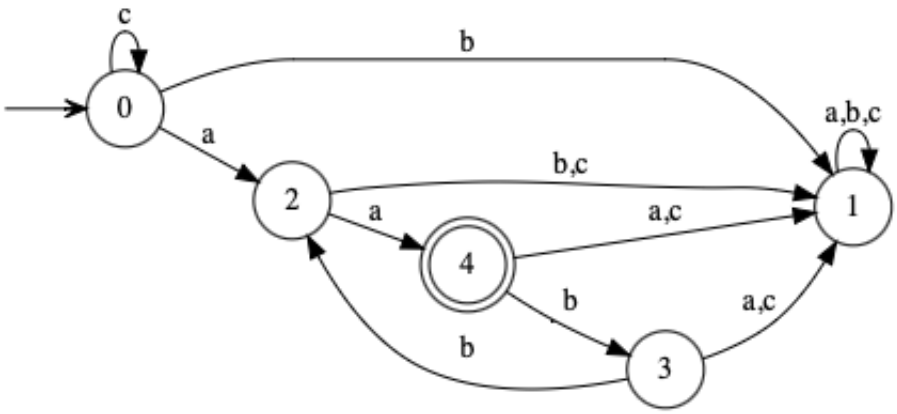


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

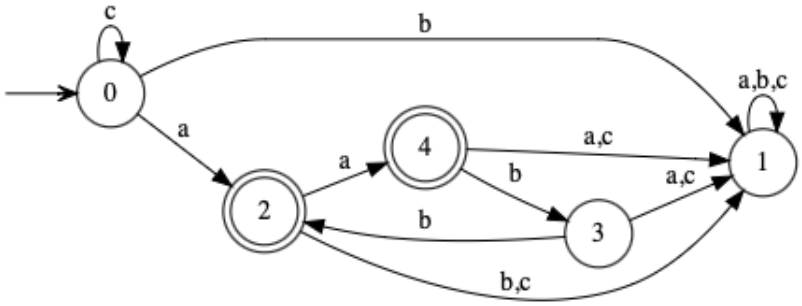
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



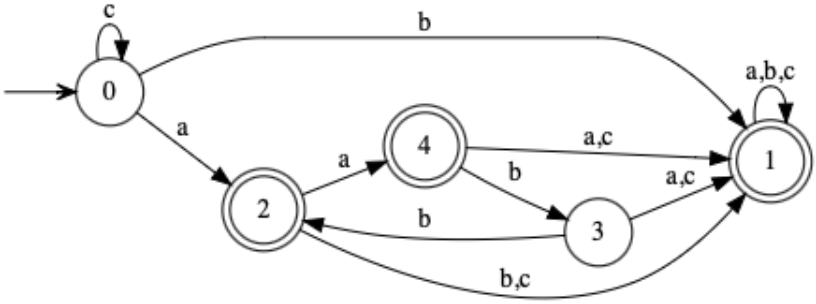
(-i-)



(-ii-)

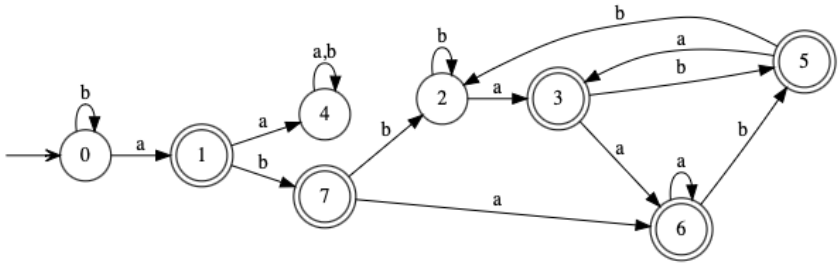


(-iii-)

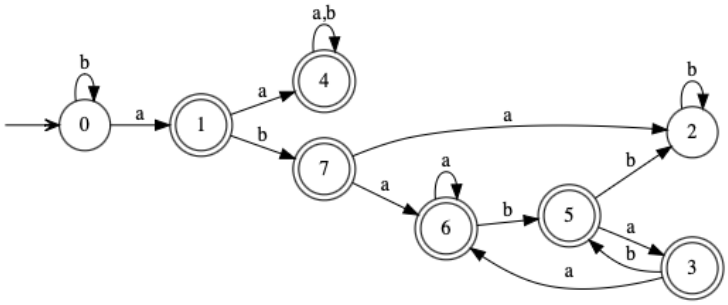


(-iv-)

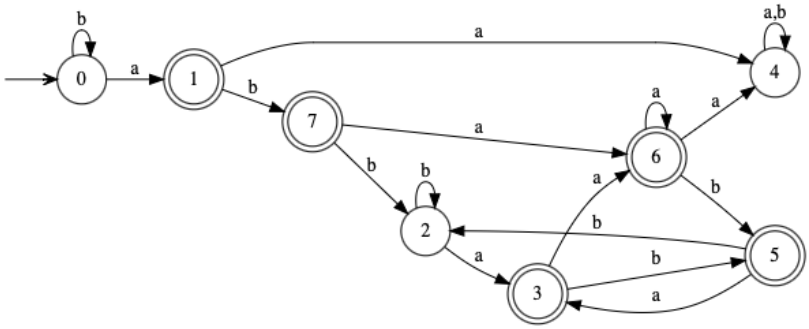
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



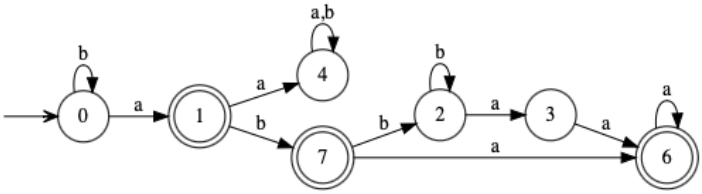
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+16/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 3 : a ■ c d e f

Question 4 : a b c ■ e f g h

Question 5 : a ■ c d e f

Question 6 : ■ ■ c d e f ■ h i

Question 7 : a b c d e ■

Question 8 : a ■ c d e f

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : ■ ■ ■ d e f g ■ i j

Question 11 : ■ b c d e

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [b] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [c] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [g] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [h] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [j] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 8 états ■ 16 états c 20 états d 32 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
b La longueur du mot vide est 1.
c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
■ La longueur du mot vide est 0.
e Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états ■ 4 états c 2 états d 6 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 16 états c 20 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[e] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[f] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[g] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[h] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-iv-. [b] la Figure 2-ii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
■ la Figure 2-iii-. [d] la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- b la Figure 3-iii-
c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-
e la Figure 3-ii- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 3 c 0 d 7 e 5 f 6 g 1 h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

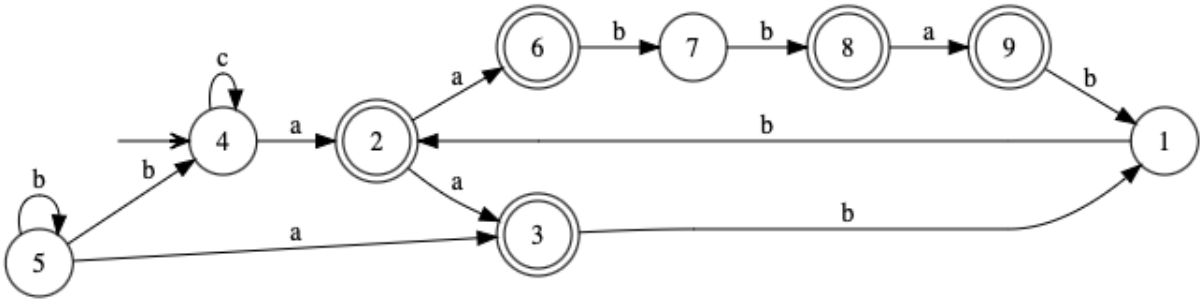
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

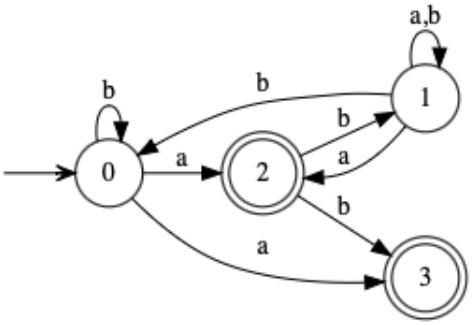
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

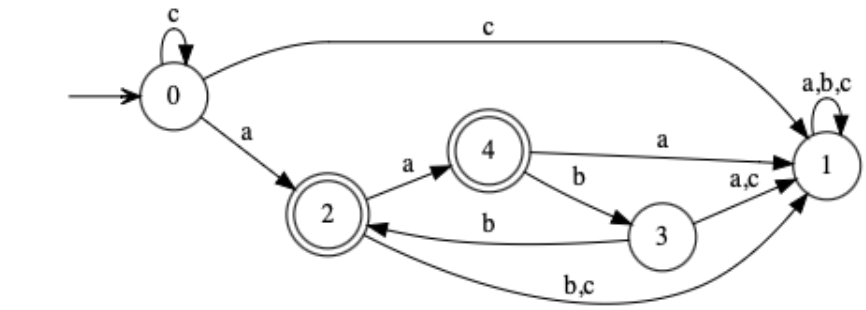


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

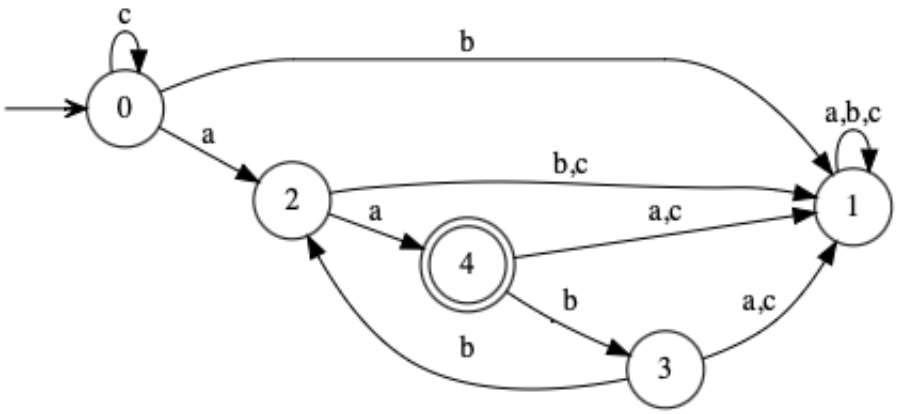


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

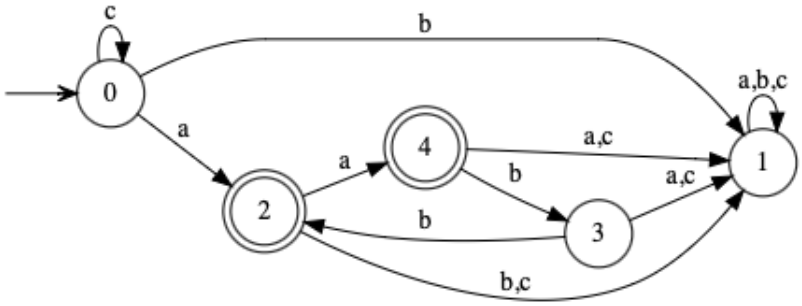
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



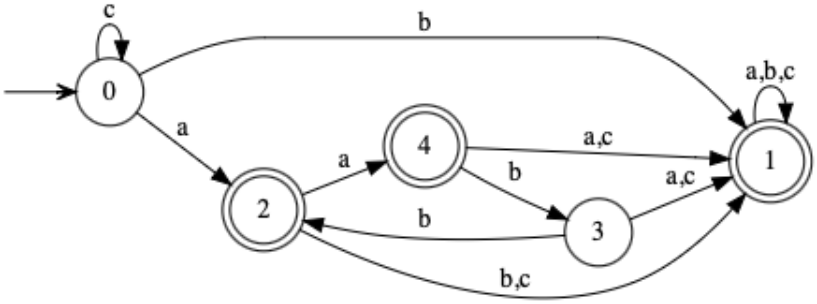
(-i-)



(-ii-)

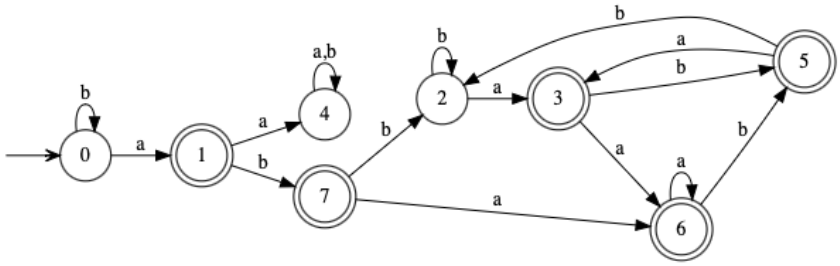


(-iii-)

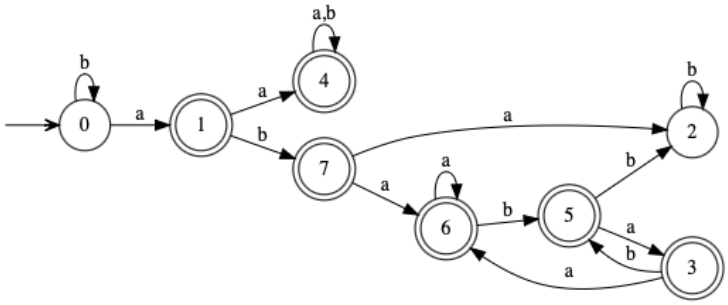


(-iv-)

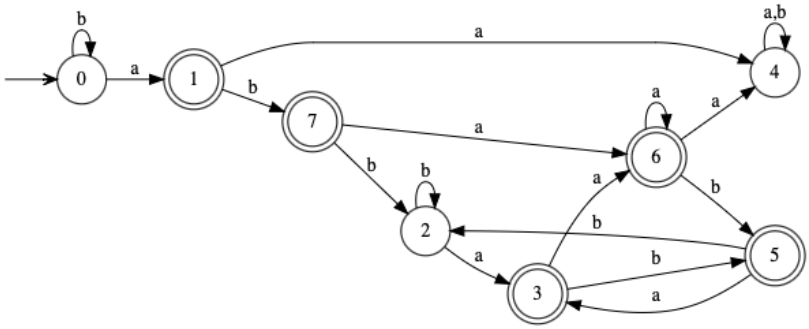
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



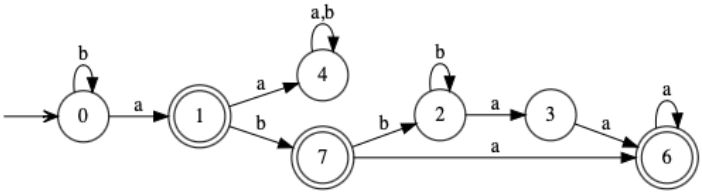
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+17/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 3 : a ■ c d e f

Question 4 : a ■ c d e f

Question 5 : ■ b c ■ e ■ g h i

Question 6 : a ■ c d e f

Question 7 : a b c d ■ f g h

Question 8 : a b c d e ■

Question 9 : ■ ■ ■ ■ e f g h i j

Question 10 : a ■ c d e

Question 11 : a b ■ d e f

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états [b] 8 états [c] 6 états [d] 2 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
[b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
[c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états [■] 16 états [c] 20 états [d] 8 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 16 états [c] 32 états [d] 8 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [d] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [g] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

h Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

e La longueur du mot vide est 1.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

c Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

d Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

g Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

i Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i- c la Figure 3-ii-
d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe e la Figure 3-iii-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 7 ☐ b 5 ☐ c 3 ■ 4 ☐ e 1 ☐ f 0 ☐ g 2 ☐ h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

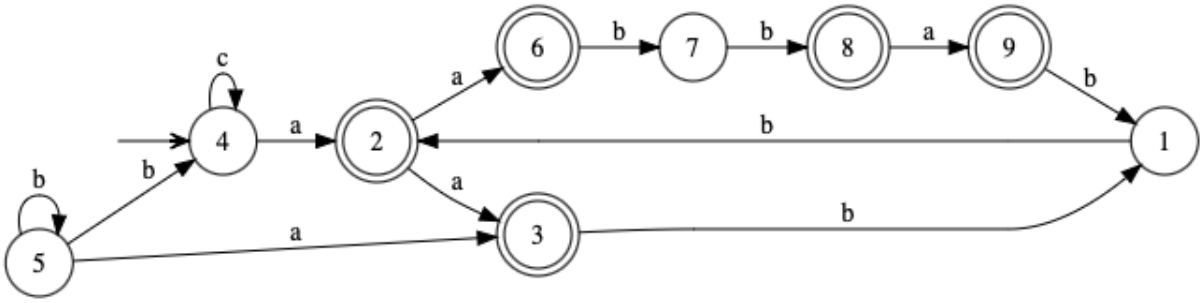
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

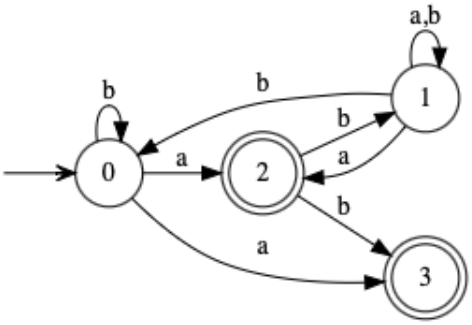
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

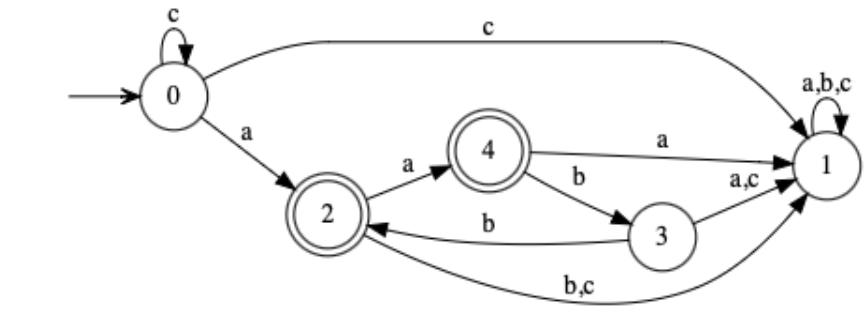


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

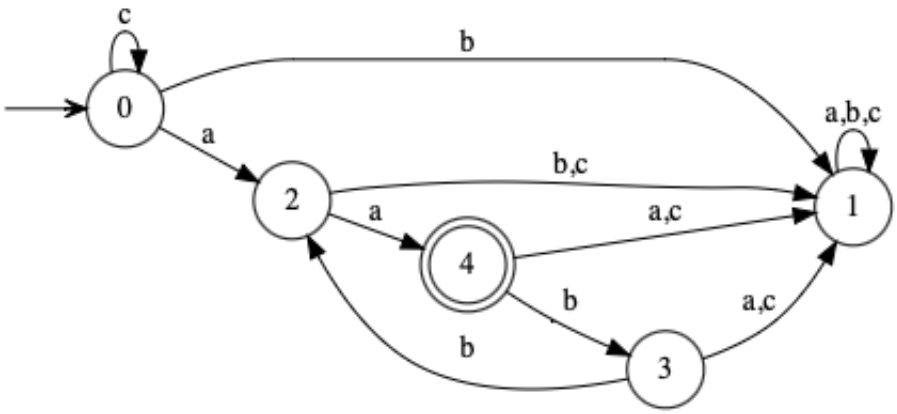


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

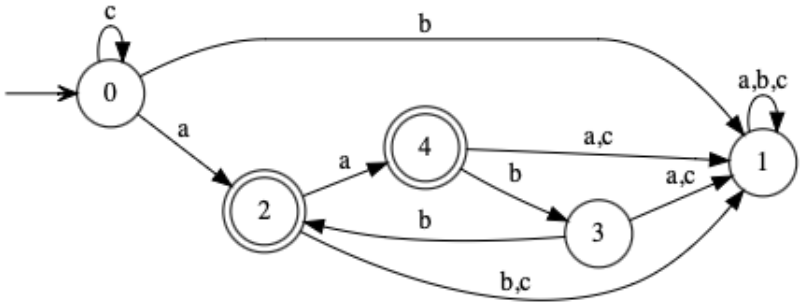
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



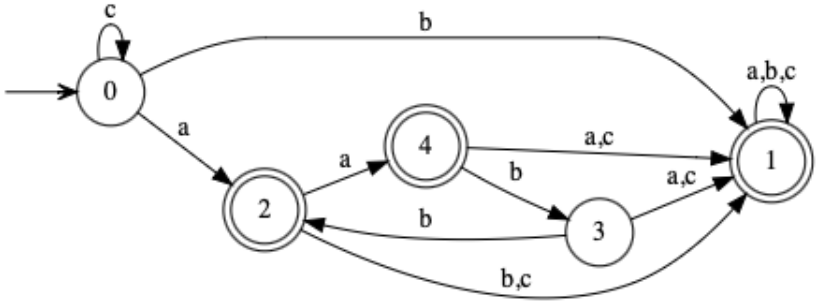
(-i-)



(-ii-)

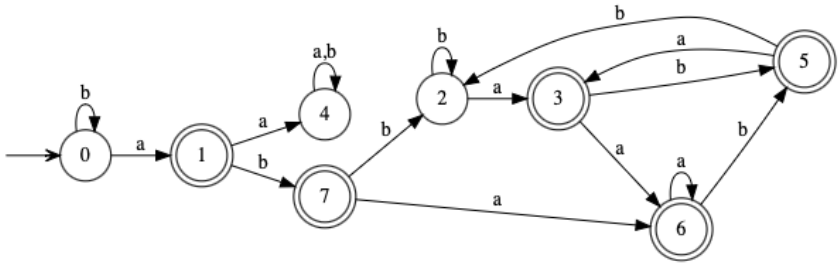


(-iii-)

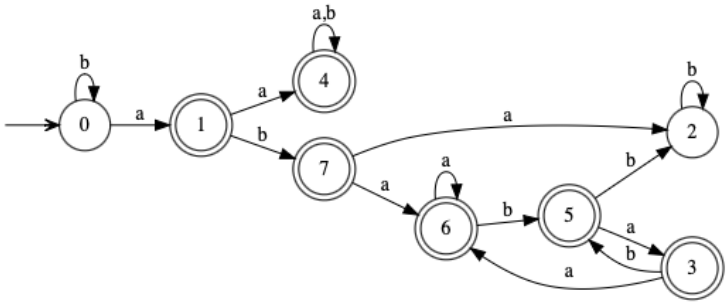


(-iv-)

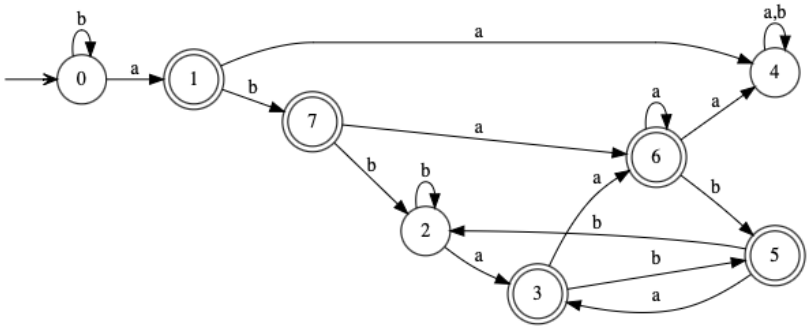
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



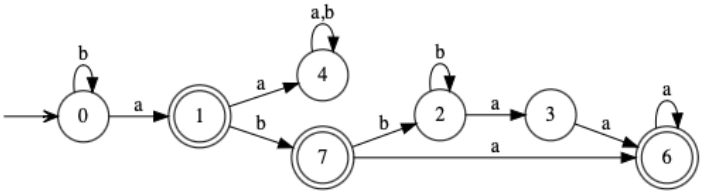
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+18/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f

Question 3 : a b c d ■ f g h

Question 4 : ■ b c d e

Question 5 : a b c ■ e f

Question 6 : a ■ c d e f

Question 7 : a ■ c d e f

Question 8 : a b c d e ■

Question 9 : a ■ ■ d ■ ■ g h i j

Question 10 : a b ■ ■ e f ■ h i

Question 11 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La longueur du mot vide est 1.
- [b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [f] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [g] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 32 états [c] 20 états [d] 8 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 7 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

b Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

e Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

h Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont identiques.

b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états b 2 états ■ 4 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 20 états c 32 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

b Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

f Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

g Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

h Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-iv-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
c la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i- e la Figure 3-iii-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 1 ☐ b 7 ■ 4 ☐ d 2 ☐ e 0 ☐ f 5 ☐ g 3 ☐ h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

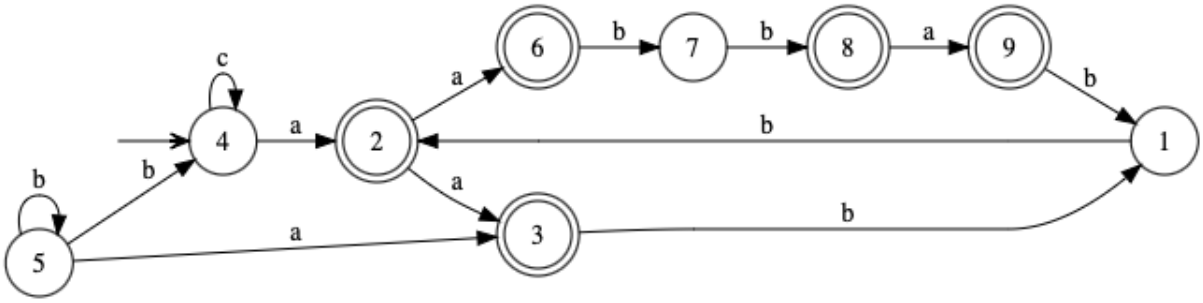
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

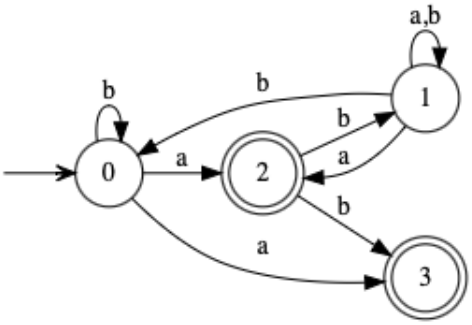
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

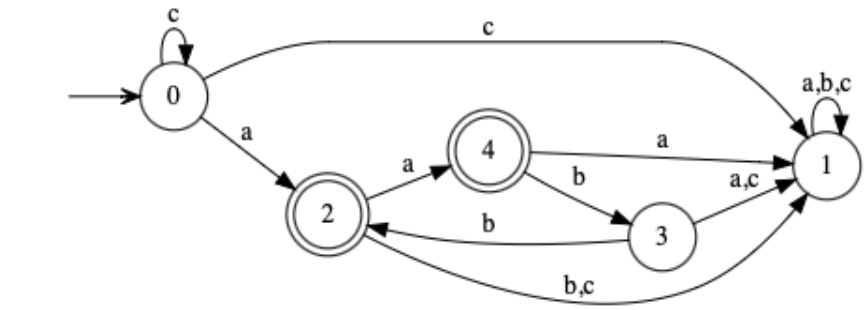


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

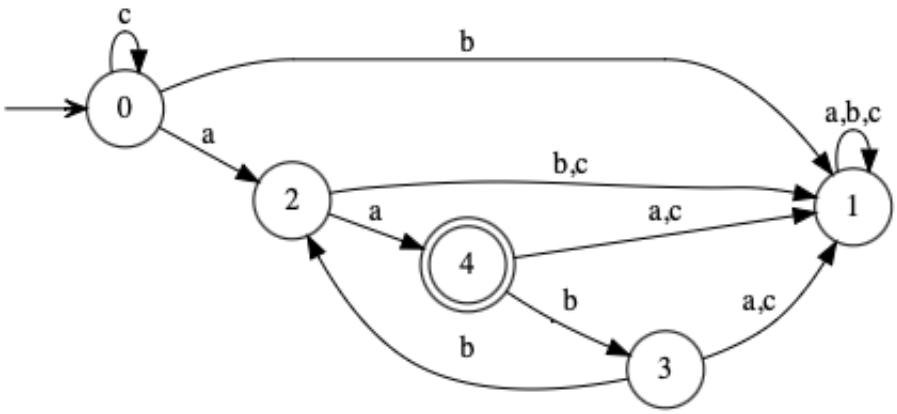


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

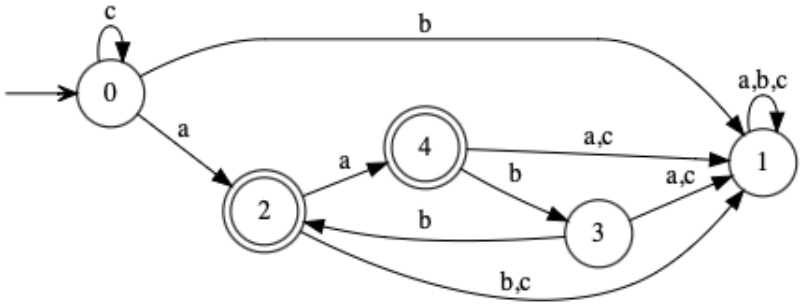
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



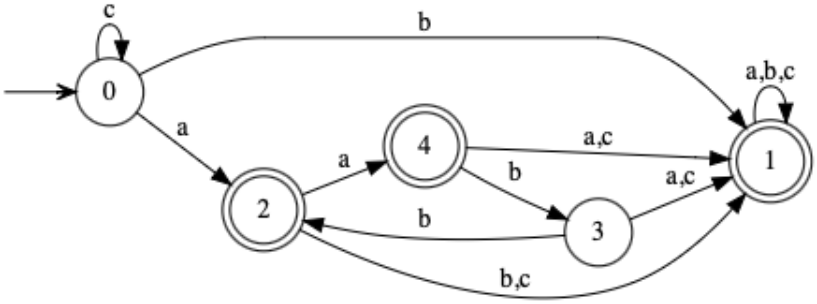
(-i-)



(-ii-)

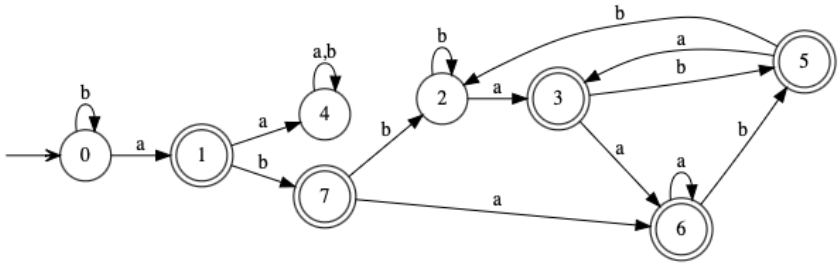


(-iii-)

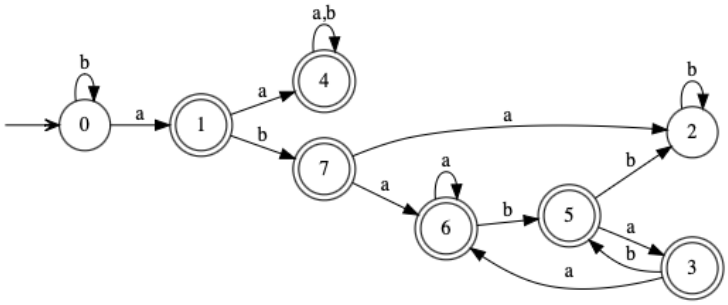


(-iv-)

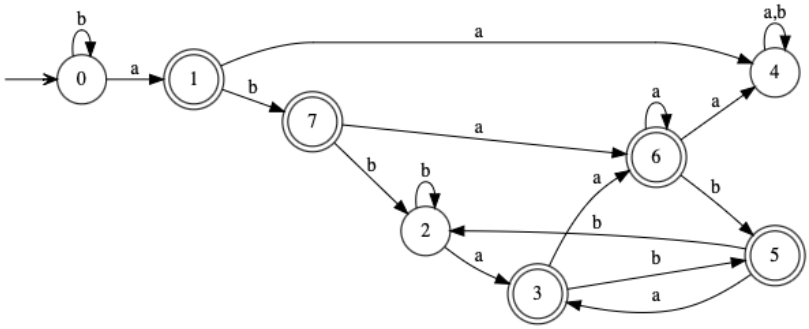
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



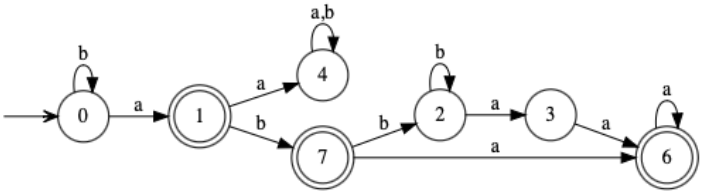
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+19/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ ■ ■ f g h i

Question 3 : a b c d e ■

Question 4 : ■ b c d e

Question 5 : a b c ■ e f

Question 6 : a ■ c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 8 : a b c ■ e f

Question 9 : a b ■ d e f

Question 10 : ■ b c d e f

Question 11 : ■ b ■ ■ ■ f g h i j

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [b] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [h] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

e Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

f La longueur du mot vide est 1.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 4 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états b 20 états ■ 16 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 7 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 2 états ■ 4 états d 6 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

c Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

d Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

h Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

i Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

j Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 16 états c 20 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont identiques.

c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-ii-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe

c la Figure 3-ii- d la Figure 3-iv- e la Figure 3-iii-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 0 c 5 d 1 e 3 f 7 g 6 h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

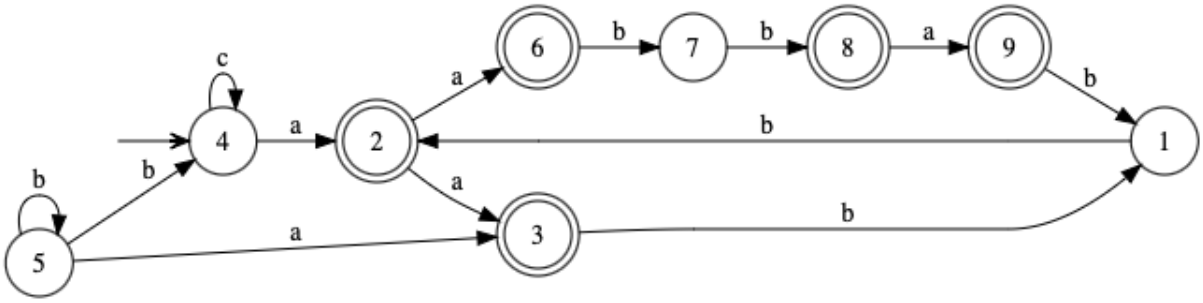
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

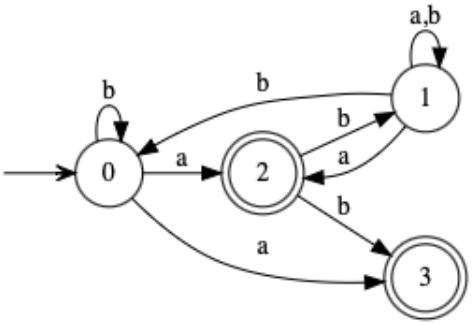
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

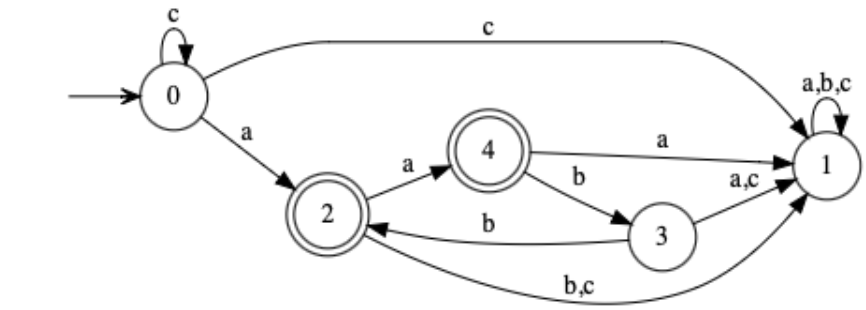


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

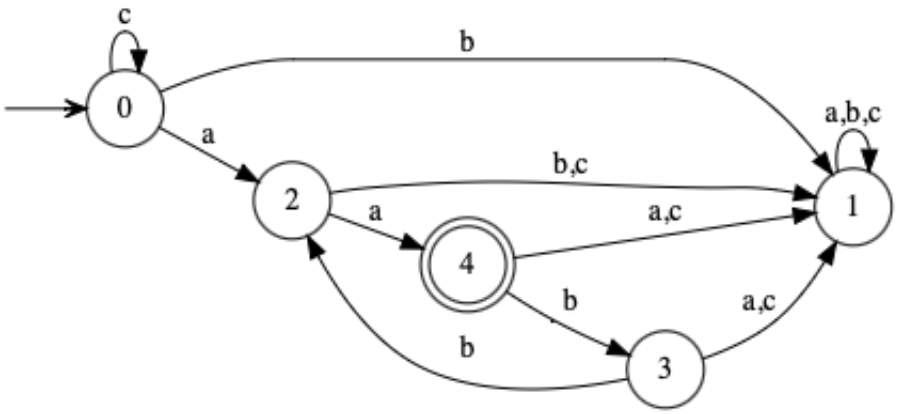


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

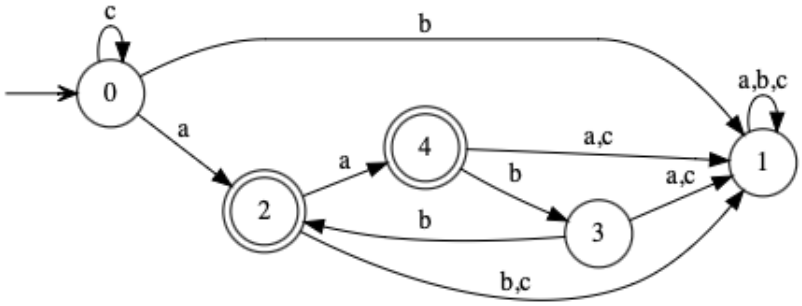
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



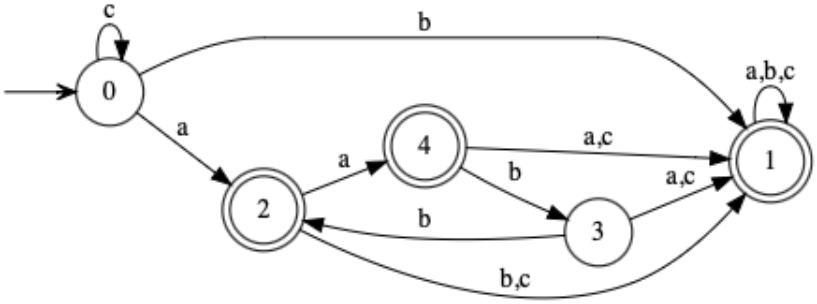
(-i-)



(-ii-)

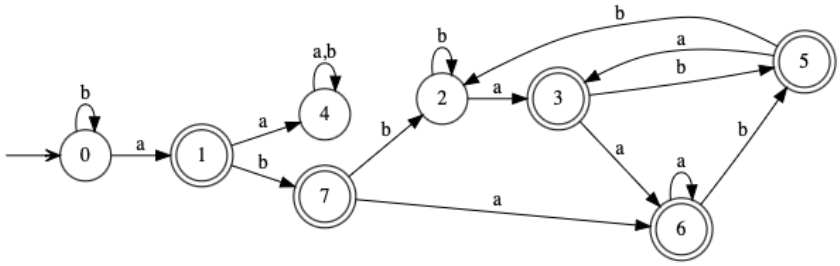


(-iii-)

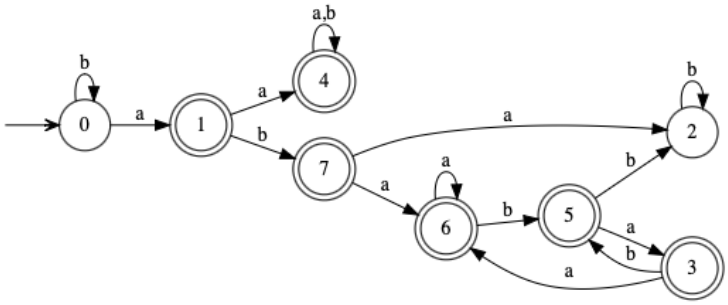


(-iv-)

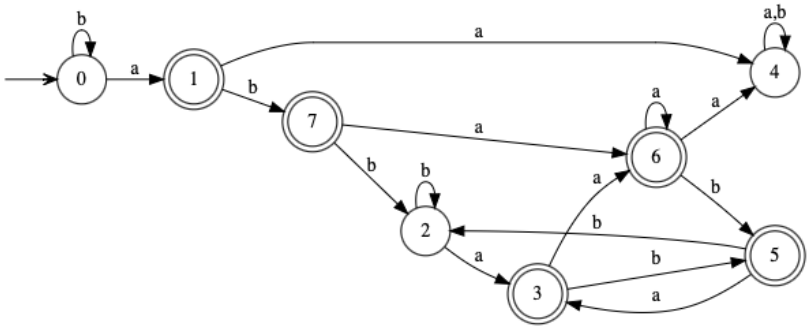
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



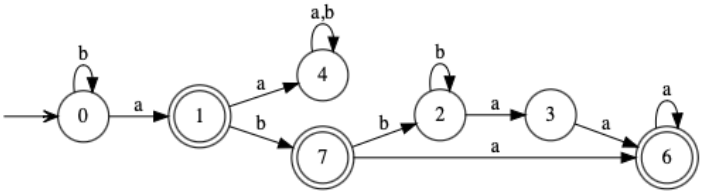
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+20/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c ■ ■ ■ ■ h i j

Question 3 : ■ ■ ■ d e f g h i

Question 4 : ■ b c d e f

Question 5 : a b ■ d e f

Question 6 : a ■ c d e

Question 7 : a b ■ d e f

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : a b c d e ■

Question 10 : ■ b c d e f

Question 11 : a b ■ d e f g h

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 2 états [b] 6 états [■] 4 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [c] La longueur du mot vide est 1.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

e Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

b Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

c Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

g Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 6 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 32 états c 8 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

b Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

c Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

f Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 16 états [c] 32 états [d] 8 états

- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
- [■] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-ii-. [b] la Figure 2-i-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[■] la Figure 2-iii-. [d] la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[■] la Figure 3-i- [b] la Figure 3-ii- [c] la Figure 3-iii-
[d] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [e] la Figure 3-iv-

- [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 5 ☐ b 2 ☐ c 3 ☐ d 1 ☐ e 0 ☐ f 7 ■ 4 ☐ h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

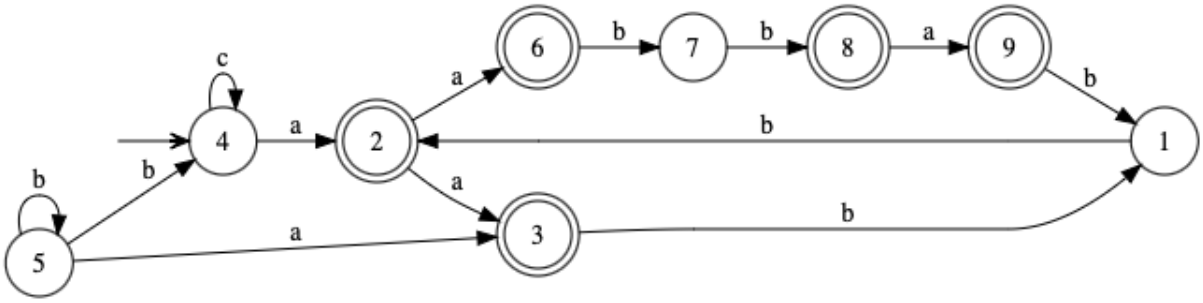
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

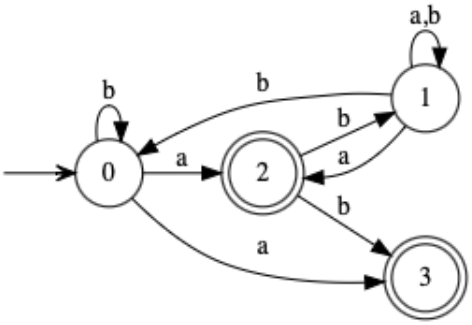
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

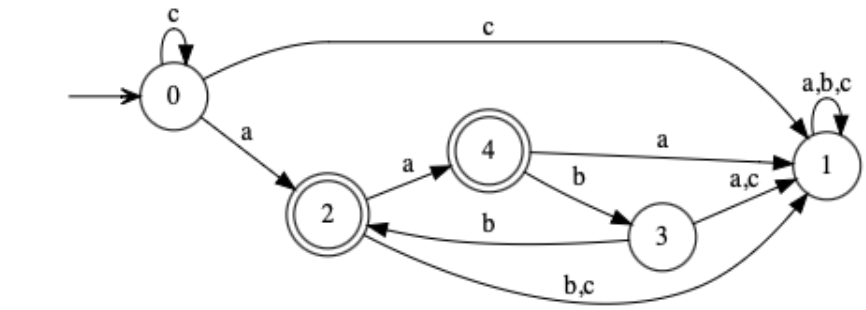


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

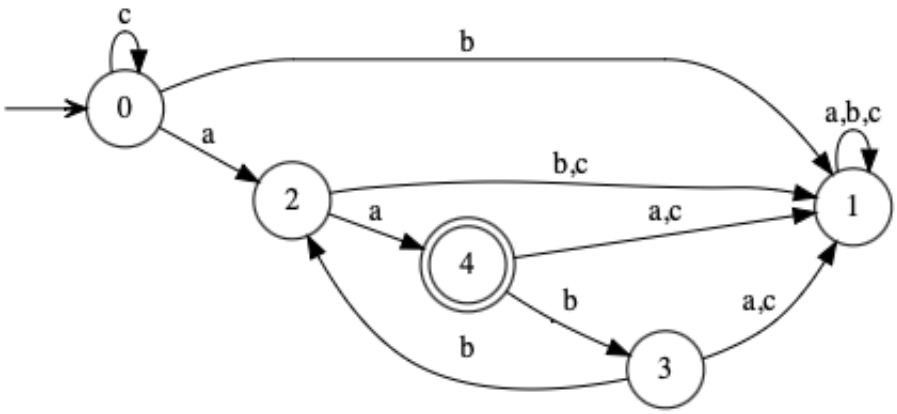


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

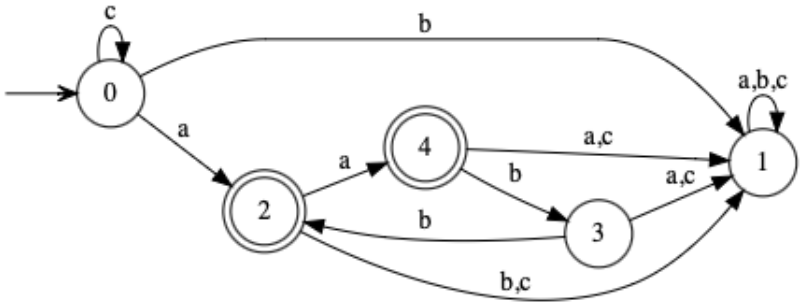
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



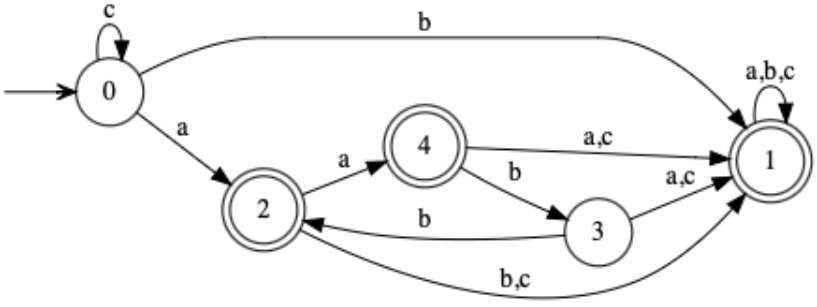
(-i-)



(-ii-)

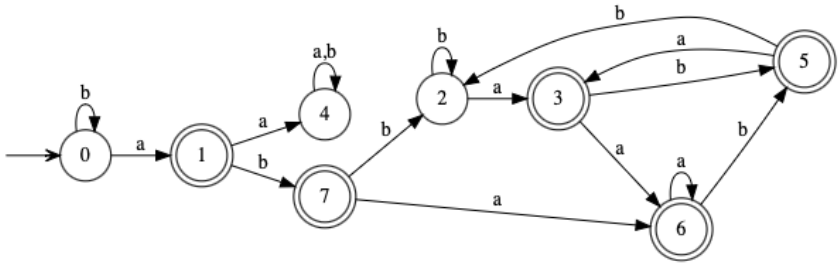


(-iii-)

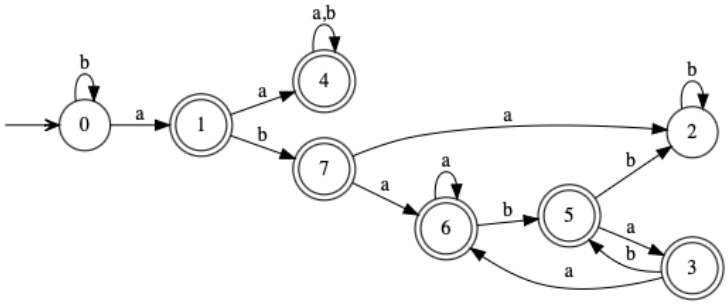


(-iv-)

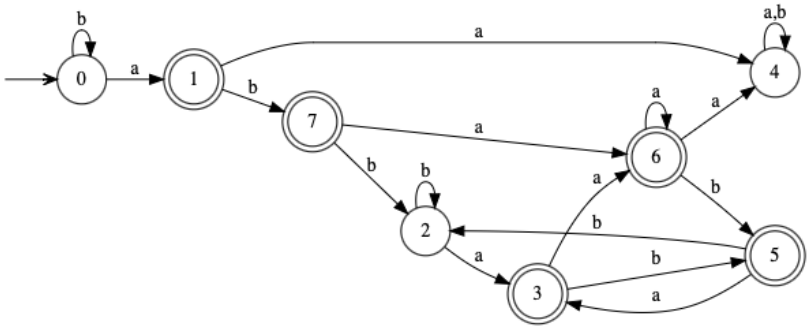
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



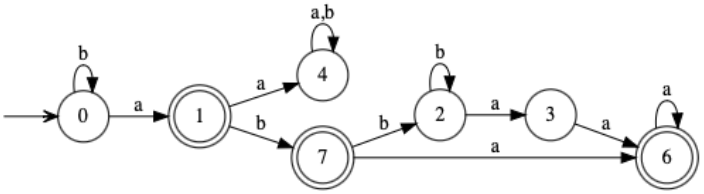
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+21/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e f

Question 3 : a b ■ d e f

Question 4 : ■ ■ c ■ e f g h i

Question 5 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 6 : ■ b c d e f

Question 7 : a b c ■ ■ f ■ ■ i j

Question 8 : a b c ■ e f

Question 9 : ■ b c d e

Question 10 : a b ■ d e f g h

Question 11 : a b c d e ■

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a b c d e f ■ h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab ■ *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [c] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [f] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [b] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 16 états c 8 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 6 états c 2 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états ■ 16 états c 32 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

c Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

f La longueur du mot vide est 1.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

b Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

d Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

e Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

g Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

j Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
■ la Figure 3-i- d la Figure 3-iv- e la Figure 3-ii-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 0 ☐ b 7 ☐ c 6 ☐ d 5 ☐ e 2 ☐ f 1 ■ 4 ☐ h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

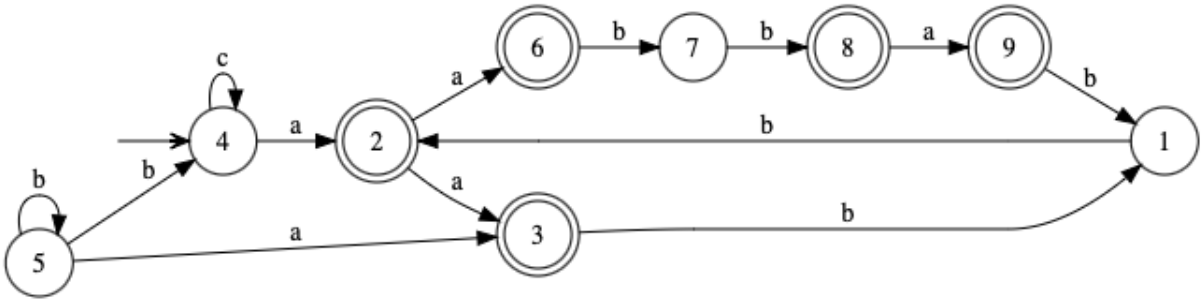
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

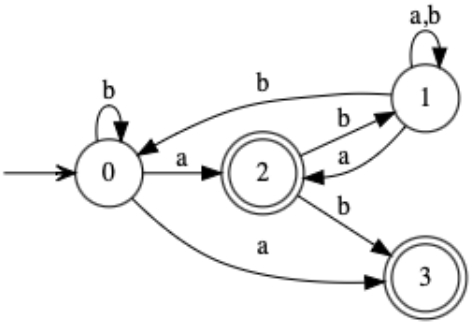
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

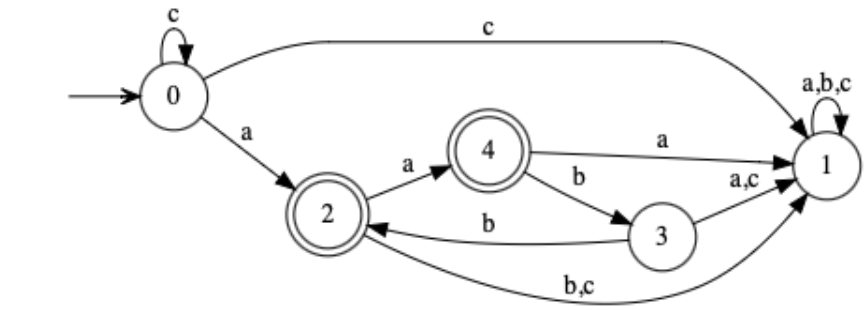


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

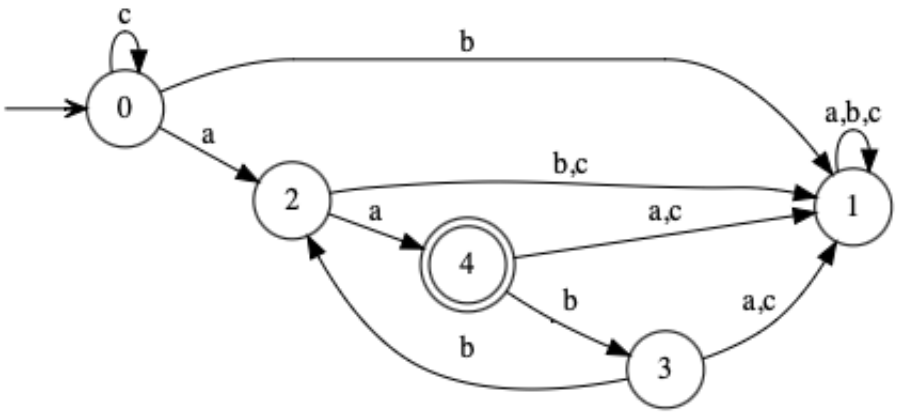


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

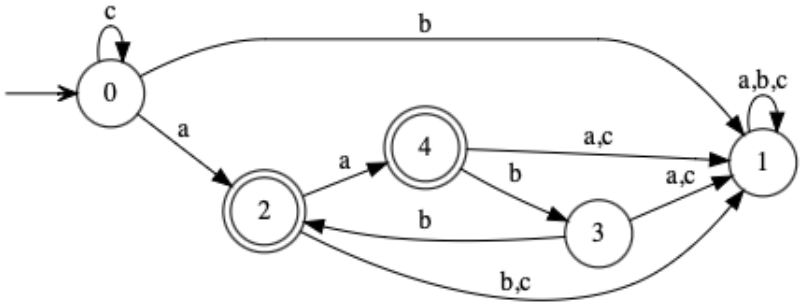
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



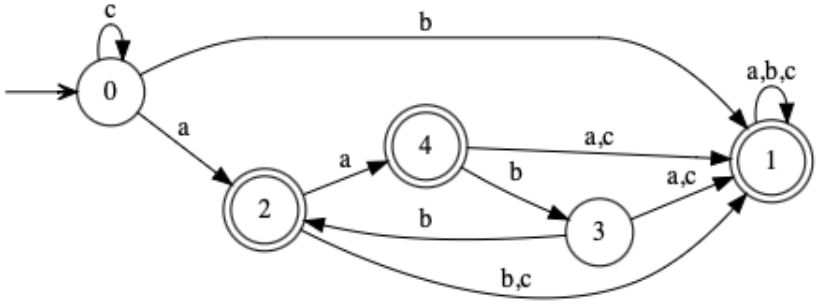
(-i-)



(-ii-)

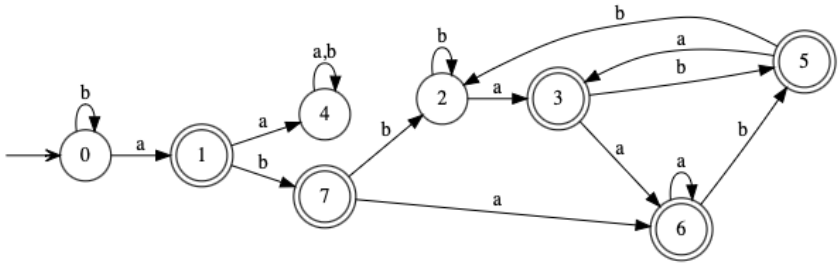


(-iii-)

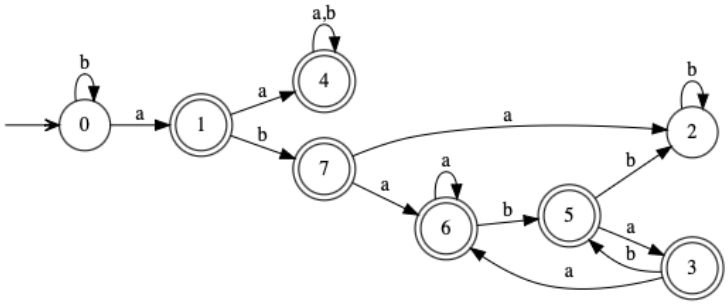


(-iv-)

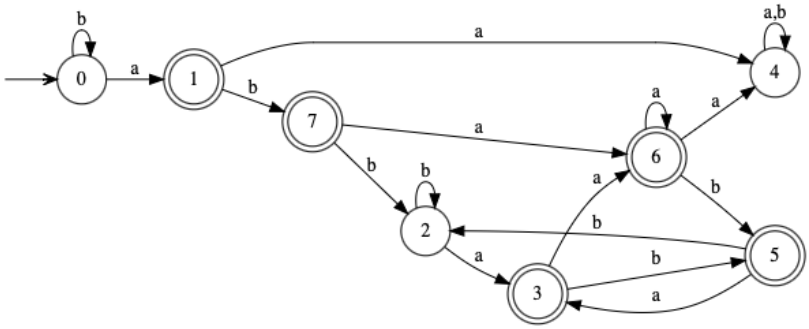
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



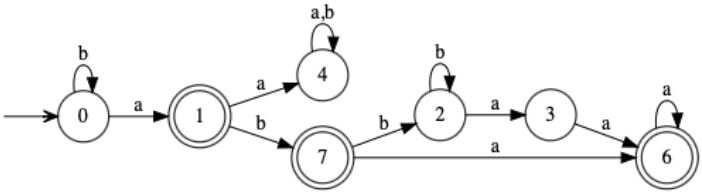
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+22/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [■] [c] [d] [■] [f] [■] [■] [i] [j]

Question 3 : [■] [b] [c] [d] [e] [f]

Question 4 : [a] [b] [c] [d] [e] [■]

Question 5 : [■] [b] [c] [d] [e] [f]

Question 6 : [a] [b] [c] [d] [■] [f] [g] [h]

Question 7 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 8 : [■] [b] [c] [d] [e] [f]

Question 9 : [■] [b] [c] [d] [e]

Question 10 : [a] [■] [c] [■] [e] [f] [■] [h] [i]

Question 11 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] [■] [l]

Question 12 : [a] [b] [■] [d] [e]

Question 13 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 14 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [■] [h]

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [c] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [d] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [e] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états ■ 4 états c 2 états d 6 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

d Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La longueur du mot vide est 0.

e La longueur du mot vide est 1.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

b Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

c Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

d Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

e Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

j Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 20 états c 16 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états ■ 16 états c 8 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe

■ la Figure 3-i- d la Figure 3-ii- e la Figure 3-iv-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 2 ■ 4 ☐ c 7 ☐ d 6 ☐ e 1 ☐ f 3 ☐ g 0 ☐ h 5

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

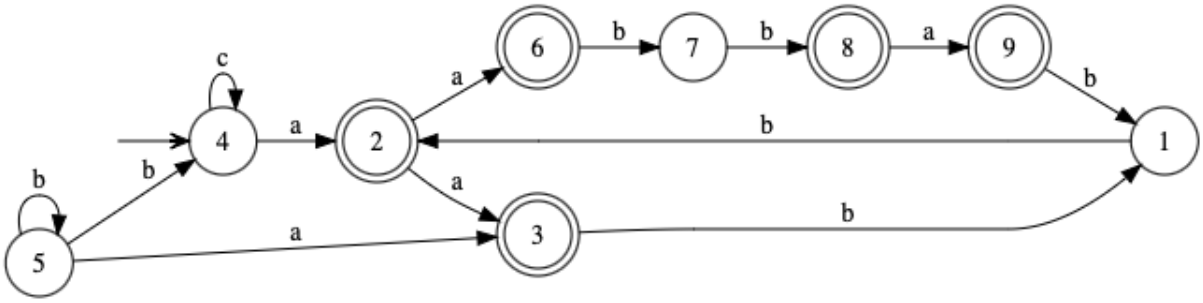
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

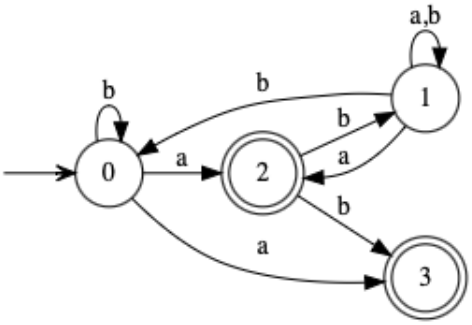
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

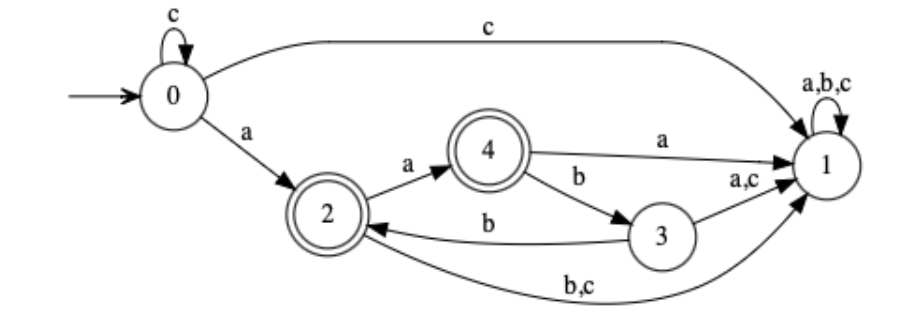


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

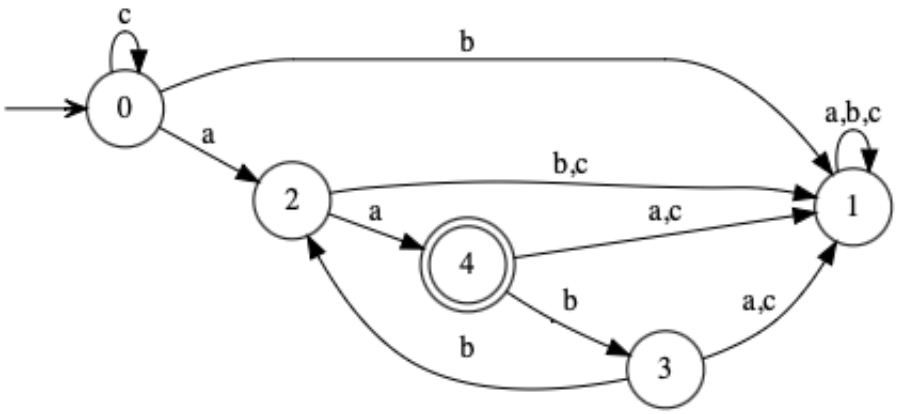


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

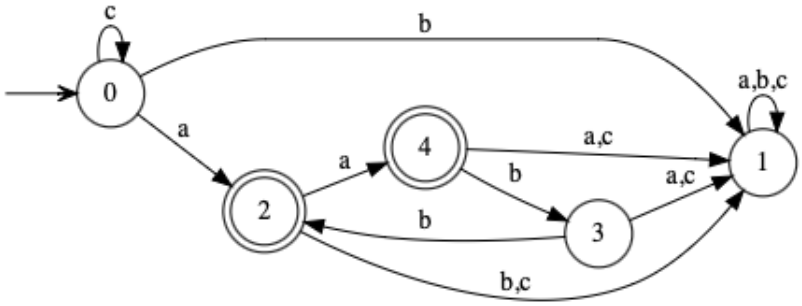
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



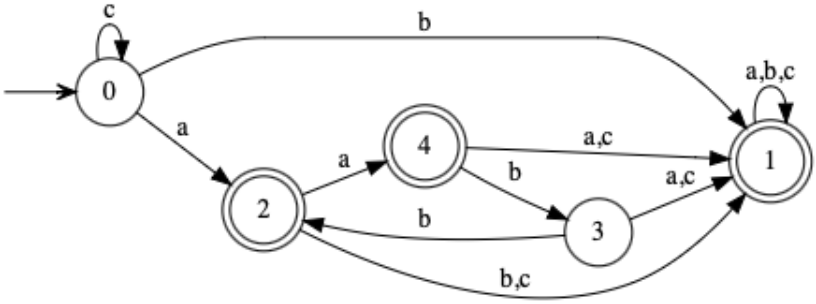
(-i-)



(-ii-)

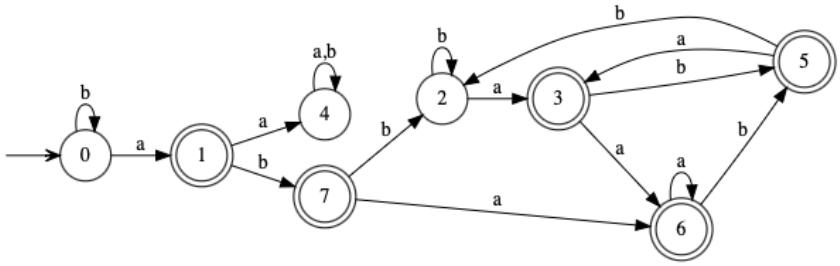


(-iii-)

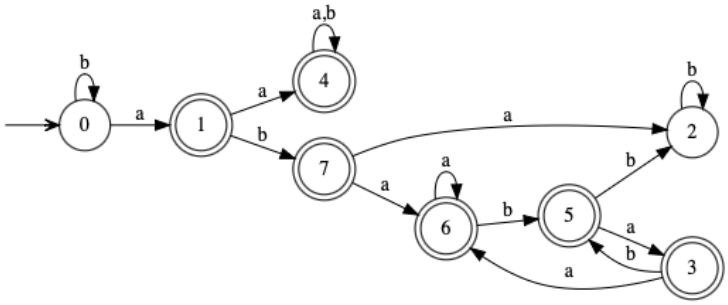


(-iv-)

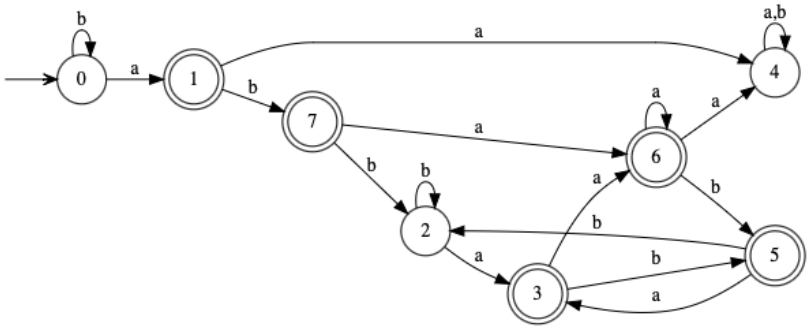
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



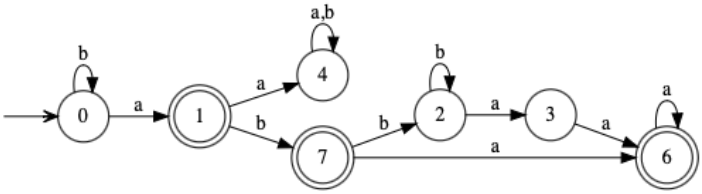
(-i-)



(-ii-)

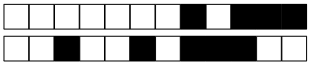


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+23/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a c d e

Question 3 : a c d e i j

Question 4 : a c d e f

Question 5 : a c d e f

Question 6 : a c e f h i

Question 7 : a b c d e f g h i j l

Question 8 : a c d e f

Question 9 : a b c d e

Question 10 : b c d e f g h

Question 11 : a c d e f

Question 12 : a c d e

Question 13 : a b d e f

Question 14 : a c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états ■ 4 états [c] 6 états [d] 2 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
[b] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[c] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[f] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
[g] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
[h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[i] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
[j] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

b Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

c Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

d Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

f Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

h Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

g La longueur du mot vide est 1.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 8 états c 16 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états b 20 états c 8 états ■ 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-ii-
c la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i- e la Figure 3-iii-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 2 b 0 c 1 d 6 e 5 f 7 g 3 ■ 4

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

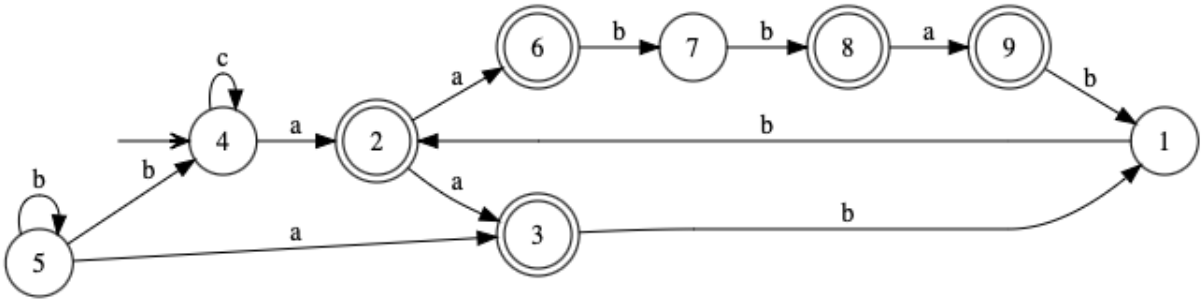
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

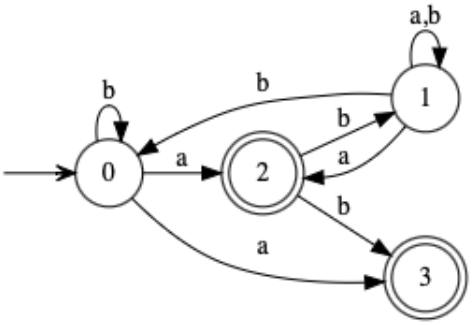
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

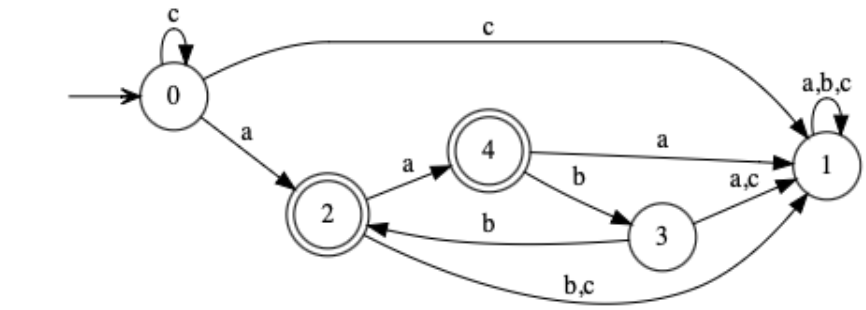


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

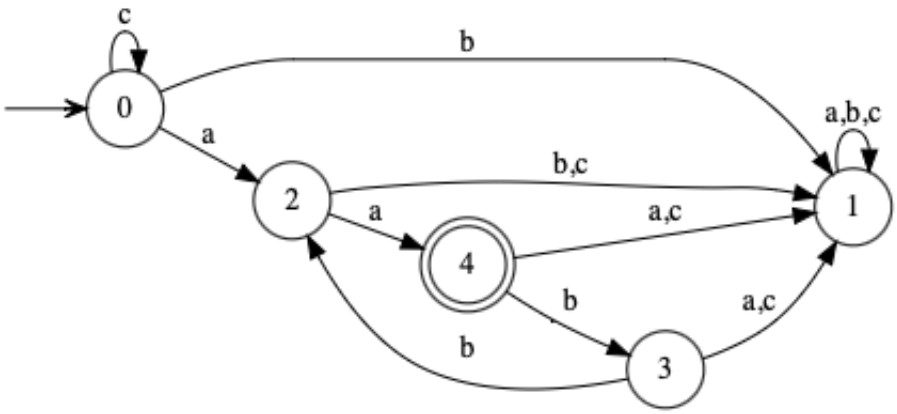


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

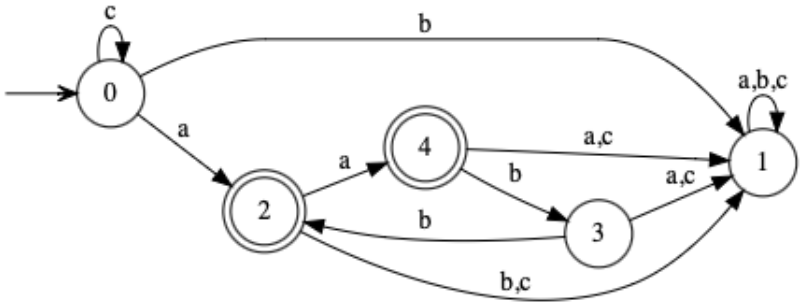
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



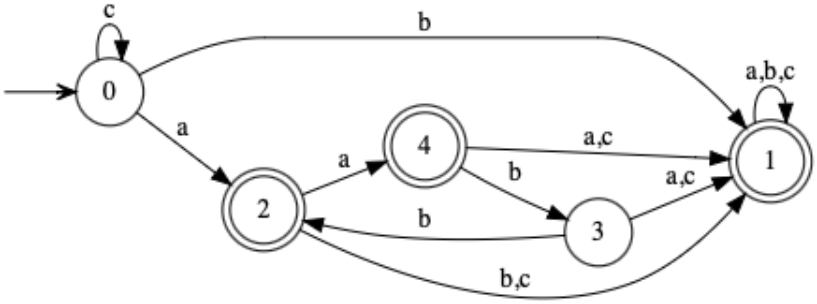
(-i-)



(-ii-)

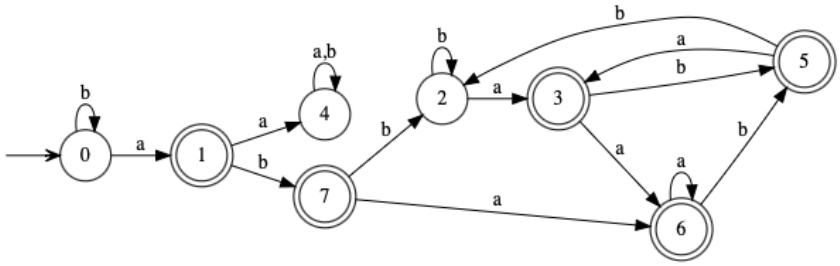


(-iii-)

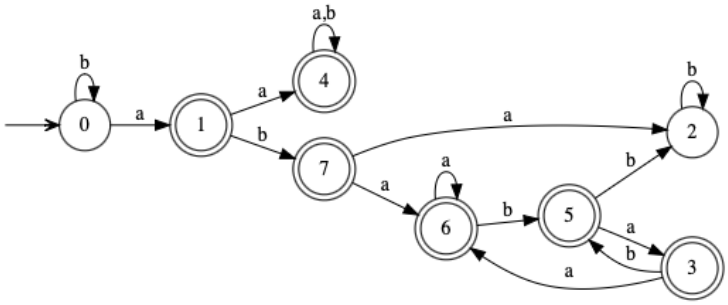


(-iv-)

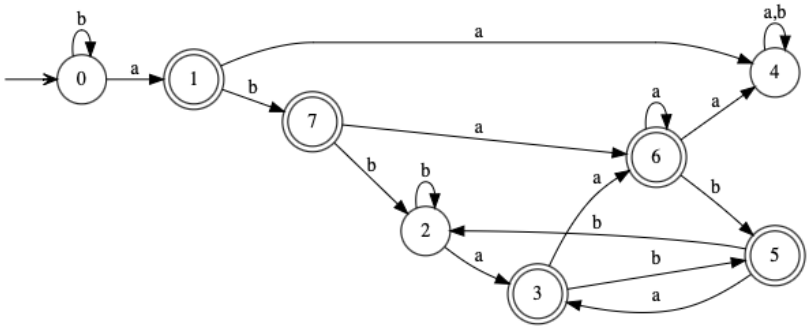
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



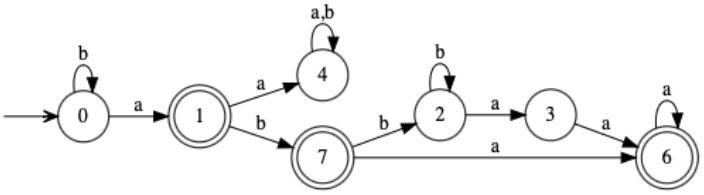
(-i-)



(-ii-)

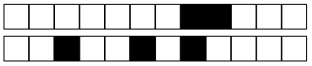


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+24/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 3 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] [■] [l]

Question 4 : [■] [b] [c] [d] [e] [f]

Question 5 : [a] [■] [c] [d] [e]

Question 6 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 7 : [a] [b] [■] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 8 : [■] [■] [c] [d] [■] [f] [■] [h] [i] [j]

Question 9 : [a] [■] [c] [■] [■] [f] [g] [h] [i]

Question 10 : [a] [b] [c] [d] [e] [■]

Question 11 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 12 : [■] [b] [c] [d] [e]

Question 13 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 14 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [■]

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [f] La longueur du mot vide est 1.
- [g] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [b] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [d] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [e] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [f] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [g] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [i] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [j] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 6 états [b] 2 états [■] 4 états [d] 8 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 8 états [■] 16 états [d] 32 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
b Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
c Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
f Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 8 états b 32 états c 16 états d 20 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-iv-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
c la Figure 3-iv- d la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 2 ☐ b 7 ☐ c 0 ☐ d 3 ☐ e 1 ☐ f 6 ☐ g 5 ■ 4

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

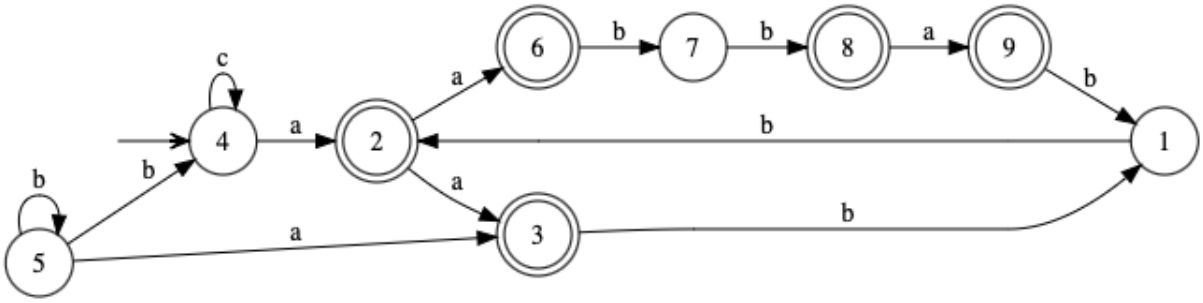
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

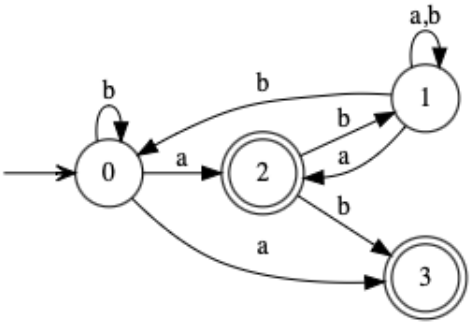
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

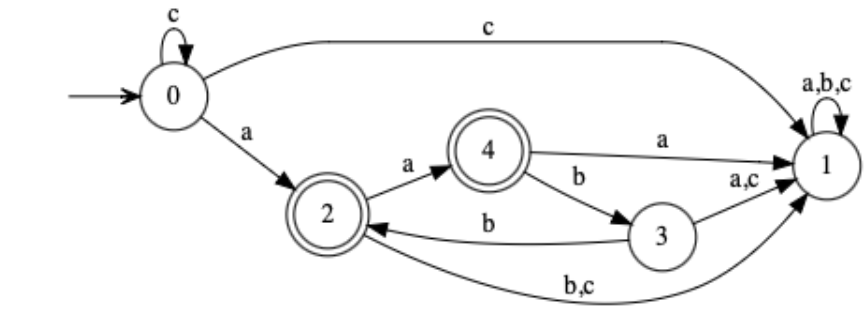


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

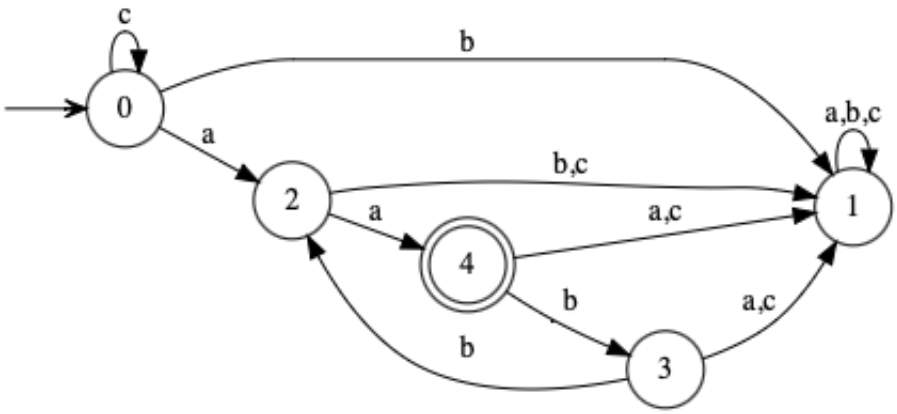


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

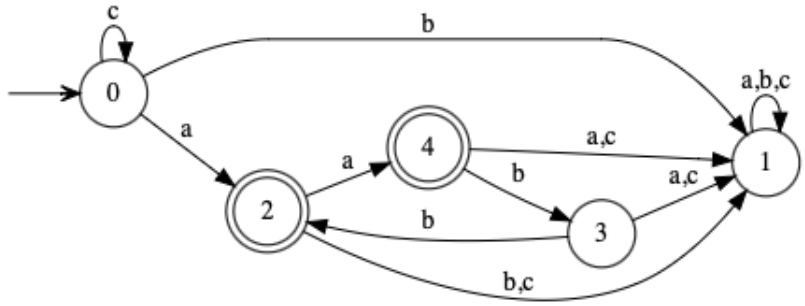
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



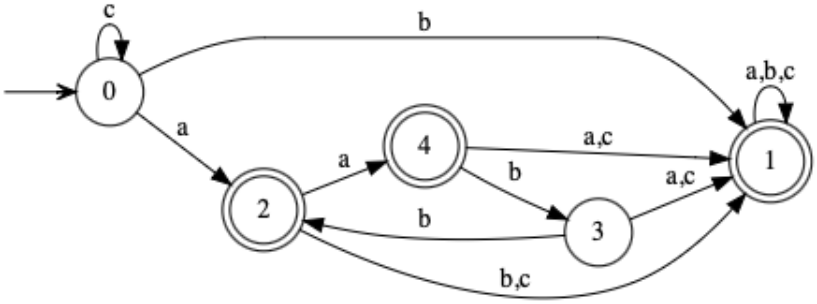
(-i-)



(-ii-)

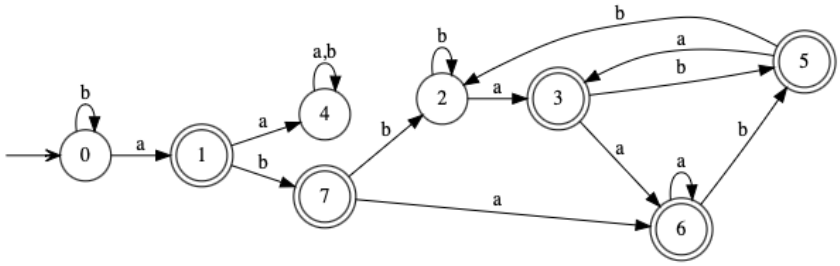


(-iii-)

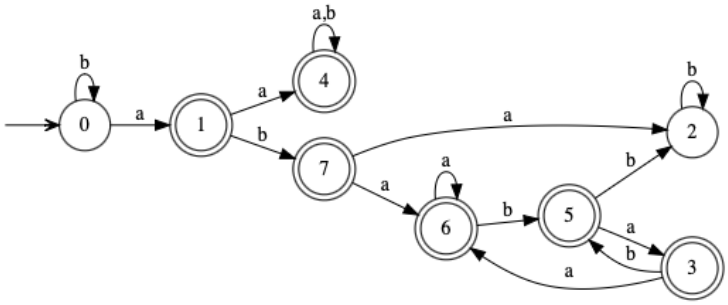


(-iv-)

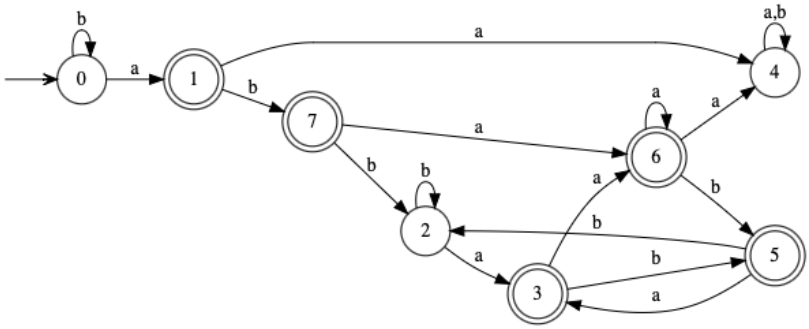
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



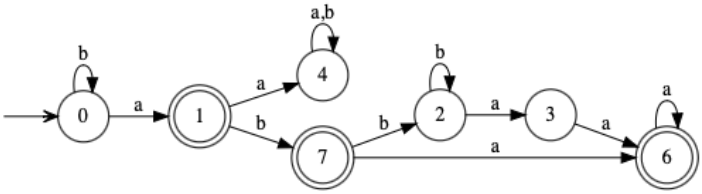
(-i-)



(-ii-)

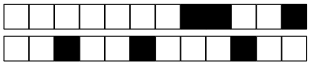


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+25/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f

Question 3 : a ■ ■ d ■ f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 5 : a b ■ d e f

Question 6 : a b ■ d e f

Question 7 : a b ■ d e f

Question 8 : a b ■ d e

Question 9 : ■ b c d e f g h

Question 10 : a b c ■ ■ f ■ ■ i j

Question 11 : a b c d e ■

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d e f g ■

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 2 états [b] 6 états [c] 8 états [■] 4 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[b] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[c] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

[b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[b] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

[c] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[d] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

[e] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

[f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[h] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

[j] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 7 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

[b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

[c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 32 états [c] 8 états [d] 20 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

[c] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

[d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

[g] La longueur du mot vide est 1.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 8 états ■ 16 états [d] 20 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

[c] la Figure 2-ii-. [d] la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- [b] la Figure 3-iii-

[c] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [d] la Figure 3-ii-

[e] la Figure 3-iv- [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 5 c 2 d 3 e 7 f 0 g 1 h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

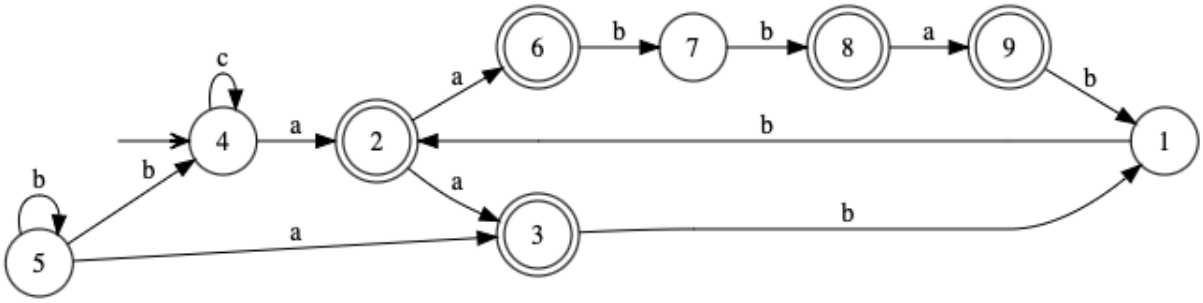
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

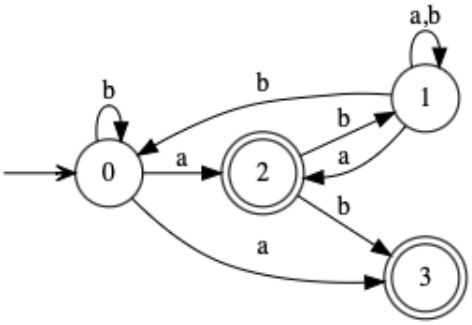
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

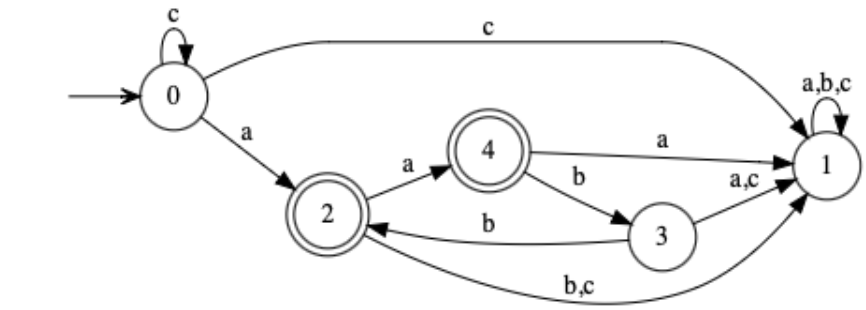


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

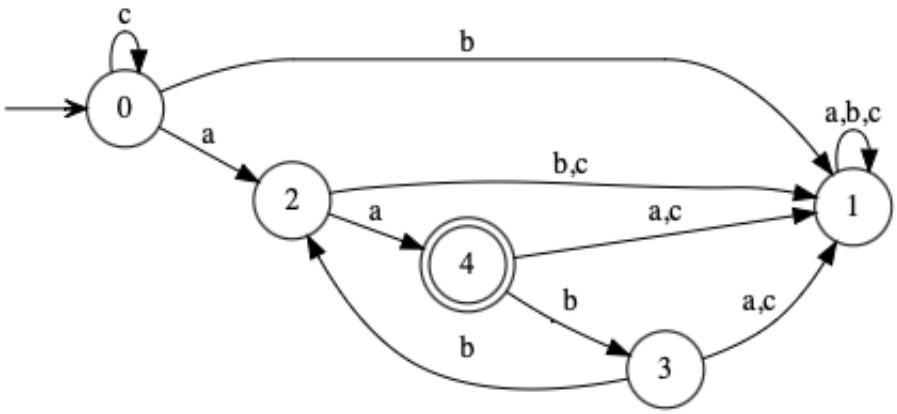


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

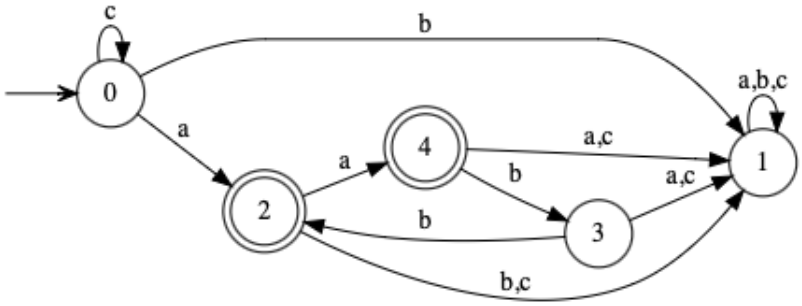
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



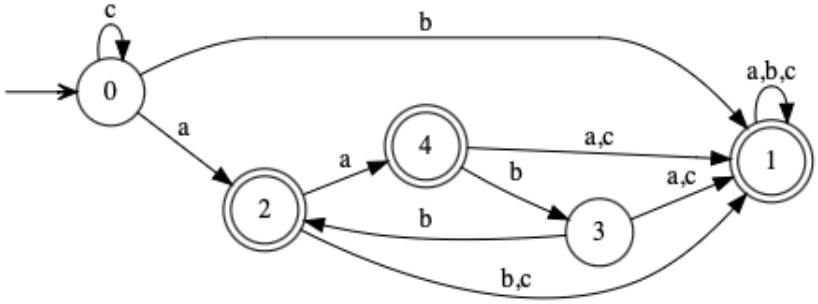
(-i-)



(-ii-)

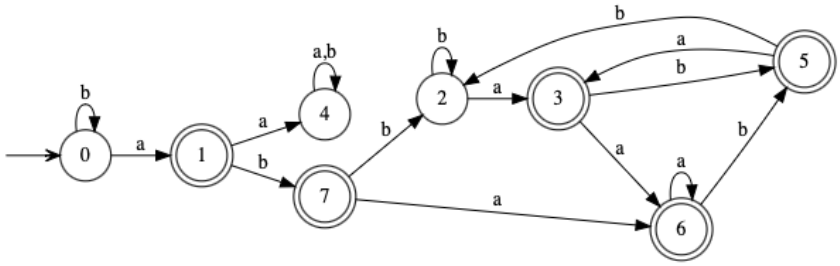


(-iii-)

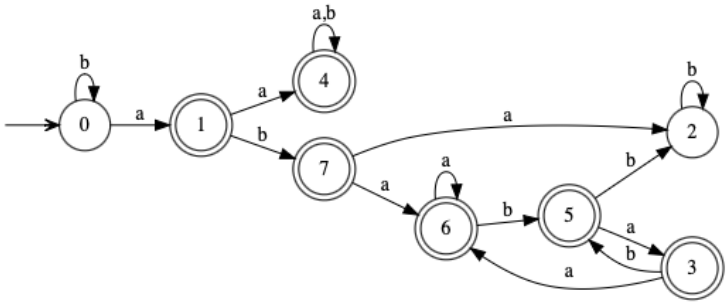


(-iv-)

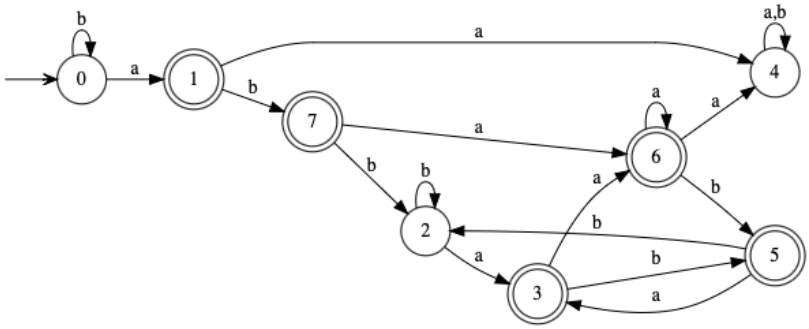
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



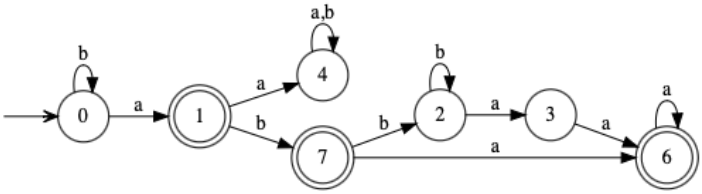
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+26/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c ■ e f

Question 3 : a b c d e ■ g h

Question 4 : a b c d ■ ■ ■ ■ i j

Question 5 : a b ■ d e

Question 6 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 7 : a b c ■ e f

Question 8 : a b ■ d e f

Question 9 : a b c d e ■

Question 10 : a ■ c d ■ ■ g h i

Question 11 : a b ■ d e f

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états b 8 états c 6 états ■ 4 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 8 états c 20 états d 32 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
c Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [b] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [d] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [e] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [g] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [h] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [i] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [j] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [b] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [f] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 8 états ■ 16 états d 32 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
■ La longueur du mot vide est 0.
d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
e La longueur du mot vide est 1.
f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
b Les langages dénotés par A et B sont identiques.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- b la Figure 3-ii- c la Figure 3-iii-
d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 3 ☐ b 1 ☐ c 2 ☐ d 5 ☐ e 7 ☐ f 6 ■ 4 ☐ h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

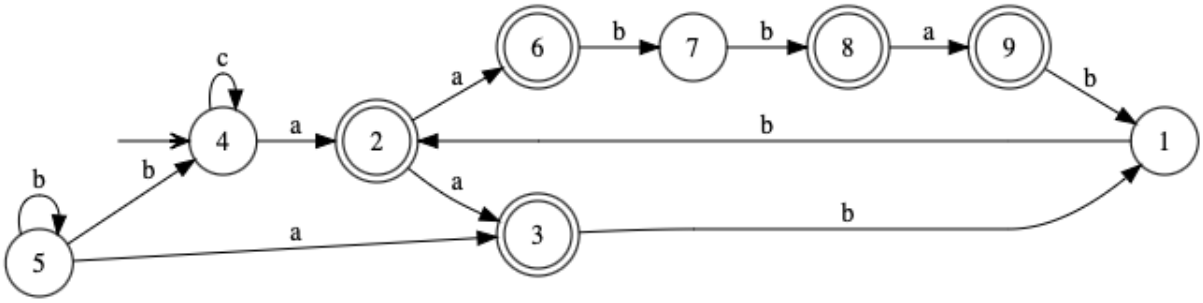
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

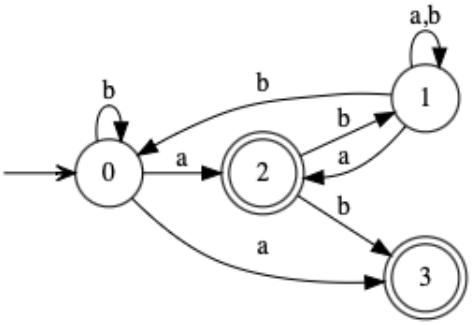
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

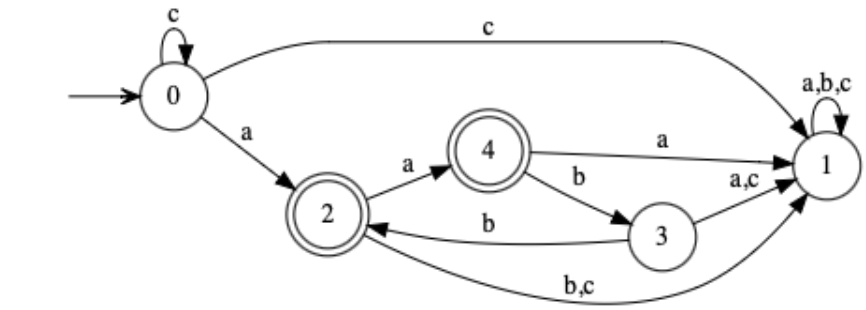


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

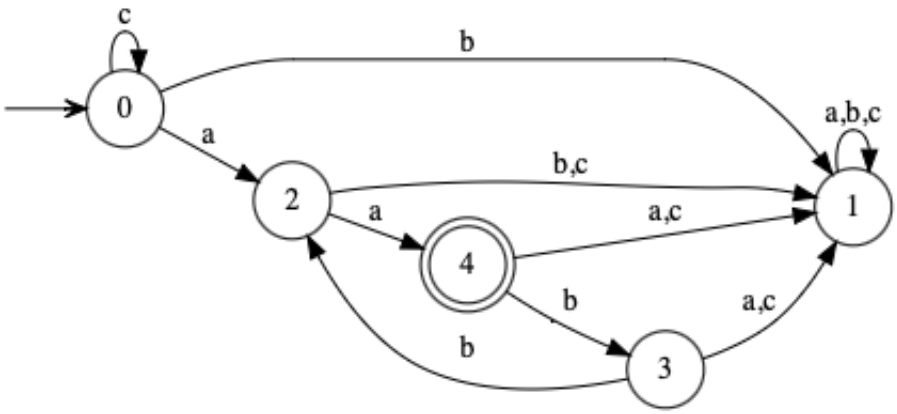


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

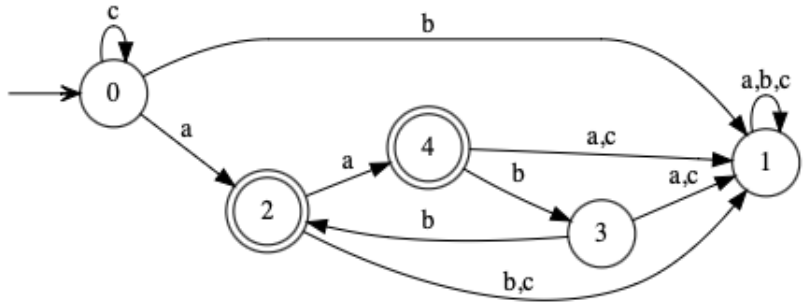
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



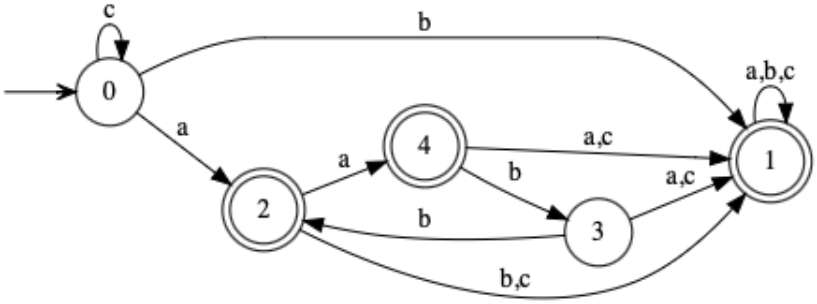
(-i-)



(-ii-)

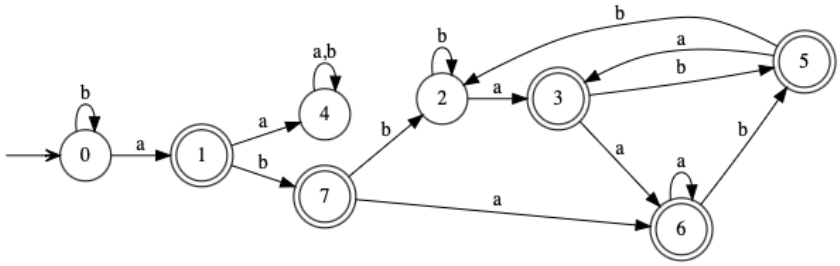


(-iii-)

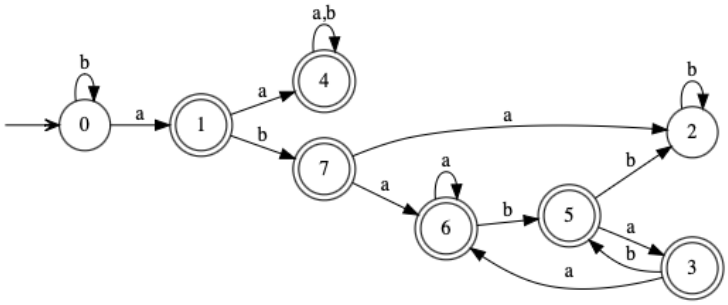


(-iv-)

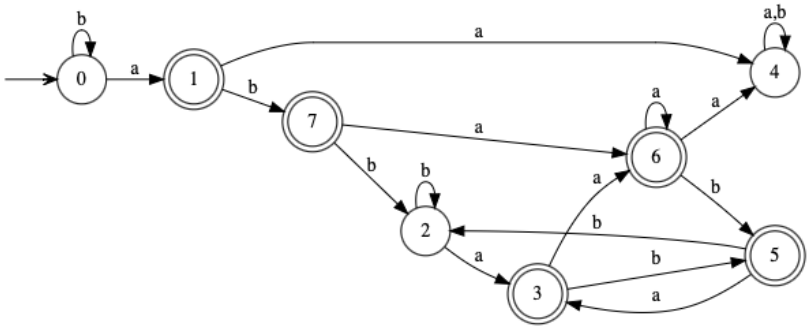
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



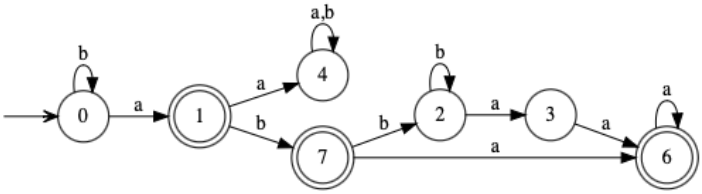
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+27/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c ■ e f

Question 3 : a b c d e ■

Question 4 : a b c ■ e f

Question 5 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 6 : a b ■ d ■ f ■ ■ i j

Question 7 : ■ b c d e

Question 8 : a b ■ d e f

Question 9 : a ■ ■ d e f ■ h i

Question 10 : a b ■ d e f

Question 11 : a ■ c d e f g h

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d e f ■ h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal

équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 32 états c 20 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
c Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
d Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
f Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
h Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
d Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
e Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
g Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
h Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
j Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La longueur du mot vide est 1.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

[e] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

[f] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

[g] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états [b] 2 états [c] 6 états [d] 8 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

[d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 8 états [c] 32 états [d] 16 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-iv-. [b] la Figure 2-i-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i- [c] la Figure 3-ii- [d] la Figure 3-iv-
[e] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 5 ☐ b 3 ☐ c 0 ☐ d 1 ■ 4 ☐ f 7 ☐ g 2 ☐ h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

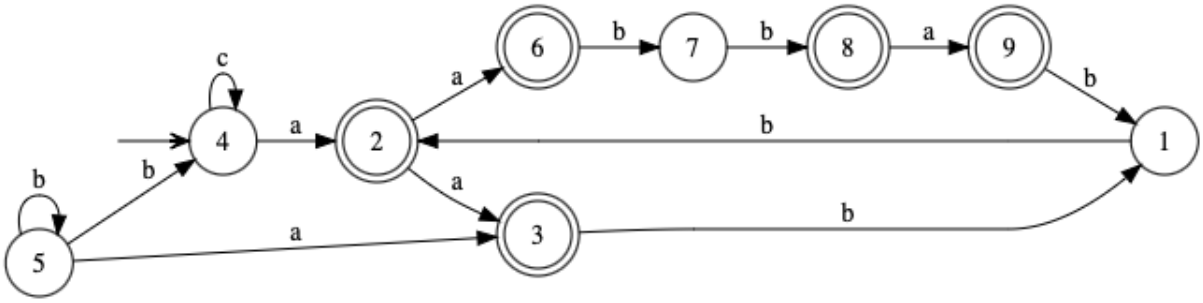
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

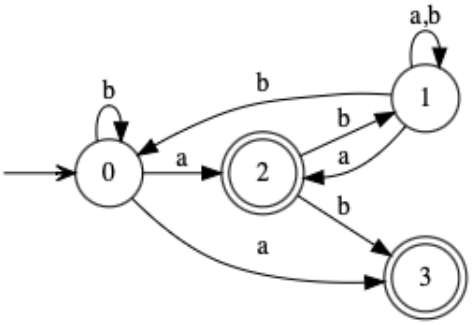
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

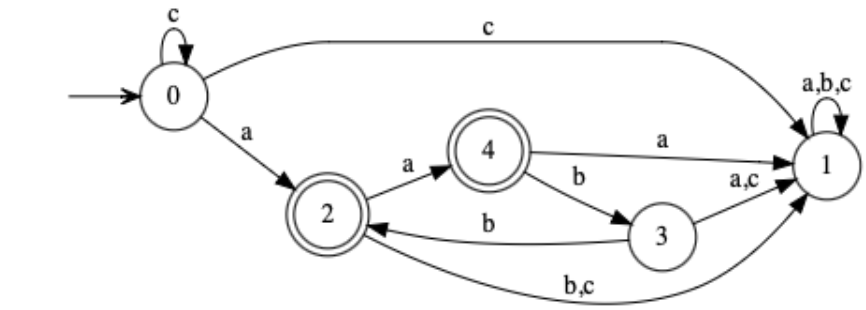


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

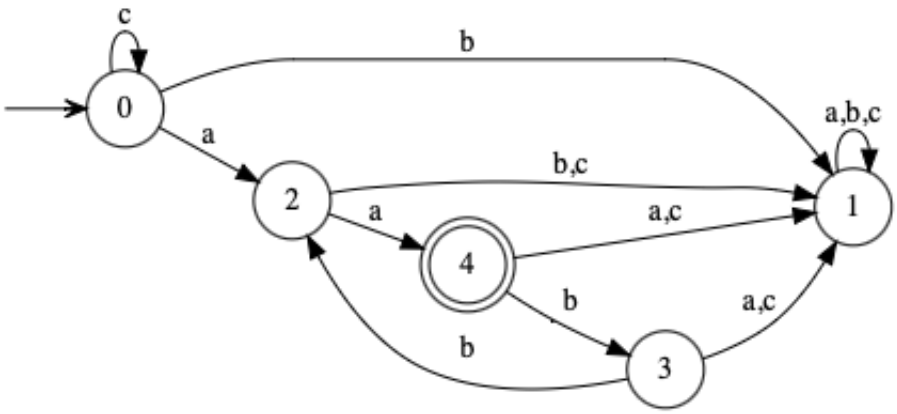


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

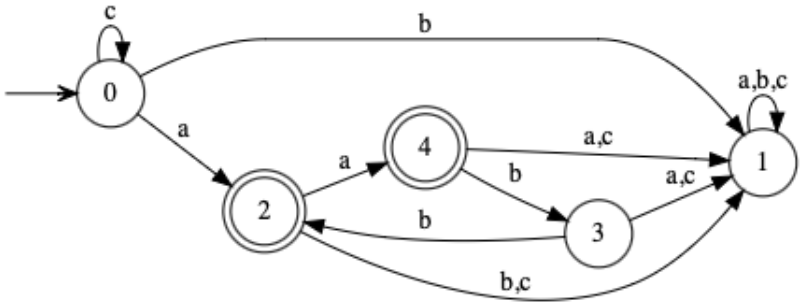
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



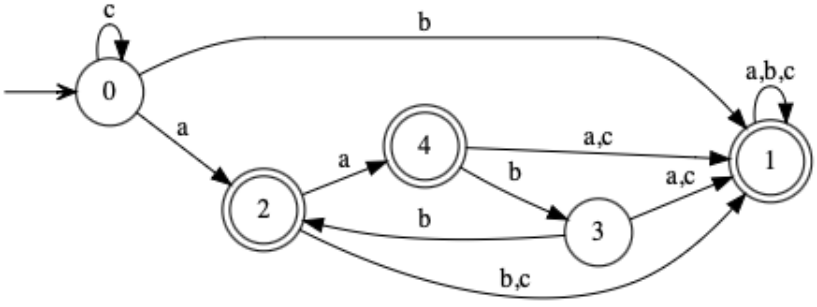
(-i-)



(-ii-)

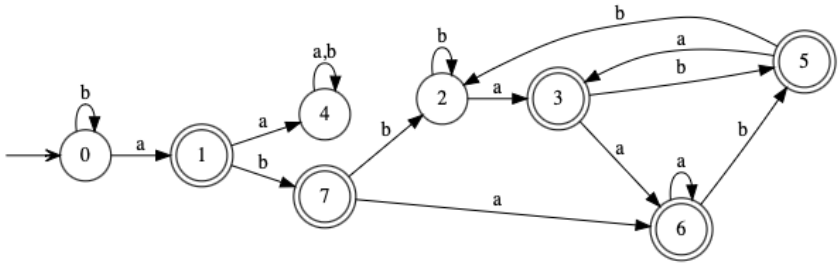


(-iii-)

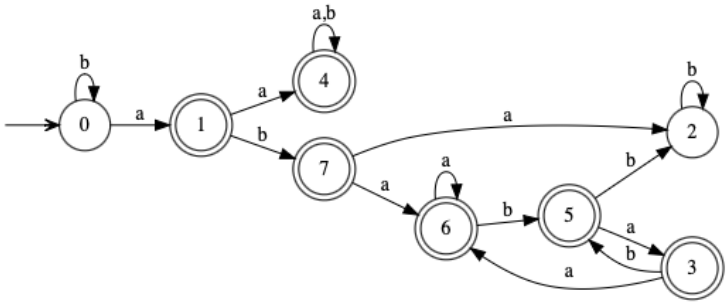


(-iv-)

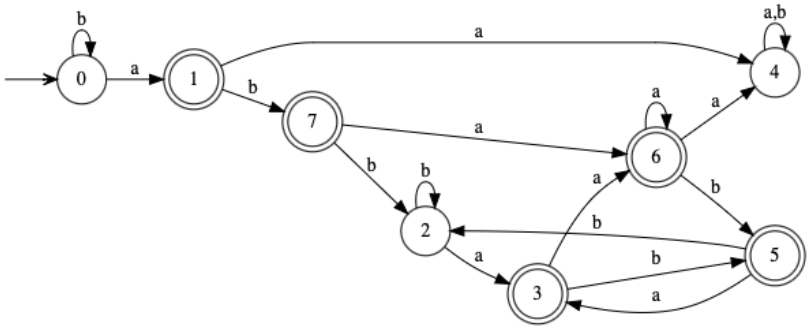
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



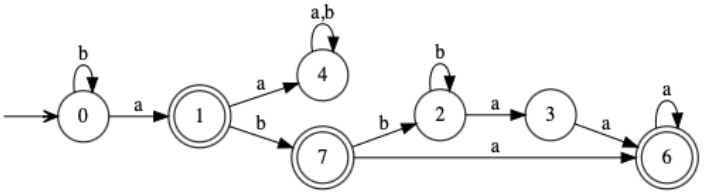
(-i-)



(-ii-)

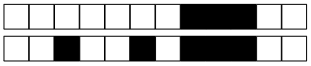


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+28/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e f

Question 3 : a b ■ d e

Question 4 : ■ b c d e f

Question 5 : ■ ■ c d ■ f ■ h i j

Question 6 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 7 : a b ■ d e f g h

Question 8 : a ■ ■ ■ e f g h i

Question 9 : ■ b c d e f

Question 10 : a ■ c d e f

Question 11 : a b c d e ■

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [b] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [c] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [e] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [f] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 8 états b 20 états c 16 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

c Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

d Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

e Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

g Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La longueur du mot vide est 0.

b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

c La longueur du mot vide est 1.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

e Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états b 8 états ■ 4 états d 2 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
b Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
c Les langages dénotés par A et B sont identiques.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
b Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
d Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 32 états c 20 états ■ 16 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- b la Figure 3-iii-
c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-
e la Figure 3-iv- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 0 ■ 4 c 5 d 3 e 1 f 2 g 7 h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

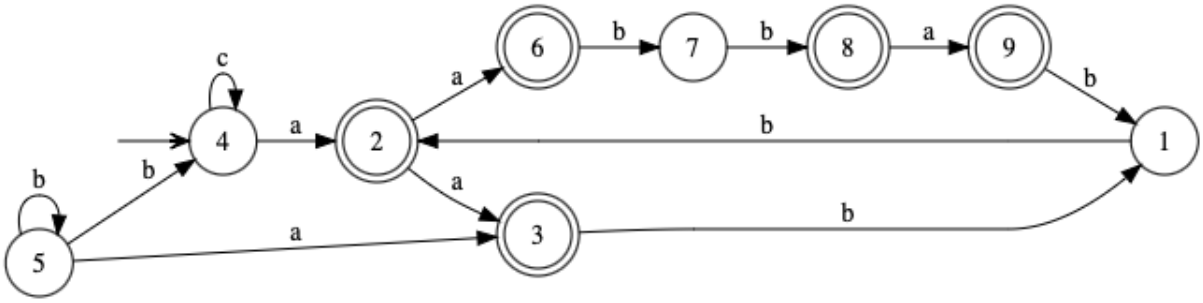
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

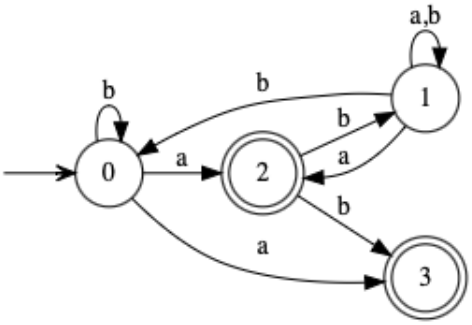
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

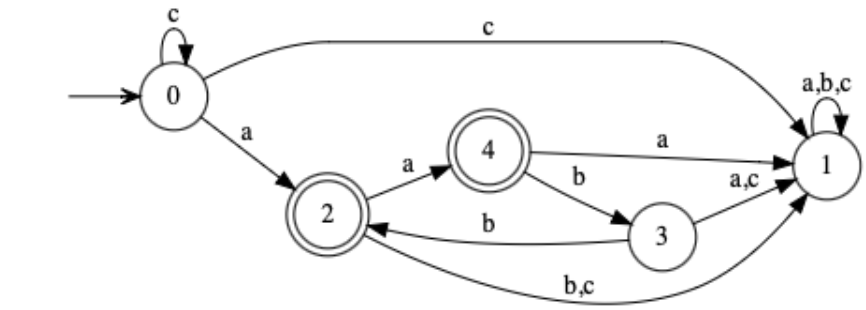


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

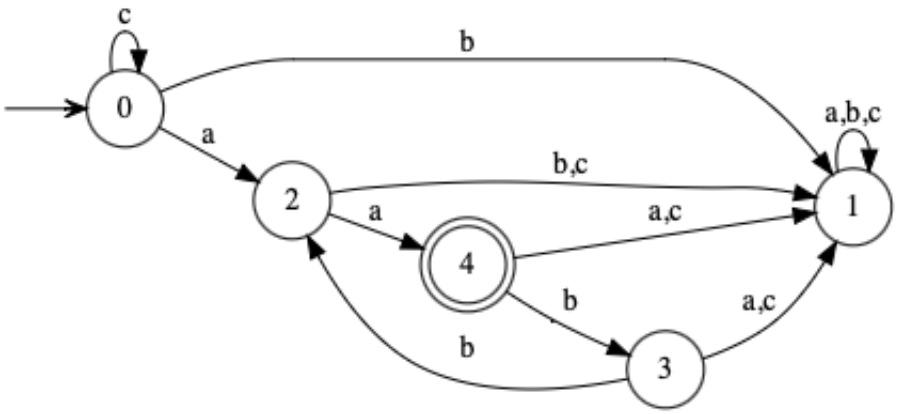


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

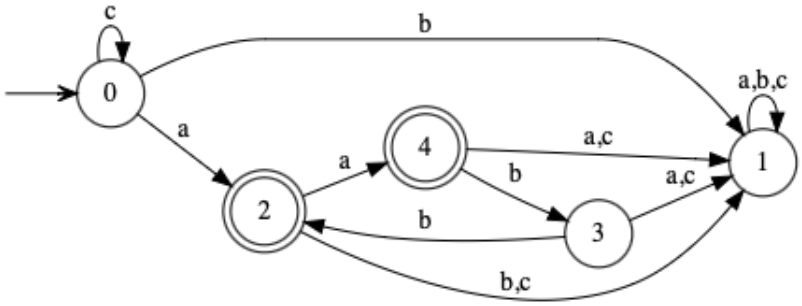
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



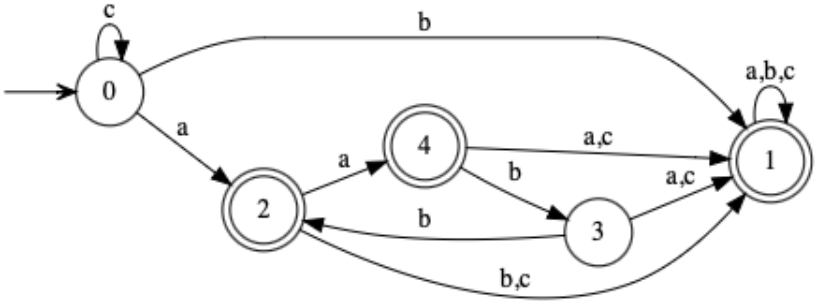
(-i-)



(-ii-)

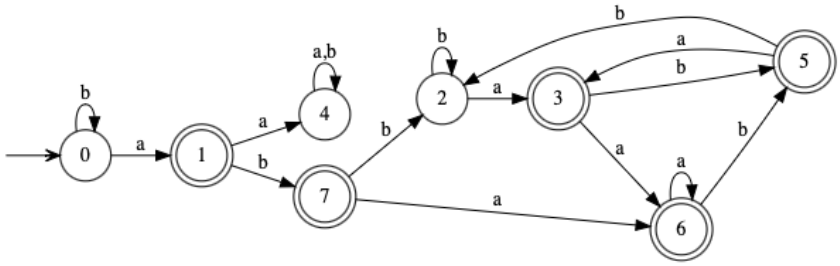


(-iii-)

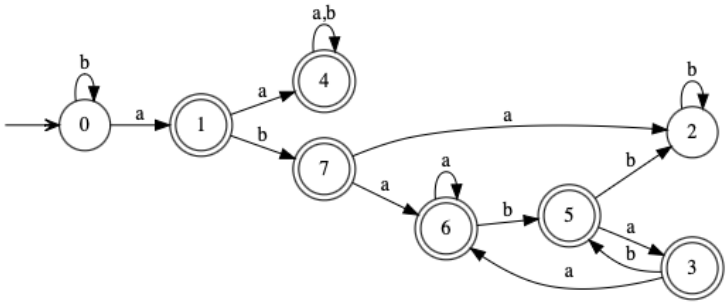


(-iv-)

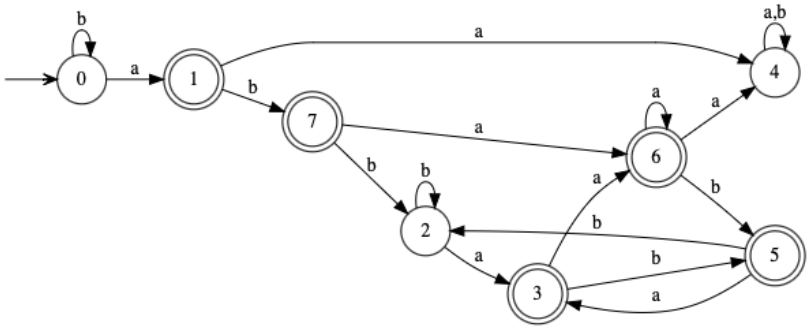
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



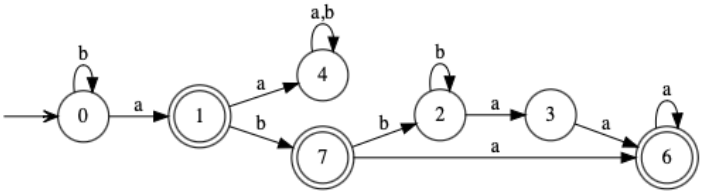
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+29/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c ■ e f ■ ■ i j

Question 3 : a b ■ d e

Question 4 : a b c d e ■

Question 5 : a b c ■ e f g h

Question 6 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 7 : ■ b c ■ e f ■ h i

Question 8 : a b ■ d e f

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : ■ b c d e f

Question 11 : a b c ■ e f

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a ■ c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [b] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [c] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [d] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [g] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [i] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [j] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 16 états [c] 32 états [d] 20 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

☐ a 8 états ☐ b 32 états ■ 16 états ☐ d 20 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
☐ f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
☐ b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
☐ c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
☐ d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
☐ f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

☐ a Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
☐ d Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
☐ e Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
☐ f Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
☐ j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

☐ a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ☐ b $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
☐ d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. ☐ e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ☐ f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
☐ g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
☐ h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

☐ a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
■ La longueur du mot vide est 0.
☐ c Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
☐ d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

e La longueur du mot vide est 1.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

b Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont identiques.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états ■ 4 états c 8 états d 2 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i- d la Figure 3-iv-

e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 5 ■ 4 ☐ c 1 ☐ d 2 ☐ e 3 ☐ f 0 ☐ g 6 ☐ h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

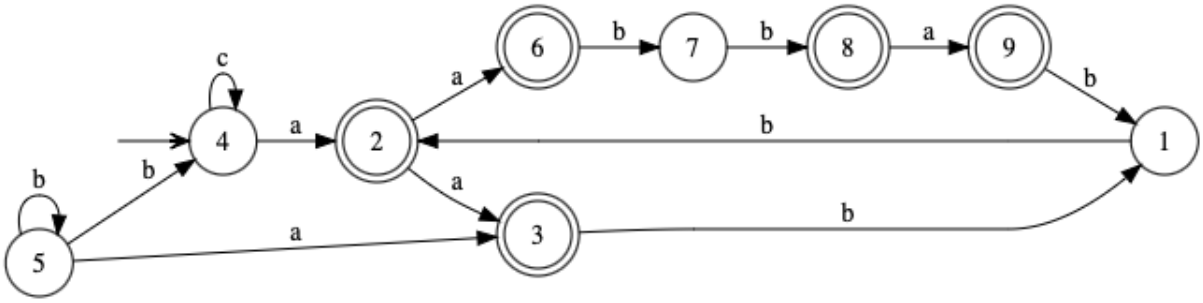
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

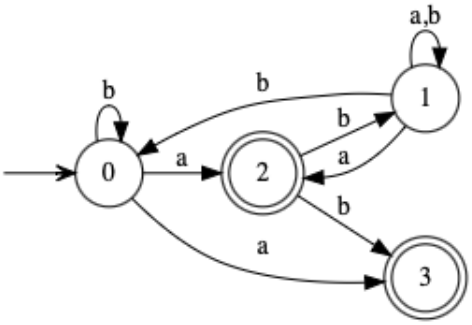
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

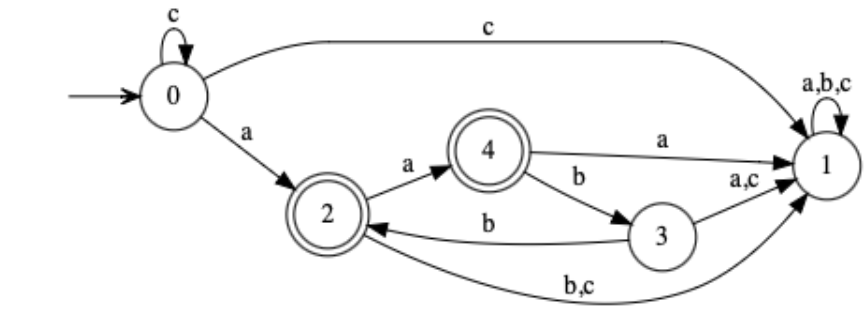


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

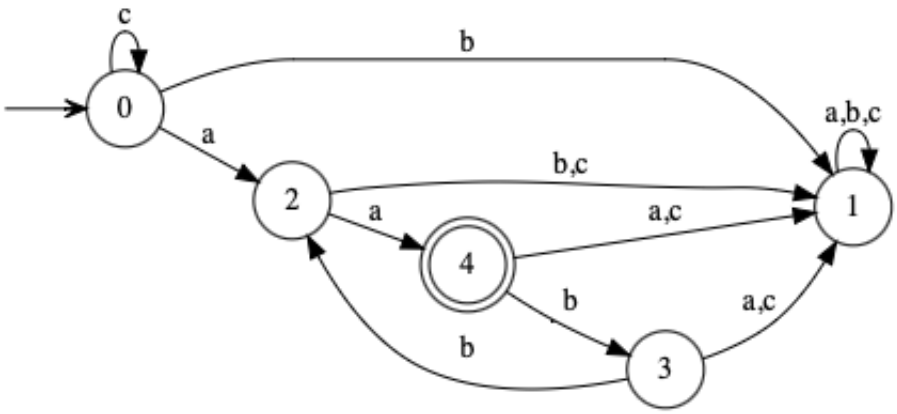


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

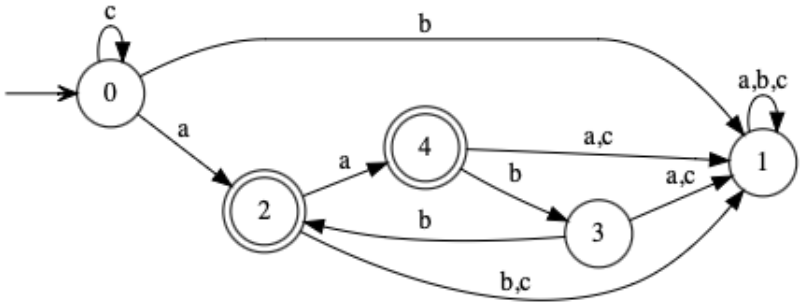
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



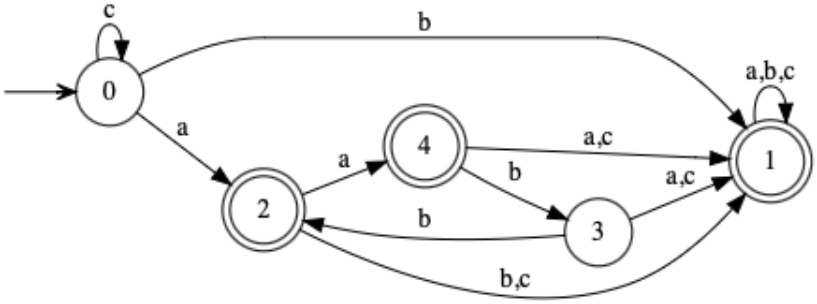
(-i-)



(-ii-)

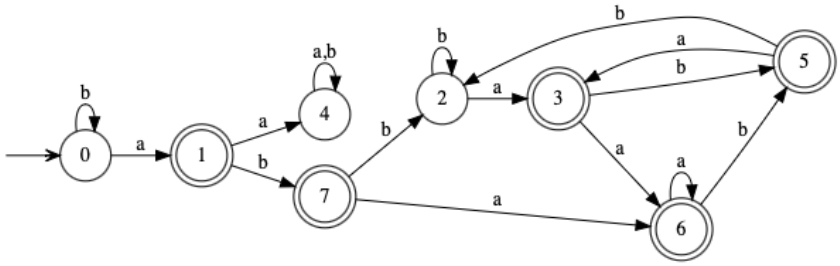


(-iii-)

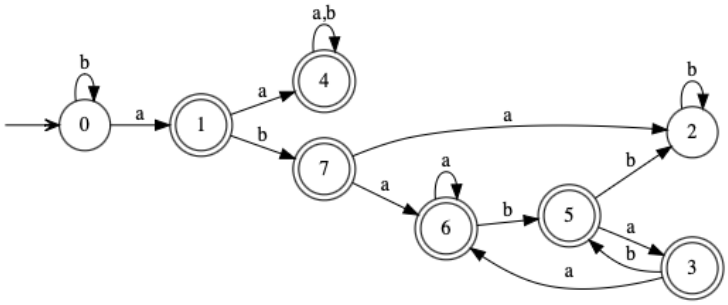


(-iv-)

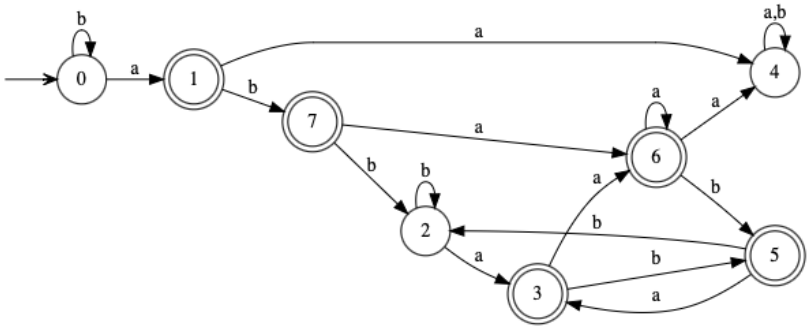
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



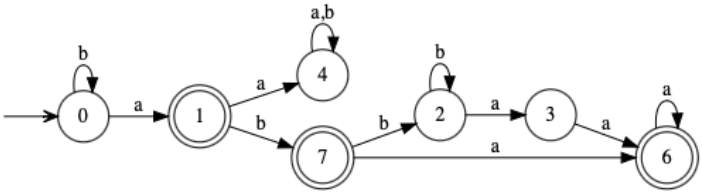
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+30/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 3 : a b c d e ■

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : ■ b c d e f

Question 6 : a ■ ■ d e f ■ ■ i j

Question 7 : a b ■ d e f g h

Question 8 : a ■ c d e ■ ■ h i

Question 9 : ■ b c d e f

Question 10 : a ■ c d e f

Question 11 : ■ b c d e

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a ■ c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [b] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [d] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [e] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [f] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [g] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [i] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [b] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 8 états c 6 états d 2 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 8 états ■ 16 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

b Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

f Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

g Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

h Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La longueur du mot vide est 1.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

[d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

[e] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

[g] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 20 états [c] 32 états [d] 16 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

[b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-i-. [b] la Figure 2-iv-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

■ la Figure 2-iii-. [d] la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i- [c] la Figure 3-iii-

[d] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [e] la Figure 3-ii-

[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 1 ☐ b 5 ☐ c 3 ☐ d 2 ☐ e 0 ■ 4 ☐ g 6 ☐ h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

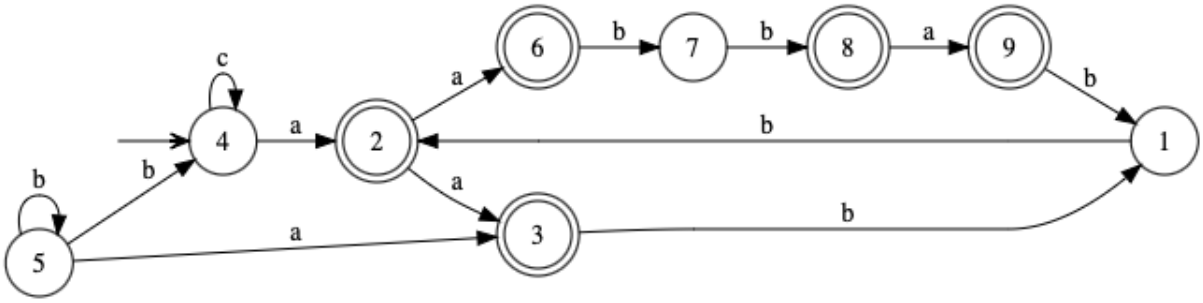
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

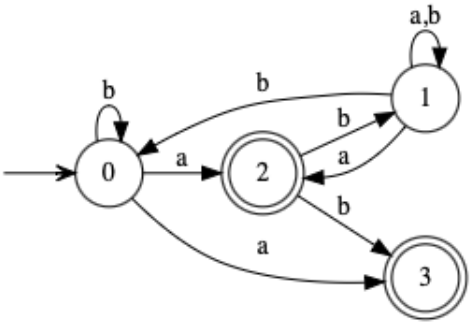
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

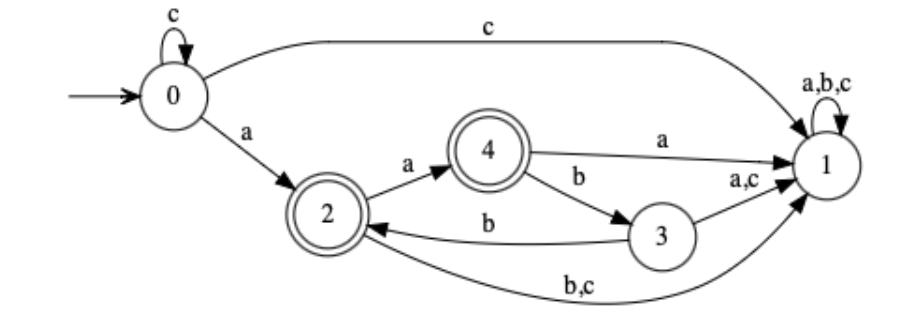


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

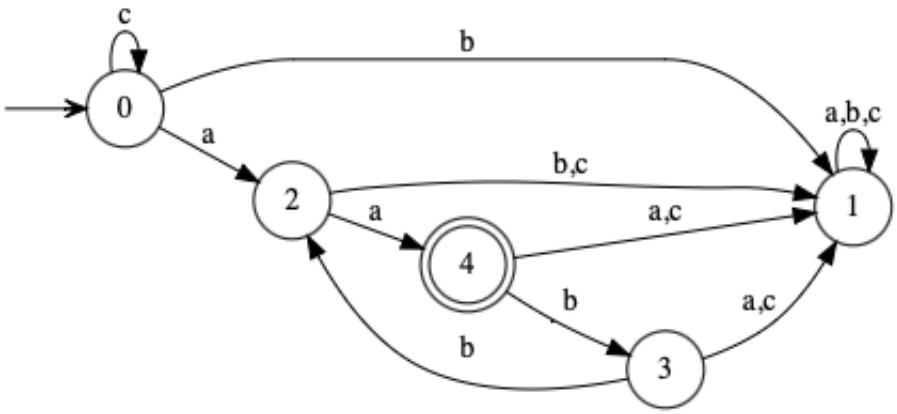


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

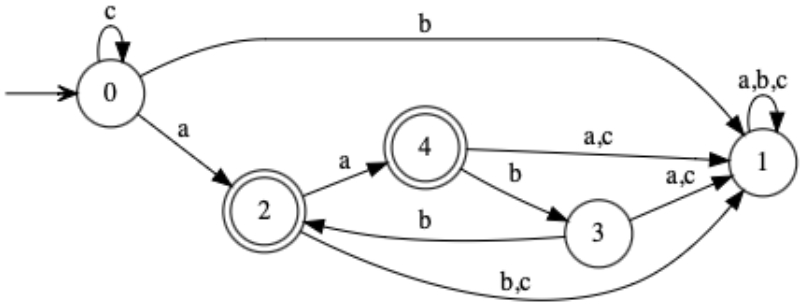
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



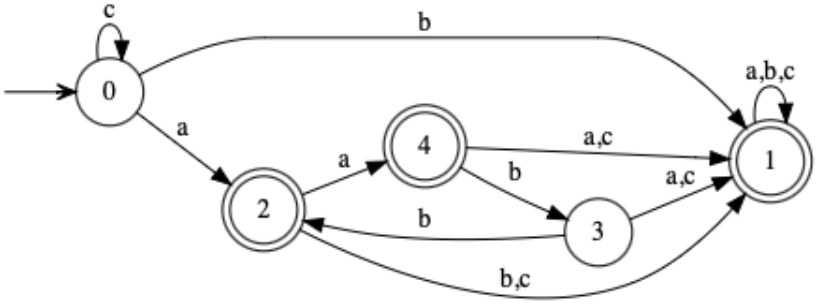
(-i-)



(-ii-)

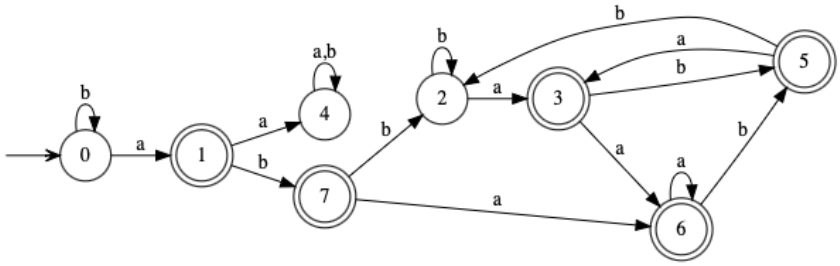


(-iii-)

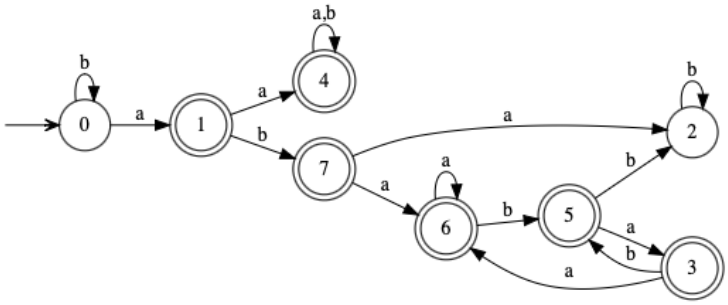


(-iv-)

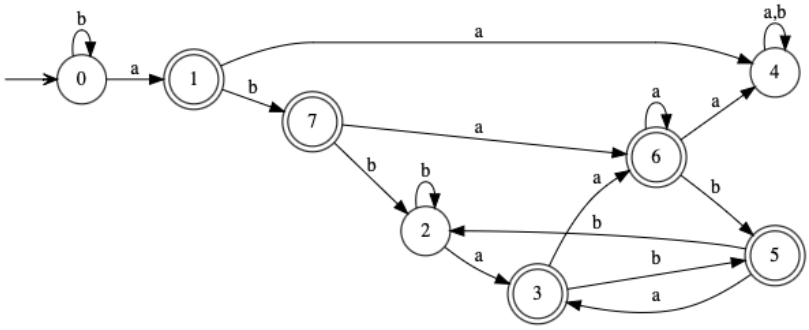
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



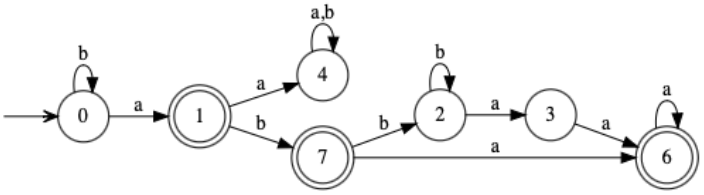
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+31/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 3 : a b c ■ e f

Question 4 : a b ■ d e

Question 5 : ■ b c d e f

Question 6 : a b ■ d e f

Question 7 : ■ b ■ ■ ■ f g h i j

Question 8 : a ■ ■ d e ■ g h i

Question 9 : a b c d e ■

Question 10 : a b ■ d e f

Question 11 : ■ b c d e f g h

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c d e ■ g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [e] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [f] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

h Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 4 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La longueur du mot vide est 1.

b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

c Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 7 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont identiques.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états b 8 états c 6 états ■ 4 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 32 états c 20 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
b Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
d Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
e Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
f Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
g Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
j Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 32 états c 20 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-iv-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i- c la Figure 3-iv-
d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe e la Figure 3-iii-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 3 ☐ b 5 ☐ c 7 ☐ d 6 ☐ e 2 ■ 4 ☐ g 1 ☐ h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

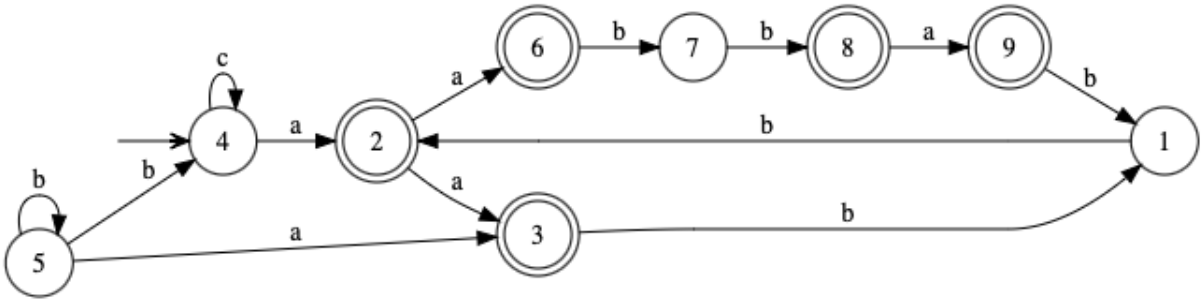
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

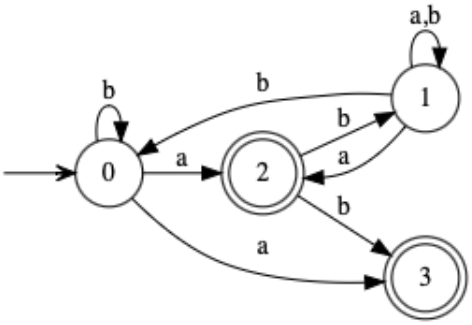
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

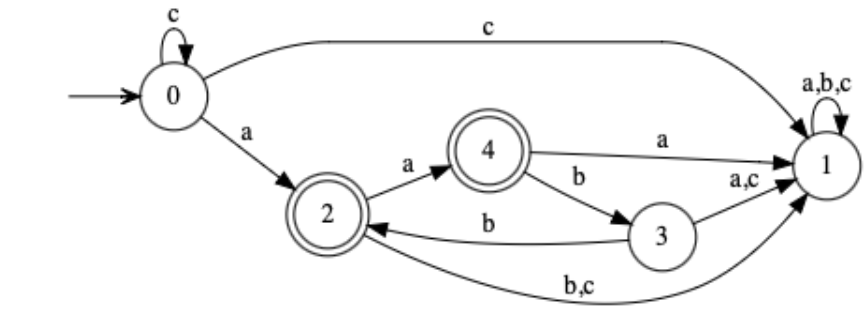


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

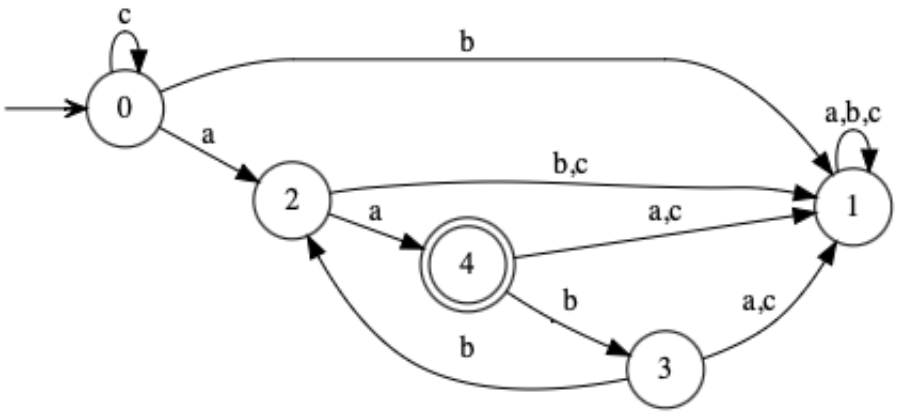


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

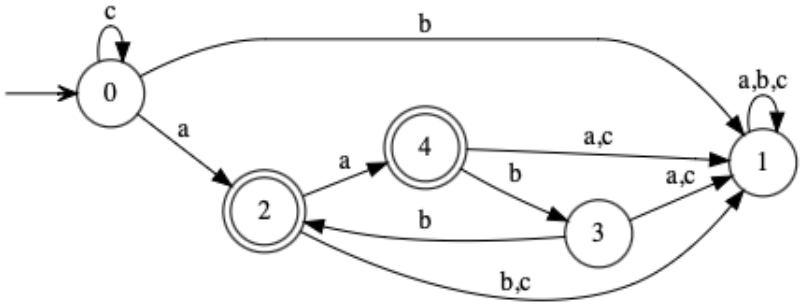
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



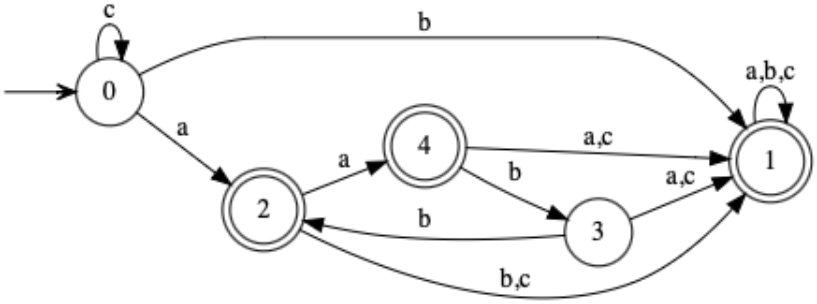
(-i-)



(-ii-)

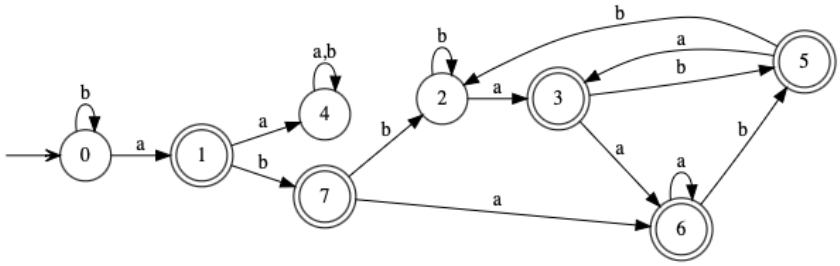


(-iii-)

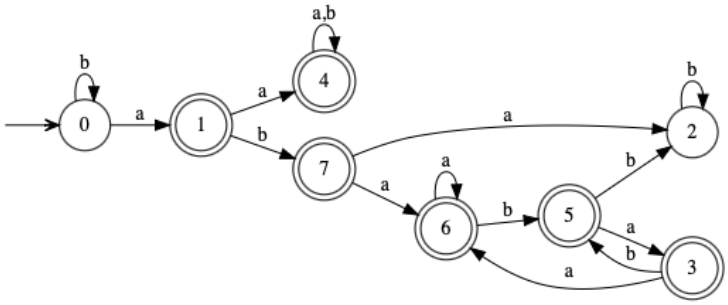


(-iv-)

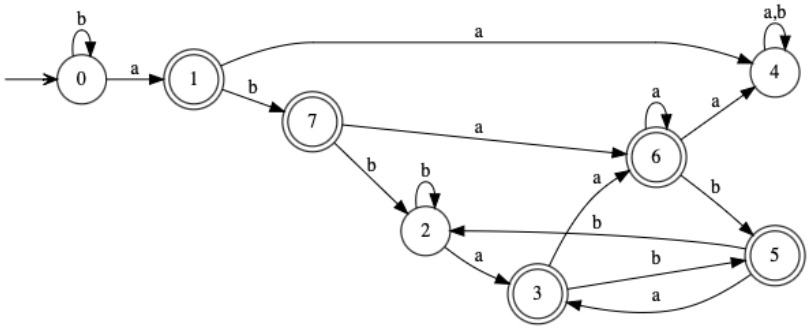
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



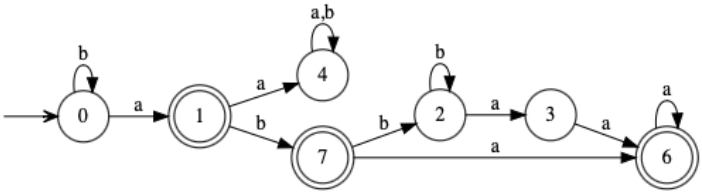
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+32/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e

Question 3 : a ■ ■ ■ e f ■ h i j

Question 4 : a b c ■ ■ ■ g h i

Question 5 : ■ b c d e f

Question 6 : a b c d ■ f g h

Question 7 : a ■ c d e f

Question 8 : a b c ■ e f

Question 9 : ■ b c d e f

Question 10 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 11 : a b c d e ■

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c d e ■ g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [d] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [f] La longueur du mot vide est 1.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 8 états [■] 16 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [b] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [b] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [c] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [f] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [g] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 7 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 8 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 16 états [c] 32 états [d] 20 états

- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
- [■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [c] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [d] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [e] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [f] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [g] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [i] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [j] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- ■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 2 états [b] 6 états [c] 8 états ■ 4 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- ■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-i-. [d] la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iv- [b] la Figure 3-ii-

[c] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-

[e] la Figure 3-iii- [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 2 ☐ b 0 ☐ c 6 ☐ d 7 ☐ e 5 ☐ f 1 ☐ g 3 ■ 4

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

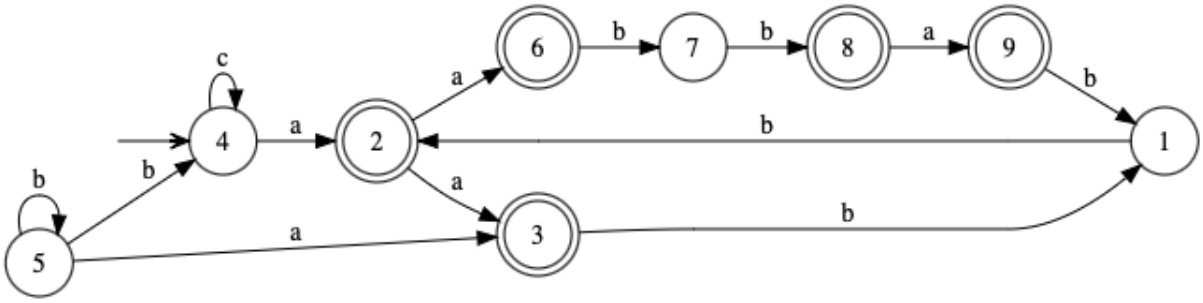
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

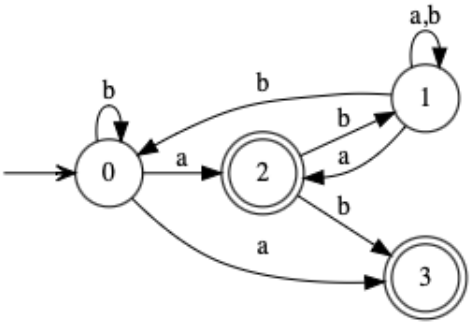
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

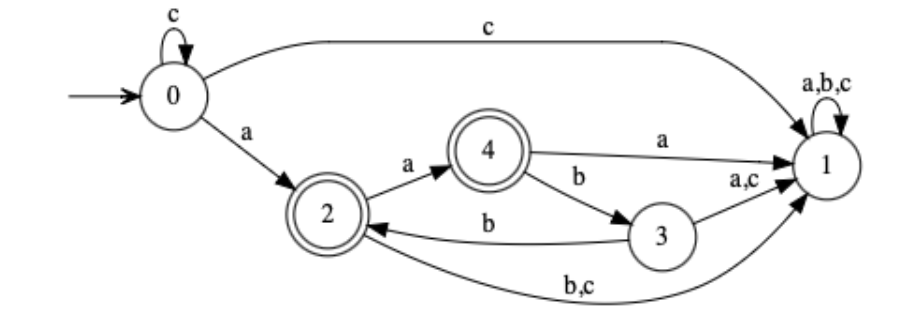


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

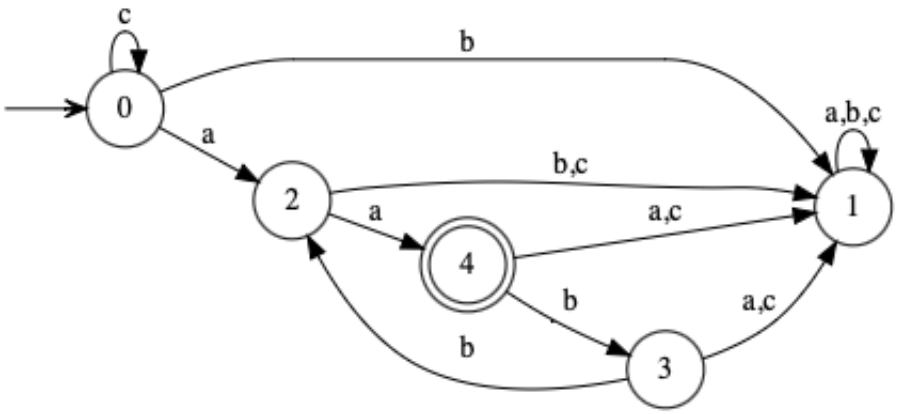


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

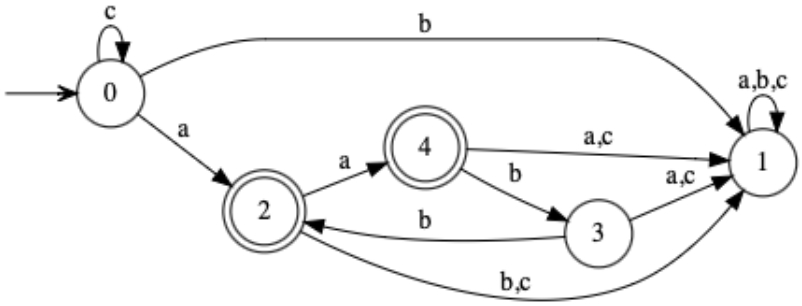
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



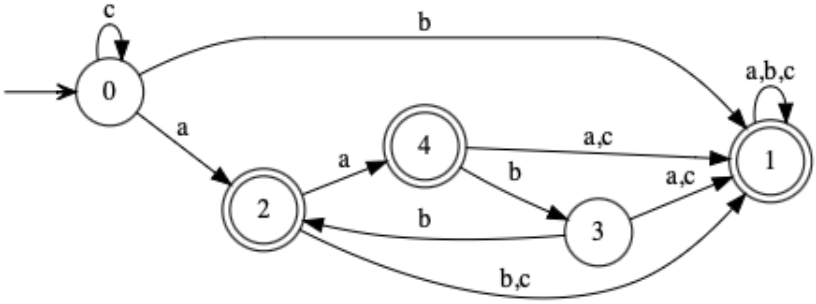
(-i-)



(-ii-)

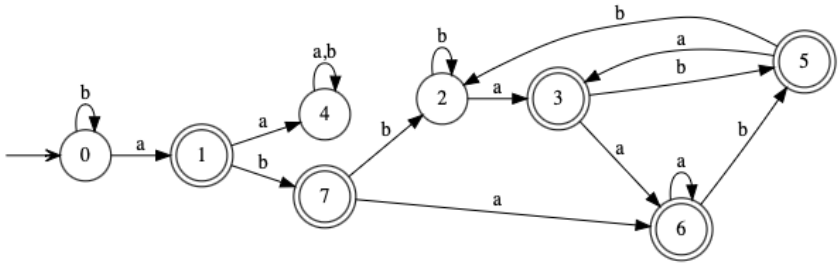


(-iii-)

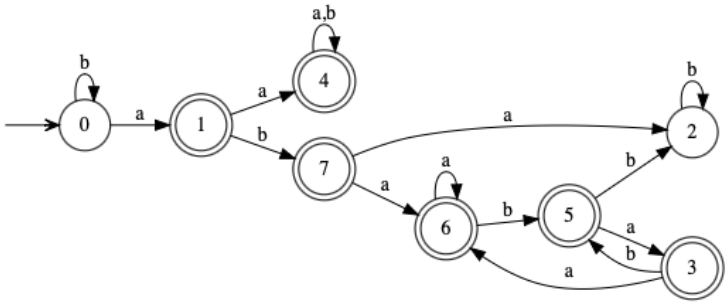


(-iv-)

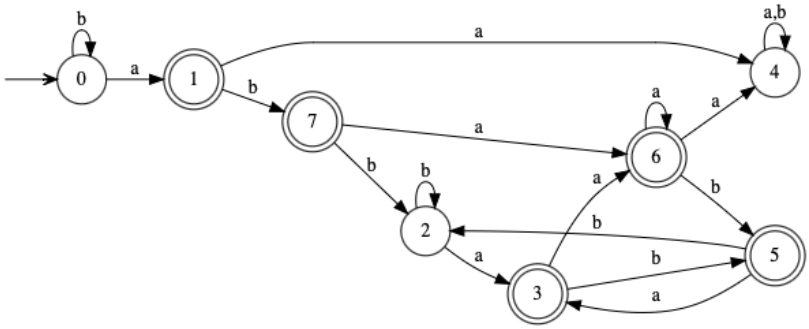
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



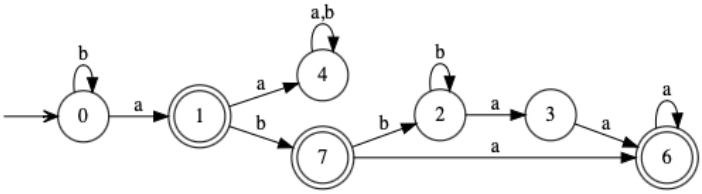
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+33/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b ■ d e f ■ h i

Question 3 : a b ■ d e f

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : ■ b c ■ ■ f g ■ i j

Question 6 : ■ b c d e f g h

Question 7 : a ■ c d e

Question 8 : a b c d e ■

Question 9 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 10 : a b c ■ e f

Question 11 : ■ b c d e f

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b c d e f g ■

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 32 états [c] 16 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[c] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
[d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

☐ a 32 états ■ 16 états ☐ c 20 états ☐ d 8 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
☐ f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états ☐ b 2 états ☐ c 8 états ☐ d 6 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
☐ f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

☐ a Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
☐ c Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
☐ e Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
☐ f Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
☐ j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
☐ c Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
■ La longueur du mot vide est 0.
☐ e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
☐ f La longueur du mot vide est 1.
☐ g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [b] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [d] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [e] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [f] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [g] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [i] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [j] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

- [■] la Figure 2-iii-.
- [b] la Figure 2-i-.
- [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
- [c] la Figure 2-iv-.
- [d] la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-iii-
■ la Figure 3-i- d la Figure 3-ii- e la Figure 3-iv-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 1 ■ 4 c 7 d 5 e 3 f 2 g 6 h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

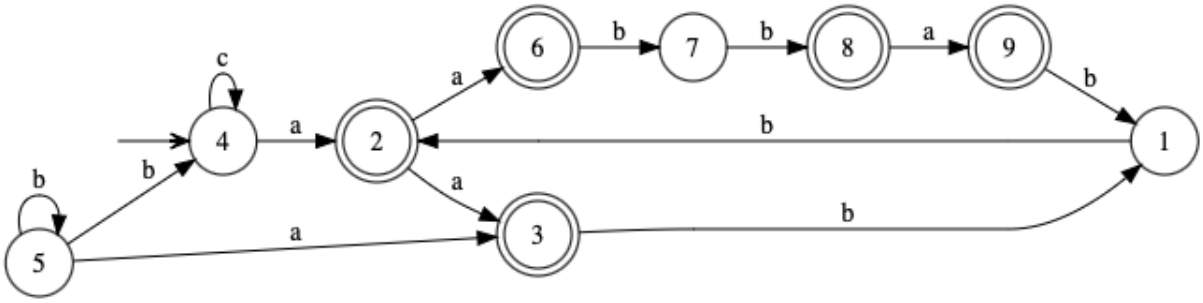
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

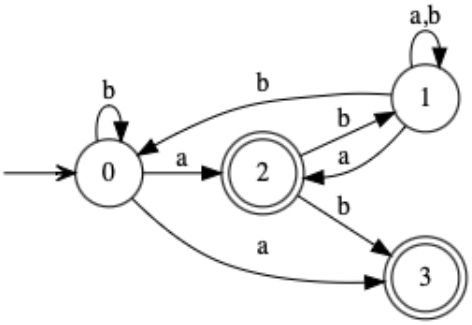
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

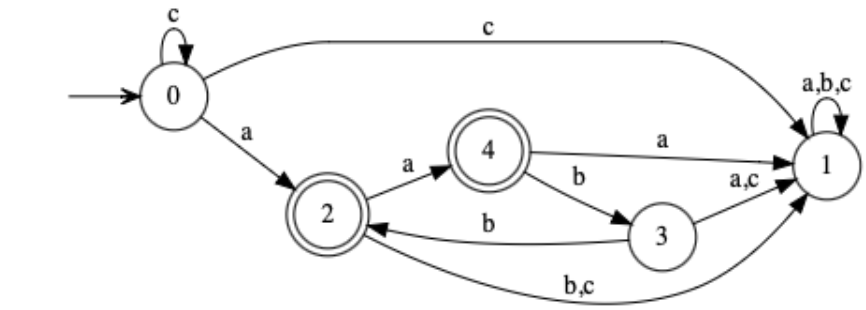


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

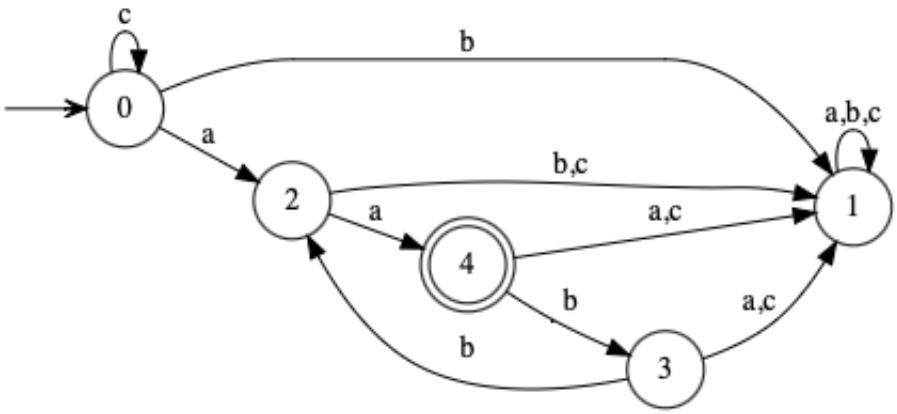


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

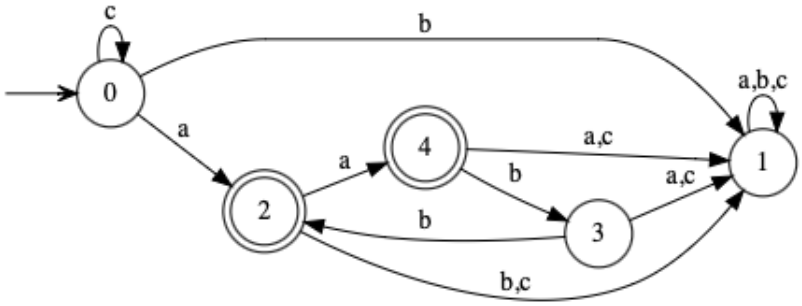
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



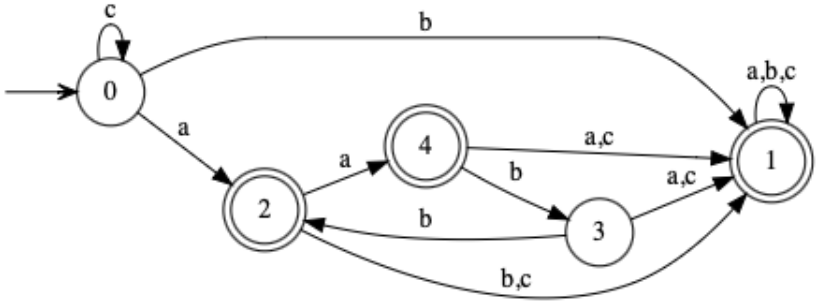
(-i-)



(-ii-)

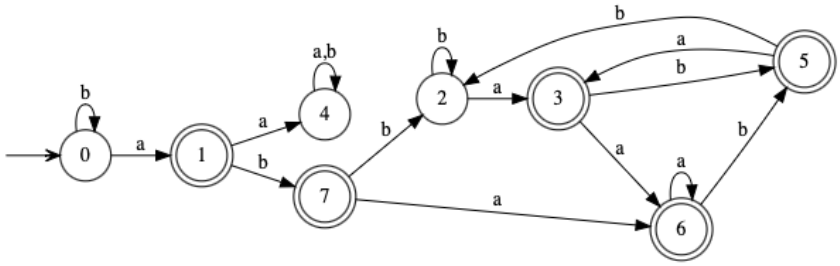


(-iii-)

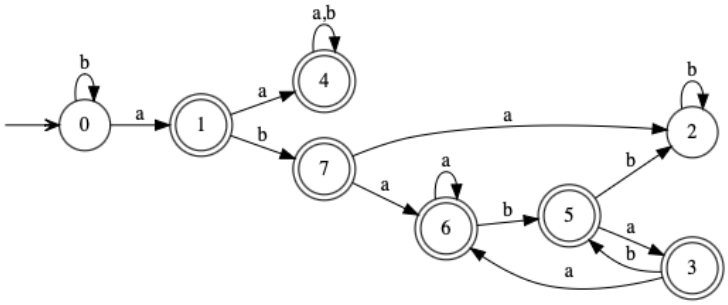


(-iv-)

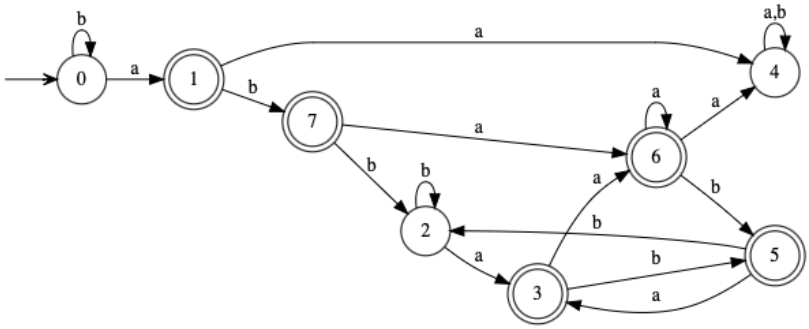
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



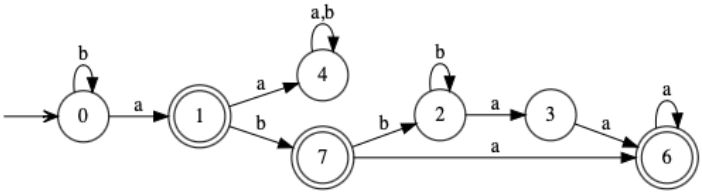
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+34/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [b] [■] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 3 : [a] [b] [c] [d] [e] [■]

Question 4 : [■] [b] [c] [d] [e] [f]

Question 5 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 6 : [■] [b] [c] [d] [e] [f]

Question 7 : [a] [■] [c] [■] [e] [f] [■] [■] [i] [j]

Question 8 : [■] [■] [c] [■] [e] [f] [g] [h] [i]

Question 9 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 10 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] [■] [l]

Question 11 : [a] [b] [■] [d] [e]

Question 12 : [■] [b] [c] [d] [e]

Question 13 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 14 : [a] [■] [c] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [c] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [e] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [f] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [h] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [i] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [j] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

☐ d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

☐ e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

☐ b Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

☐ c Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

☐ d Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

☐ h Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

☐ j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

☐ a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

☐ c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

☐ d Les langages dénotés par A et B sont identiques.

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

☐ f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

☐ a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

☐ b Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

☐ d Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

☐ f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

☐ a 32 états ☐ b 20 états ☐ c 8 états ☐ d 16 états

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

☐ a 8 états ☐ b 32 états ☐ c 20 états ■ 16 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
☐ f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
☐ b La longueur du mot vide est 1.
■ La longueur du mot vide est 0.
☐ d Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
☐ e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
☐ f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. ☐ b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. ☐ c $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
☐ d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ☐ e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. ☐ f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
☐ g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
☐ h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

☐ a 2 états ■ 4 états ☐ c 8 états ☐ d 6 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
☐ f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

☐ a la Figure 2-iv-. ☐ b la Figure 2-i-. ☐ e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
■ la Figure 2-iii-. ☐ d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- ☐ b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
☐ c la Figure 3-iii- ☐ d la Figure 3-ii- ☐ e la Figure 3-iv-
☐ f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 3 ■ 4 ☐ c 0 ☐ d 1 ☐ e 6 ☐ f 2 ☐ g 5 ☐ h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

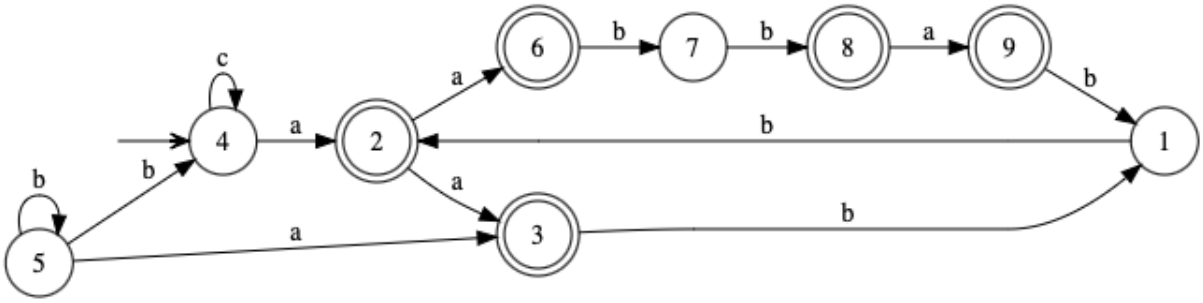
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

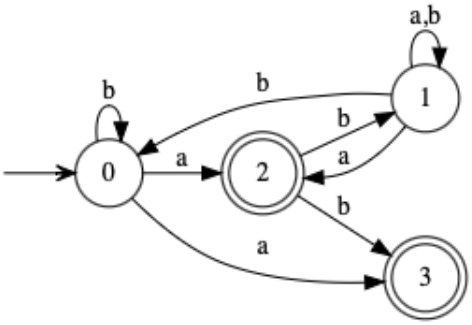
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

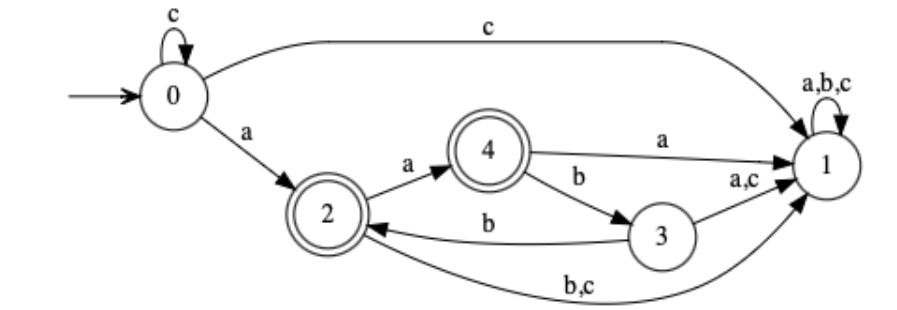


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

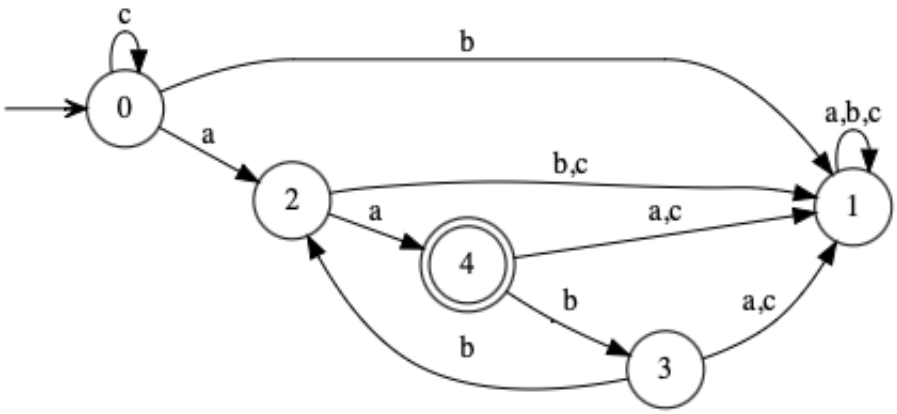


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

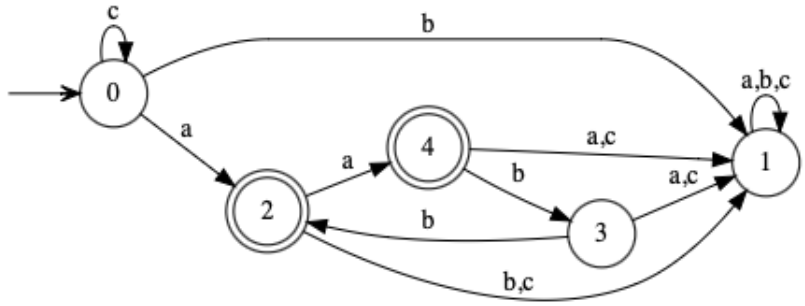
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



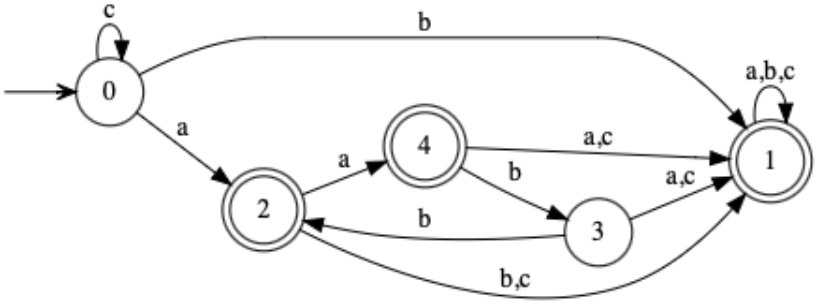
(-i-)



(-ii-)

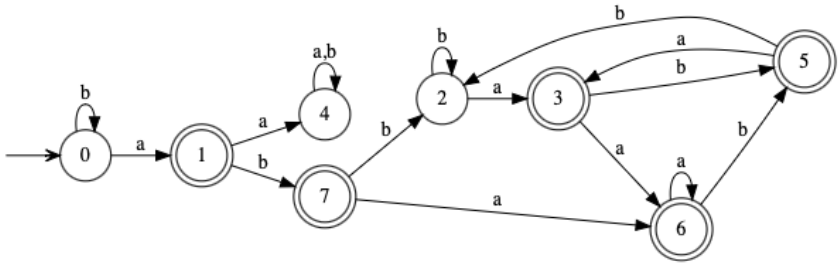


(-iii-)

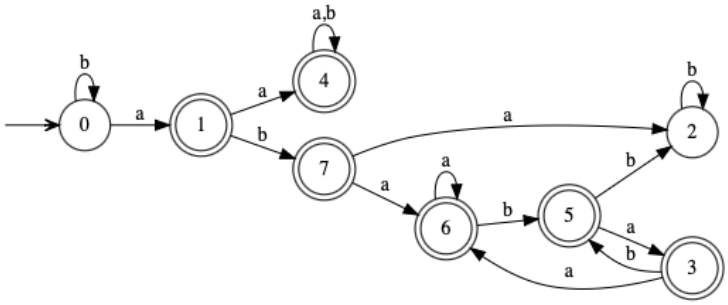


(-iv-)

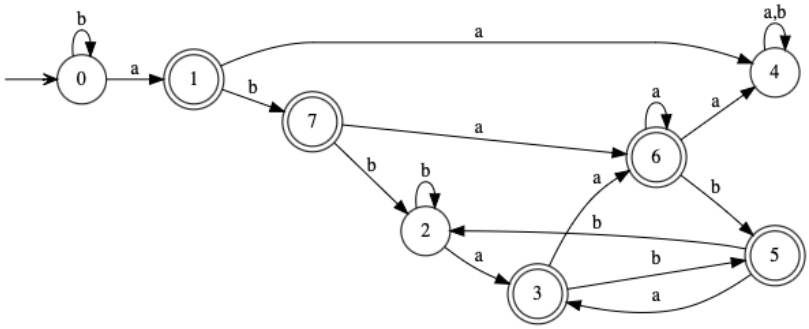
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



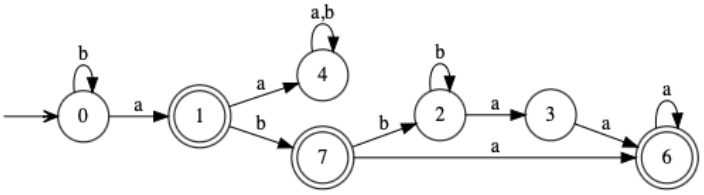
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+35/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 3 : ■ b c d e

Question 4 : ■ b c d ■ ■ ■ h i j

Question 5 : a ■ c d e f

Question 6 : a b ■ d e f

Question 7 : a b c d e ■

Question 8 : a b c ■ e f

Question 9 : ■ b ■ d e f ■ h i

Question 10 : ■ b c d e f g h

Question 11 : a ■ c d e f

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a ■ c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

☐ a 32 états ☐ b 20 états ☐ c 16 états ☐ d 8 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

☐ a 6 états ☐ b 2 états ☐ c 8 états ■ 4 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
☐ f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. ☐ b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. ☐ c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
☐ d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ☐ e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. ☐ f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
☐ g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
☐ h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

☐ a Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

- [b] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [c] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [g] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 20 états [c] 8 états [■] 16 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La longueur du mot vide est 1.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [■] La longueur du mot vide est 0.

d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

f Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

b Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

d Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

e Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

g Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

h Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- b la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i- d la Figure 3-iii-
e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 7 ☐ b 0 ☐ c 3 ☐ d 5 ■ 4 ☐ f 1 ☐ g 6 ☐ h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

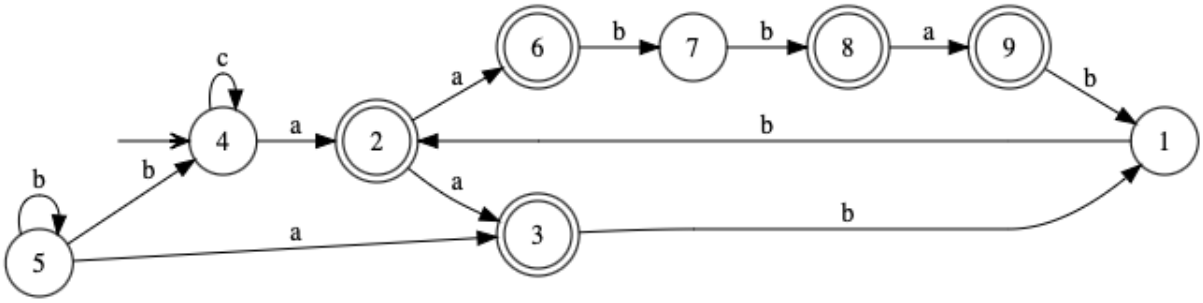
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

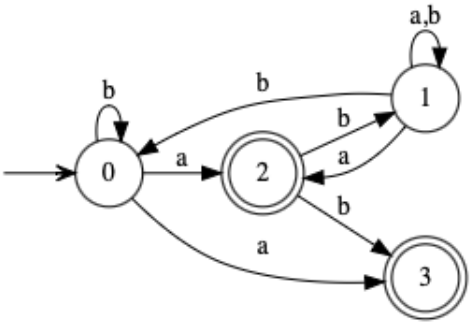
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

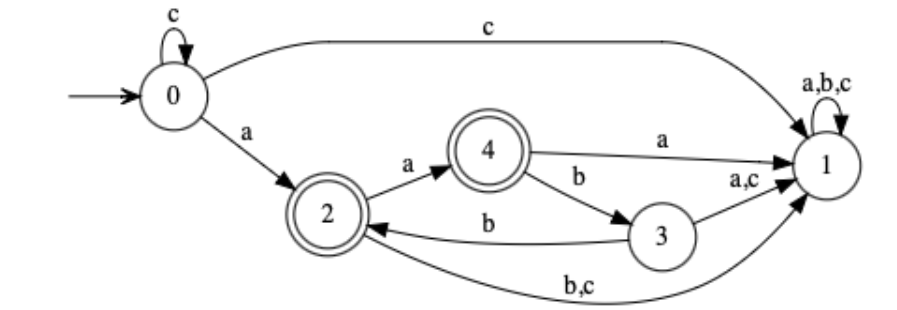


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

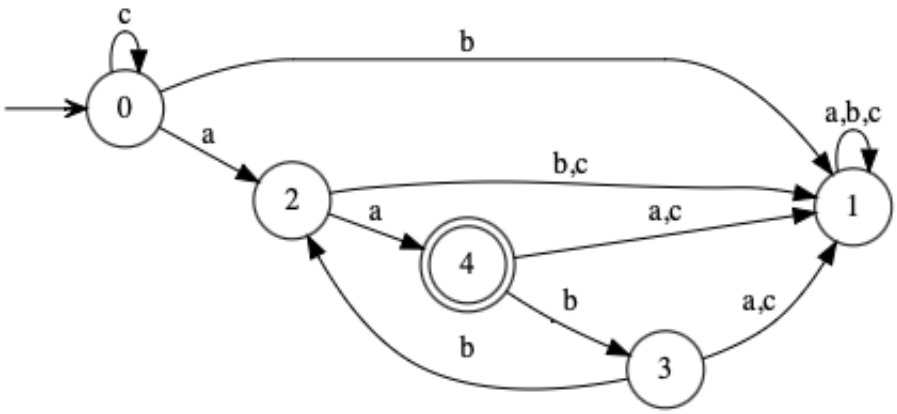


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

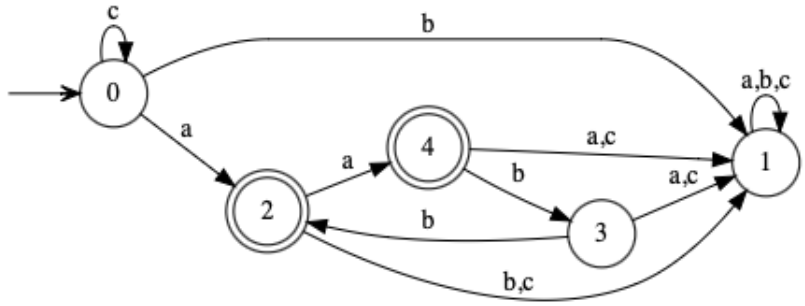
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



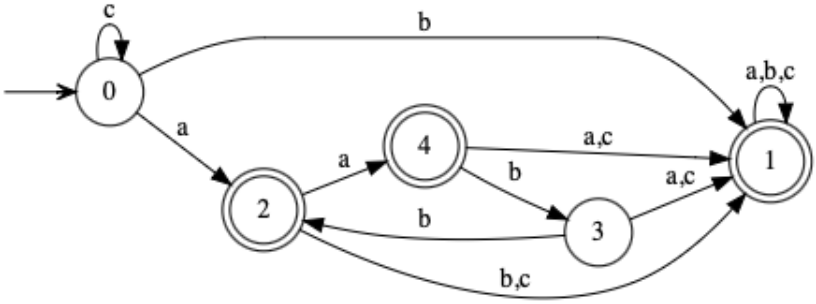
(-i-)



(-ii-)

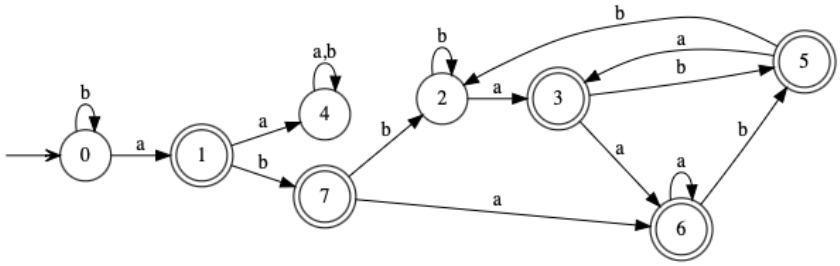


(-iii-)

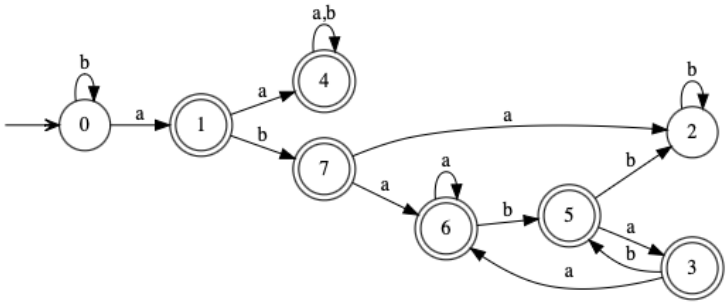


(-iv-)

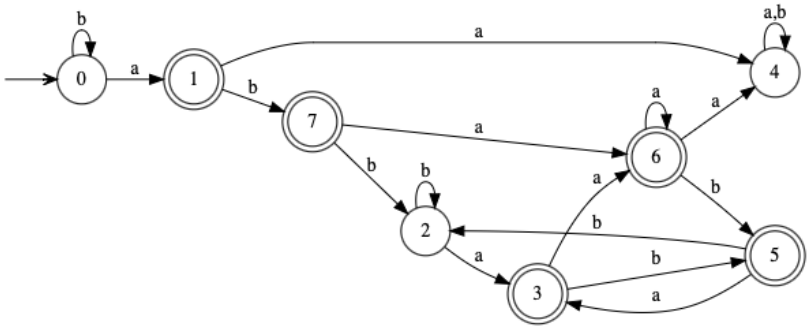
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



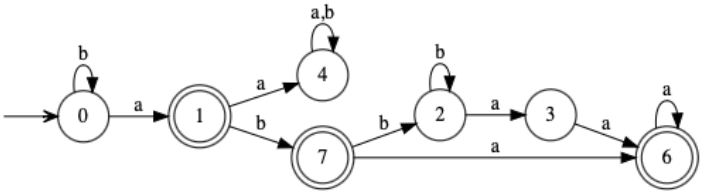
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+36/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e ■

Question 3 : a b c ■ e f

Question 4 : ■ b c d e f g h

Question 5 : a b c ■ ■ ■ g ■ i j

Question 6 : a b c ■ e f

Question 7 : a b ■ d e

Question 8 : a b ■ d e f

Question 9 : a ■ ■ d e f ■ h i

Question 10 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 11 : ■ b c d e f

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST — Université Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

- [a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
- [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
- [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
- [d] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
- [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
- [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

f La longueur du mot vide est 1.

g Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

b Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

c Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

h Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

i Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 7 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états ■ 16 états c 20 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

b Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

d Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

e Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 8 états c 20 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états b 8 états c 2 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 3-iv- c la Figure 3-ii-

d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 3 ■ 4 ☐ c 6 ☐ d 5 ☐ e 7 ☐ f 1 ☐ g 2 ☐ h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

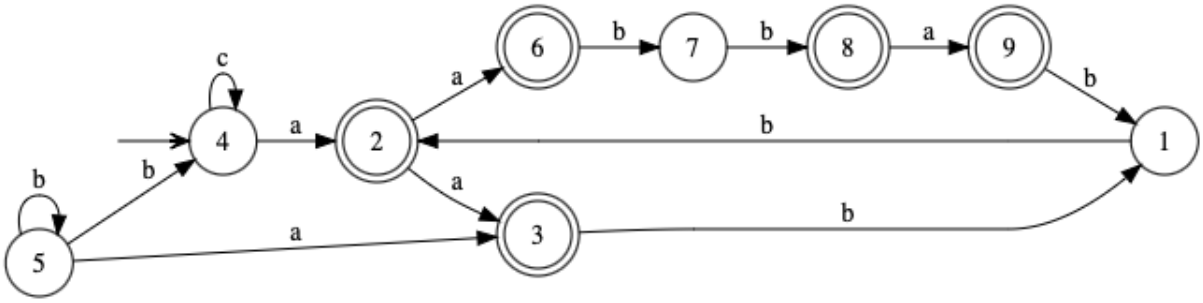
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

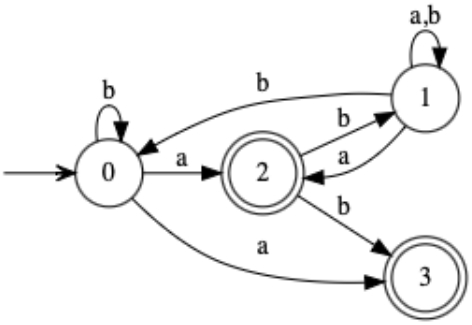
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.



(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).



(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.

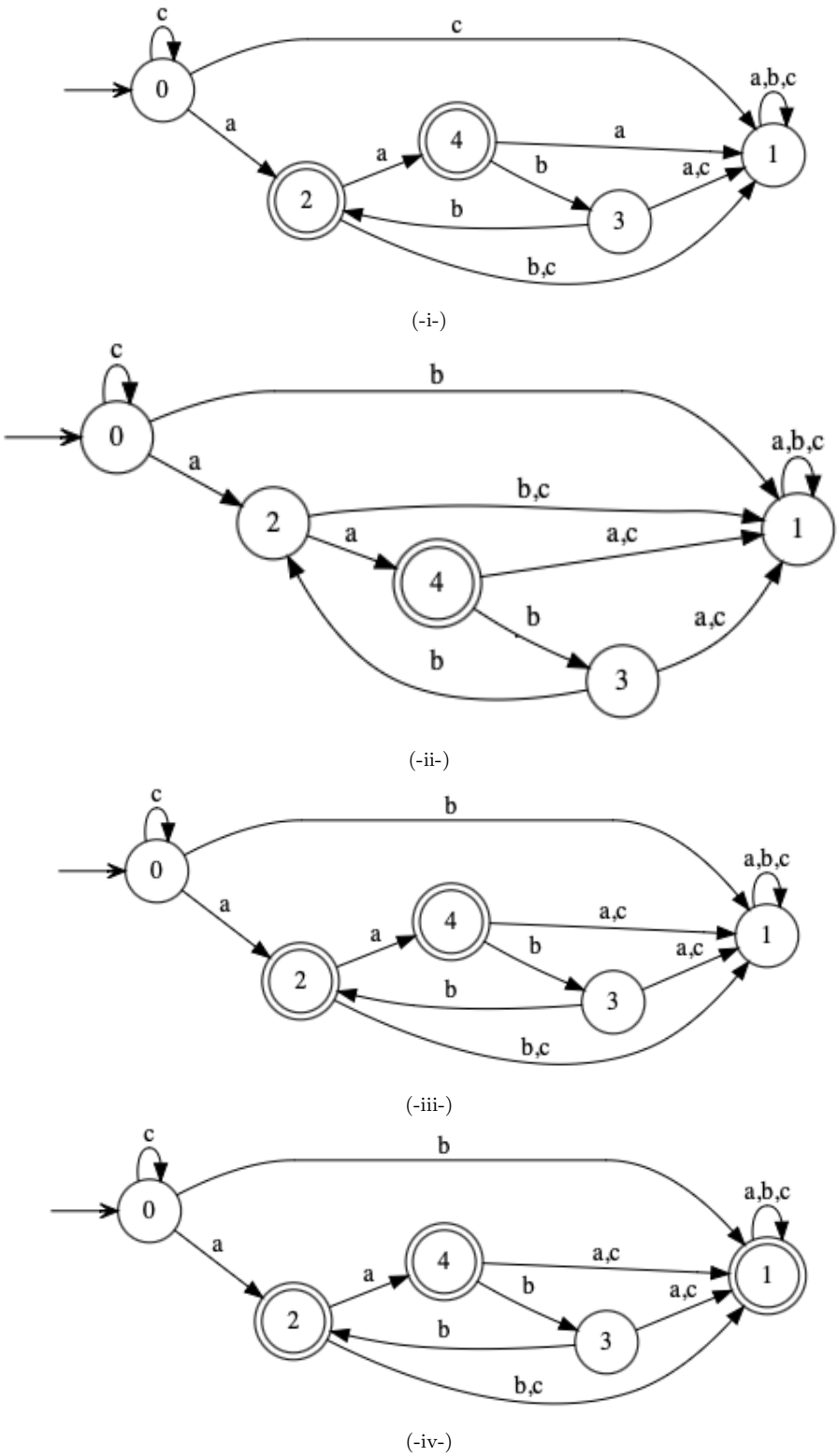
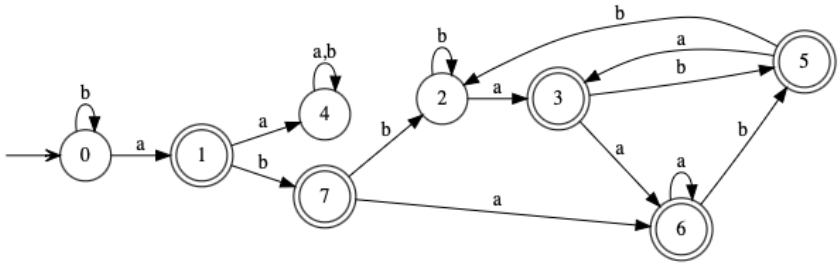
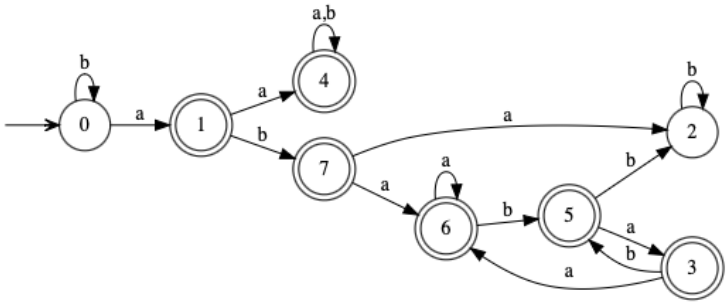


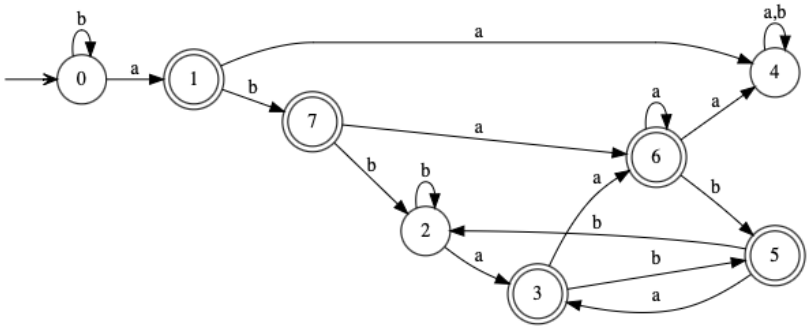
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



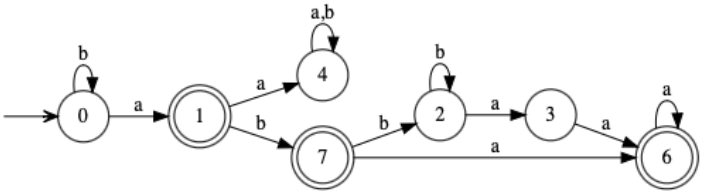
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+37/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e

Question 3 : a b ■ d e f g h

Question 4 : a b ■ ■ ■ f g h i

Question 5 : ■ b c d e f

Question 6 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 7 : a ■ c d e f

Question 8 : a b ■ d e f

Question 9 : a b ■ d e ■ ■ ■ i j

Question 10 : a b c d e ■

Question 11 : a b c ■ e f

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a ■ c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [d] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [e] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [f] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [g] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [h] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [i] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [j] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 8 états c 32 états ■ 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

c Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

d Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

b Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

c Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

f Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

h Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états ■ 4 états c 2 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 20 états c 16 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La longueur du mot vide est 1.

b Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i- c la Figure 3-ii-

d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe e la Figure 3-iv-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 1 ☐ b 3 ☐ c 0 ■ 4 ☐ e 7 ☐ f 5 ☐ g 6 ☐ h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

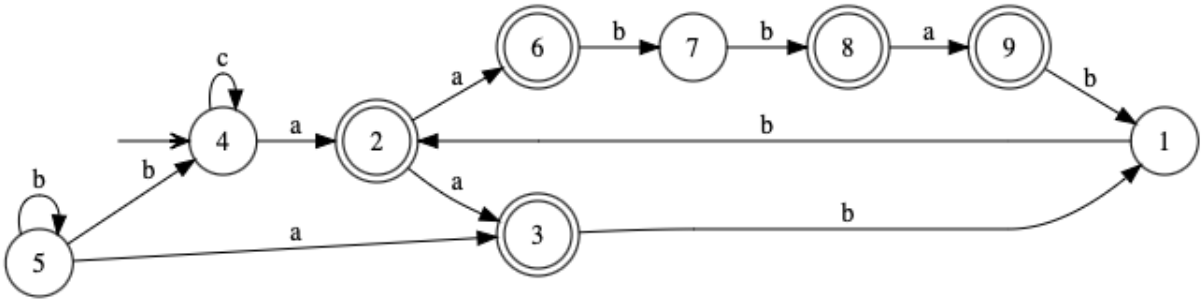
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

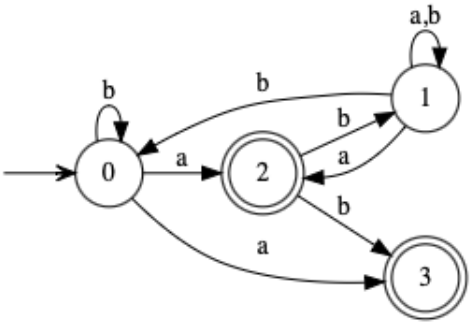
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

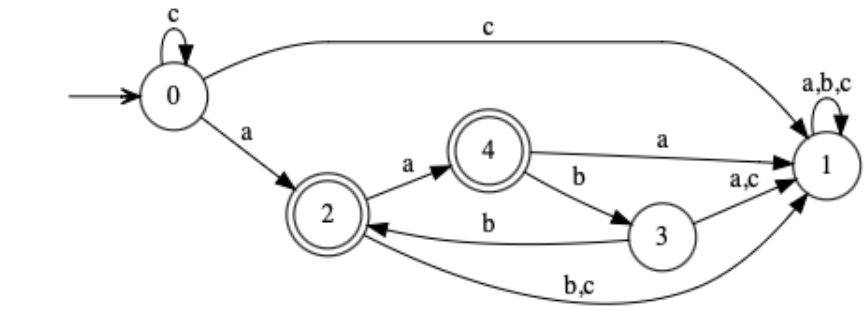


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

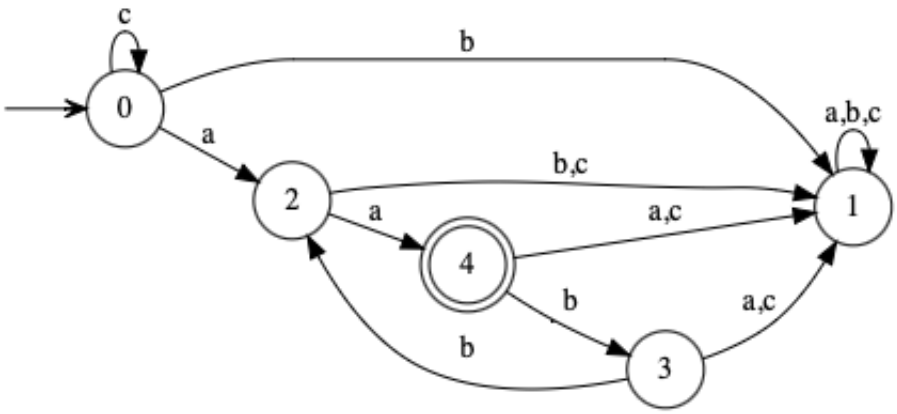


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

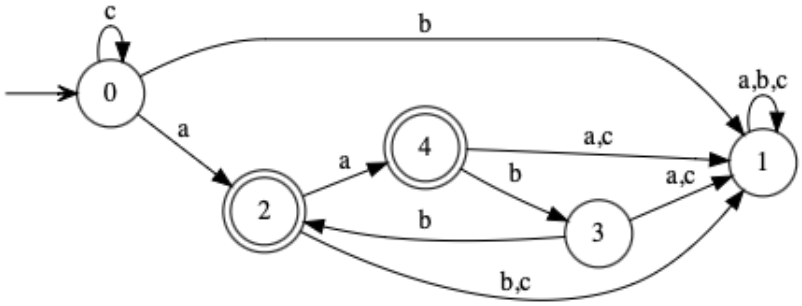
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



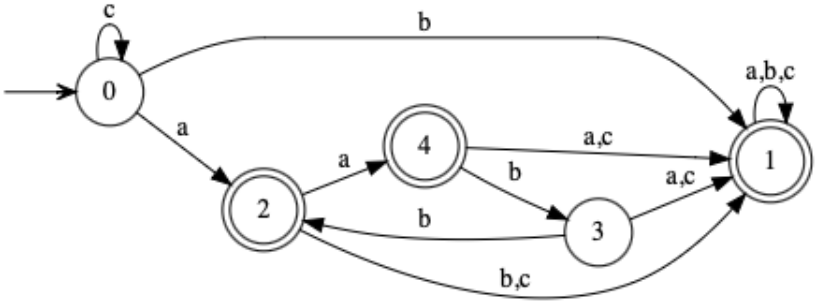
(-i-)



(-ii-)

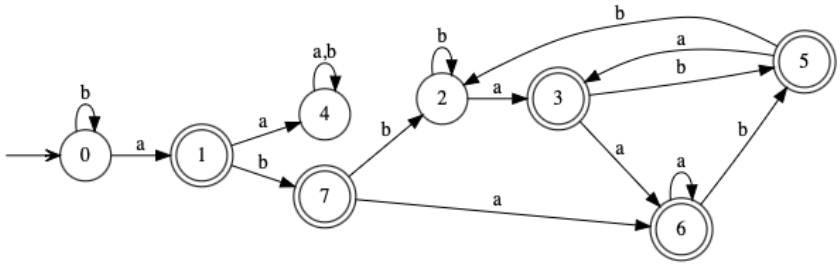


(-iii-)

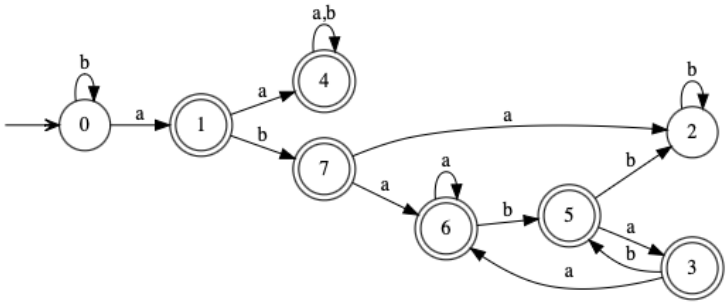


(-iv-)

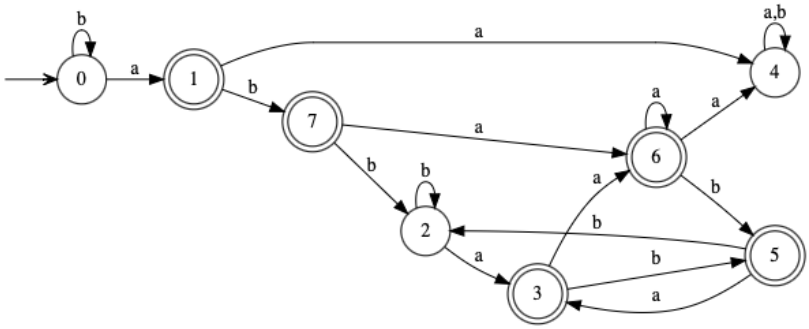
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



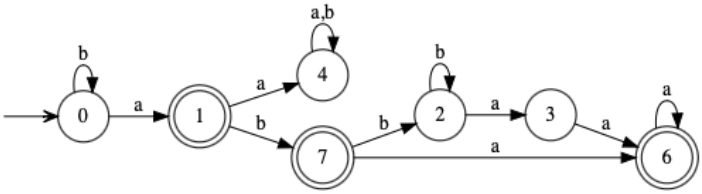
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+38/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 3 : ■ b c d e f

Question 4 : ■ b c d e f g h

Question 5 : a b c ■ e f

Question 6 : a ■ c d e f

Question 7 : ■ b c ■ ■ f ■ h i j

Question 8 : a b ■ d e

Question 9 : a ■ c d e f

Question 10 : a b c d e ■

Question 11 : a b ■ d ■ ■ g h i

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [c] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [e] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [f] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [g] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [h] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [j] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

- [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
- [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
- [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
- [d] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
- [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
- [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

☐ a 20 états ☐ b 32 états ☐ c 16 états ☐ d 8 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
☐ b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
☐ c La longueur du mot vide est 1.
☐ d Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
■ La longueur du mot vide est 0.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
☐ g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

☐ a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
☐ b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
☐ d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
☐ f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

☐ a Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
☐ b Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
☐ f Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
☐ g Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
☐ j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 8 états [c] 32 états [■] 16 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[■] 4 états [b] 2 états [c] 6 états [d] 8 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

[b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-i-. [■] la Figure 2-iii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-ii-. [d] la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- b la Figure 3-iv-
c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe d la Figure 3-iii-
e la Figure 3-ii- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 5 b 6 c 3 d 7 e 2 f 0 ■ 4 h 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

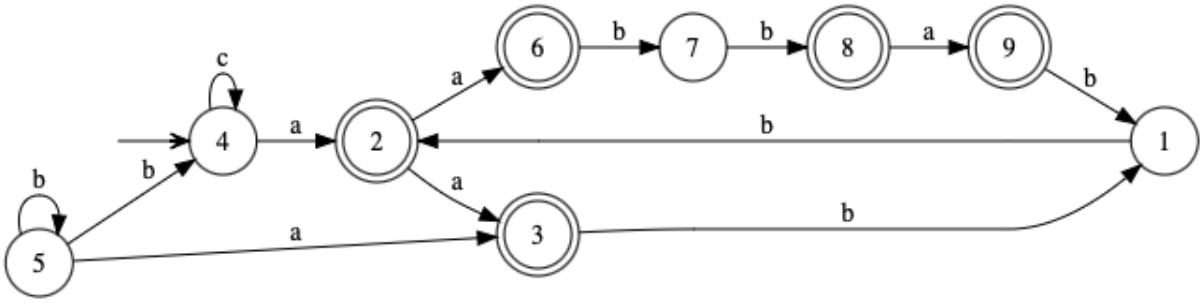
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

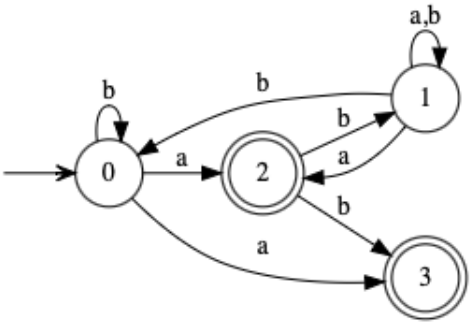
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

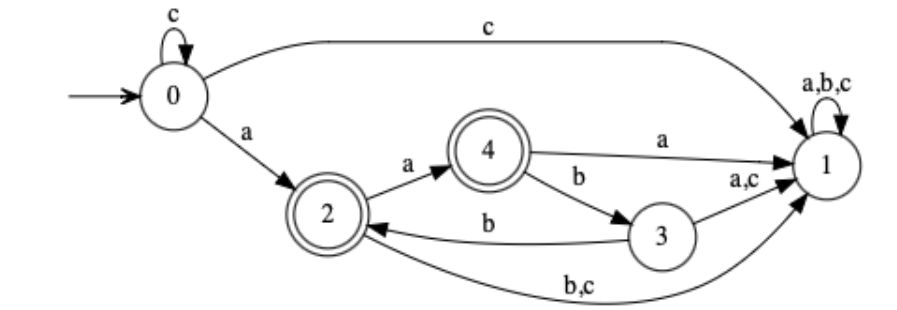


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

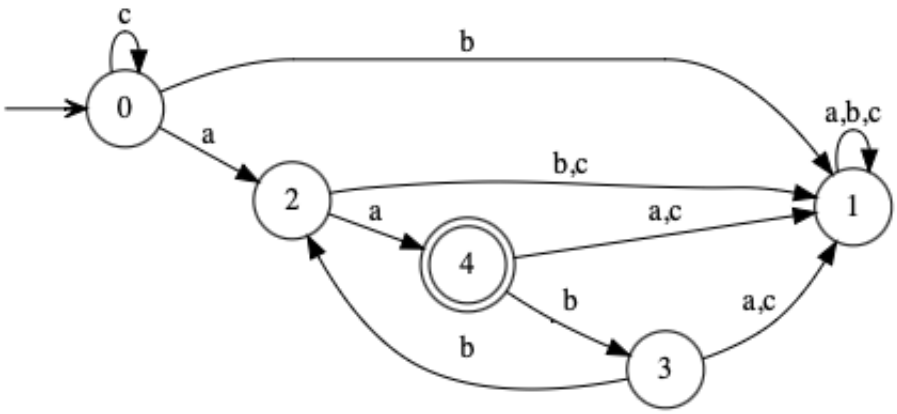


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

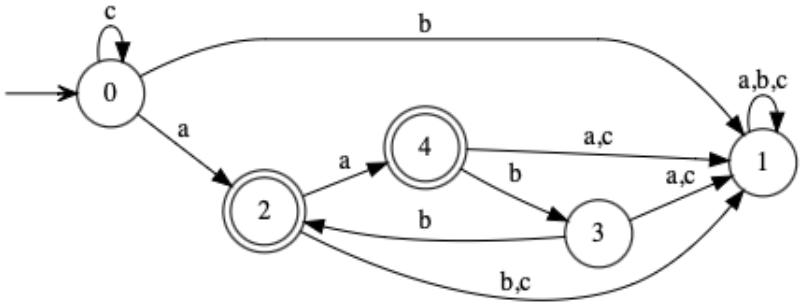
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



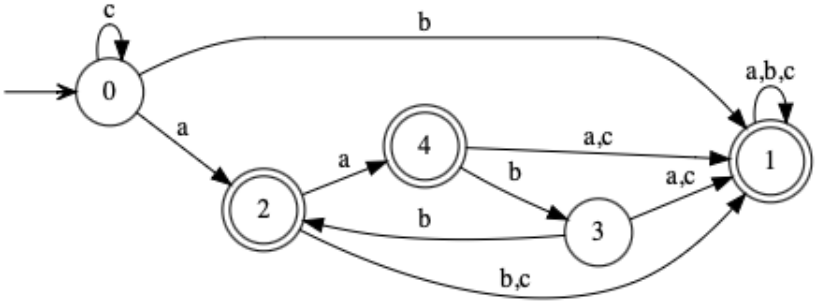
(-i-)



(-ii-)

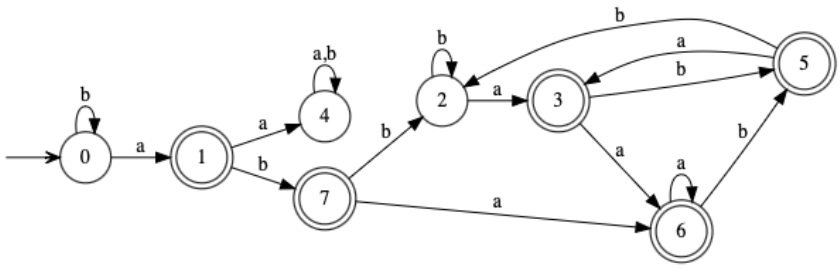


(-iii-)

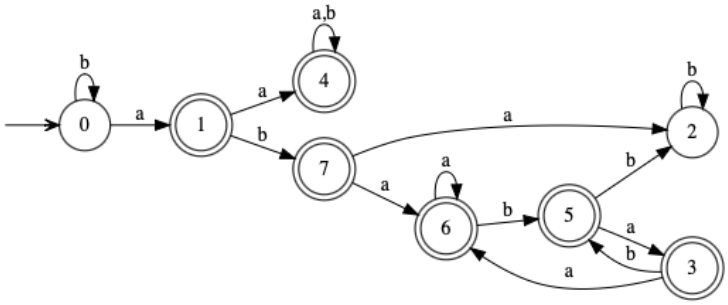


(-iv-)

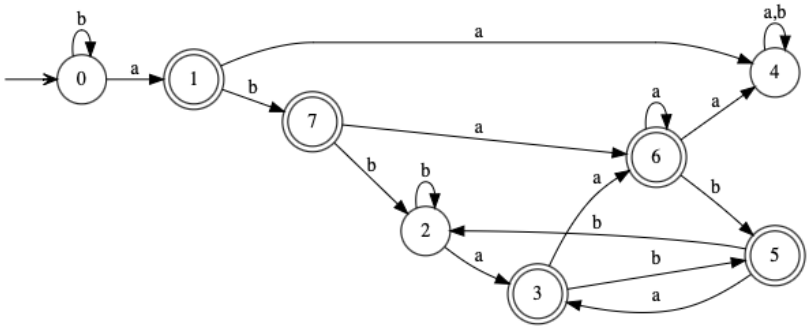
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



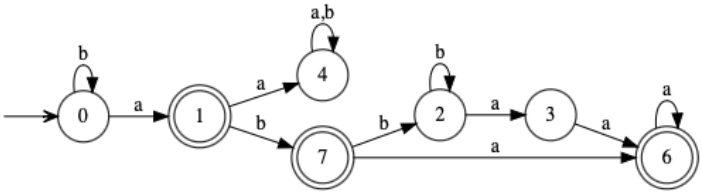
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+39/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 3 : ■ b c d e f g h

Question 4 : a b c d e ■

Question 5 : ■ b c d ■ ■ g h i

Question 6 : a b ■ d e f

Question 7 : a b ■ ■ ■ f g ■ i j

Question 8 : a b ■ d e f

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : ■ b c d e f

Question 11 : a b ■ d e

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a b c d e f ■ h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [c] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [g] La longueur du mot vide est 1.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[■] 4 états [b] 2 états [c] 8 états [d] 6 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

d Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 16 états c 20 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

c Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

d Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

h Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont identiques.

c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états ■ 16 états c 8 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

e Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

f Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

g Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

j Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- b la Figure 3-iv- c la Figure 3-iii-

d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 3 ☐ b 1 ☐ c 6 ☐ d 2 ☐ e 7 ☐ f 5 ■ 4 ☐ h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

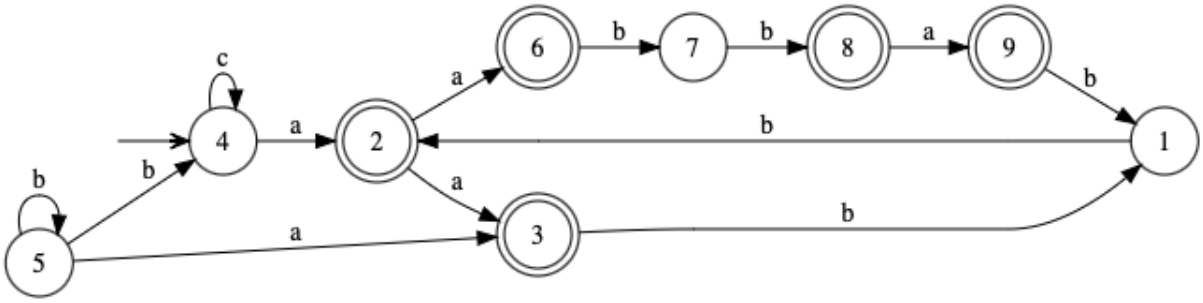
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

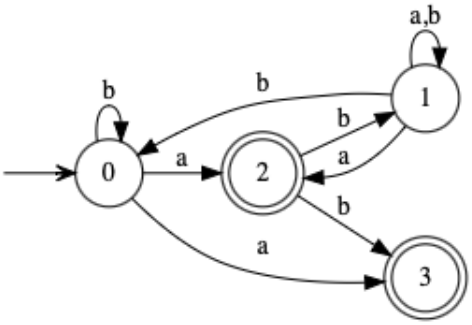
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

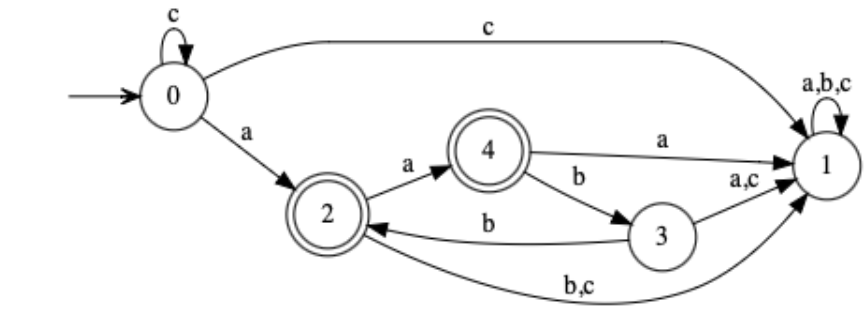


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

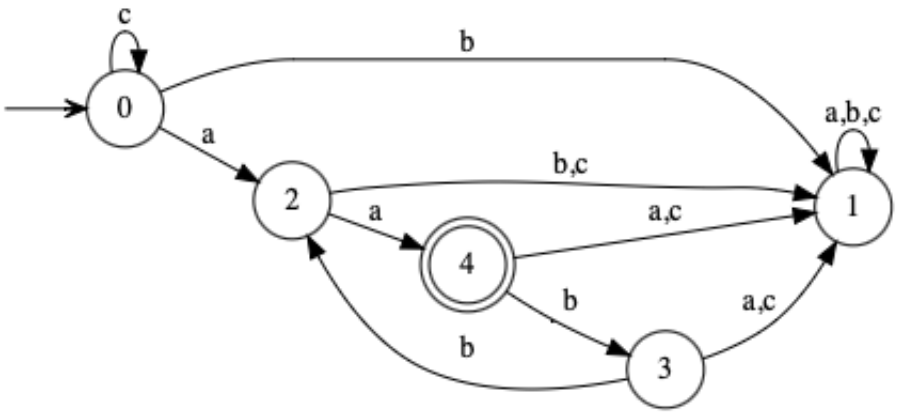


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

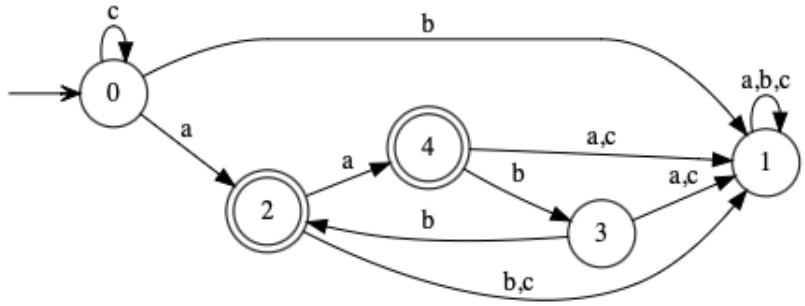
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



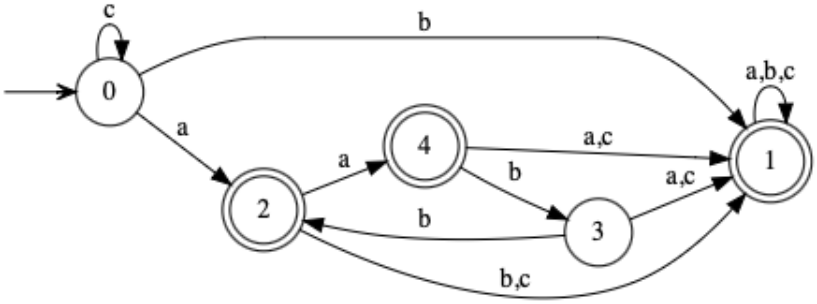
(-i-)



(-ii-)

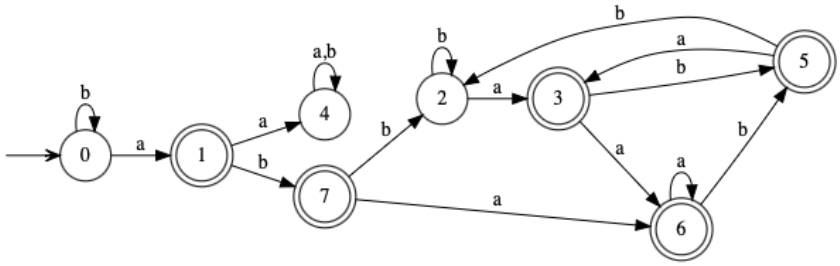


(-iii-)

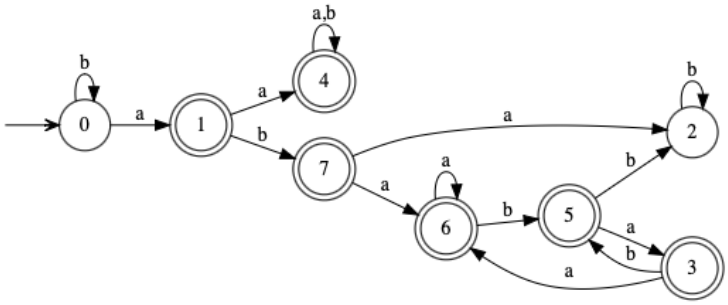


(-iv-)

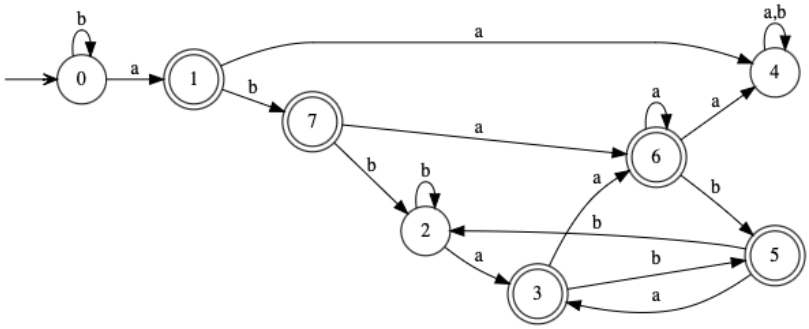
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



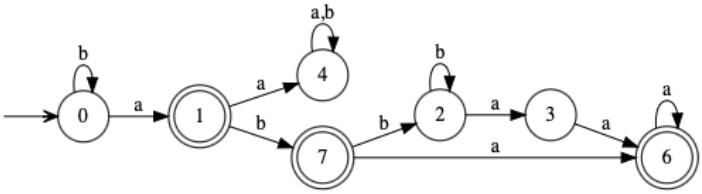
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+40/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c ■ e ■ g h i

Question 3 : ■ b c d e f

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : a b c d e ■

Question 6 : a ■ c d ■ ■ ■ h i j

Question 7 : ■ b c d e

Question 8 : ■ b c d e f

Question 9 : a b c ■ e f g h

Question 10 : a ■ c d e f

Question 11 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d e f ■ h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [d] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [g] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [h] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

d Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

e La longueur du mot vide est 1.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 8 états c 32 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états b 2 états ■ 4 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 8 états [c] 20 états [d] 32 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[c] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

[d] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[e] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

[f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[h] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

[i] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

[j] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[c] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. [b] la Figure 2-ii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

[c] la Figure 2-i-. [d] la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [b] la Figure 3-iii-

[c] la Figure 3-ii- [d] la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i-

[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 2 ☐ b 1 ☐ c 3 ☐ d 5 ☐ e 0 ■ 4 ☐ g 6 ☐ h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

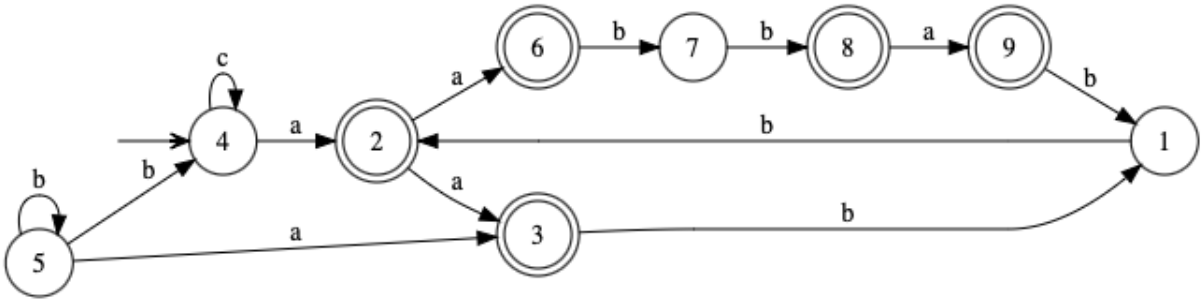
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

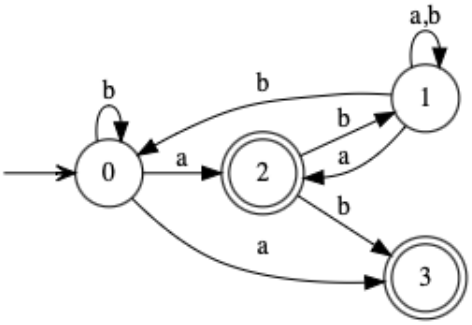
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

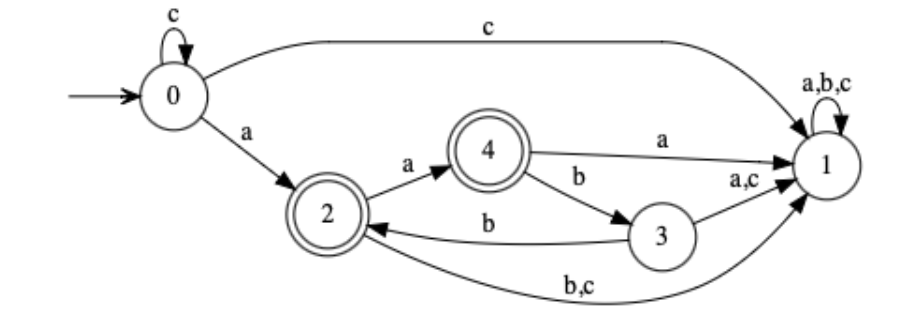


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

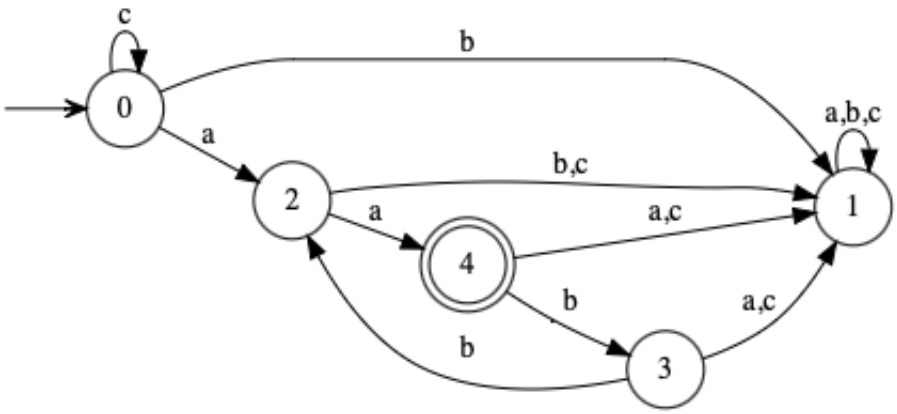


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

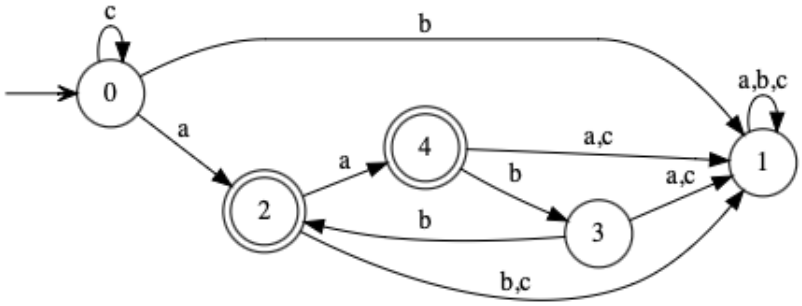
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



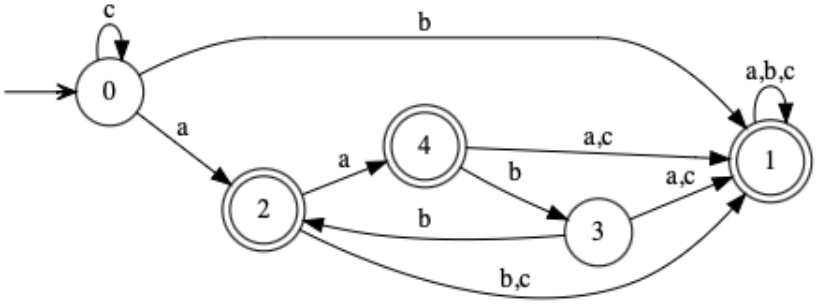
(-i-)



(-ii-)

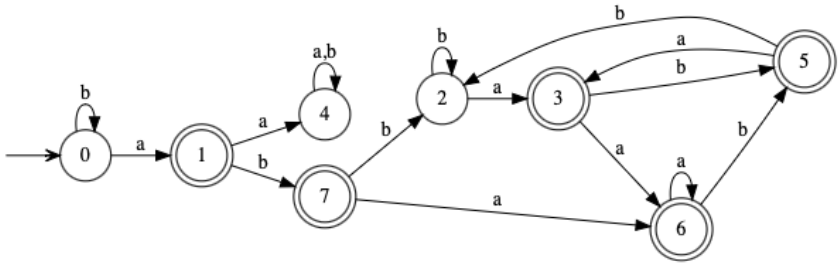


(-iii-)

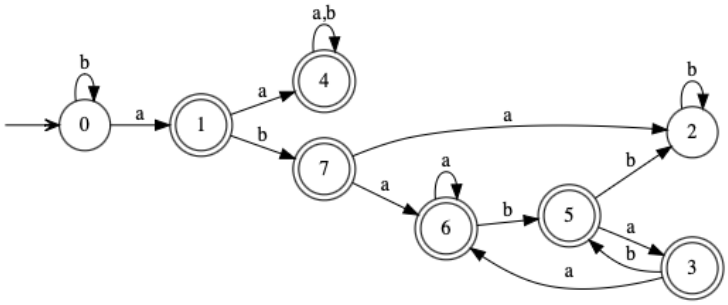


(-iv-)

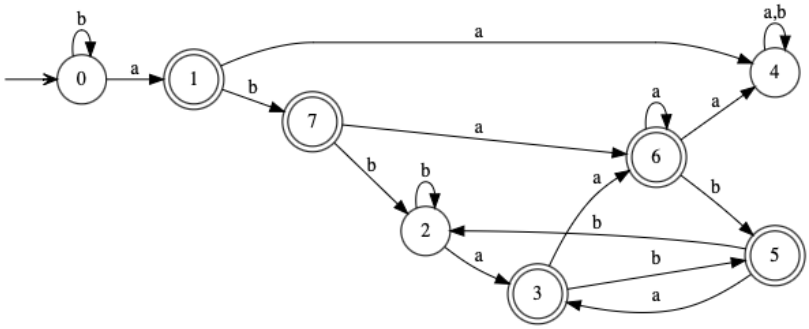
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



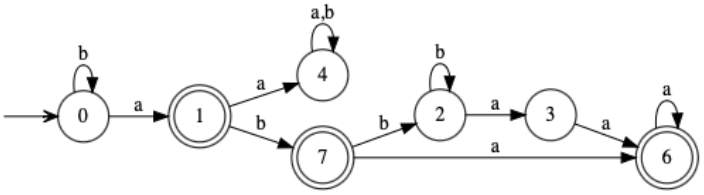
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+41/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ ■ d ■ ■ g h i j

Question 3 : a ■ c d e ■ ■ h i

Question 4 : a b c ■ e f g h

Question 5 : ■ b c d e f

Question 6 : ■ b c d e

Question 7 : ■ b c d e f

Question 8 : a b ■ d e f

Question 9 : a b c d e ■

Question 10 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 11 : a ■ c d e f

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d e ■ g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [d] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [e] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [h] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [c] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

f La longueur du mot vide est 1.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

d Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

c Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

g Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

h Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

i Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 32 états c 20 états ■ 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

d Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 8 états c 2 états d 6 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 20 états c 8 états d 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-iv-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-ii-
■ la Figure 3-i- d la Figure 3-iv- e la Figure 3-iii-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 3 b 1 c 0 d 7 e 6 f 5 ■ 4 h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

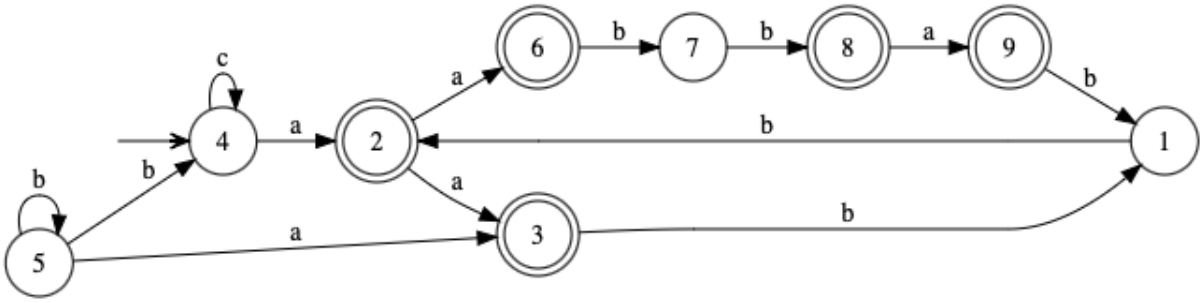
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

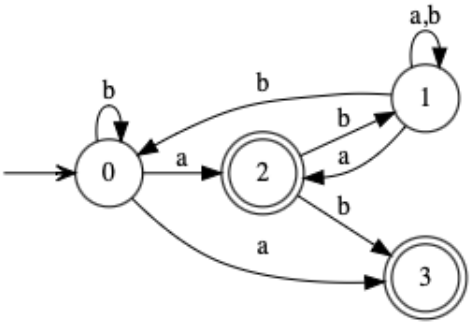
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

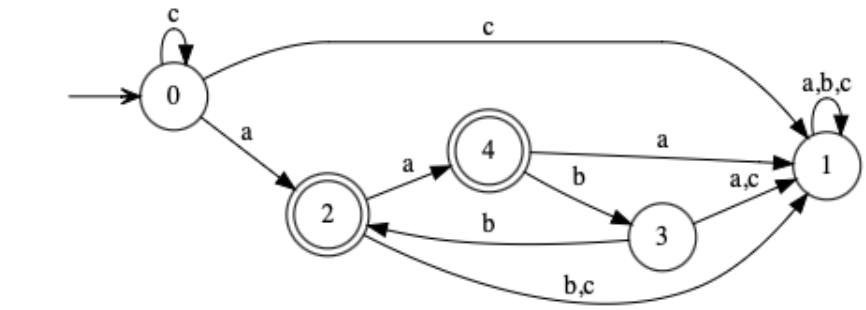


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

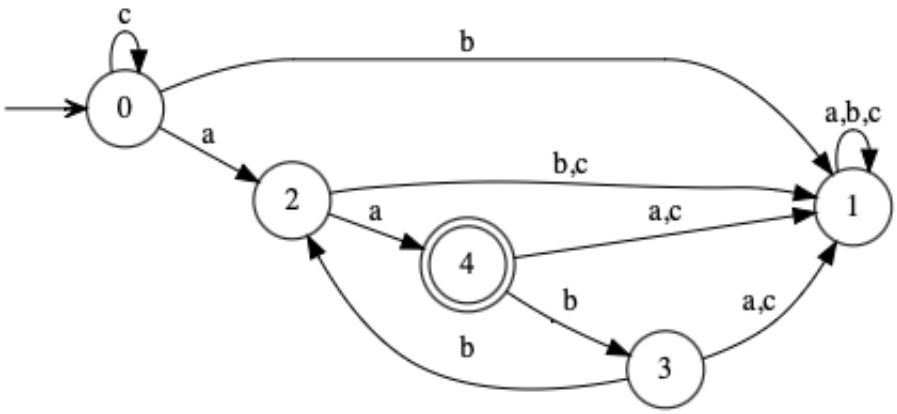


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

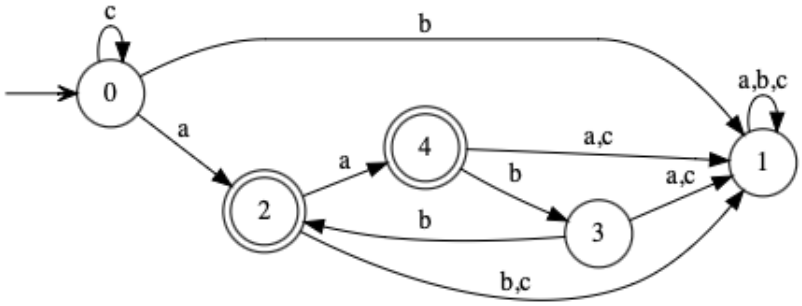
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



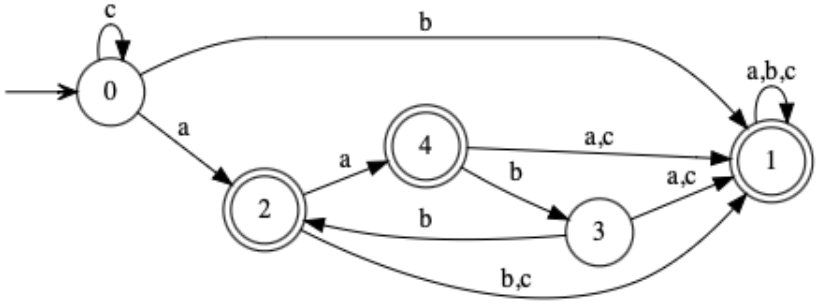
(-i-)



(-ii-)

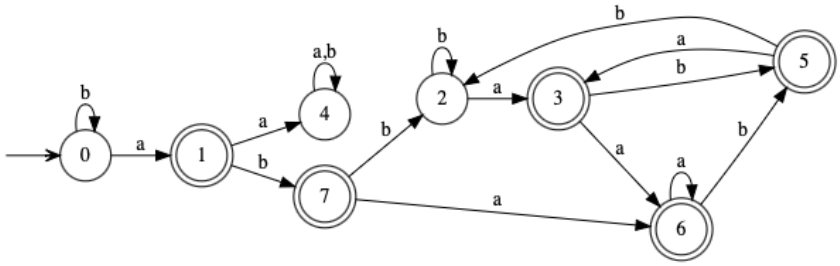


(-iii-)

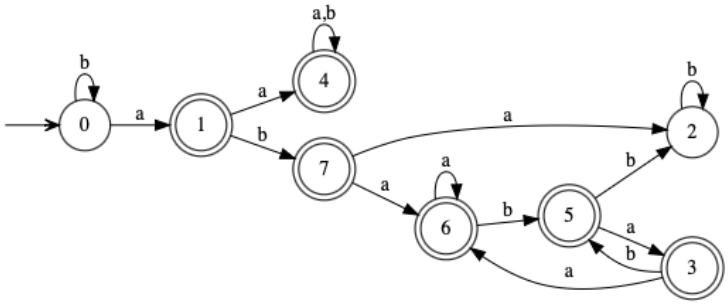


(-iv-)

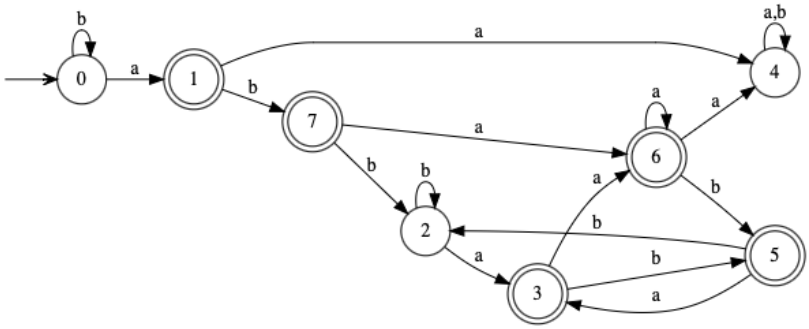
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



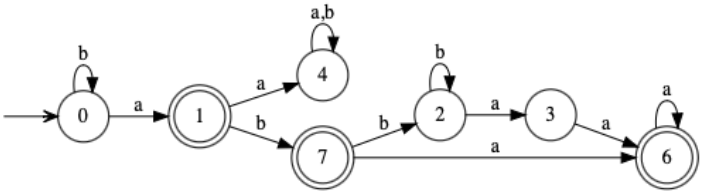
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+42/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [■] [■] [d] [e] [■] [■] [h] [i] [j]

Question 3 : [■] [b] [c] [d] [■] [f] [■] [h] [i]

Question 4 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 5 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] [■] [l]

Question 6 : [a] [b] [■] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 7 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 8 : [■] [b] [c] [d] [e]

Question 9 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 10 : [■] [b] [c] [d] [e] [f]

Question 11 : [a] [b] [c] [d] [e] [■]

Question 12 : [■] [b] [c] [d] [e]

Question 13 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 14 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [■] [h]

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

- [a] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
- [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
- [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
- [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
- [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
- [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

d La longueur du mot vide est 1.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

g Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 7 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états b 8 états c 6 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

c Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

e Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

f Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

b Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

c Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

f Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

i Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

j Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états ■ 16 états c 32 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 8 états c 16 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i- c la Figure 3-ii-

d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe e la Figure 3-iv-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 5 ■ 4 ☐ c 7 ☐ d 3 ☐ e 0 ☐ f 6 ☐ g 1 ☐ h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

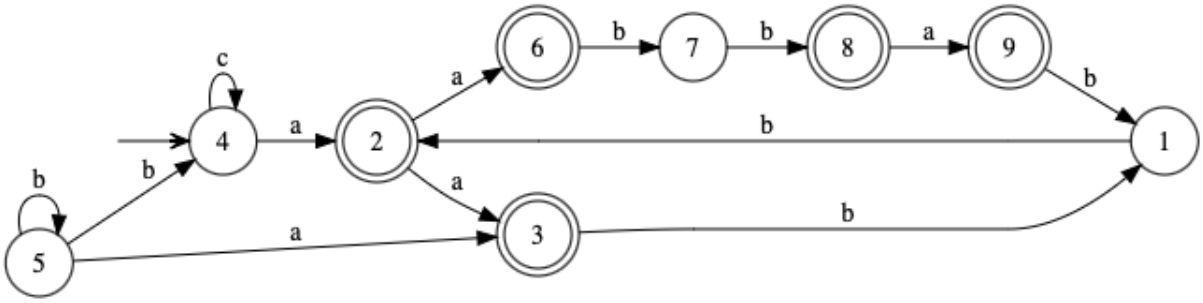
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

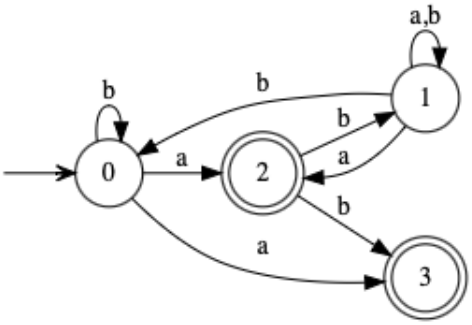
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

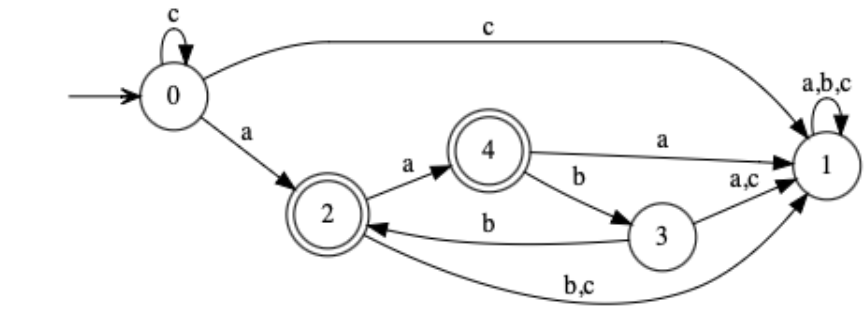


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

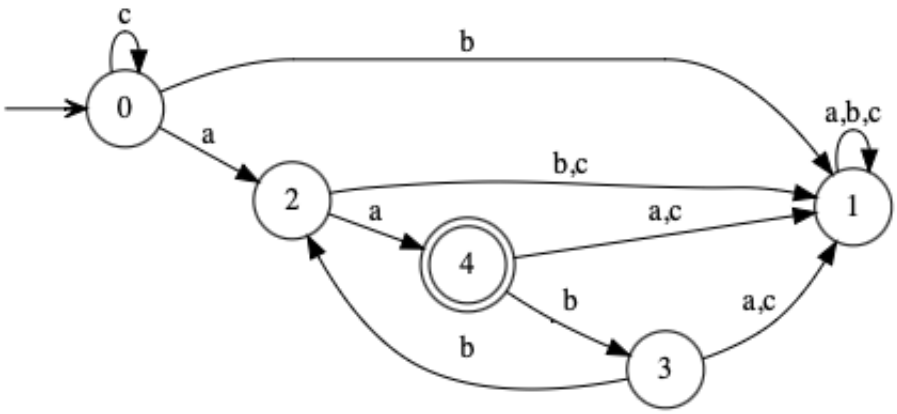


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

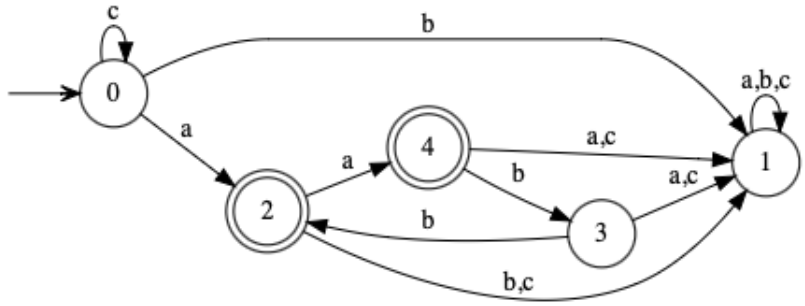
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



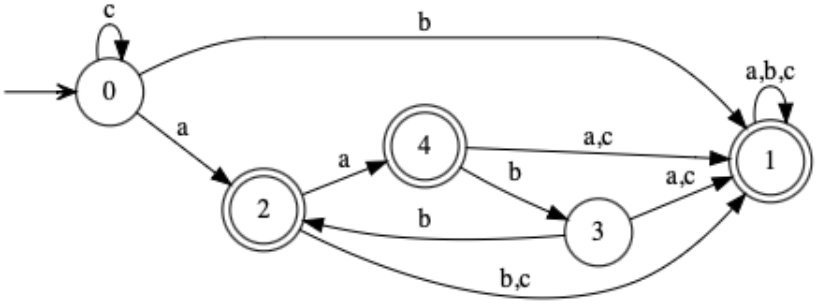
(-i-)



(-ii-)

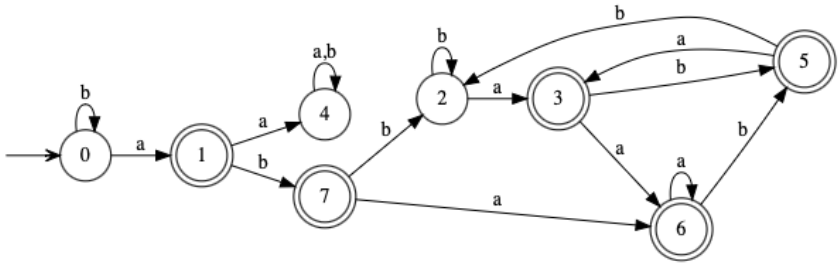


(-iii-)

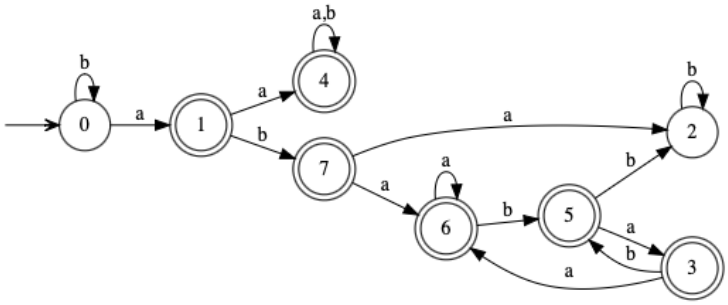


(-iv-)

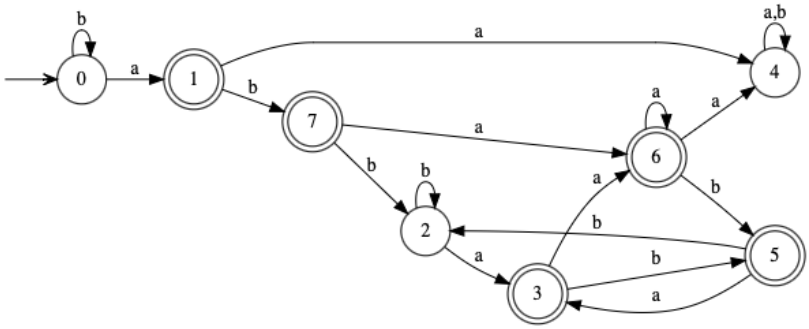
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



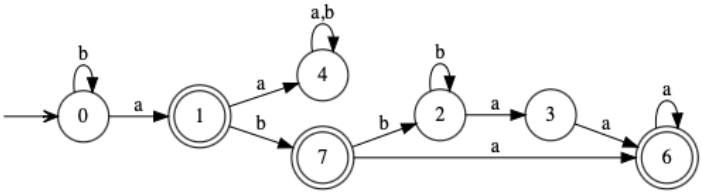
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+43/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 3 : [a] [b] [c] [■] [e] [f] [g] [h]

Question 4 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 5 : [■] [■] [c] [d] [■] [f] [g] [h] [i]

Question 6 : [■] [b] [c] [d] [e]

Question 7 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 8 : [a] [■] [c] [■] [e] [f] [■] [■] [i] [j]

Question 9 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] [■] [l]

Question 10 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 11 : [a] [b] [c] [d] [e] [■]

Question 12 : [■] [b] [c] [d] [e]

Question 13 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 14 : [a] [■] [c] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

b Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont identiques.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 20 états c 32 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 8 états [c] 32 états [d] 20 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

[b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

[c] La longueur du mot vide est 1.

[d] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

[f] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La longueur du mot vide est 0.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

[d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

[a] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[f] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[h] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

b Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

c Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

h Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

i Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

d Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 2 états c 6 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
c la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i- e la Figure 3-iv-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 0 b 2 c 7 d 6 e 3 f 5 ■ 4 h 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

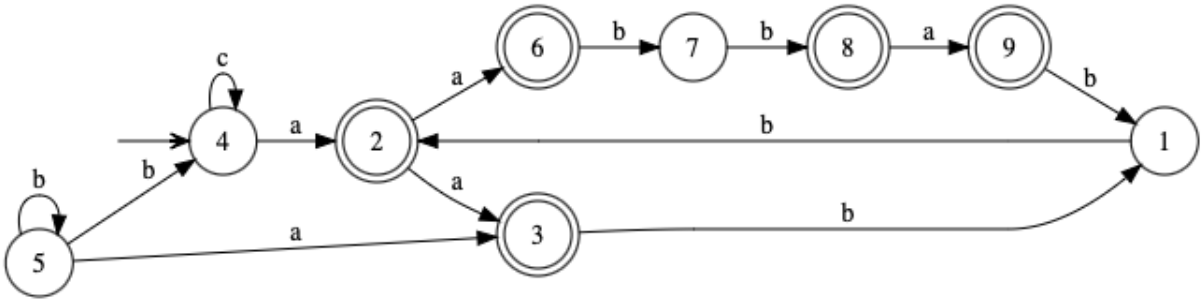
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

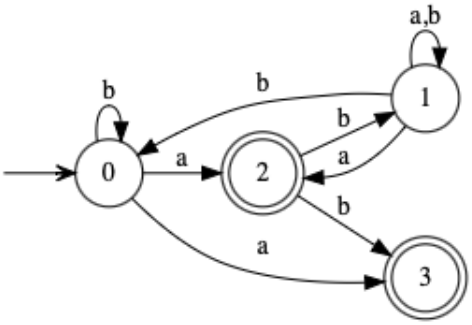
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

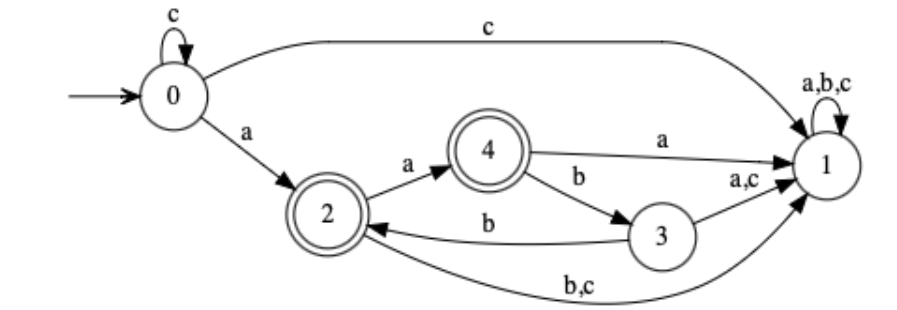


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

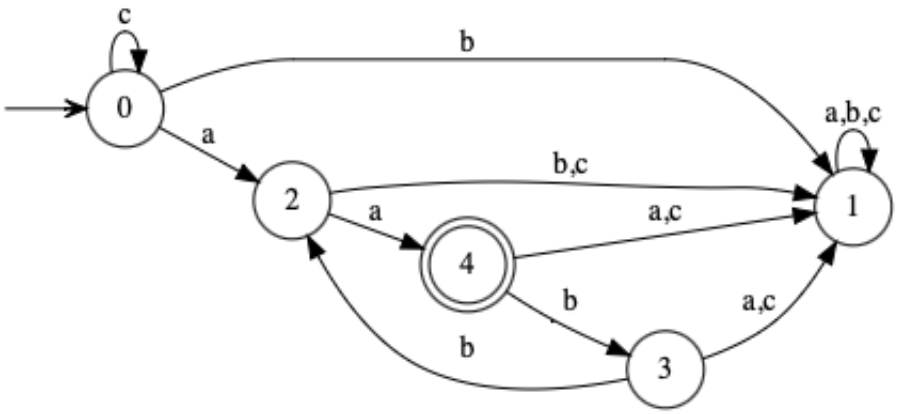


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

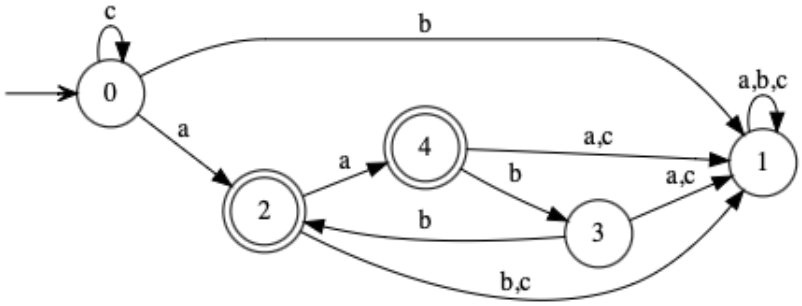
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



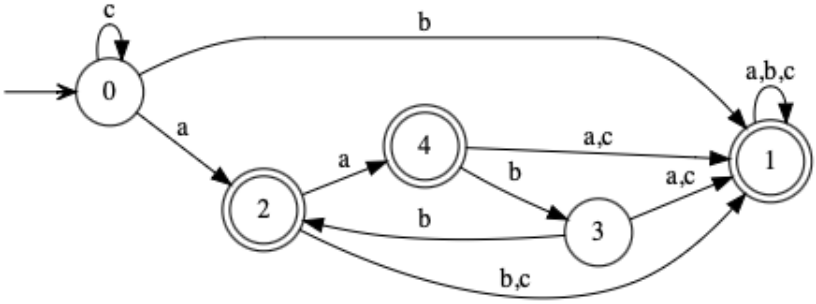
(-i-)



(-ii-)

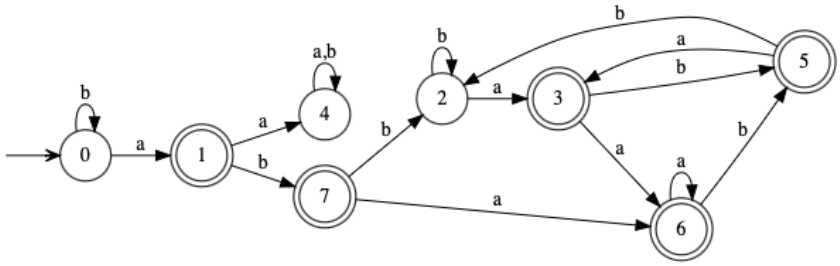


(-iii-)

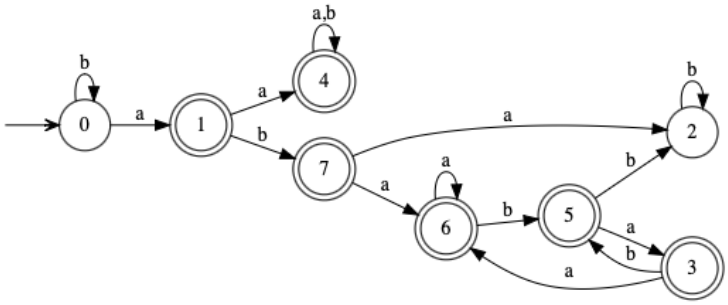


(-iv-)

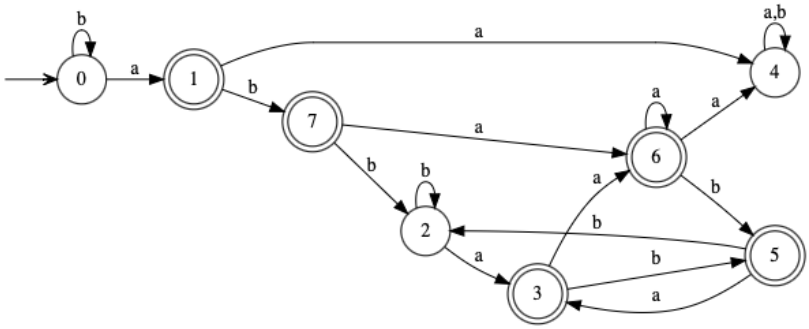
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



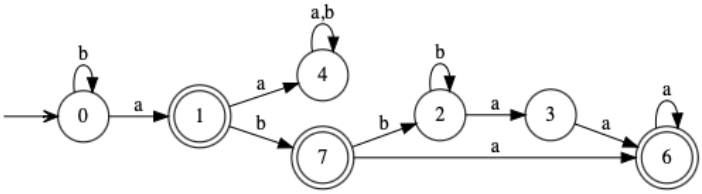
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+44/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f

Question 3 : ■ b c d e f

Question 4 : a b c d e ■

Question 5 : a ■ c d e

Question 6 : ■ b c d ■ f ■ h i

Question 7 : ■ b c d e f g h

Question 8 : a ■ ■ d ■ f ■ h i j

Question 9 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 10 : ■ b c d e f

Question 11 : ■ b c d e f

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b c d e f ■ h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [b] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [d] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [e] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [h] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [i] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [j] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

b Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

c Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

f Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

h Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 7 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états b 8 états ■ 4 états d 6 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états [b] 8 états [c] 20 états [d] 32 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

[d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

[e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

[f] La longueur du mot vide est 1.

■ La longueur du mot vide est 0.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 20 états [c] 8 états [d] 32 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. [b] la Figure 2-i-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

[c] la Figure 2-iv-. [d] la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [b] la Figure 3-iii-

[c] la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i- [e] la Figure 3-ii-

[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 1 ☐ b 6 ■ 4 ☐ d 0 ☐ e 7 ☐ f 3 ☐ g 2 ☐ h 5

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

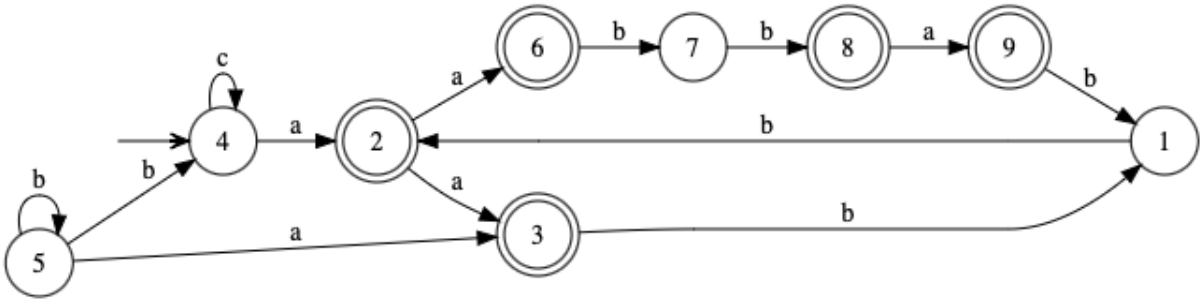
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

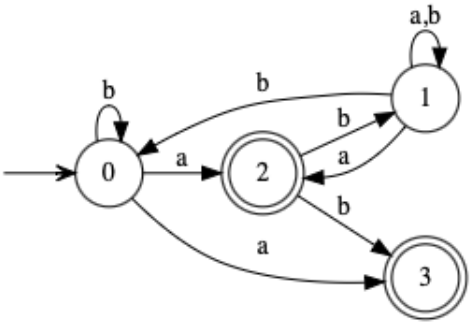
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

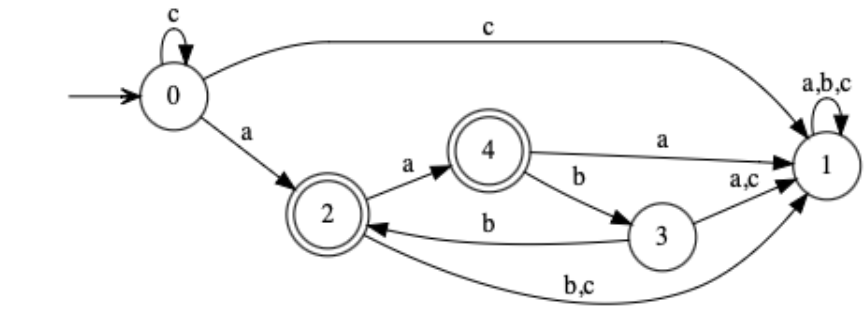


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

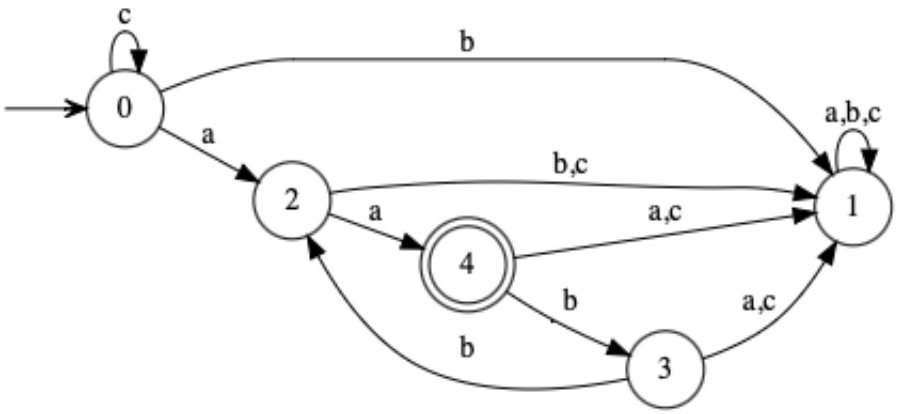


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

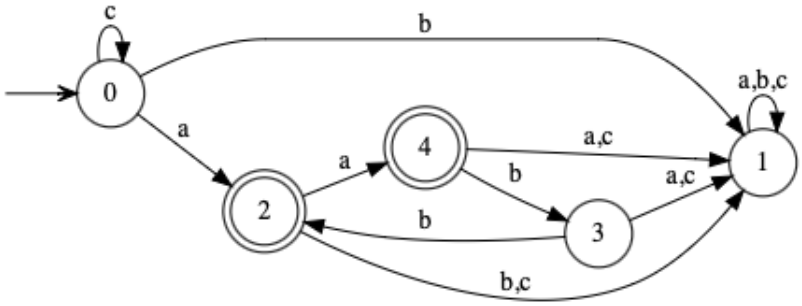
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



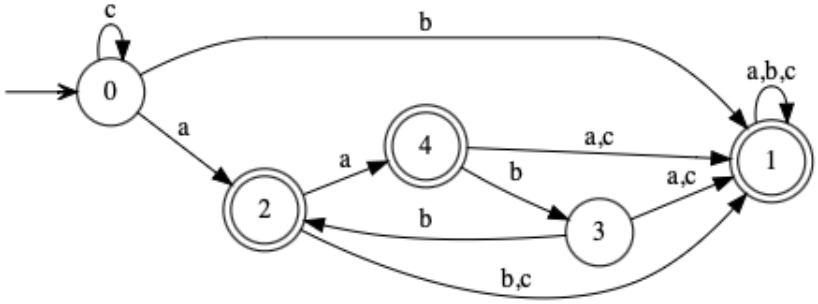
(-i-)



(-ii-)

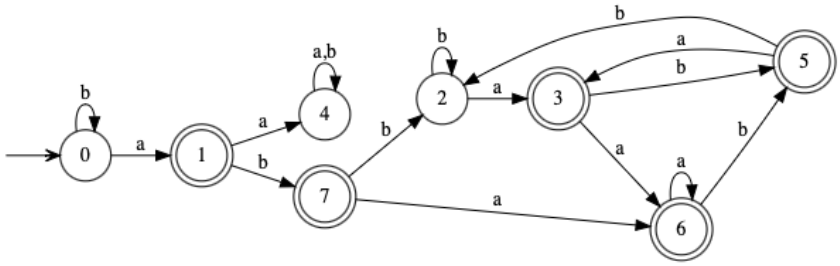


(-iii-)

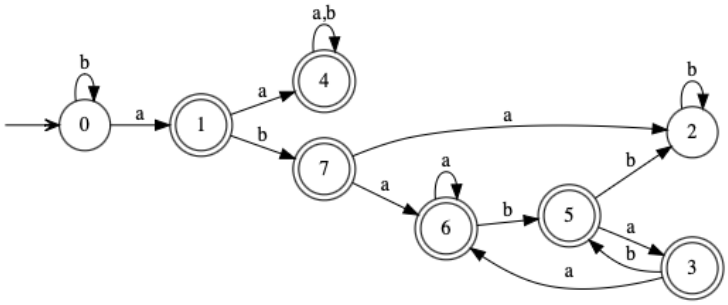


(-iv-)

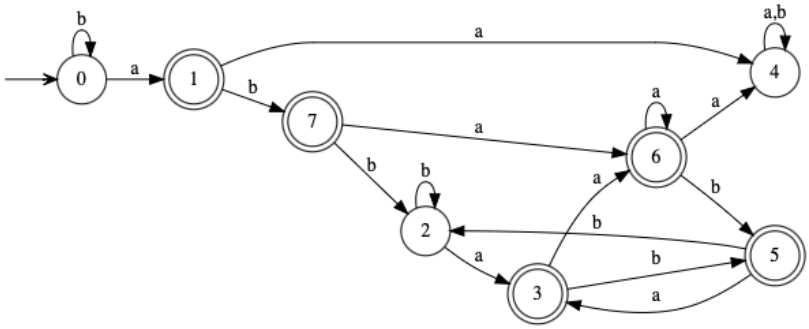
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



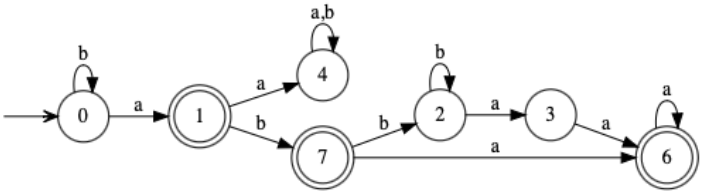
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+45/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 3 : a ■ c d e f

Question 4 : a b c ■ e f

Question 5 : ■ b c ■ ■ f ■ h i j

Question 6 : a b c d ■ f g h

Question 7 : a b ■ d e f

Question 8 : a b ■ d e

Question 9 : ■ b c d e f

Question 10 : a ■ ■ d e f ■ h i

Question 11 : a b c d e ■

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 20 états [■] 16 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
[■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

c Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

d Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

e Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

f Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La longueur du mot vide est 0.

d La longueur du mot vide est 1.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

f Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 6 états ■ 4 états d 2 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 20 états [c] 16 états [d] 32 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[b] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

[c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[d] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

[e] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

[f] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[g] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

[h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[j] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

[c] la Figure 2-iv-. [d] la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [b] la Figure 3-ii-

[c] la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i- [e] la Figure 3-iv-

[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 2 ☐ b 6 ☐ c 5 ☐ d 1 ☐ e 3 ☐ f 0 ■ 4 ☐ h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

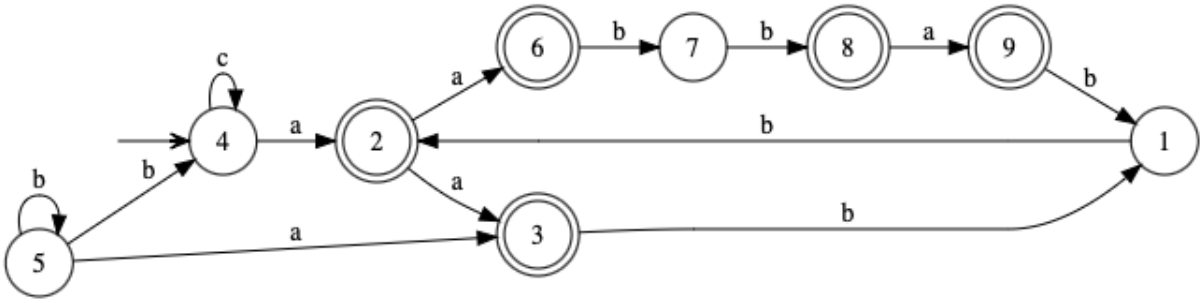
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

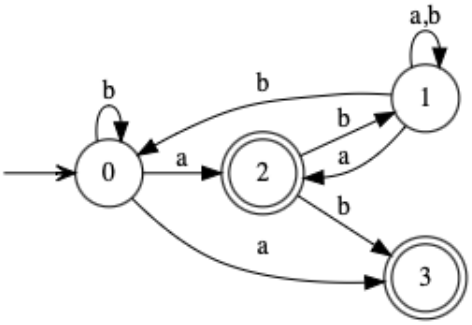
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

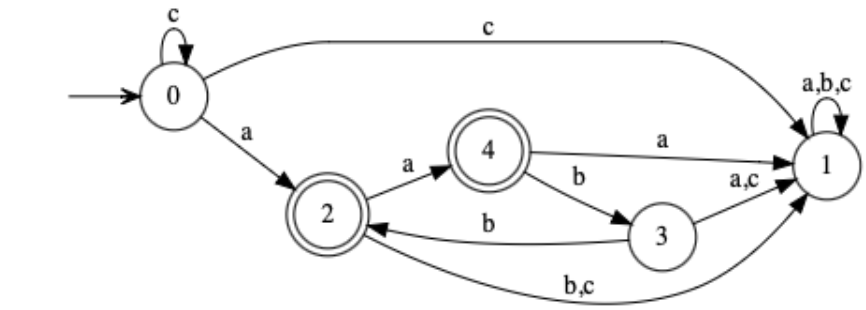


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

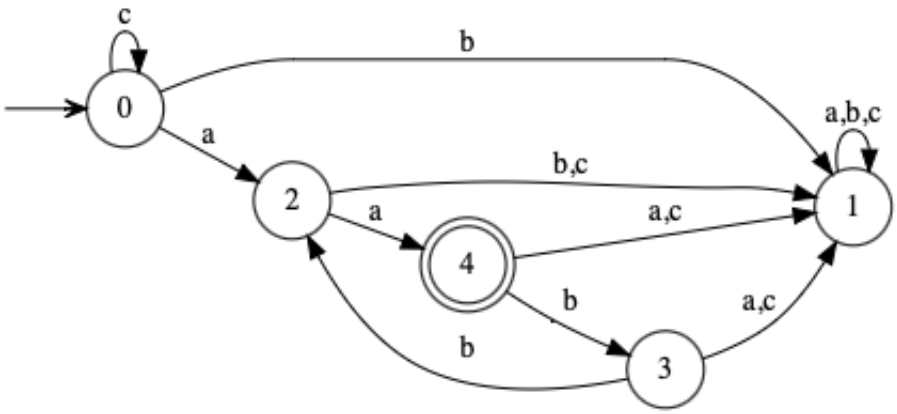


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

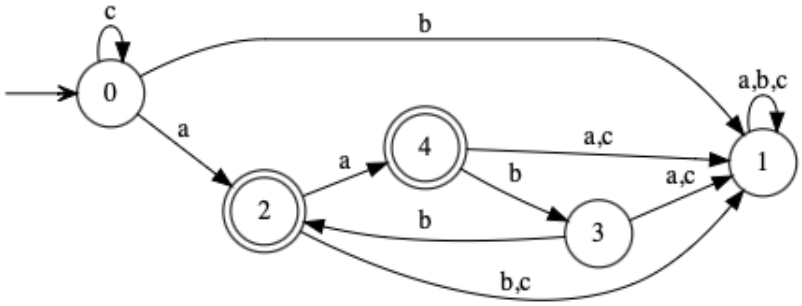
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



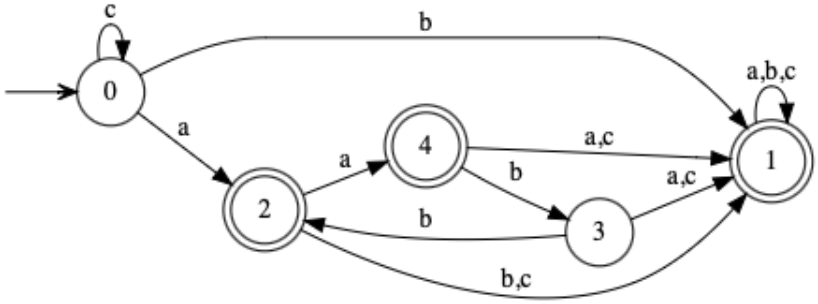
(-i-)



(-ii-)

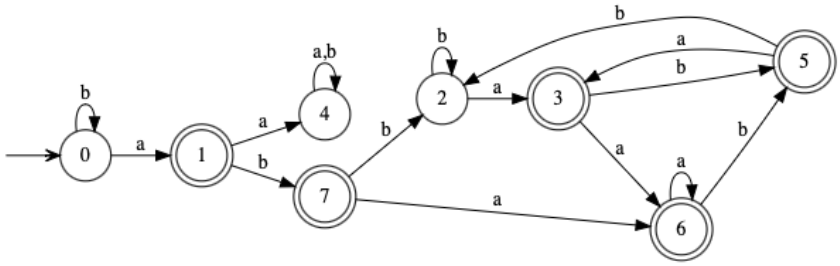


(-iii-)

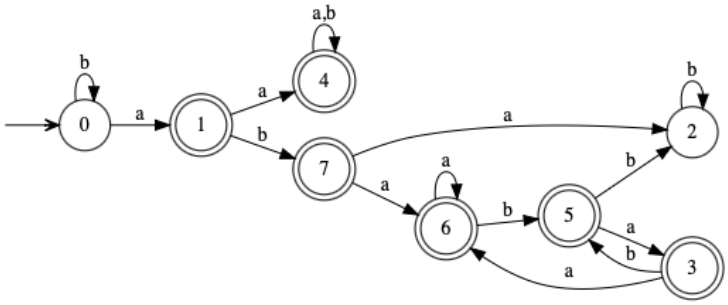


(-iv-)

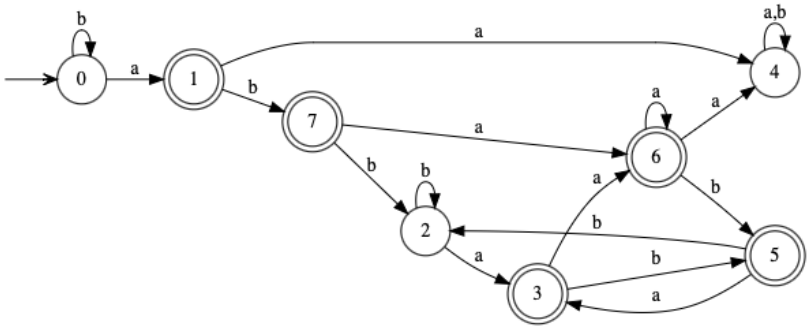
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



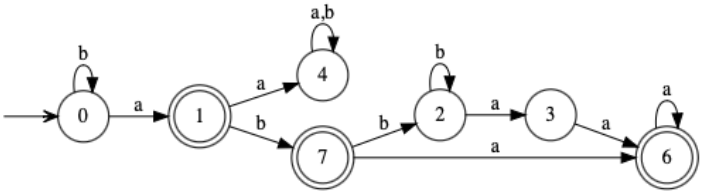
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+46/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 3 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 4 : [a] [b] [c] [■] [e] [f] [g] [h]

Question 5 : [■] [■] [c] [d] [e] [f] [■] [■] [i] [j]

Question 6 : [■] [b] [■] [d] [■] [f] [g] [h] [i]

Question 7 : [a] [■] [c] [d] [e]

Question 8 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 9 : [a] [b] [c] [d] [e] [■]

Question 10 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 11 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] [■] [l]

Question 12 : [a] [■] [c] [d] [e]

Question 13 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 14 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [■] [h]

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 6 états c 2 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

e Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

g La longueur du mot vide est 1.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont identiques.

c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états b 20 états ■ 16 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

b Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

d Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

g Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

h Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

d Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 20 états c 8 états d 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

c Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

d Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

e Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-i-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-ii-
c la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i- e la Figure 3-iii-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 6 ☐ b 2 ■ 4 ☐ d 7 ☐ e 1 ☐ f 3 ☐ g 5 ☐ h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

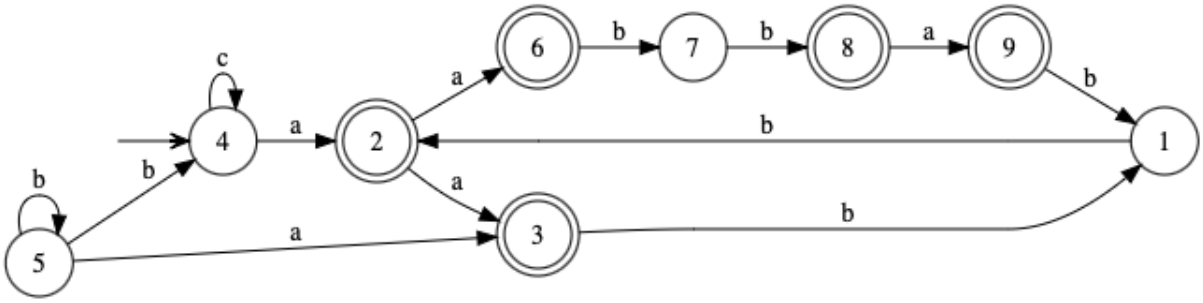
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

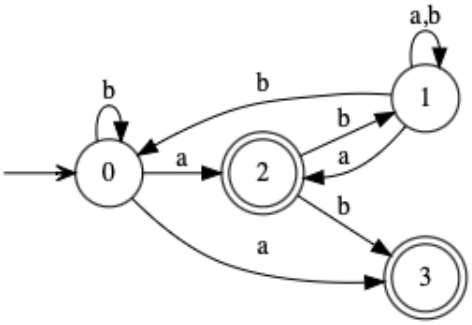
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

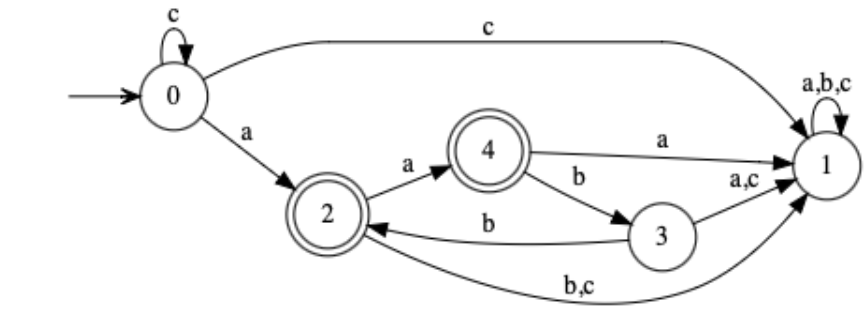


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

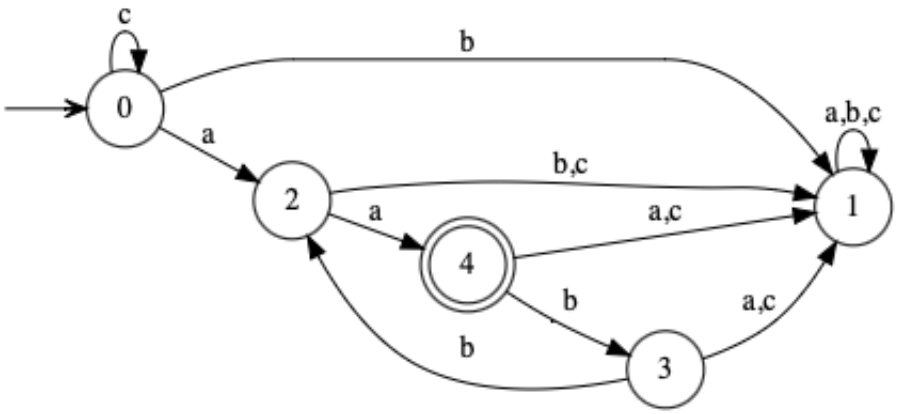


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

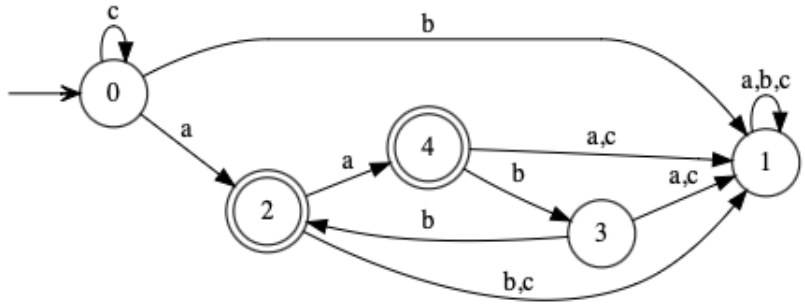
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



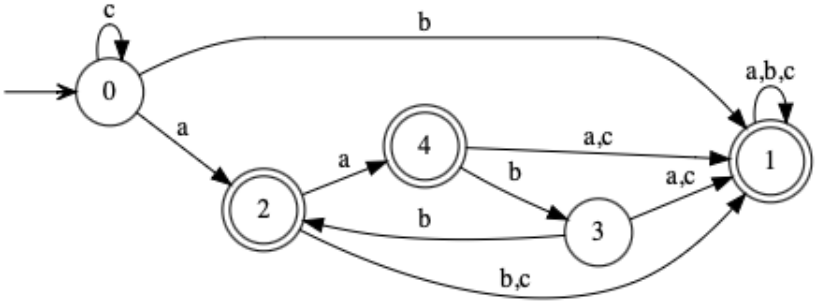
(-i-)



(-ii-)

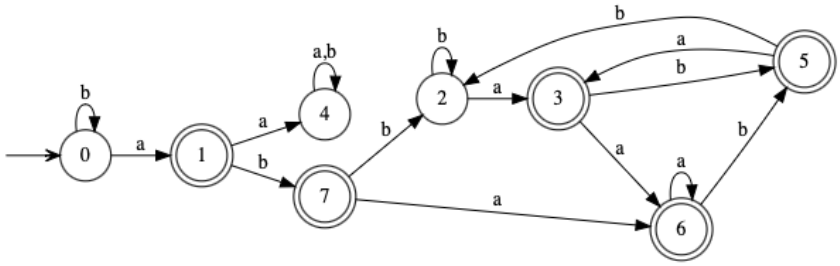


(-iii-)

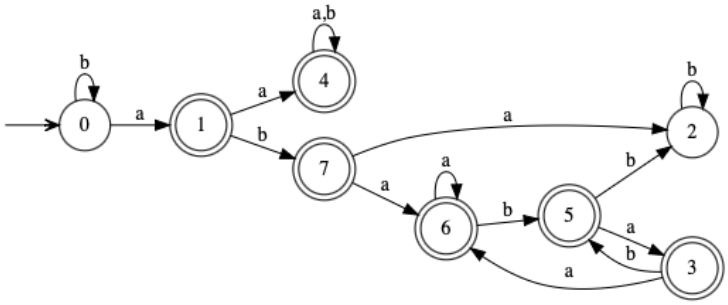


(-iv-)

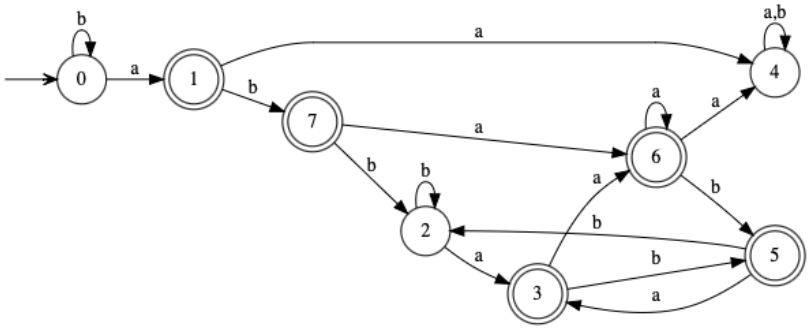
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



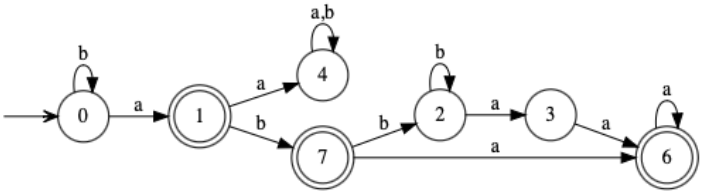
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+47/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 3 : [a] [■] [■] [■] [e] [f] [g] [h] [i]

Question 4 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 5 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 6 : [■] [b] [■] [d] [■] [■] [g] [h] [i] [j]

Question 7 : [a] [■] [c] [d] [e]

Question 8 : [a] [b] [c] [d] [■] [f] [g] [h]

Question 9 : [■] [b] [c] [d] [e] [f]

Question 10 : [a] [b] [c] [d] [e] [■]

Question 11 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] [■] [l]

Question 12 : [■] [b] [c] [d] [e]

Question 13 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 14 : [a] [b] [■] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

- [a] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
- [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
- [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
- [d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
- [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
- [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [c] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[e] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[g] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

[c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

[d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[c] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[e] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

[f] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

[g] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[h] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

[i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

[j] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 7 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 20 états ■ 16 états [c] 8 états [d] 32 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La longueur du mot vide est 0.

b La longueur du mot vide est 1.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

e Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 16 états c 8 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 2 états c 6 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i- c la Figure 3-iii-

d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe e la Figure 3-iv-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 6 ■ 4 ☐ c 0 ☐ d 1 ☐ e 2 ☐ f 7 ☐ g 5 ☐ h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

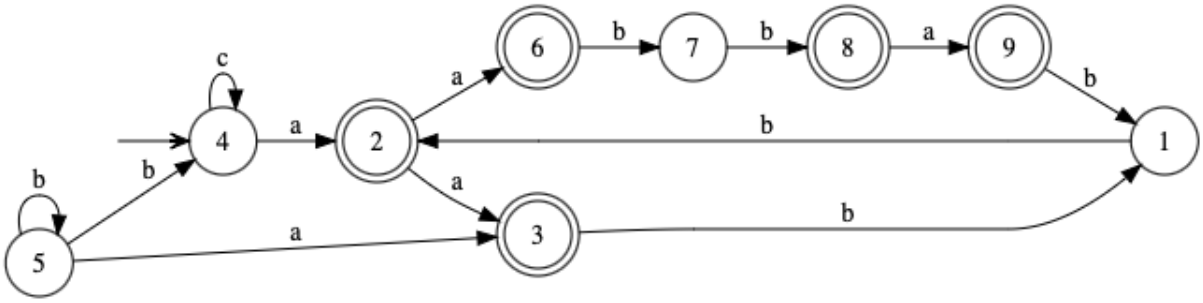
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

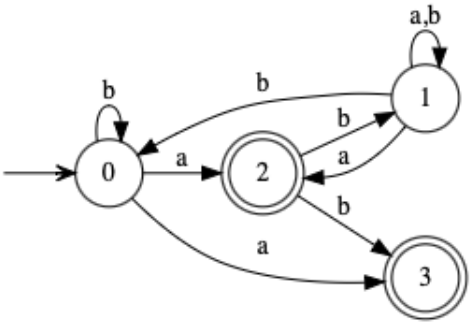
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

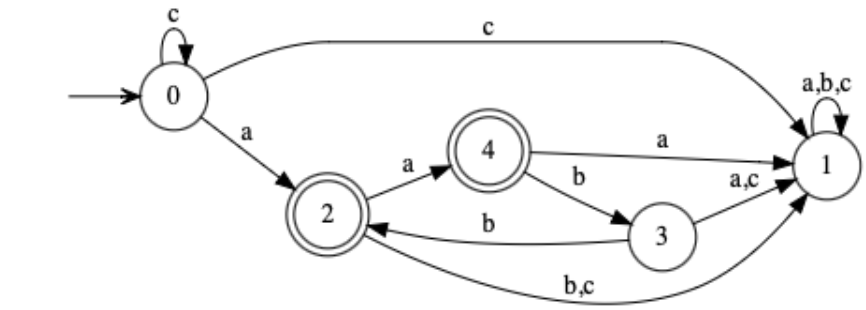


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

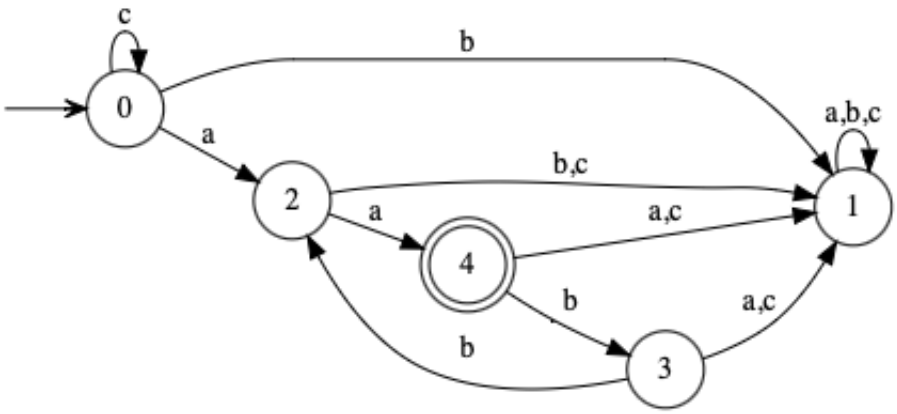


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

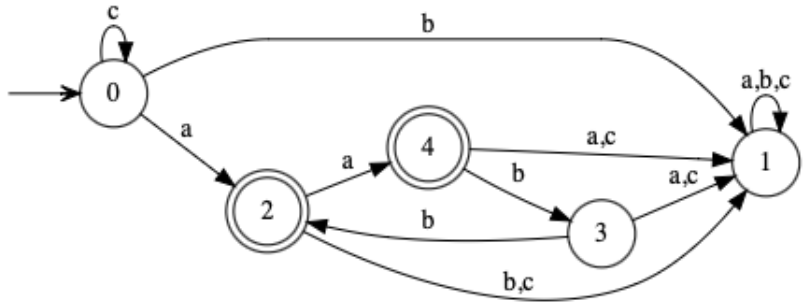
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



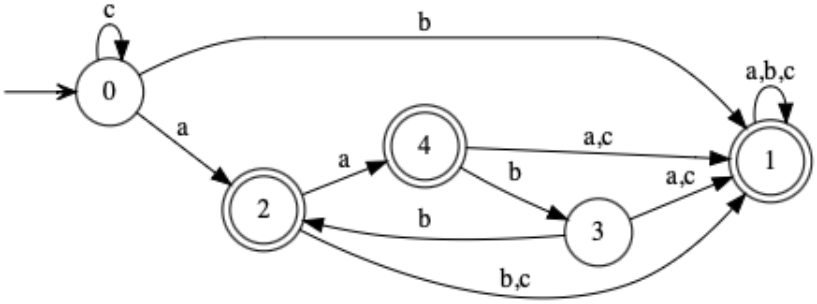
(-i-)



(-ii-)

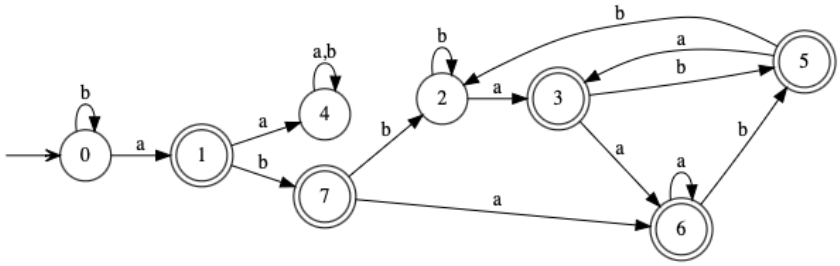


(-iii-)

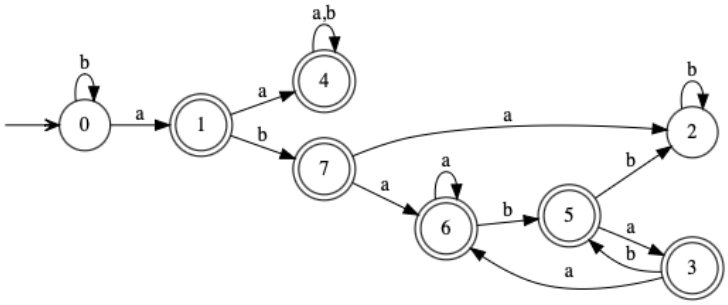


(-iv-)

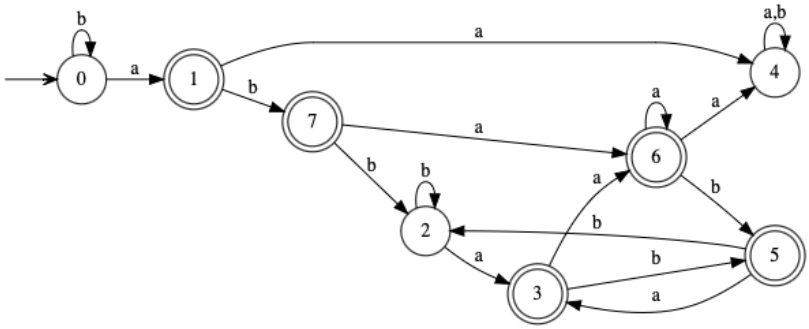
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



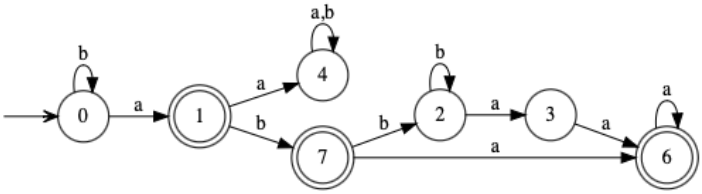
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+48/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e ■ g h

Question 3 : a b ■ d e f

Question 4 : a ■ c ■ e ■ g ■ i j

Question 5 : ■ b c d e f

Question 6 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 7 : a ■ c d e f

Question 8 : ■ b c d e

Question 9 : ■ b ■ d e f ■ h i

Question 10 : a b c d e ■

Question 11 : a b c ■ e f

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a ■ c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 20 états [c] 16 états [d] 8 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

[d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

d La longueur du mot vide est 1.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont identiques.

b Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

d Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

e Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

g Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

h Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états ■ 16 états c 32 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
b Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
c Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
e Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
f Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
i Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
j Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 11 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états ■ 4 états c 6 états d 2 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- b la Figure 3-ii- c la Figure 3-iii- d la Figure 3-iv-
e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 0 ☐ b 5 ☐ c 2 ☐ d 7 ☐ e 1 ☐ f 6 ☐ g 3 ■ 4

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

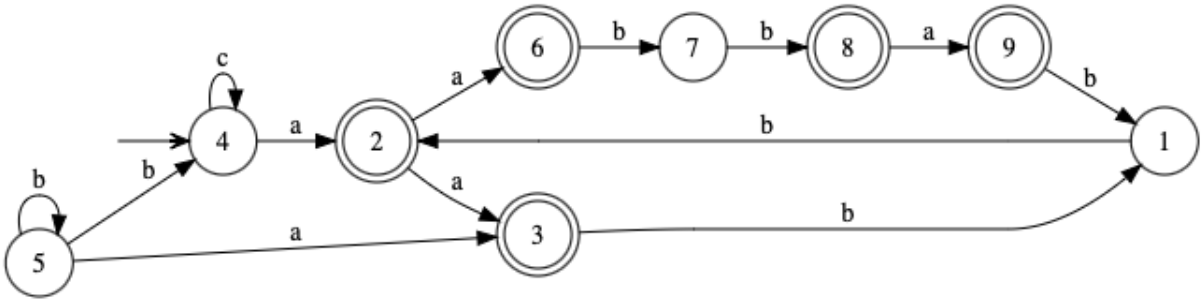
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

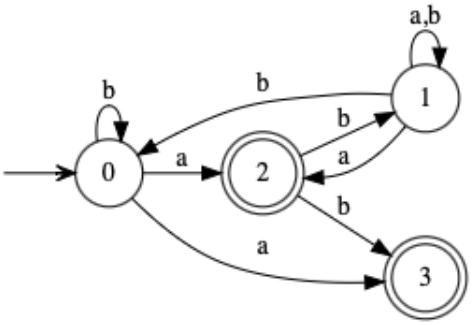
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

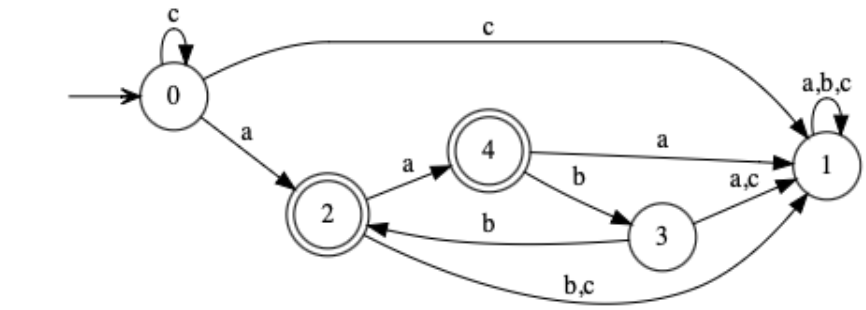


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

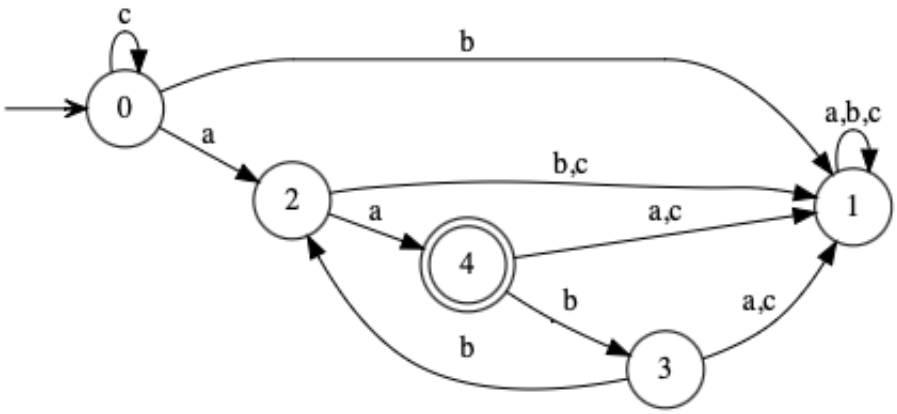


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

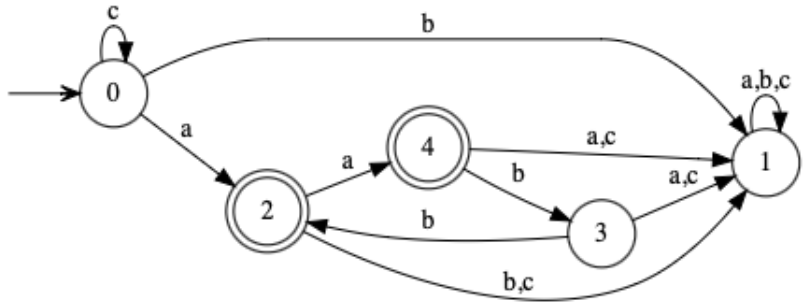
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



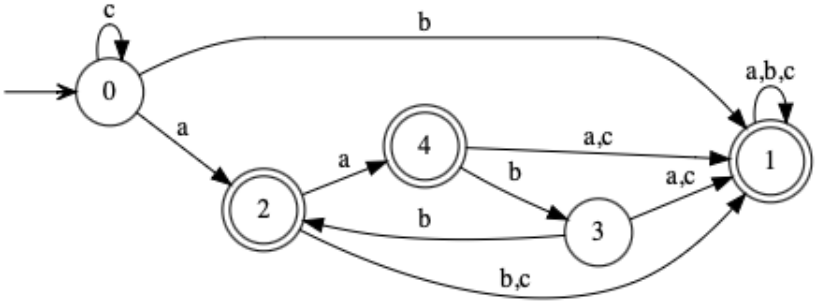
(-i-)



(-ii-)

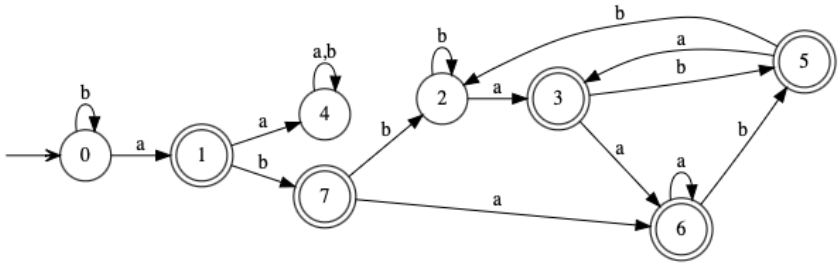


(-iii-)

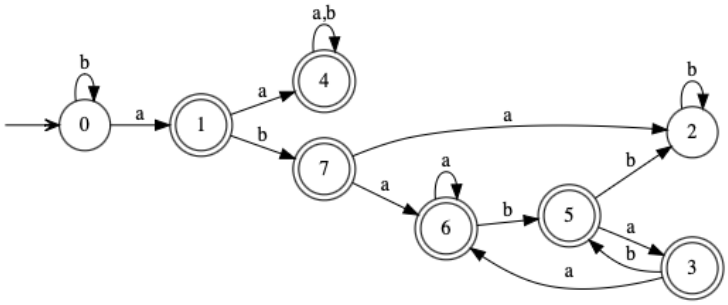


(-iv-)

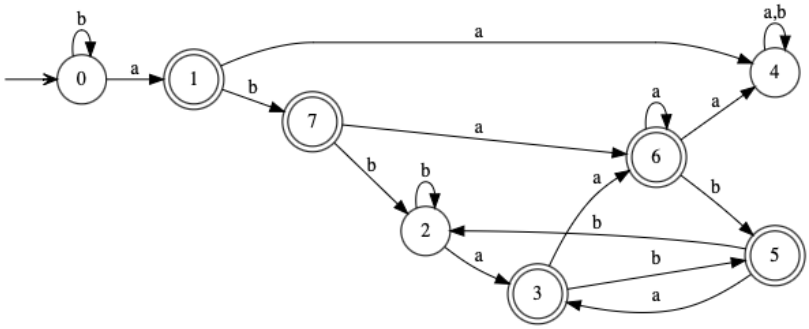
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



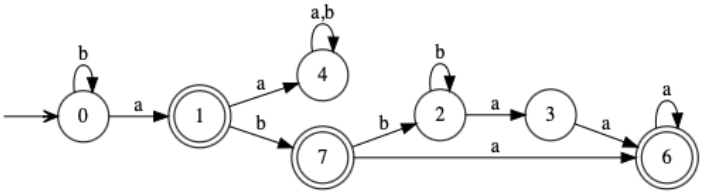
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+49/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e ■

Question 3 : a ■ c d e

Question 4 : a ■ c d e f

Question 5 : a ■ c d ■ ■ g h i

Question 6 : a b c ■ e f

Question 7 : ■ ■ ■ d e ■ g h i j

Question 8 : a ■ c d e f

Question 9 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 10 : a ■ c d e f g h

Question 11 : a ■ c d e f

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a b c d e f g ■

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

- [a] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
- [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
- [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
- [d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
- [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
- [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

d Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

e Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

f Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 16 états c 8 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

b Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

d Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

e Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

f Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états ■ 4 états c 6 états d 2 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 8 états c 20 états d 32 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
d Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La longueur du mot vide est 0.
b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
e La longueur du mot vide est 1.
f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
g Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-ii-
c la Figure 3-iv- d la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 5 b 3 c 2 d 0 e 7 ■ 4 g 6 h 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

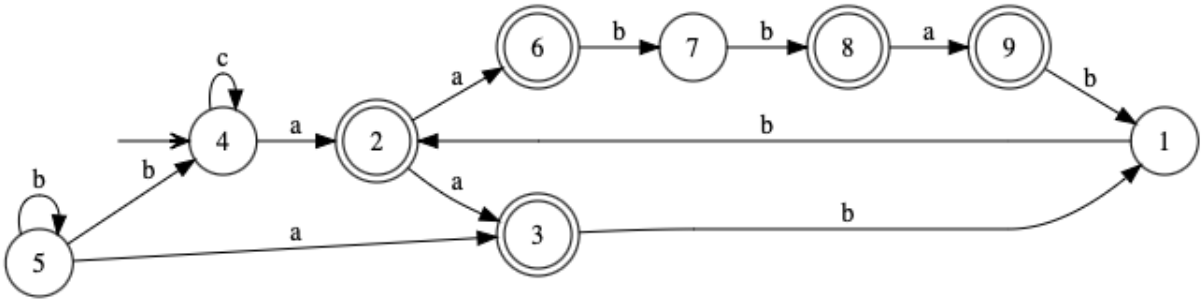
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

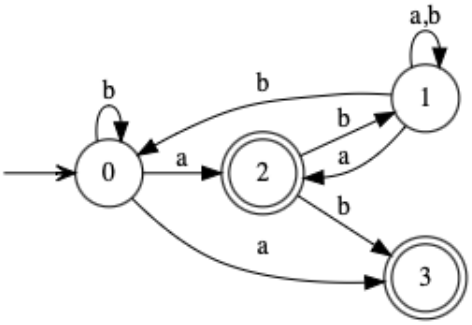
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

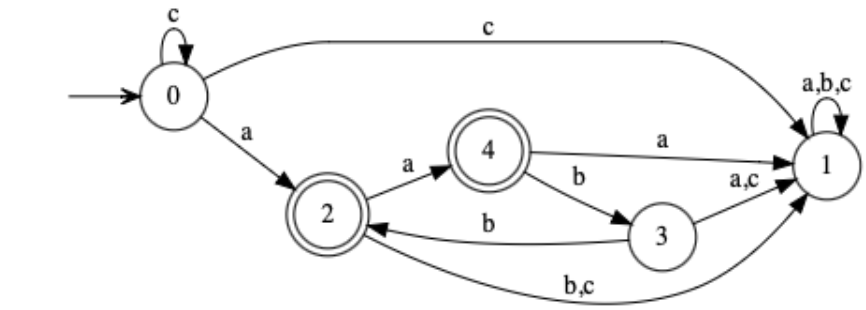


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

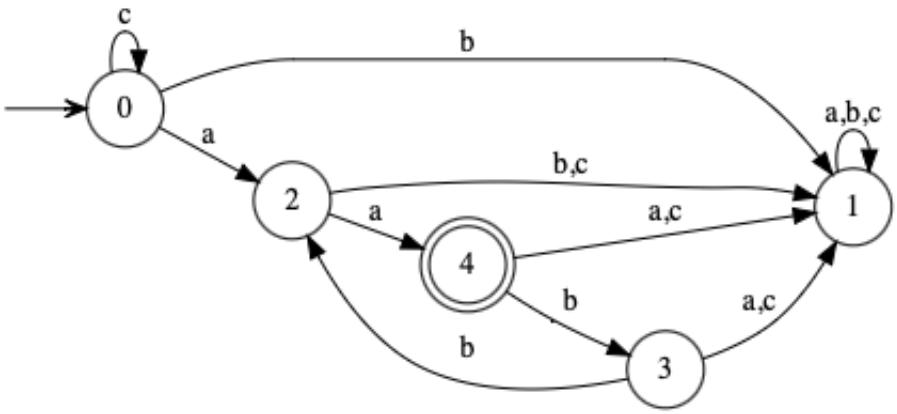


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

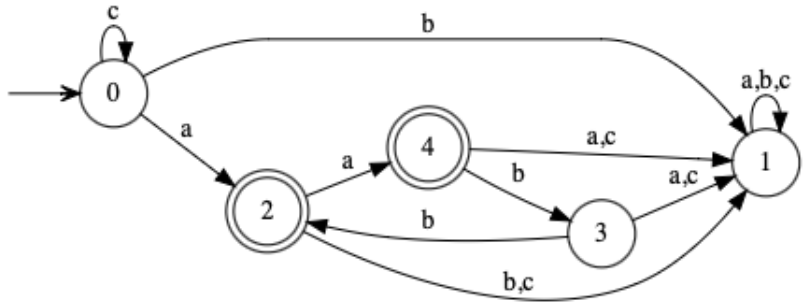
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



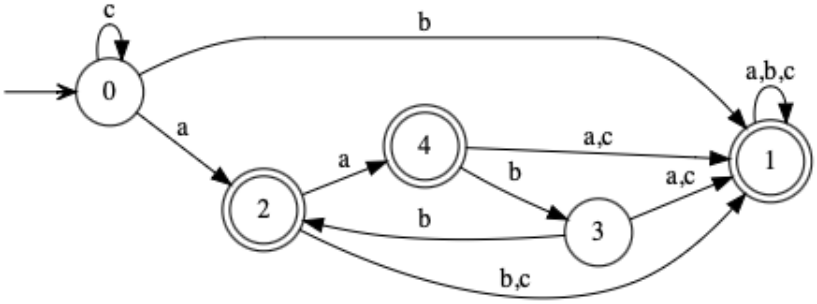
(-i-)



(-ii-)

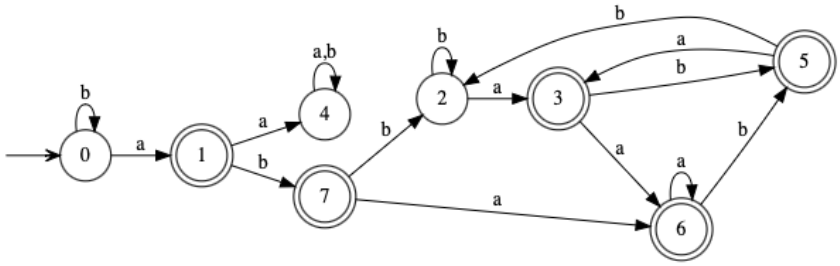


(-iii-)

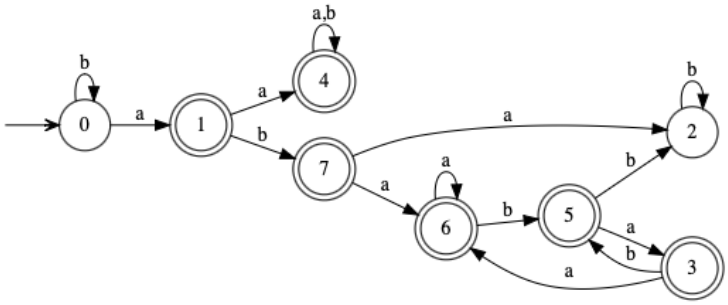


(-iv-)

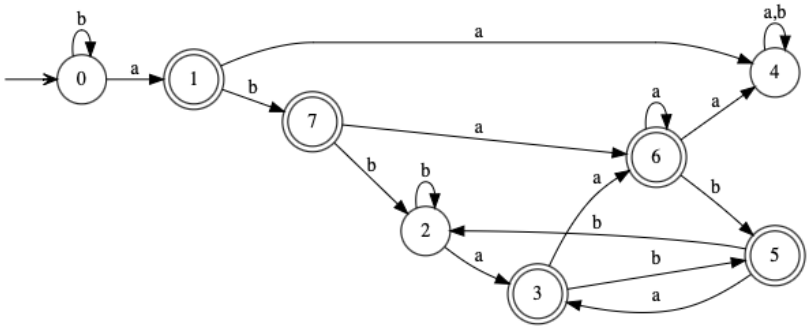
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



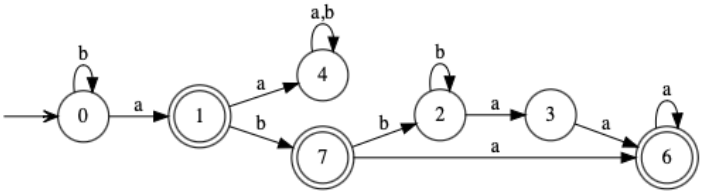
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+50/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e

Question 3 : a b c d ■ f g h

Question 4 : ■ ■ c d e f ■ ■ i j

Question 5 : ■ b c d e f

Question 6 : a b c d e ■

Question 7 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 8 : a ■ c d e f

Question 9 : ■ b c d e f

Question 10 : a ■ c d e f

Question 11 : ■ b ■ ■ e f g h i

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d e ■ g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 6 états c 8 états d 2 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont identiques.
b Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états ■ 16 états c 20 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 8 états c 32 états d 16 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
c La longueur du mot vide est 1.
■ La longueur du mot vide est 0.
e Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [d] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [e] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [f] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [g] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [h] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [i] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [j] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [g] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [h] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

- [a] la Figure 2-i-.
- [b] la Figure 2-ii-.
- [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
- [c] la Figure 2-iv-.
- [■] la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i-
d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe e la Figure 3-ii-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 1 b 7 c 2 ■ 4 e 0 f 3 g 6 h 5

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

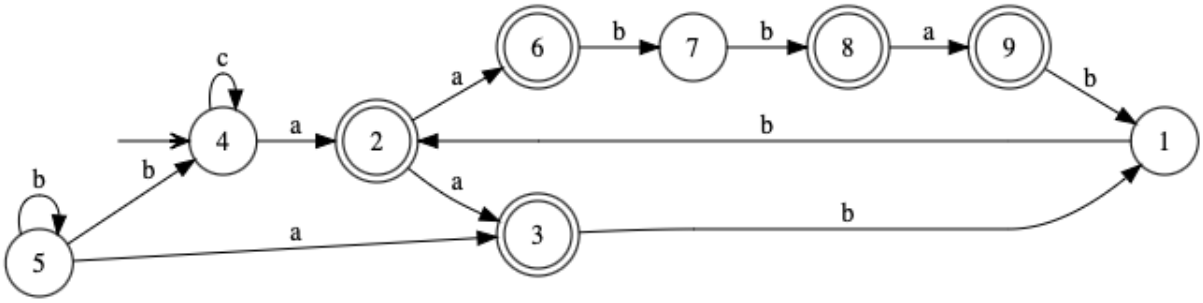
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

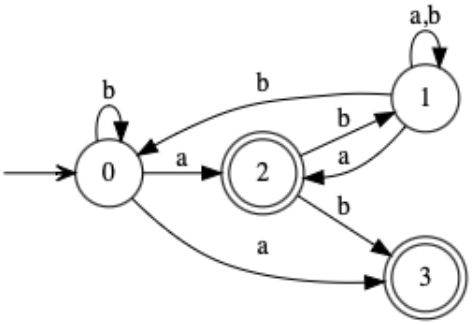
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

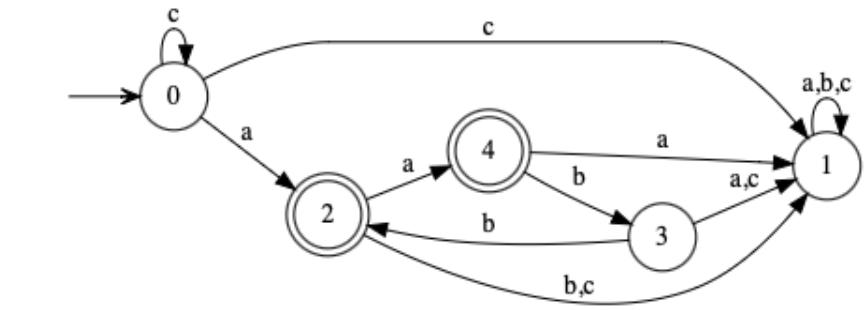


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

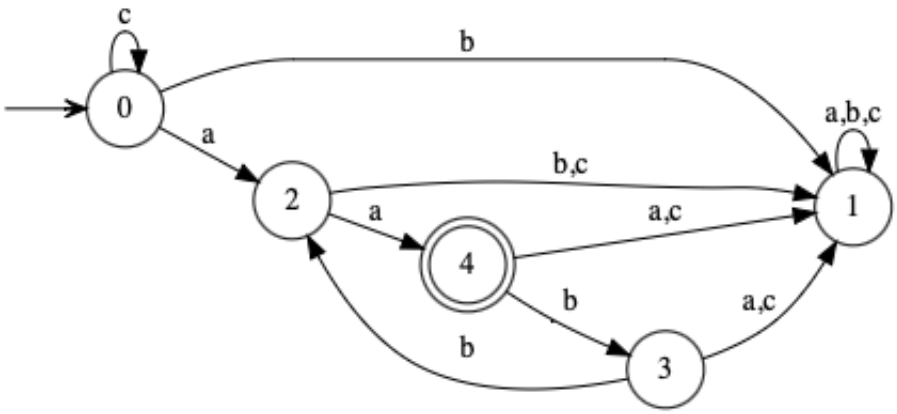


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

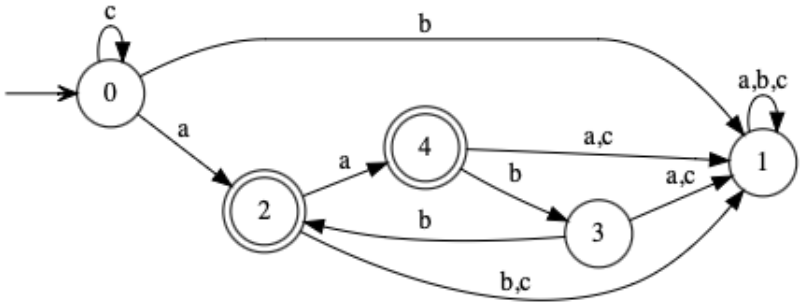
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



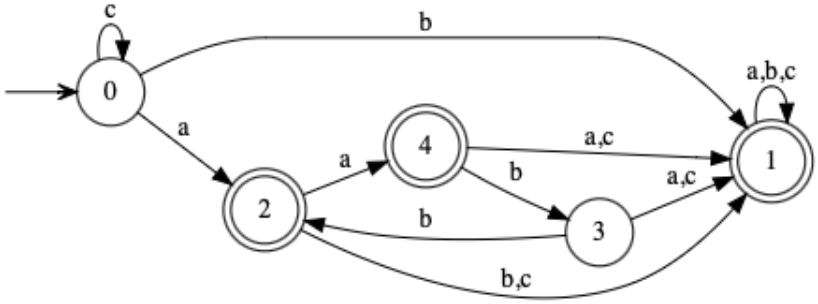
(-i-)



(-ii-)

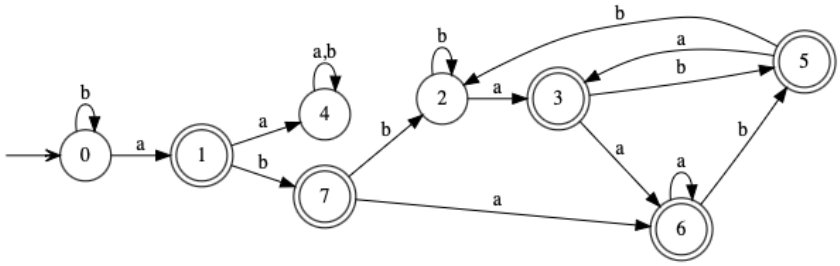


(-iii-)

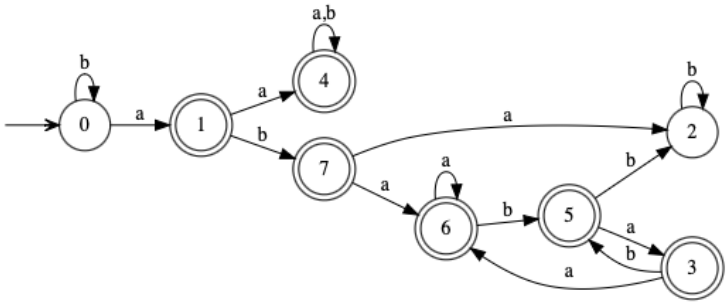


(-iv-)

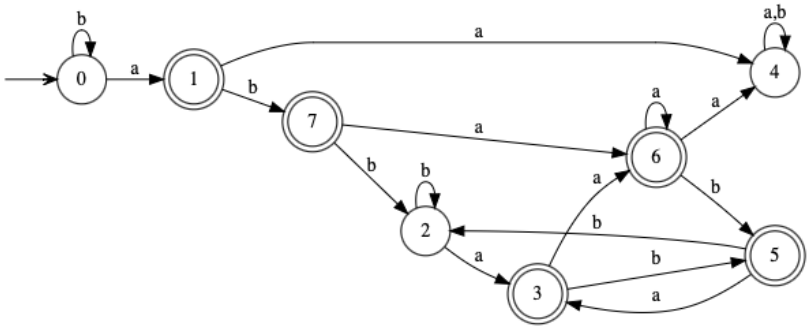
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



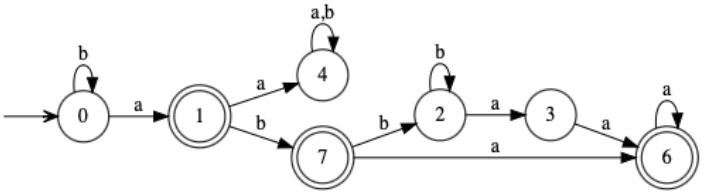
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+51/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e

Question 3 : ■ b c d e f

Question 4 : ■ b c d e f

Question 5 : a b c ■ e f

Question 6 : a ■ c d e f

Question 7 : a b c d e ■

Question 8 : ■ b c d e f g h

Question 9 : ■ b c ■ e ■ g h i

Question 10 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 11 : a ■ c ■ ■ ■ g h i j

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [d] La longueur du mot vide est 1.
- [e] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 20 états [c] 8 états [■] 16 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont identiques.

b Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

d Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

e Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

f Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

g Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 7 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états ■ 4 états c 8 états d 2 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
b Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
c Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
d Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
e Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
g Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
h Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 8 états b 32 états c 16 états d 20 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-ii-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 3-ii-
c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-
e la Figure 3-iv- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 6 ☐ b 1 ■ 4 ☐ d 5 ☐ e 0 ☐ f 7 ☐ g 2 ☐ h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

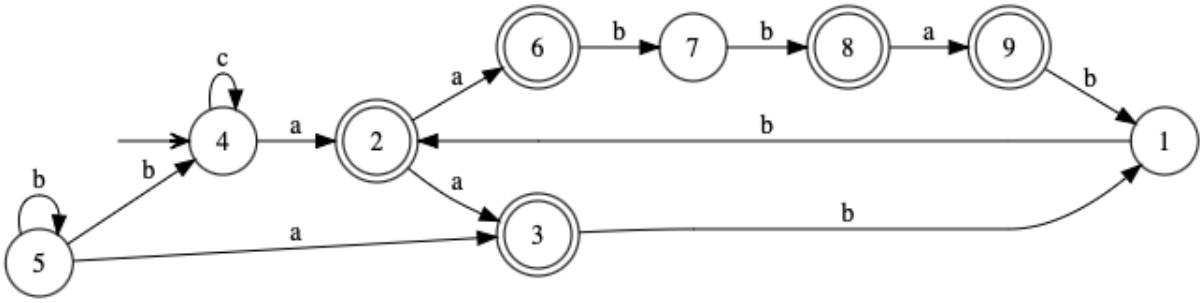
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

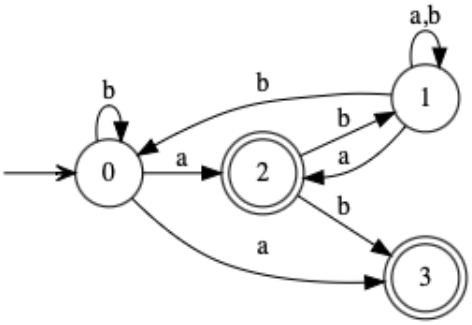
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

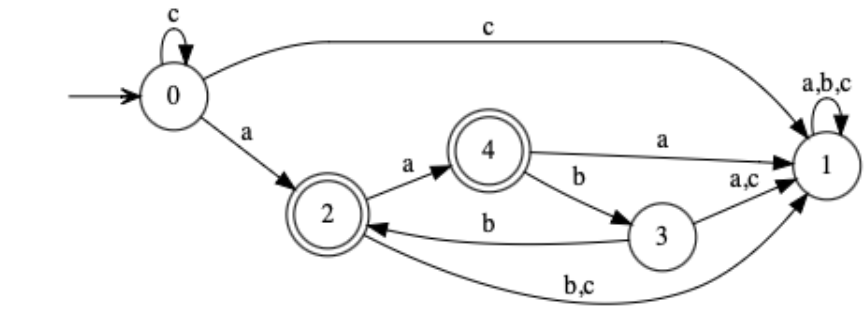


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

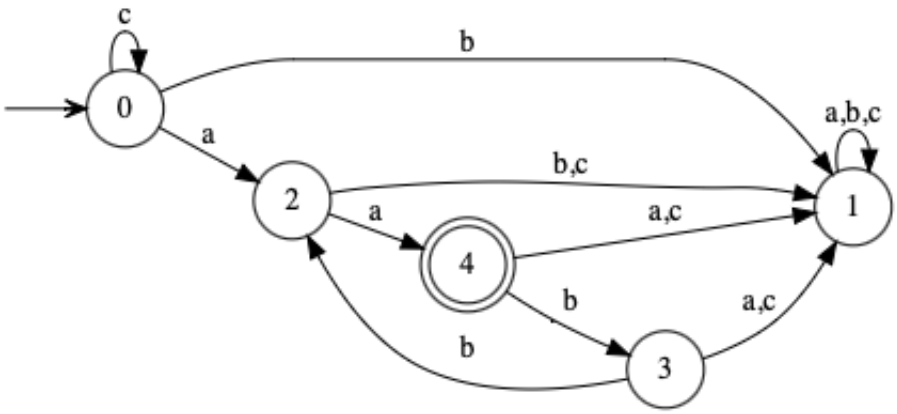


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

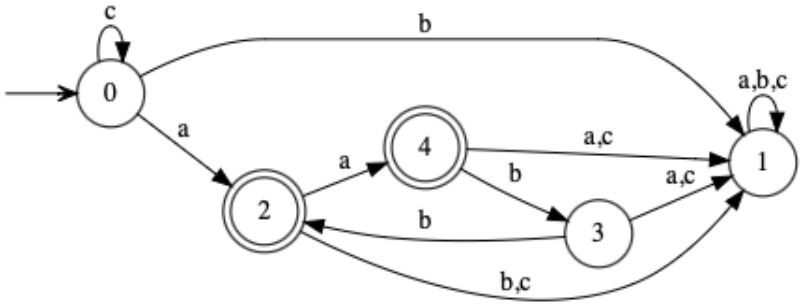
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



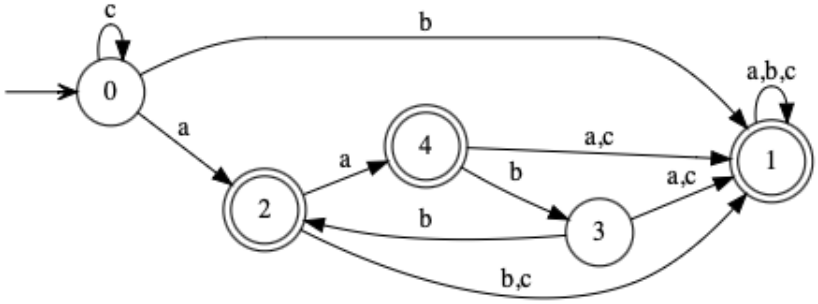
(-i-)



(-ii-)

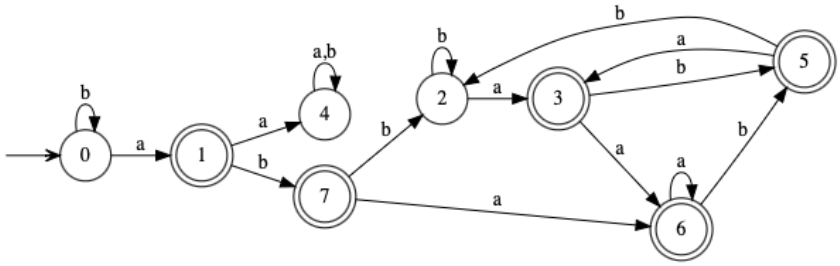


(-iii-)

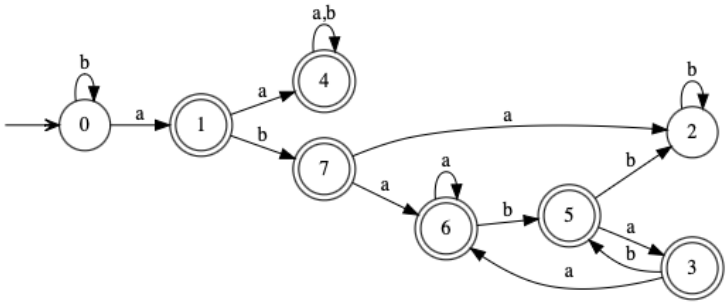


(-iv-)

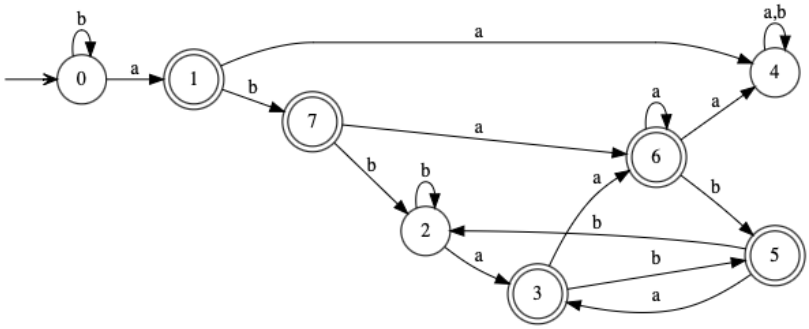
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



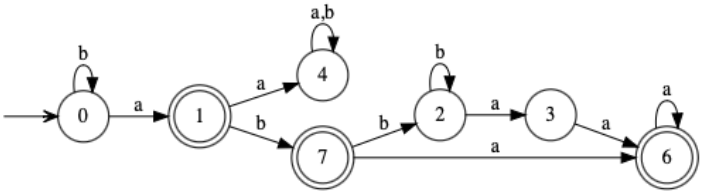
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+52/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e ■ ■ h i

Question 3 : a b c ■ e f

Question 4 : a b c ■ e f

Question 5 : a b ■ d e f

Question 6 : ■ ■ ■ d e f g ■ i j

Question 7 : a b ■ d e

Question 8 : a ■ c d e f g h

Question 9 : a ■ c d e f

Question 10 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 11 : a b c d e ■

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
[b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
[c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 32 états [c] 20 états [d] 16 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [c] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [d] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [f] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [g] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [b] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [■] 16 états [c] 20 états [d] 32 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [b] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

d Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

e Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

f Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états b 8 états c 6 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La longueur du mot vide est 0.

e La longueur du mot vide est 1.

f Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-ii-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- b la Figure 3-iv- c la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i-

e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 2 ■ 4 ☐ c 1 ☐ d 7 ☐ e 0 ☐ f 5 ☐ g 6 ☐ h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

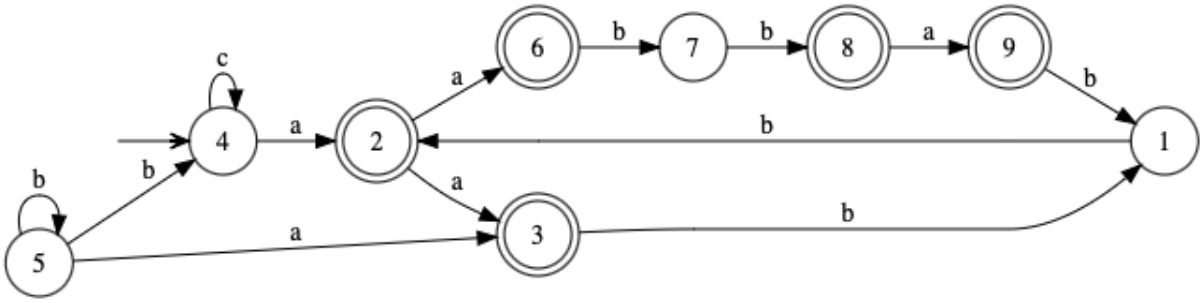
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

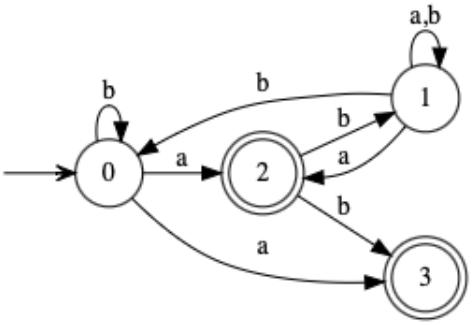
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.



(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).



(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.

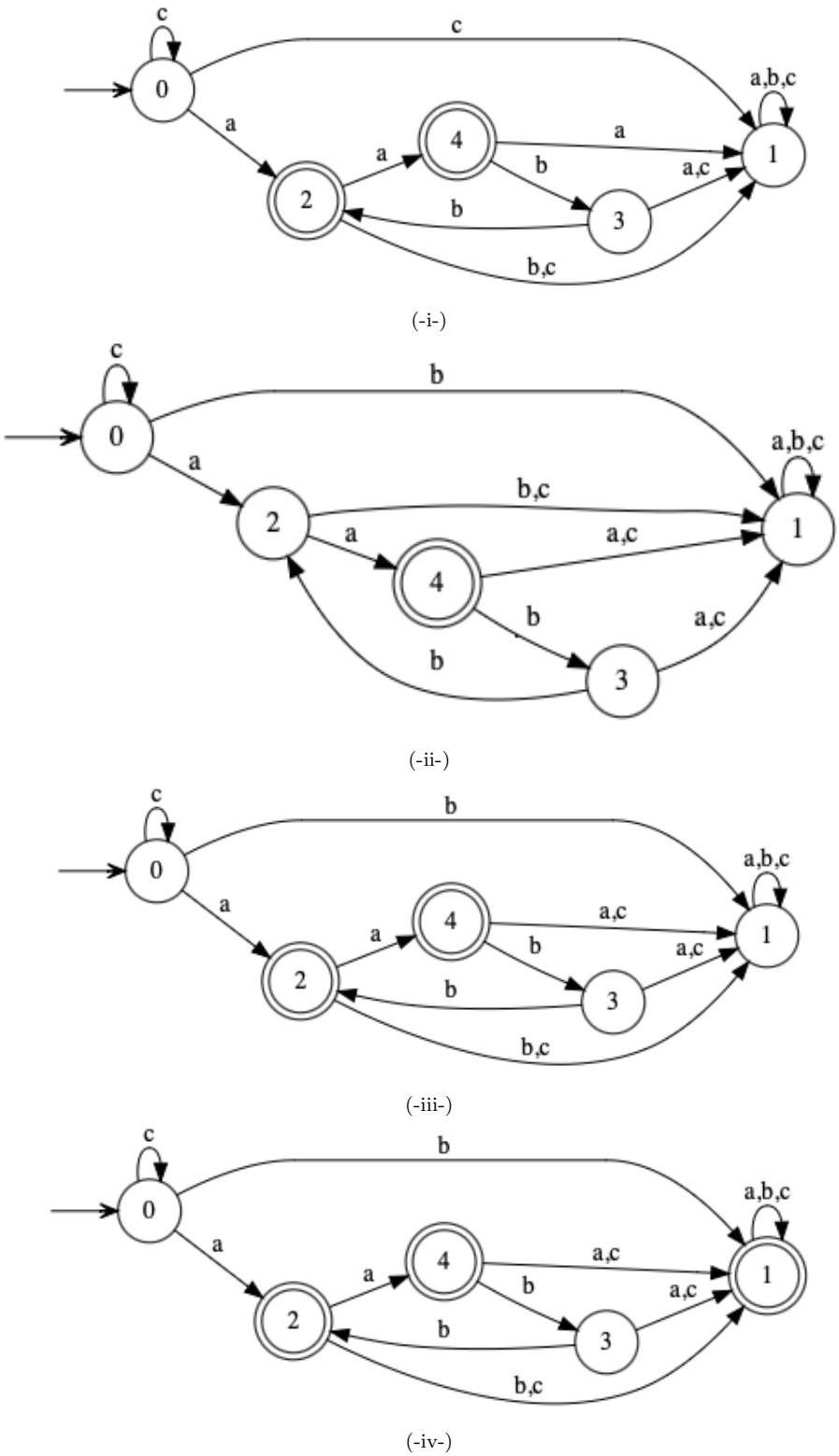
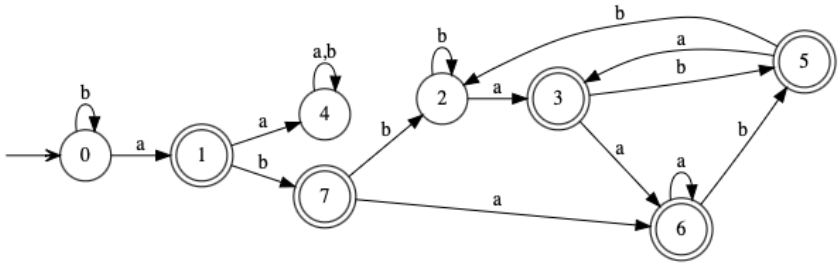
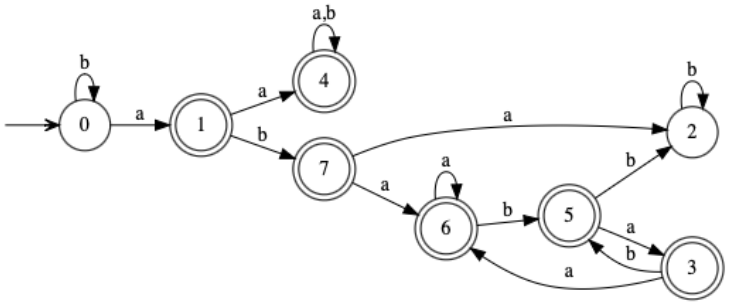


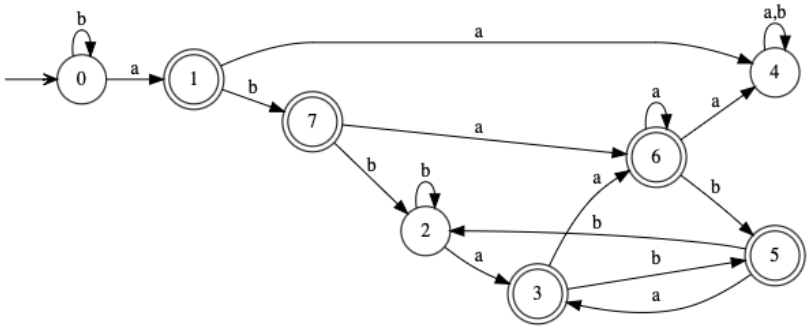
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



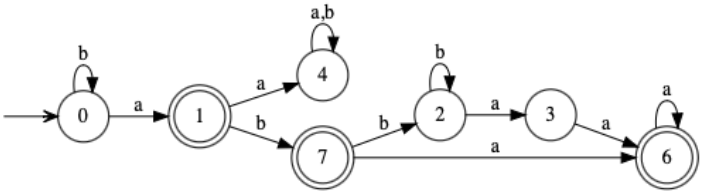
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+53/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d ■ f g h

Question 3 : ■ b c d e

Question 4 : a b c d e ■

Question 5 : a ■ c d e f

Question 6 : ■ ■ c d ■ f g ■ i j

Question 7 : a b c ■ e f

Question 8 : a ■ c d e f

Question 9 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 10 : a b c ■ e f

Question 11 : a ■ c ■ e f ■ h i

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a ■ c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- ■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 2 états [c] 6 états ■ 4 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

c Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

d Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

i Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

j Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 6 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états ■ 16 états c 32 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

b Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

c Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

h Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 32 états c 8 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La longueur du mot vide est 0.

c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

e La longueur du mot vide est 1.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

g Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-iv-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- b la Figure 3-iv-

c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe d la Figure 3-iii-

e la Figure 3-ii- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 1 c 3 d 6 e 5 f 2 g 7 h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

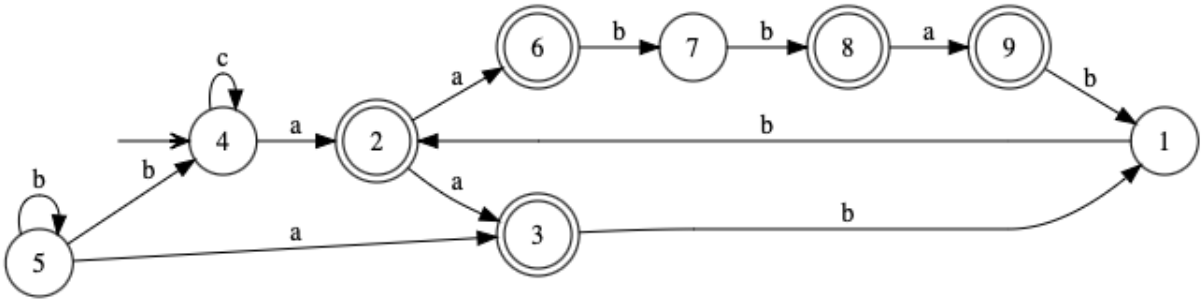
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

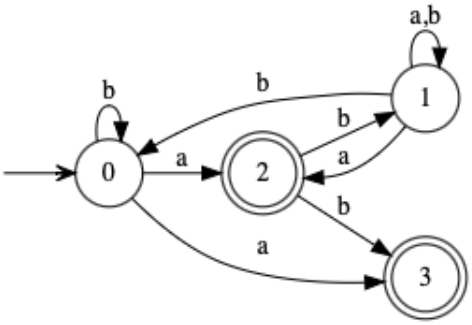
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

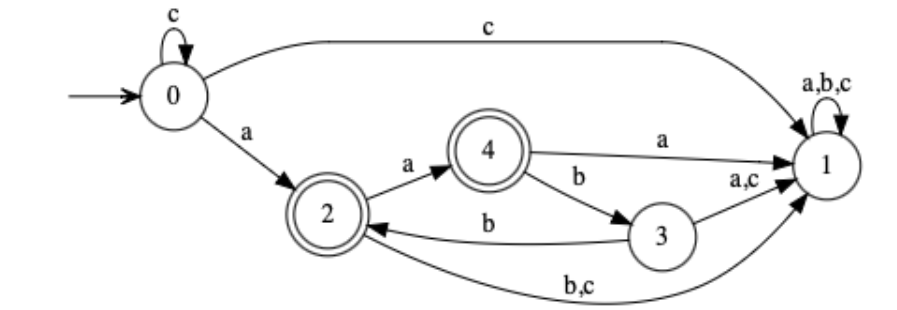


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

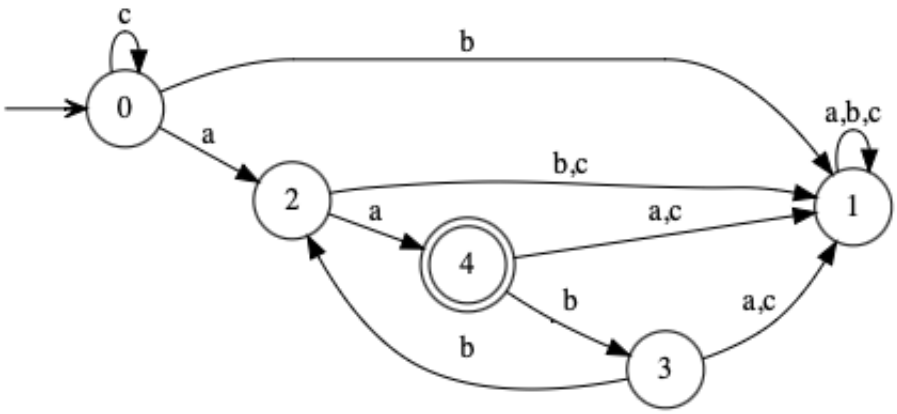


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

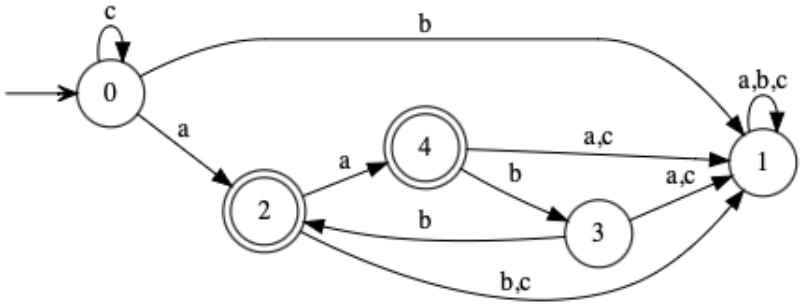
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



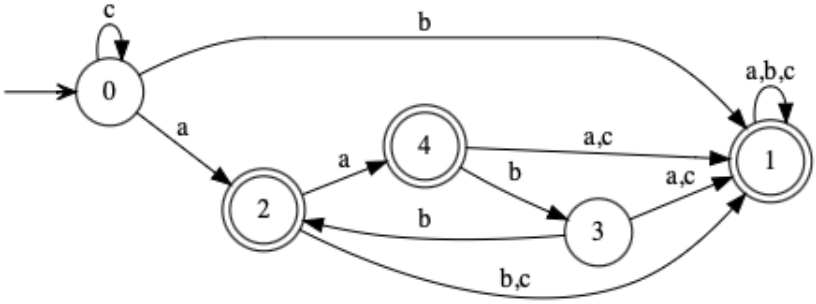
(-i-)



(-ii-)

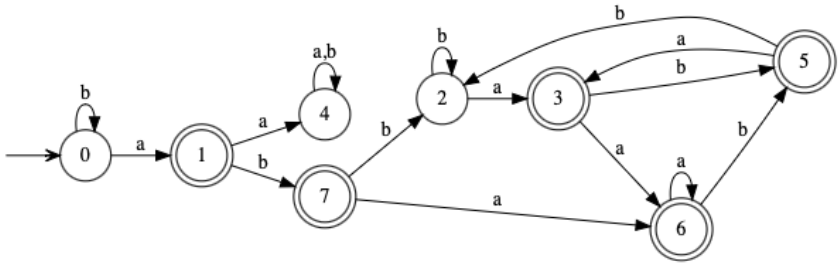


(-iii-)

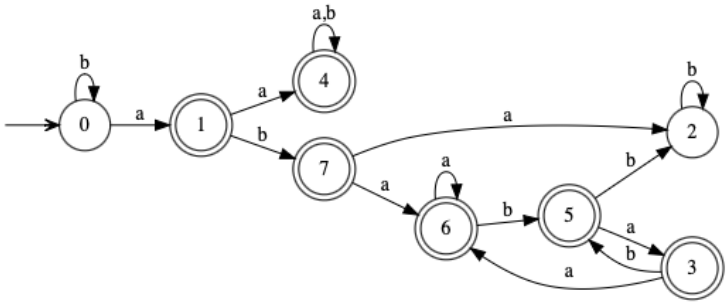


(-iv-)

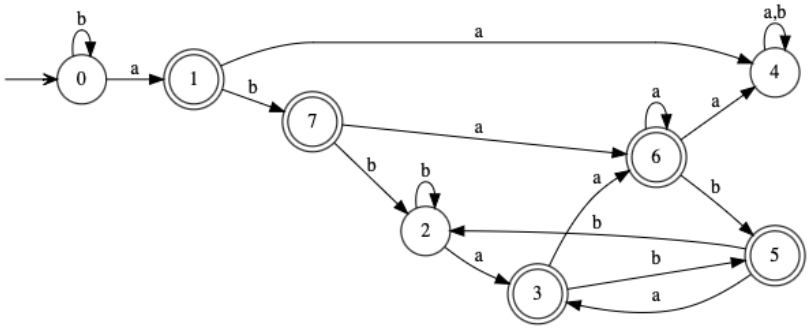
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



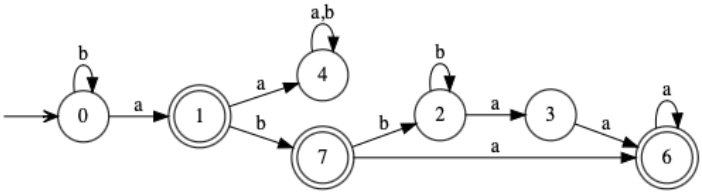
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+54/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e

Question 3 : a b c ■ e f

Question 4 : a b c ■ e f

Question 5 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 6 : a ■ c d e f

Question 7 : a b c ■ e f

Question 8 : a b ■ d e f g h

Question 9 : a b c ■ ■ ■ ■ h i j

Question 10 : a b c d e ■

Question 11 : a ■ c ■ e ■ g h i

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 32 états [c] 16 états [d] 20 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[c] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[f] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[g] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 6 états ■ 4 états [c] 2 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

[b] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

[c] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

[d] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

[e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[f] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[g] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

[h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
■ La longueur du mot vide est 0.
c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
d La longueur du mot vide est 1.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
f Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 10 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 32 états c 20 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :
a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-ii-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i-
c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe d la Figure 3-iii-
e la Figure 3-iv- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 7 ☐ b 6 ☐ c 0 ☐ d 3 ■ 4 ☐ f 1 ☐ g 5 ☐ h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

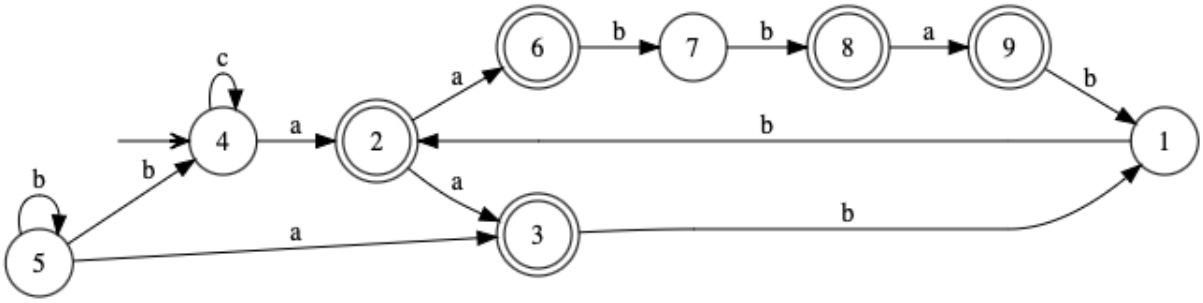
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

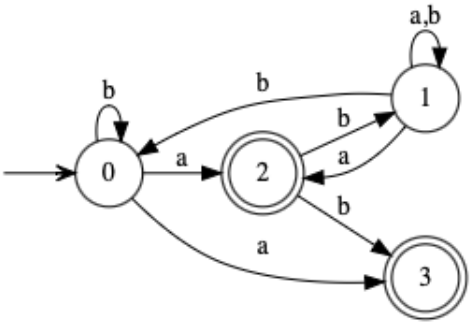
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

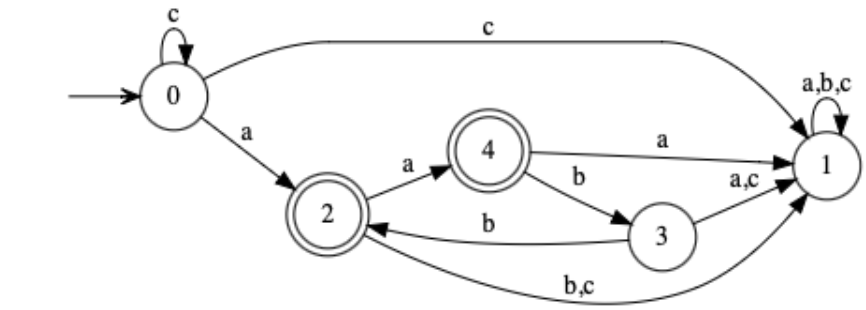


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

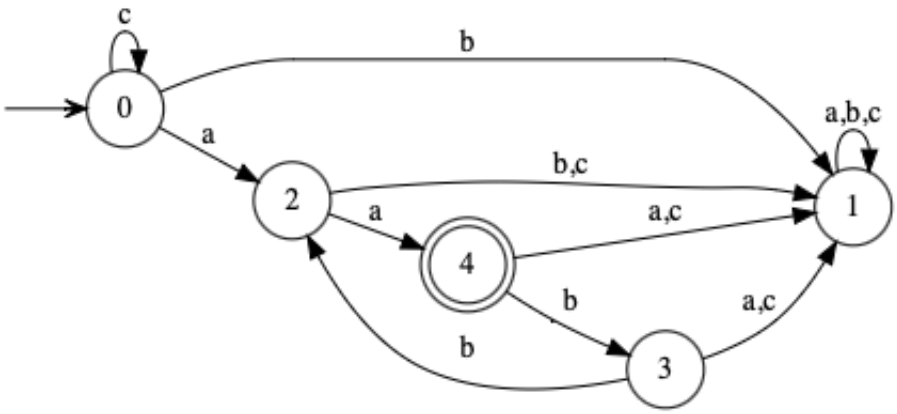


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

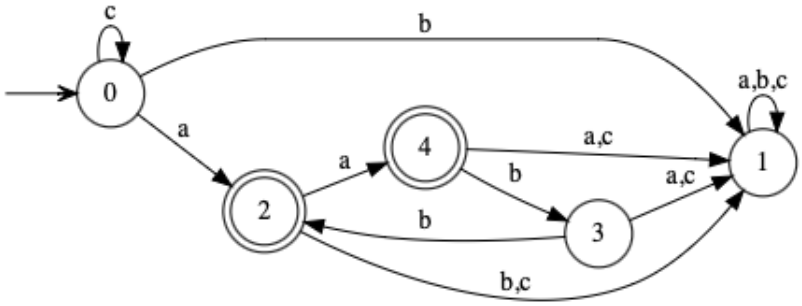
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



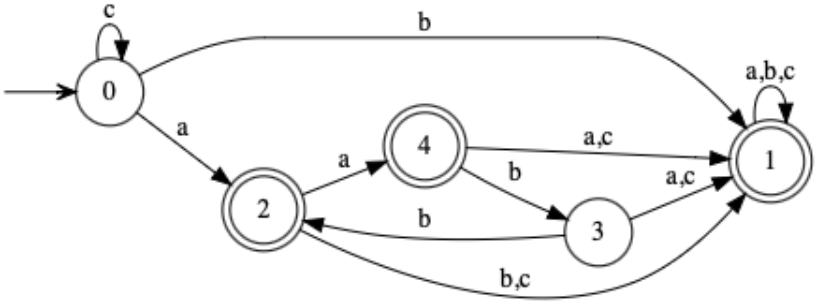
(-i-)



(-ii-)

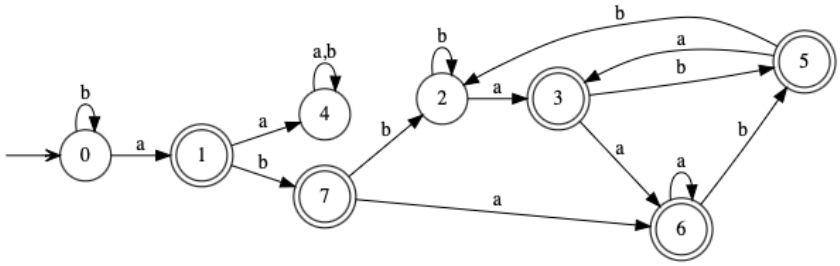


(-iii-)

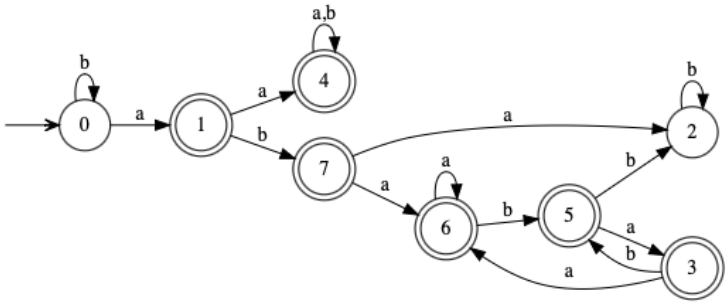


(-iv-)

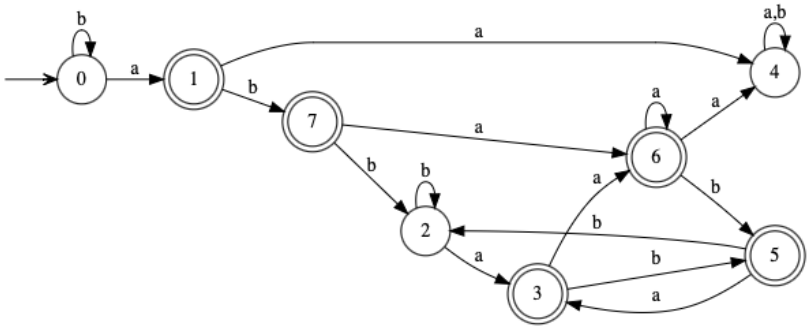
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



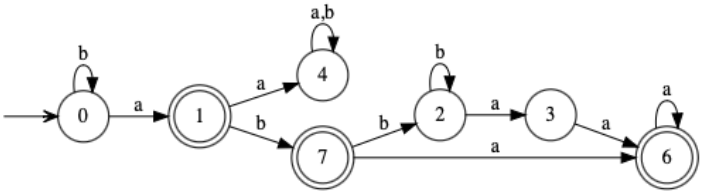
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+55/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e f

Question 3 : a b ■ d e

Question 4 : a b c d e ■

Question 5 : ■ ■ c d ■ f g ■ i j

Question 6 : a ■ c d e f

Question 7 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 8 : a b c ■ e f g h

Question 9 : ■ ■ c d ■ f g h i

Question 10 : ■ b c d e f

Question 11 : a ■ c d e f

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [b] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [e] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [f] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 4 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

[b] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

[c] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[f] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

[g] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

[h] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[i] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

[j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 5 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 2 états ■ 4 états [d] 6 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

[b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 16 états c 8 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états b 8 états c 20 états ■ 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

f La longueur du mot vide est 1.

g Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe

c la Figure 3-ii- d la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 3 ☐ b 7 ☐ c 1 ■ 4 ☐ e 2 ☐ f 0 ☐ g 6 ☐ h 5

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

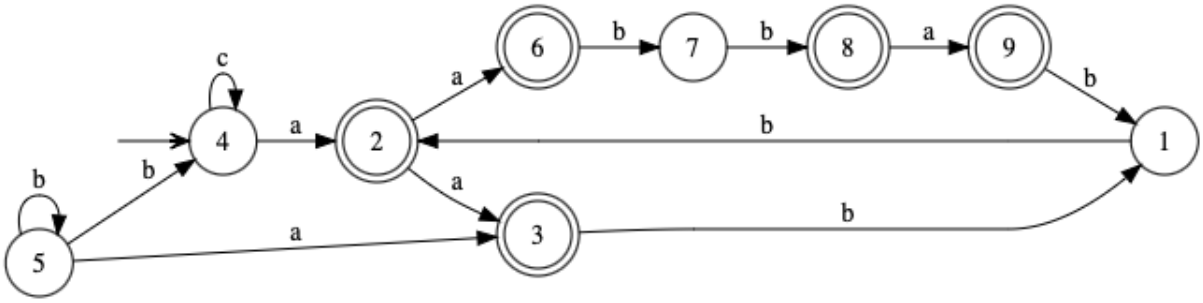
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

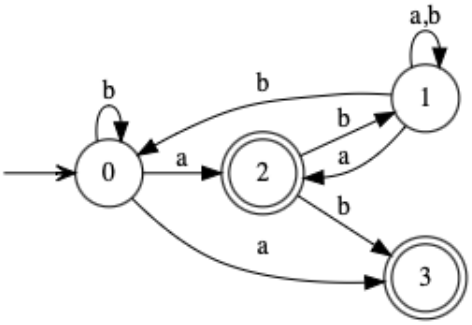
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

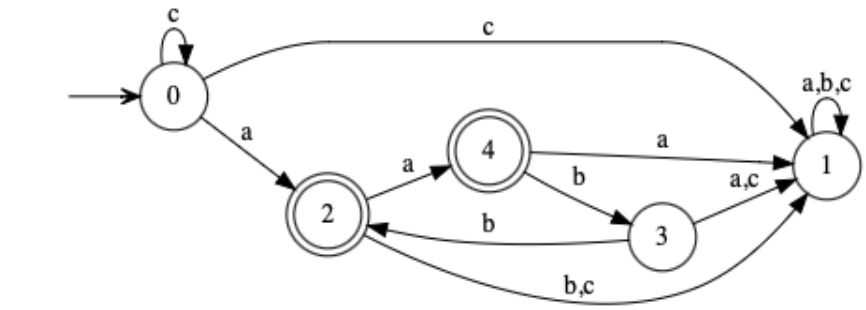


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

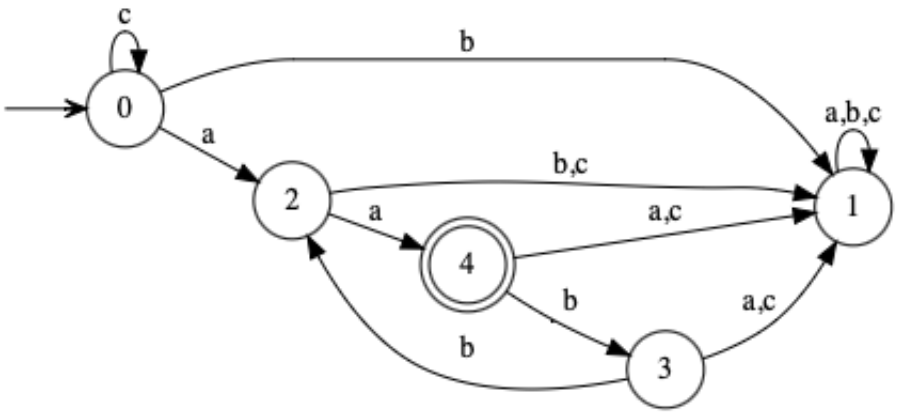


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

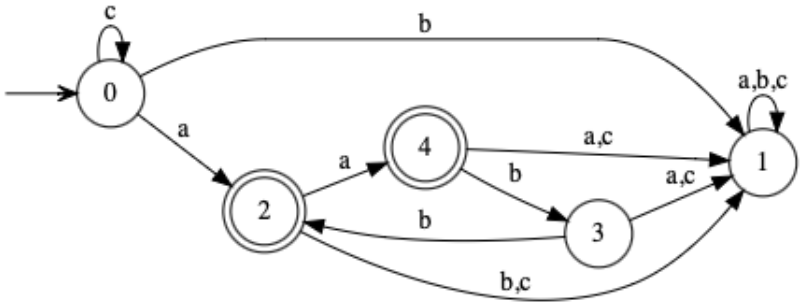
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



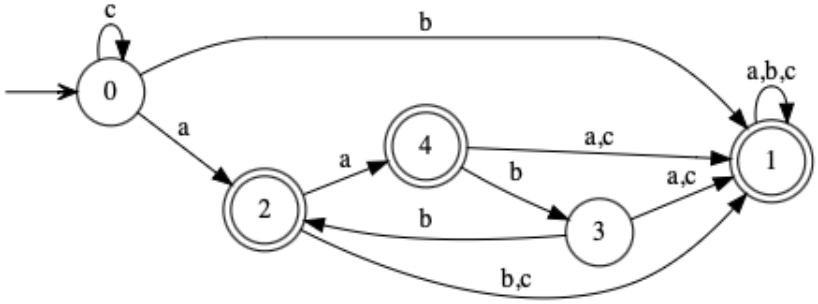
(-i-)



(-ii-)

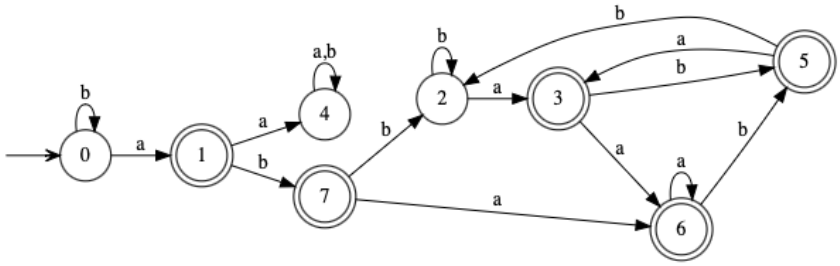


(-iii-)

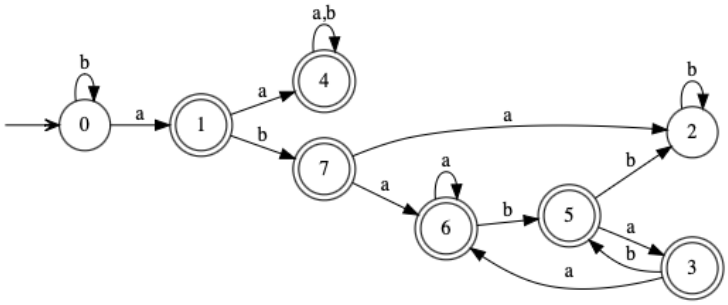


(-iv-)

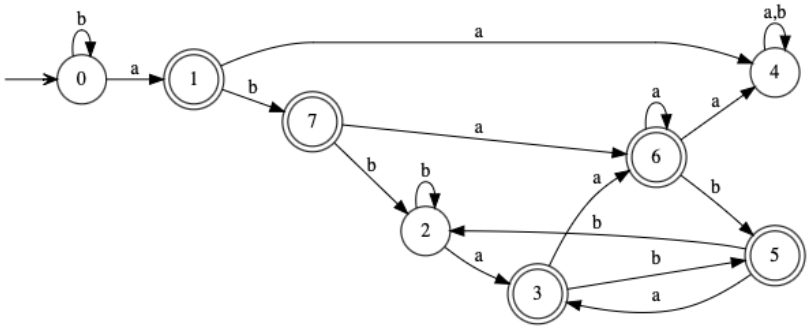
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



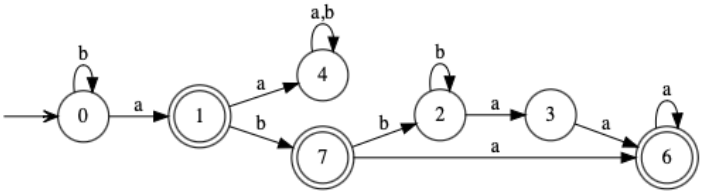
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+56/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e

Question 3 : ■ b c ■ e f ■ ■ i j

Question 4 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 5 : a b ■ d e f

Question 6 : a b ■ d e f

Question 7 : a ■ c d e f

Question 8 : a b c d e ■

Question 9 : a b c d ■ f g h

Question 10 : a b c ■ e f

Question 11 : a b ■ ■ ■ f g h i

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

☐ a 20 états ☐ b 8 états ☐ c 32 états ☐ d 16 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

☐ a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
☐ b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
☐ c Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
☐ d Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
☐ e Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
☐ f Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
☐ g Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
☐ h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
☐ i Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
☐ j Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
☐ l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 8 états [c] 20 états [■] 16 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [b] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [b] La longueur du mot vide est 1.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [f] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

b Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

e Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

f Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

g Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états b 2 états c 8 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- b la Figure 3-iv- c la Figure 3-iii-
d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 0 b 6 c 2 d 7 ■ 4 f 5 g 3 h 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

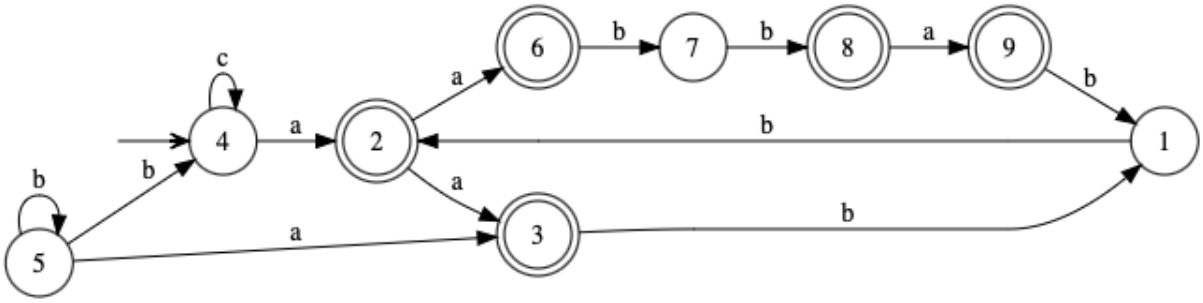
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

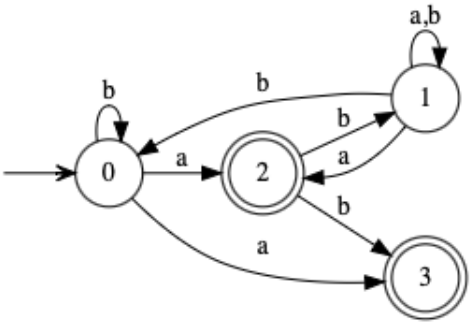
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

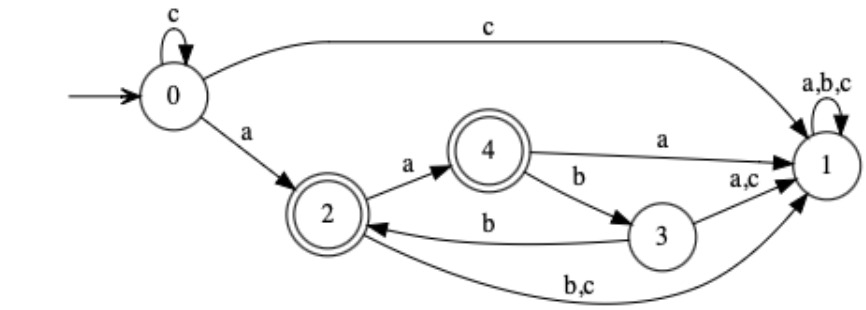


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

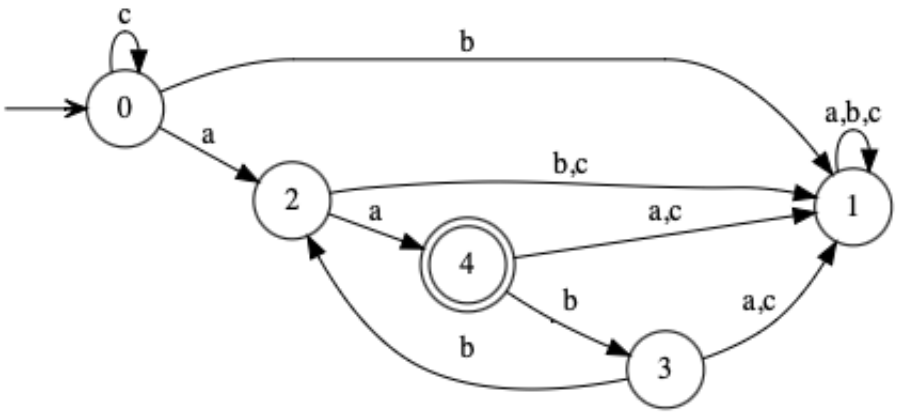


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

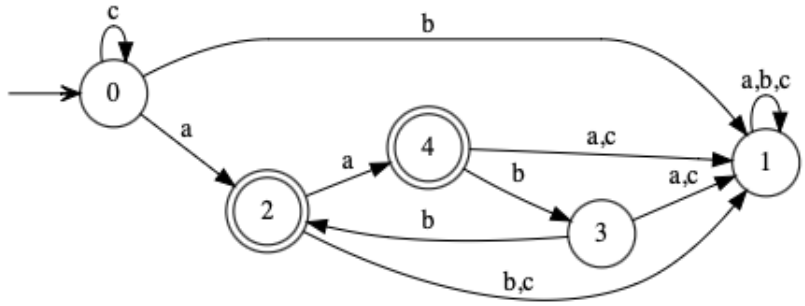
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



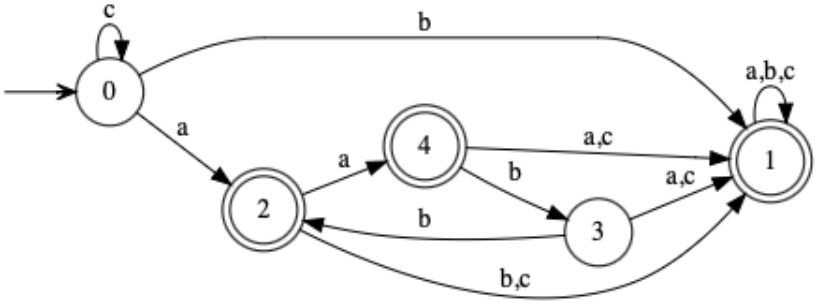
(-i-)



(-ii-)

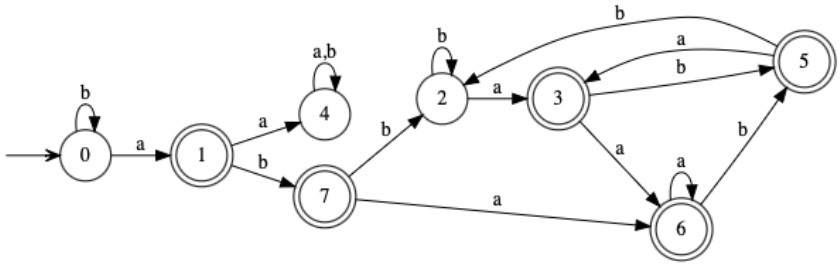


(-iii-)

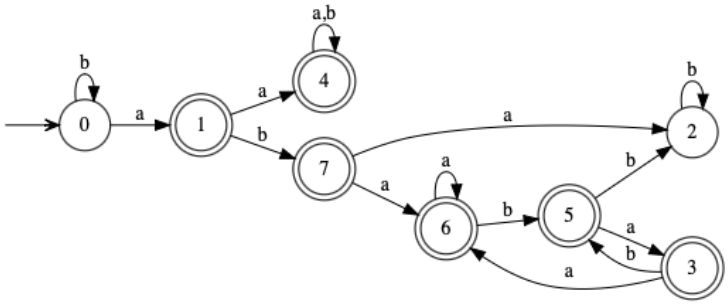


(-iv-)

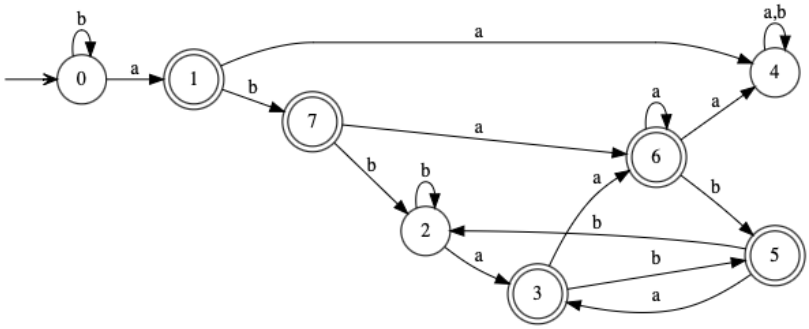
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



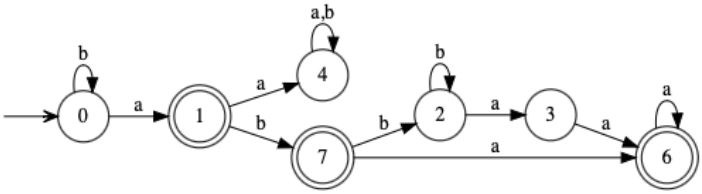
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+57/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e ■

Question 3 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 4 : a b c ■ e f

Question 5 : a b c ■ e f

Question 6 : a b ■ d e f

Question 7 : a b ■ ■ e f ■ h i

Question 8 : a ■ c d e

Question 9 : ■ b ■ ■ e f g ■ i j

Question 10 : a b c ■ e f

Question 11 : a ■ c d e f g h

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [b] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [c] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [e] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [g] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [h] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [i] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [j] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

d La longueur du mot vide est 1.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

g Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

c Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

d Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

g Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

e $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 32 états ■ 16 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 2 états c 6 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 8 états c 16 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe

c la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i- e la Figure 3-ii-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 6 ☐ b 0 ☐ c 2 ☐ d 3 ■ 4 ☐ f 5 ☐ g 7 ☐ h 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

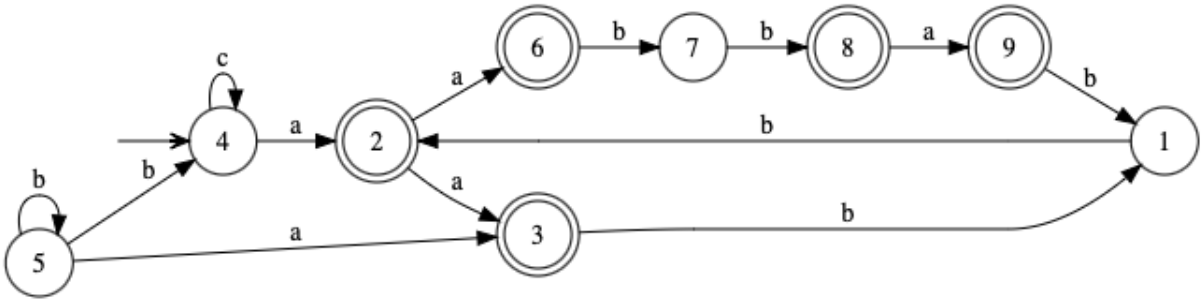
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

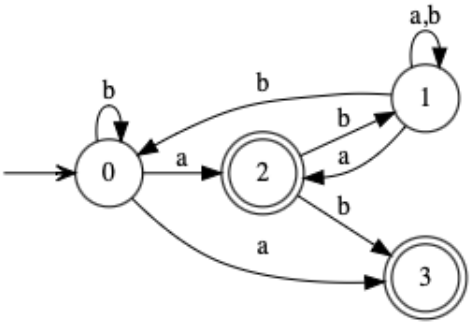
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

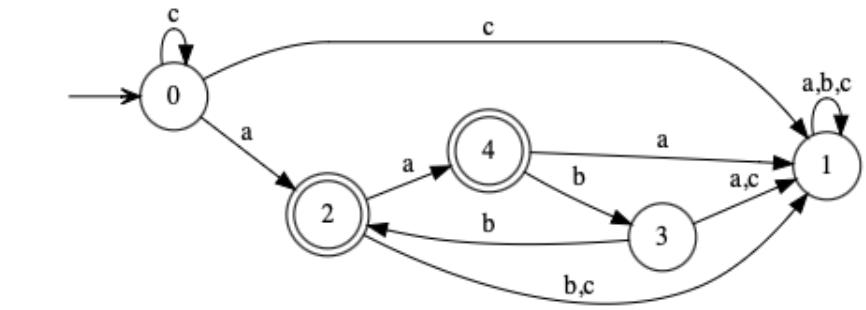


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

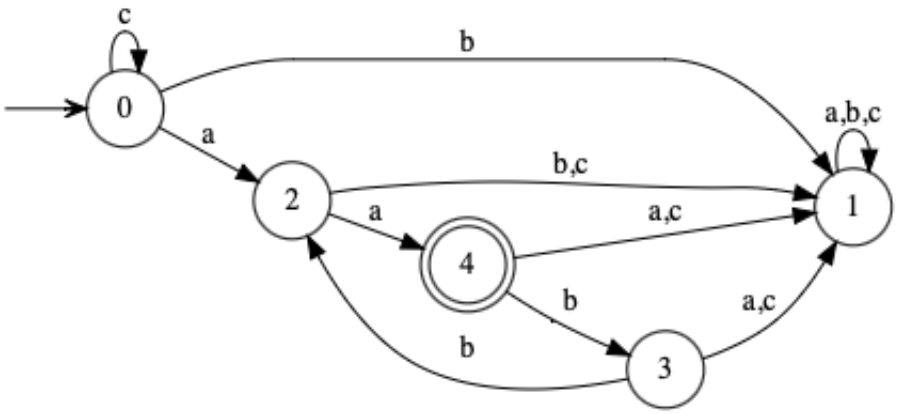


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

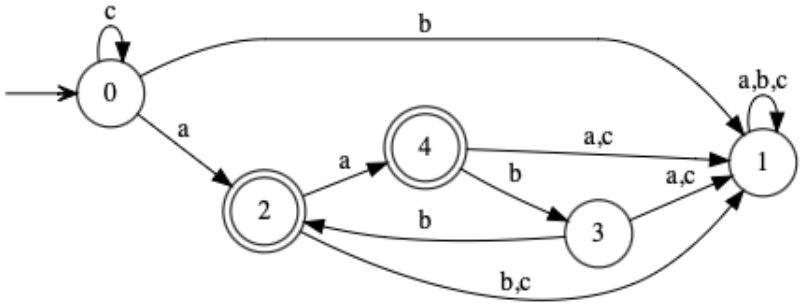
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



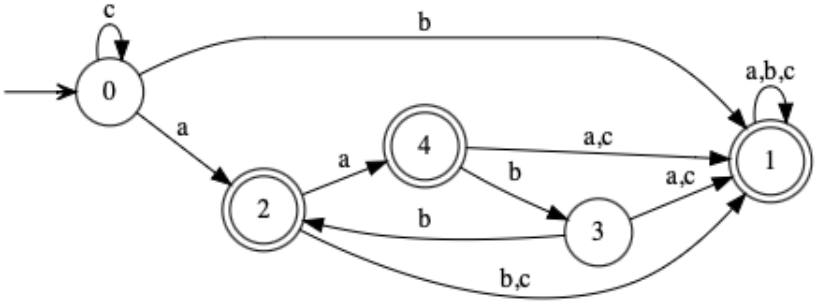
(-i-)



(-ii-)

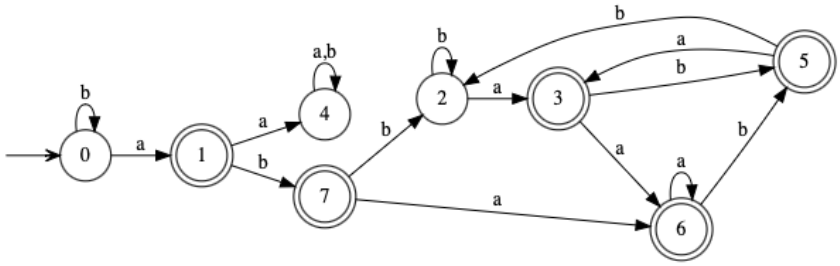


(-iii-)

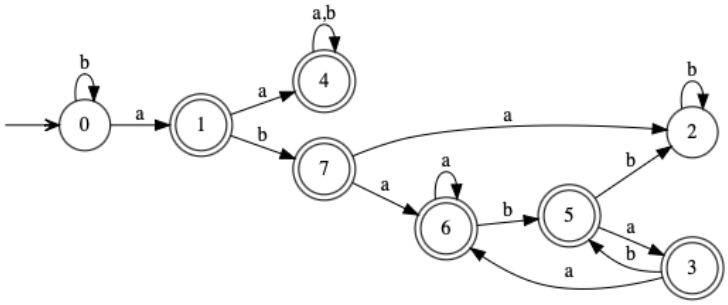


(-iv-)

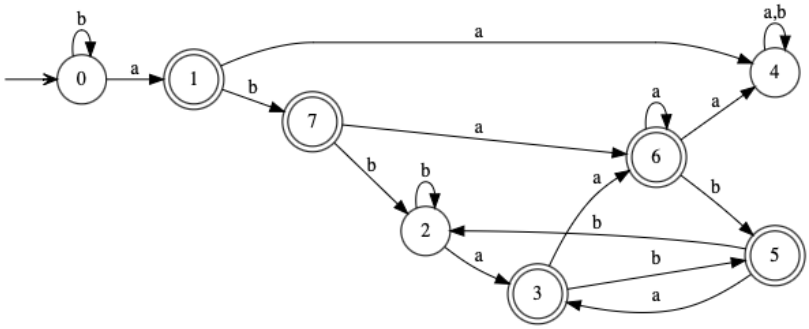
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



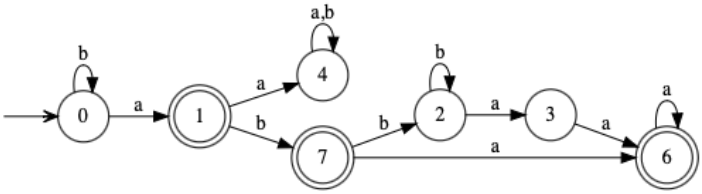
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+58/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 3 : a ■ c d e f

Question 4 : ■ ■ c d ■ f g h i

Question 5 : a ■ c d ■ ■ g ■ i j

Question 6 : a b ■ d e f

Question 7 : ■ b c d e f g h

Question 8 : a b ■ d e f

Question 9 : a b ■ d e

Question 10 : a b c ■ e f

Question 11 : a b c d e ■

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états ■ 16 états [c] 32 états [d] 20 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
[b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 6 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 8 états b 32 états c 16 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

c Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

d Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

g Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 6 états [b] 8 états [■] 4 états [d] 2 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
[b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
[c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
[d] La longueur du mot vide est 1.
[■] La longueur du mot vide est 0.
[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

[a] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[b] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[f] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[h] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-iv-. [■] la Figure 2-iii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-i-. [d] la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
■ la Figure 3-i- d la Figure 3-ii- e la Figure 3-iv-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 0 b 7 c 1 d 6 e 5 ■ 4 g 2 h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

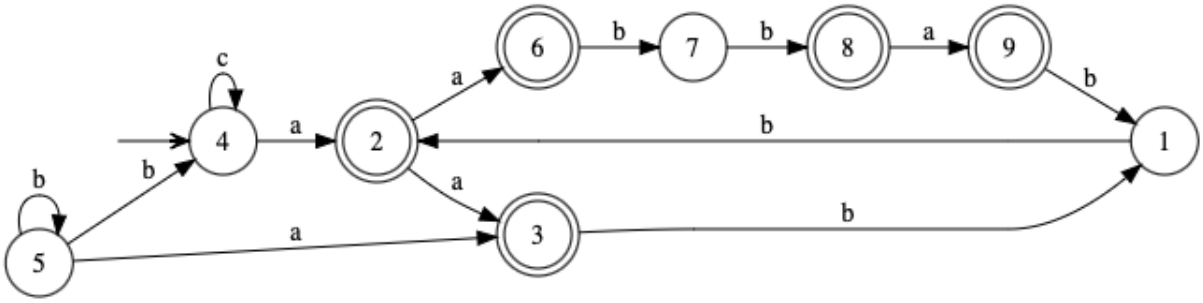
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

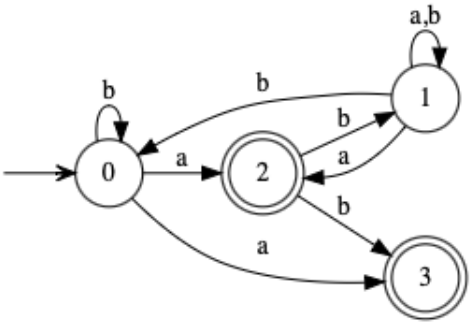
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

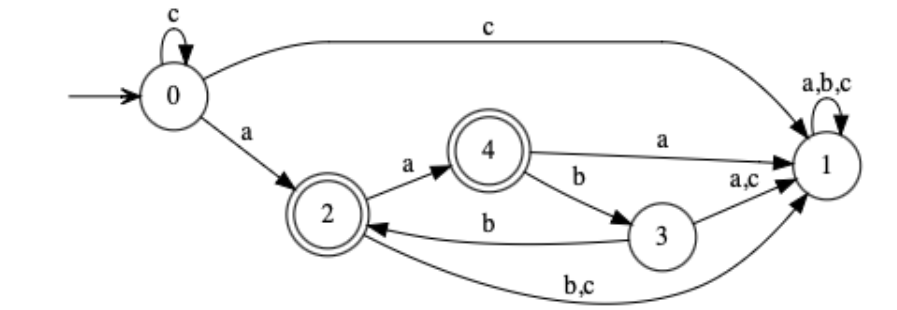


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

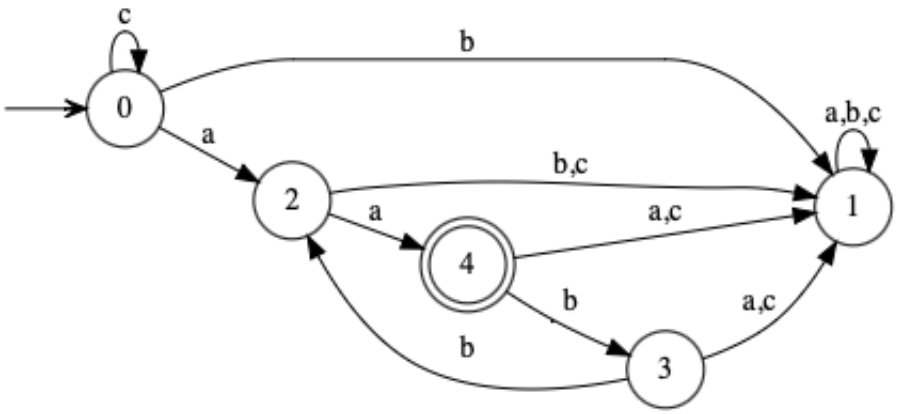


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

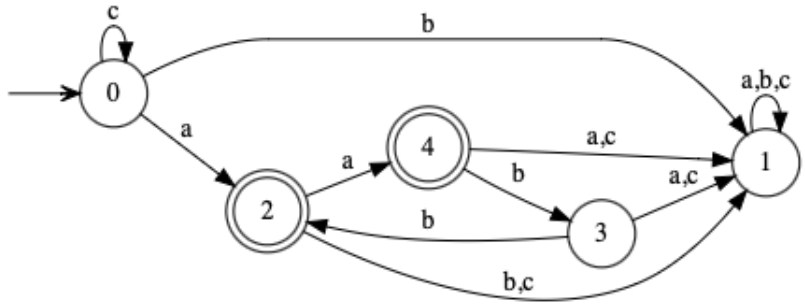
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



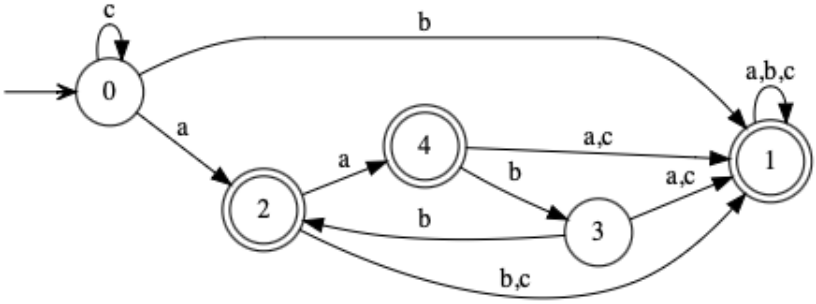
(-i-)



(-ii-)

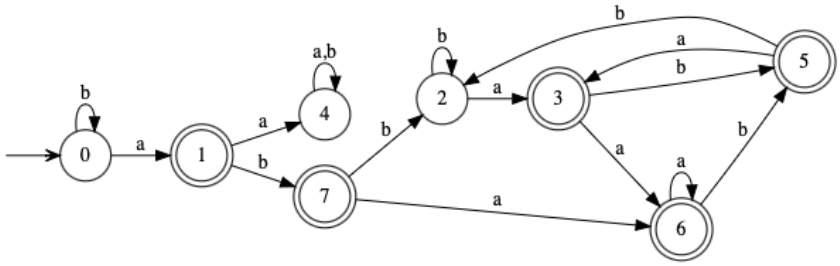


(-iii-)

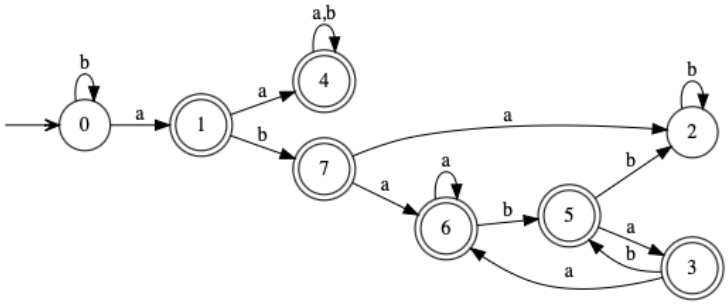


(-iv-)

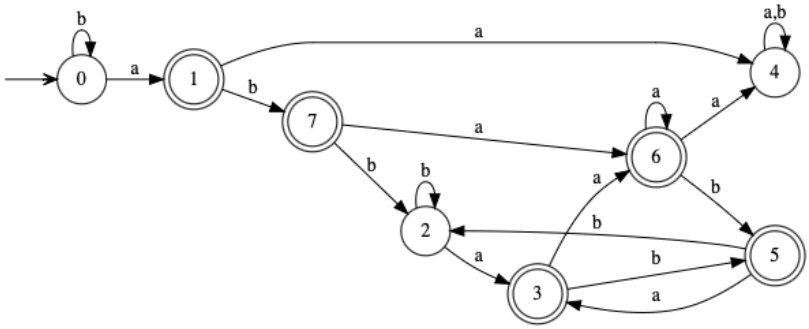
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



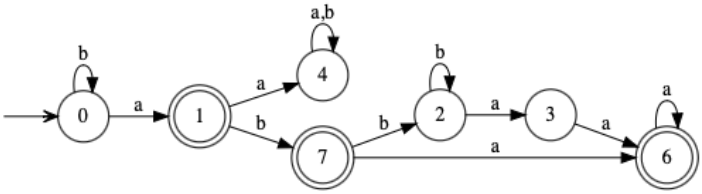
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+59/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e f

Question 3 : a ■ c d e f

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : a ■ c d e f g h

Question 6 : a b c d e ■

Question 7 : a b ■ d e

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : a b ■ d e f

Question 10 : a b c d ■ ■ ■ h i

Question 11 : a b ■ ■ ■ f ■ h i j

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b c d e ■ g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 6 états [b] 2 états [c] 8 états [■] 4 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La longueur du mot vide est 1.
- [b] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La longueur du mot vide est 0.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états ■ 16 états c 32 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

c Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

d Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

c Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

d Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

h Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 32 états c 16 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

b Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

c Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

d Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

h Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- [b] la Figure 3-iii-
[c] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [d] la Figure 3-iv-
[e] la Figure 3-ii- [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

[a] 0 [b] 5 [c] 2 ■ 4 [e] 6 [f] 3 [g] 1 [h] 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

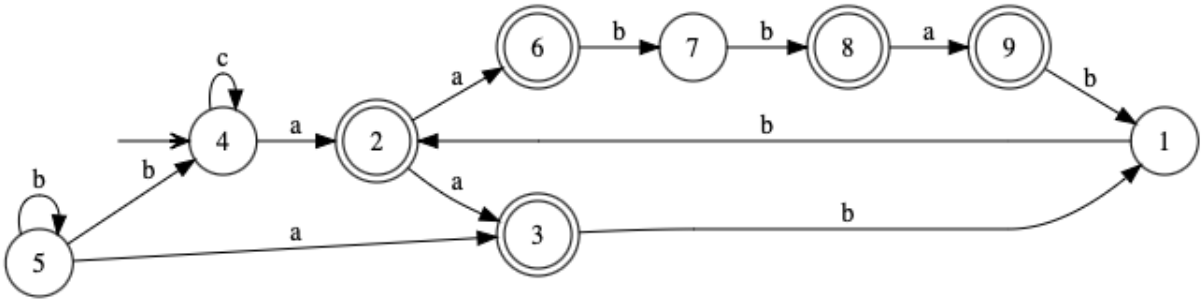
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

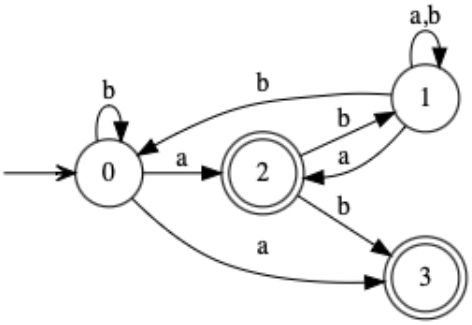
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

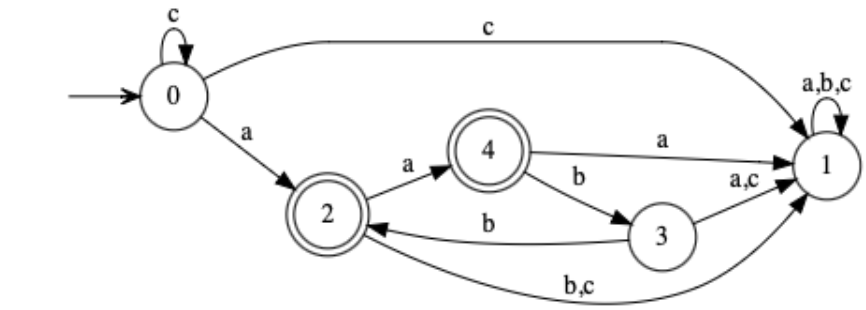


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

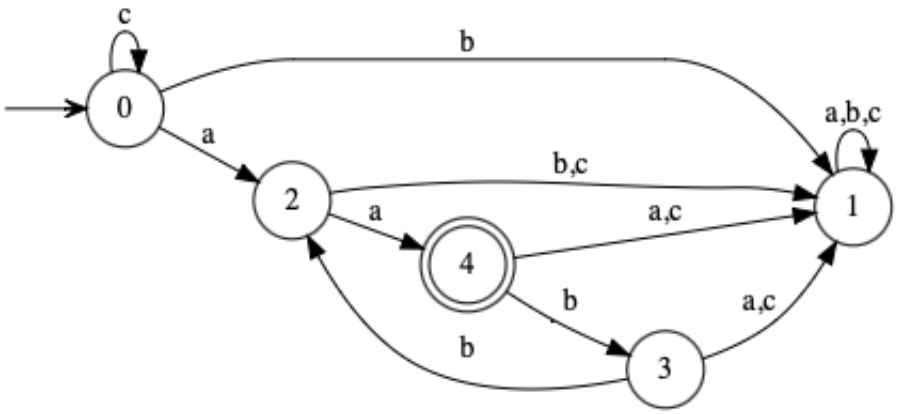


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

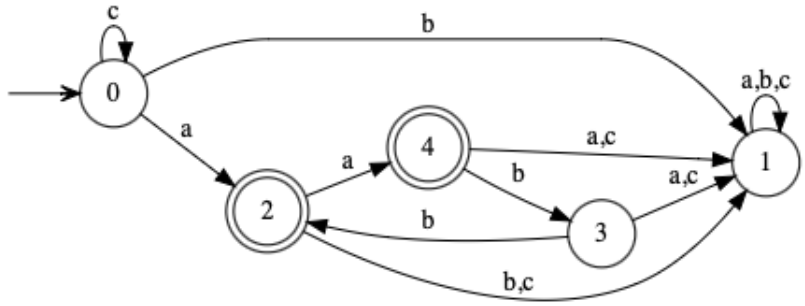
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



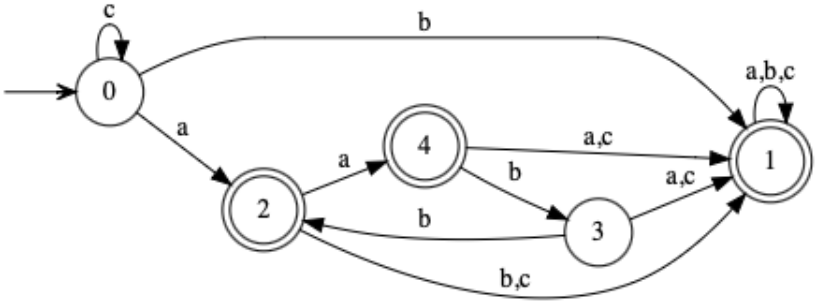
(-i-)



(-ii-)

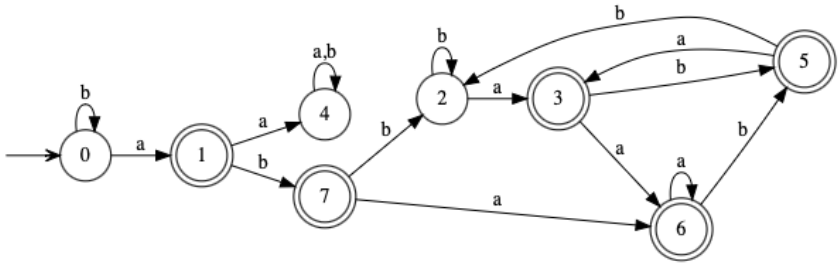


(-iii-)

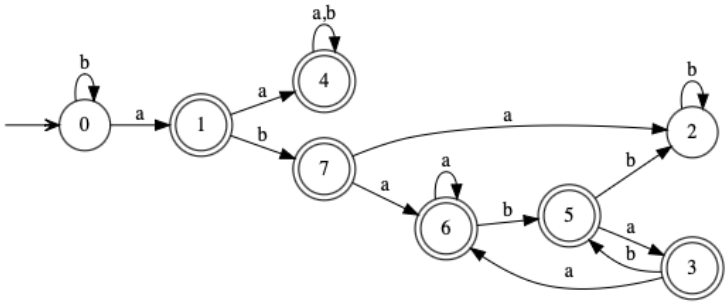


(-iv-)

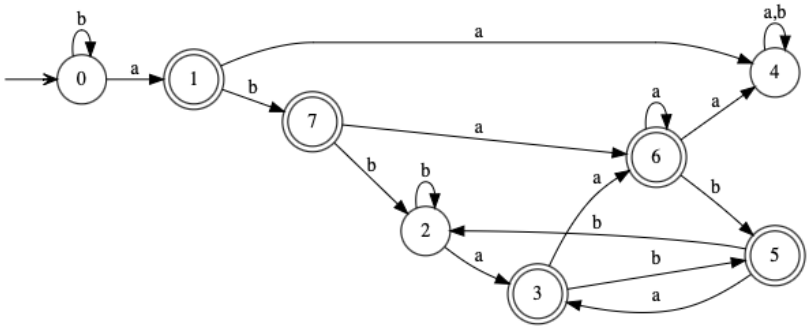
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



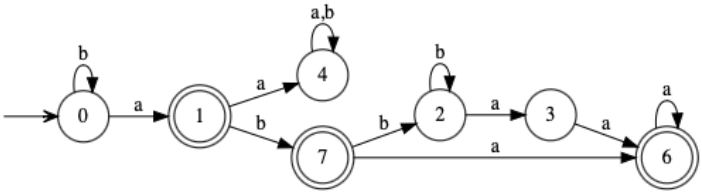
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+60/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 3 : [■] [b] [c] [d] [e]

Question 4 : [a] [b] [■] [d] [■] [f] [■] [h] [i]

Question 5 : [a] [b] [■] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 6 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 7 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 8 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 9 : [a] [■] [c] [d] [■] [■] [■] [h] [i] [j]

Question 10 : [a] [b] [c] [d] [e] [■]

Question 11 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] [■] [l]

Question 12 : [a] [■] [c] [d] [e]

Question 13 : [■] [b] [c] [d] [e] [f]

Question 14 : [a] [b] [c] [■] [e] [f] [g] [h]

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [b] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [c] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [e] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [h] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [j] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[■] 16 états [b] 20 états [c] 32 états [d] 8 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La longueur du mot vide est 0.

b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

d La longueur du mot vide est 1.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

f Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

d Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états b 8 états c 2 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 16 états c 32 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

f Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

g Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

h Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 3-ii-

c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe d la Figure 3-iv-

■ la Figure 3-i- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 7 ■ 4 ☐ c 3 ☐ d 5 ☐ e 6 ☐ f 2 ☐ g 1 ☐ h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

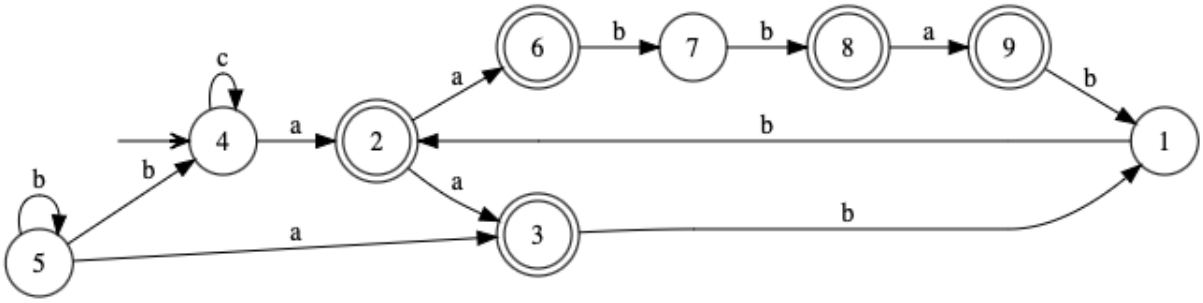
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

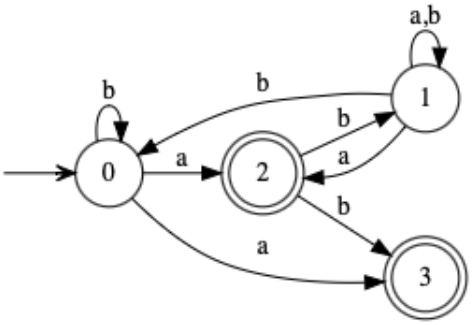
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

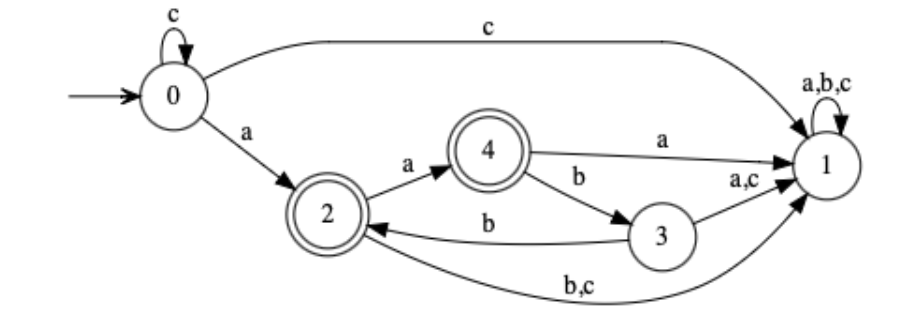


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

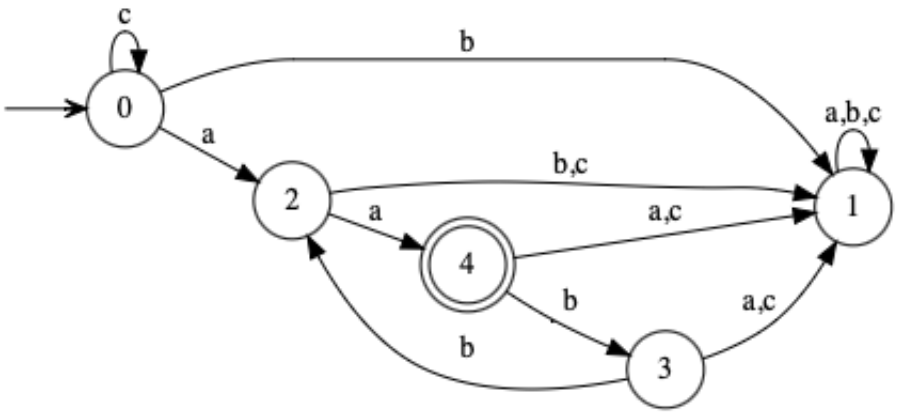


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

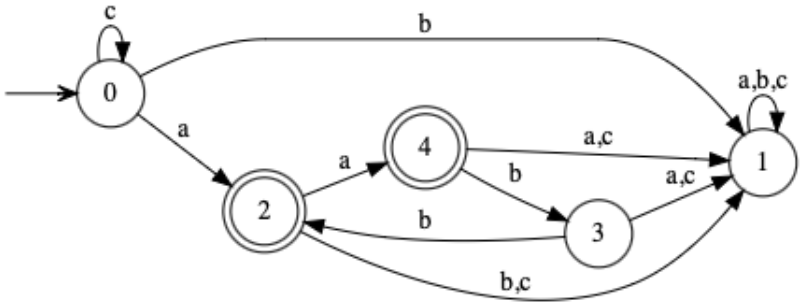
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



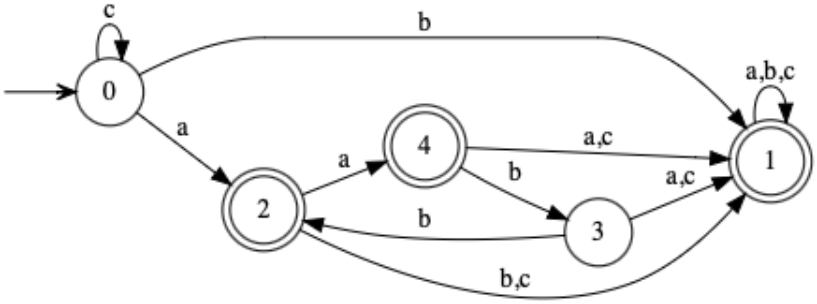
(-i-)



(-ii-)

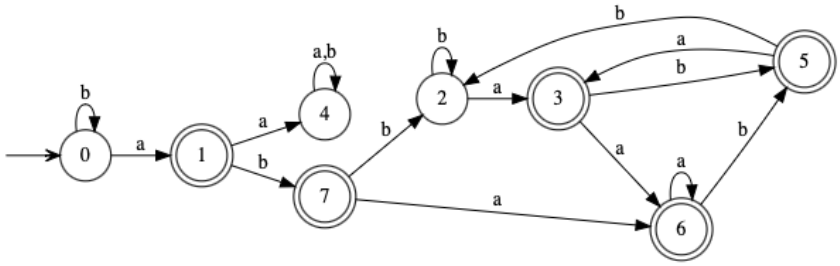


(-iii-)

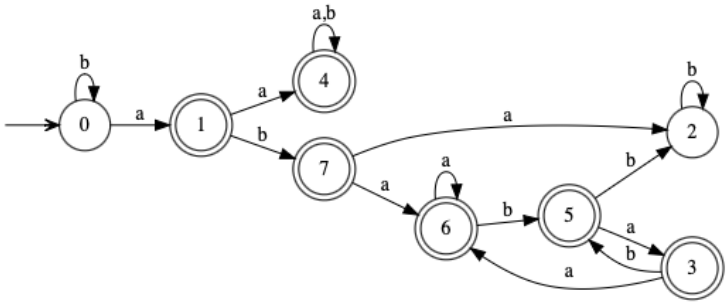


(-iv-)

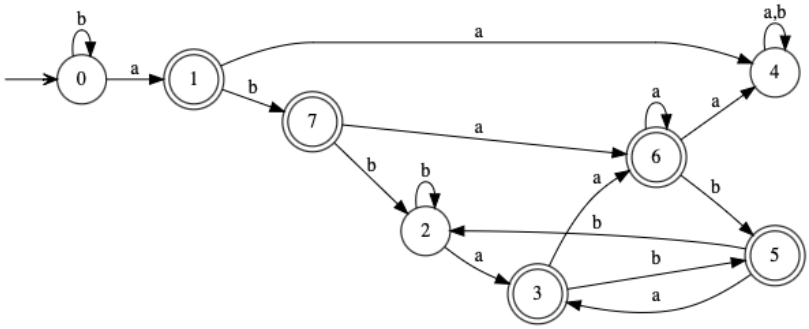
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



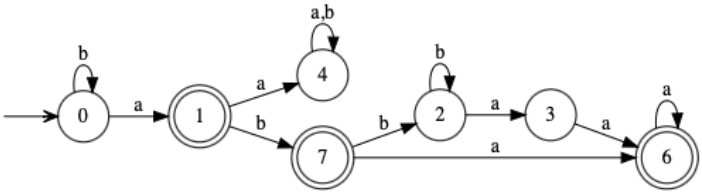
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+61/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 3 : ■ b c d e f

Question 4 : ■ b c d ■ f ■ h i

Question 5 : a b ■ d e f

Question 6 : a b c ■ e f

Question 7 : ■ b c d e

Question 8 : a ■ c d e f

Question 9 : a b c d e ■

Question 10 : a ■ ■ ■ ■ f g h i j

Question 11 : a b c d e ■ g h

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a ■ c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [b] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [d] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [e] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [f] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [g] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [i] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [j] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 8 états [c] 16 états [d] 32 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

☐ a 32 états ☐ b 8 états ☐ c 20 états ■ 16 états

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

☐ f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

☐ b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

☐ c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

☐ d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

☐ e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

☐ a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

☐ b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

☐ c Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

☐ f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

☐ c Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

☐ f Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

☐ g Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

☐ h Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

☐ j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 6 états c 8 états d 2 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
c Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
b La longueur du mot vide est 1.
c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
e Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
■ La longueur du mot vide est 0.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-iii-
c la Figure 3-ii- d la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 7 ☐ b 1 ■ 4 ☐ d 2 ☐ e 6 ☐ f 3 ☐ g 5 ☐ h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

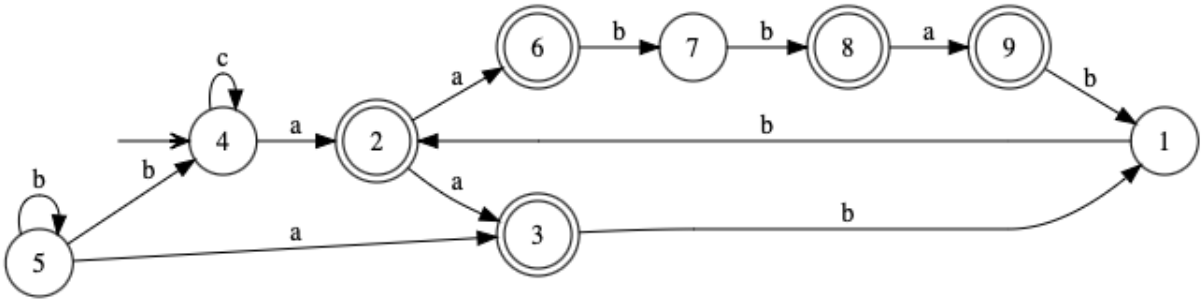
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

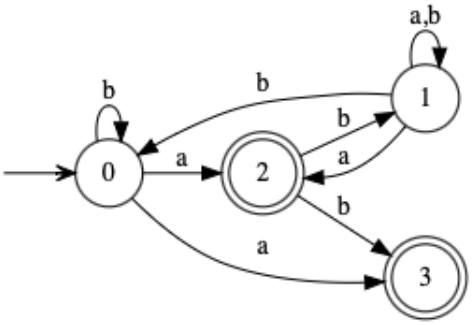
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

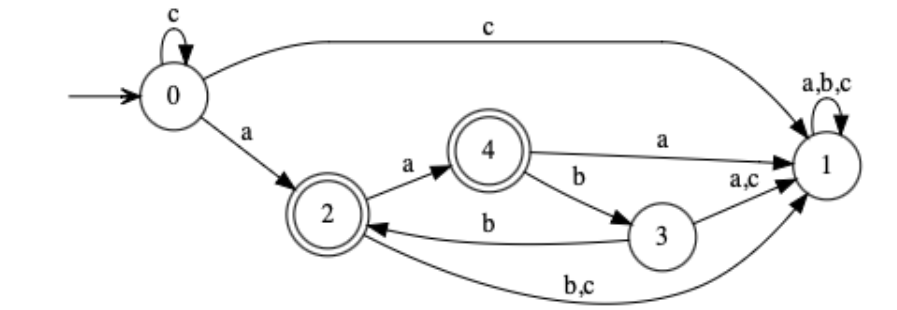


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

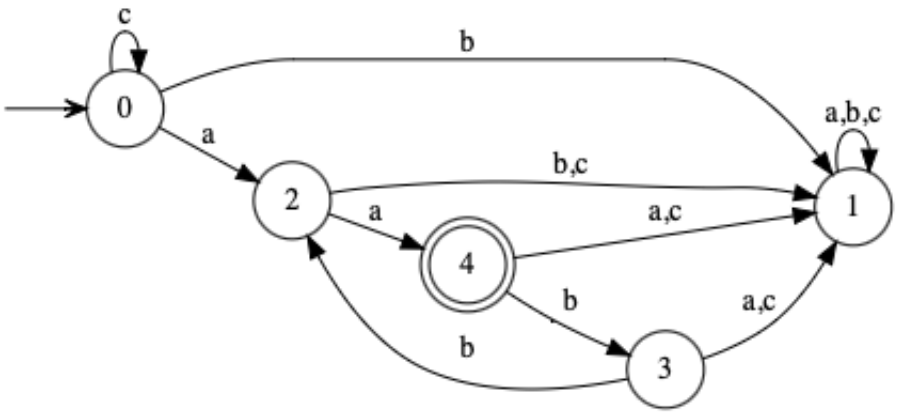


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

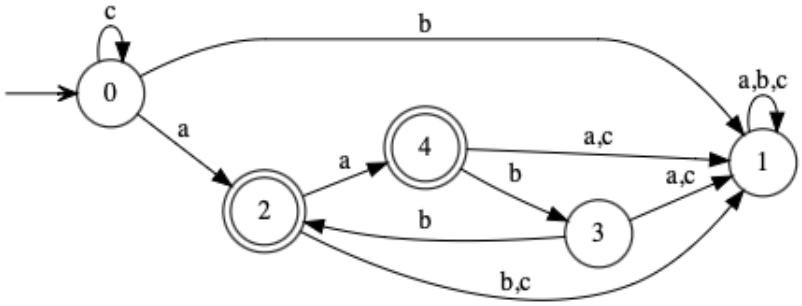
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



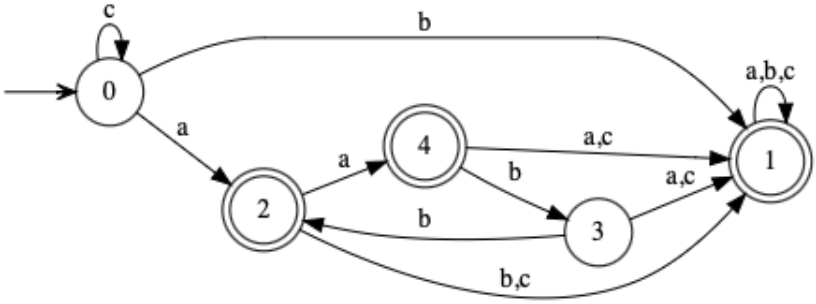
(-i-)



(-ii-)

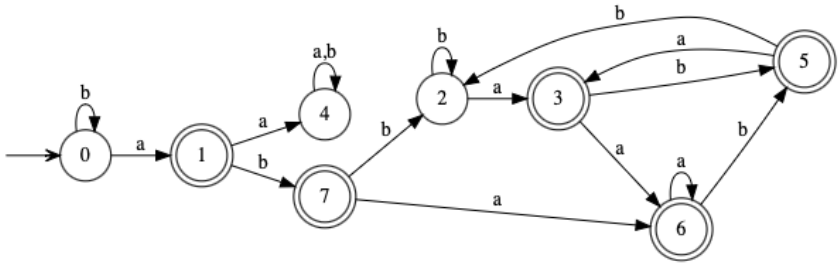


(-iii-)

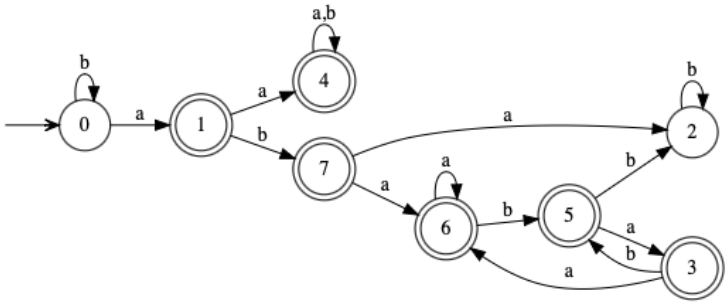


(-iv-)

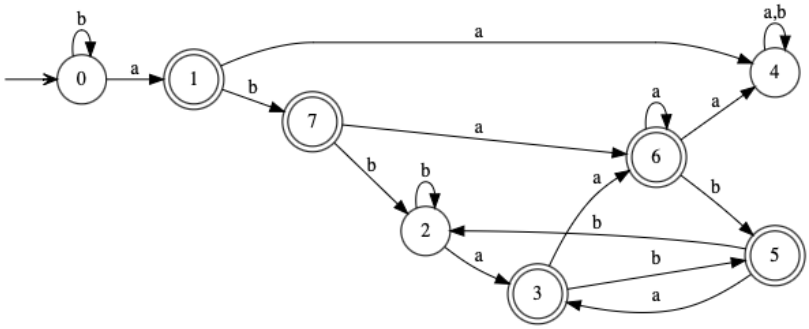
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



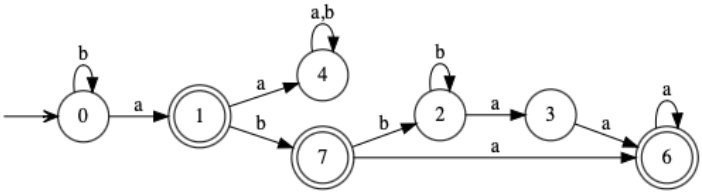
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+62/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 3 : a b c d e ■

Question 4 : a b c ■ e f

Question 5 : ■ b c d e

Question 6 : a b c ■ e f

Question 7 : ■ ■ c ■ ■ f g h i j

Question 8 : ■ b c d e f

Question 9 : a b c ■ e f g h

Question 10 : a b c ■ e f

Question 11 : a b c ■ e ■ ■ h i

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

- [a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
- [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
- [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
- [d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
- [e] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
- [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [c] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

d Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

f Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 8 états c 32 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états b 8 états c 6 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

c Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

d Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

e Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

g Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

[j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

[b] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

[c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 8 états [c] 16 états [d] 32 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

[b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

[d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

[e] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

[g] La longueur du mot vide est 1.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

[c] la Figure 2-iv-. [d] la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-ii- [b] la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i-

[d] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [e] la Figure 3-iii-

[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 1 ☐ b 7 ■ 4 ☐ d 3 ☐ e 5 ☐ f 2 ☐ g 0 ☐ h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

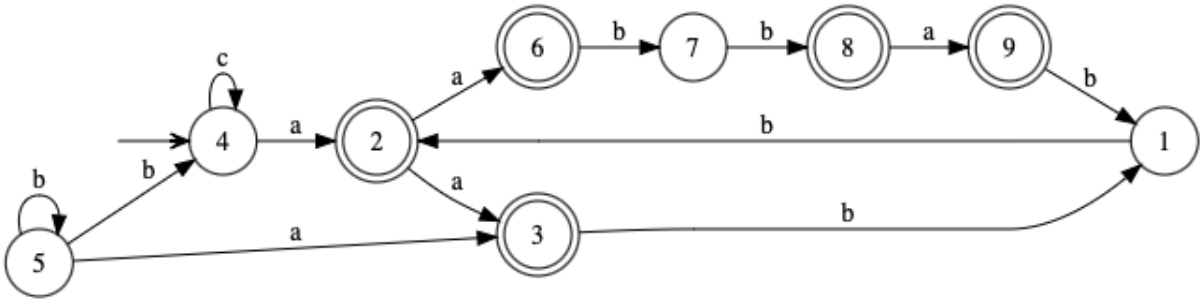
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

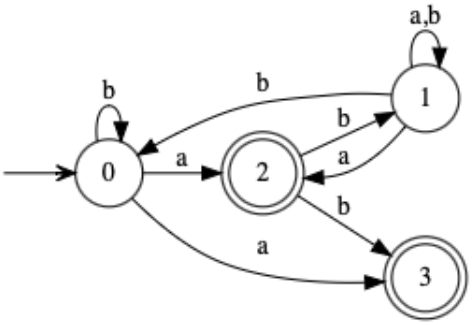
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

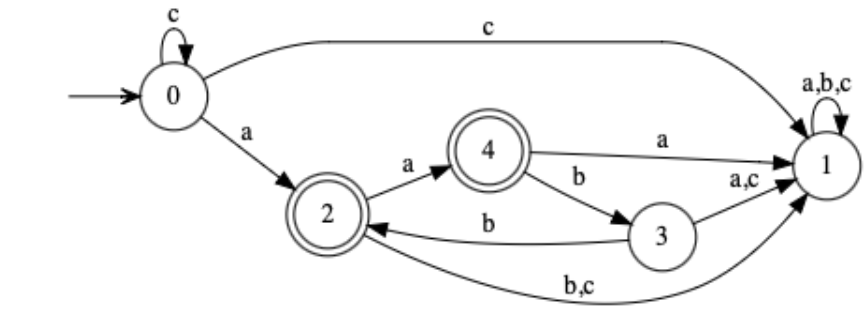


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

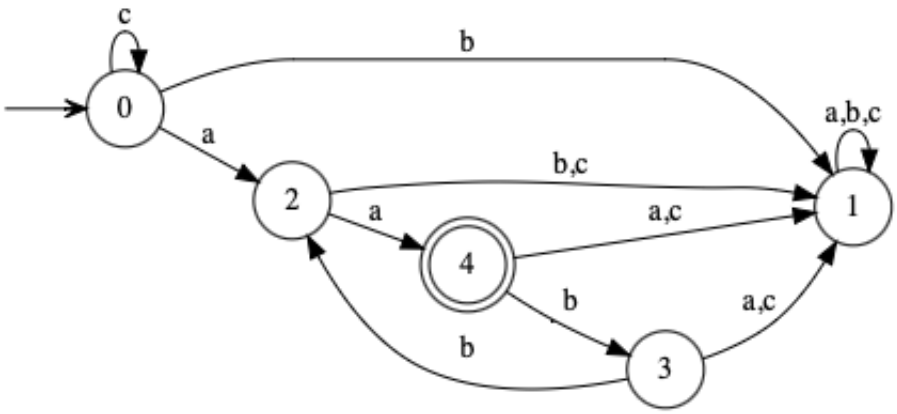


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

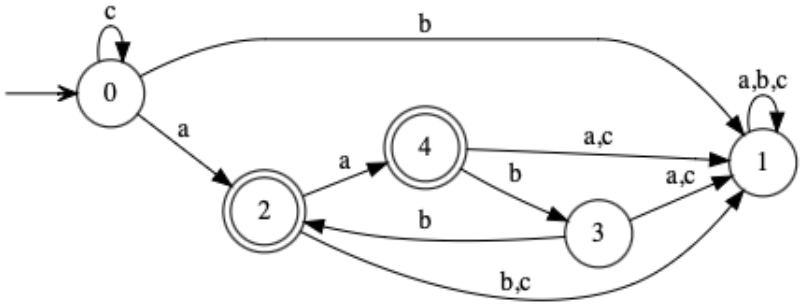
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



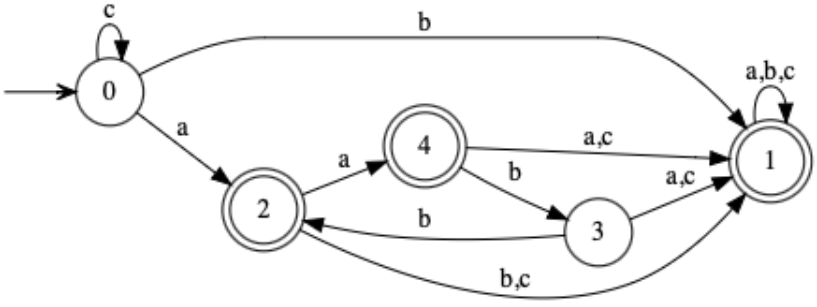
(-i-)



(-ii-)

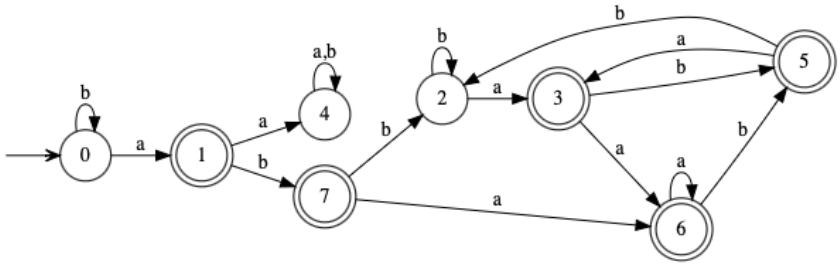


(-iii-)

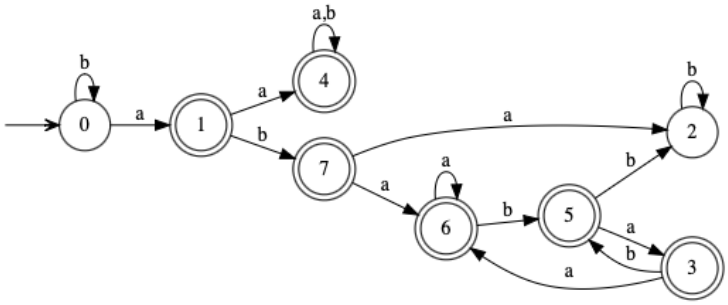


(-iv-)

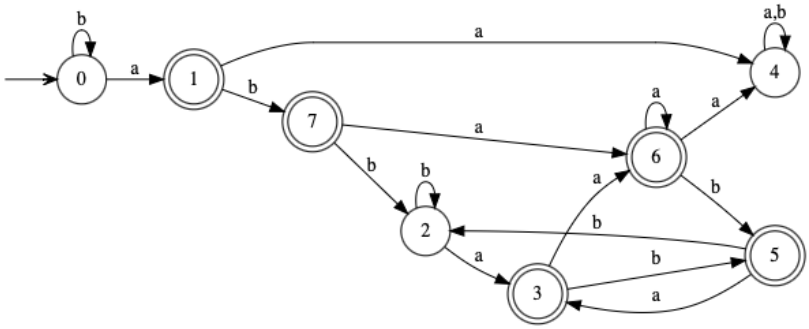
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



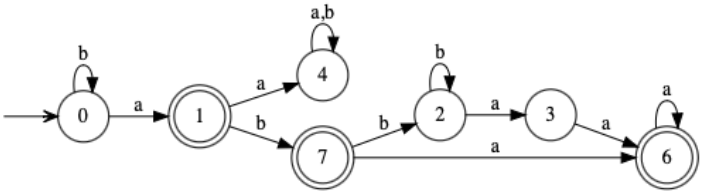
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+63/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e f

Question 3 : a b ■ d e f g h

Question 4 : a ■ c d ■ f ■ ■ i j

Question 5 : ■ b c d e f

Question 6 : a b c ■ e f

Question 7 : a b ■ d e

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : a b c d e ■

Question 11 : ■ b ■ d e ■ g h i

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [c] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [f] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [g] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [h] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

d Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La longueur du mot vide est 1.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

f Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

c Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

d Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

e Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

h Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

i Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

j Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états b 6 états ■ 4 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 20 états c 8 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états b 8 états ■ 16 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-

c la Figure 3-iv- d la Figure 3-iii- e la Figure 3-ii-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 1 ☐ b 6 ☐ c 2 ■ 4 ☐ e 3 ☐ f 0 ☐ g 7 ☐ h 5

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

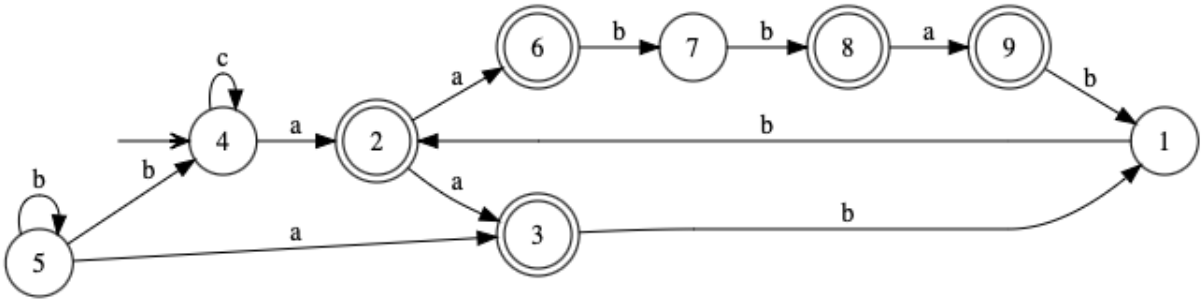
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

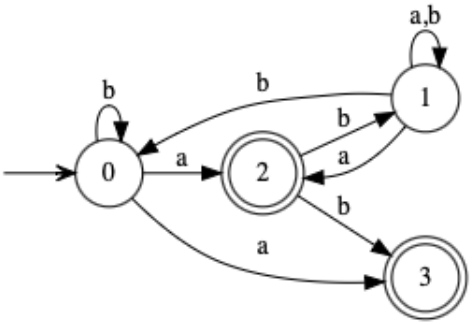
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

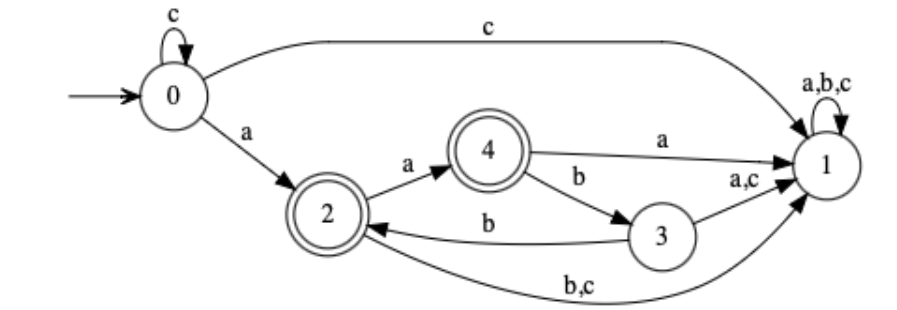


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

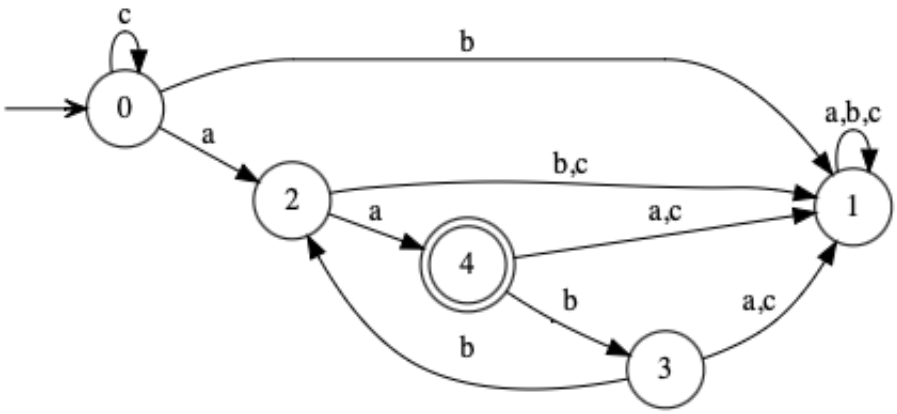


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

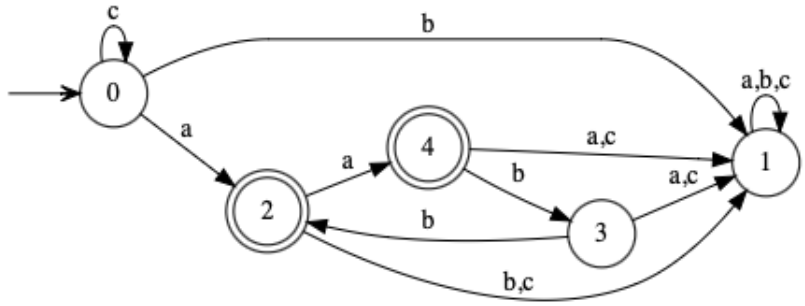
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



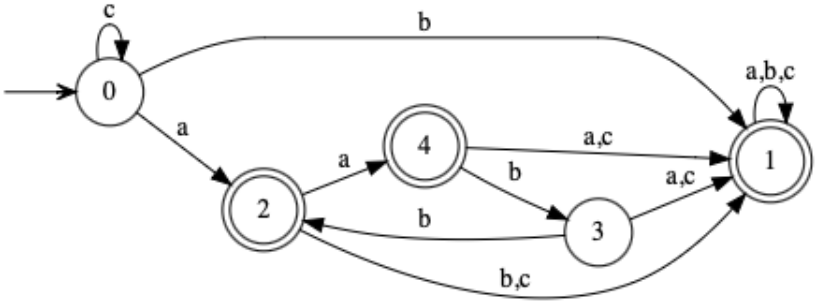
(-i-)



(-ii-)

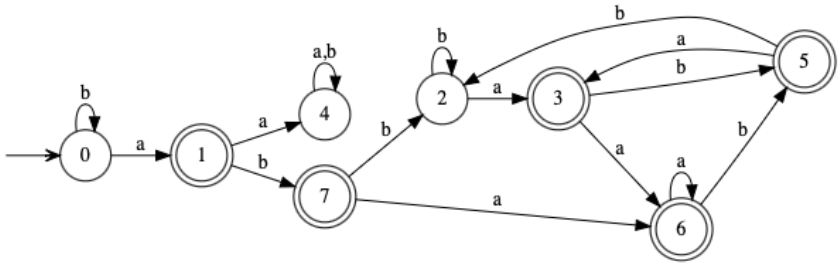


(-iii-)

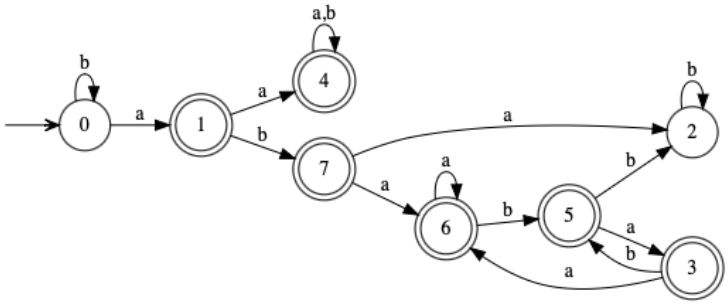


(-iv-)

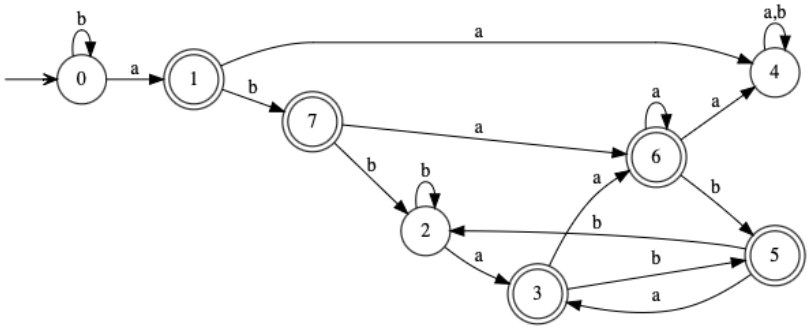
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



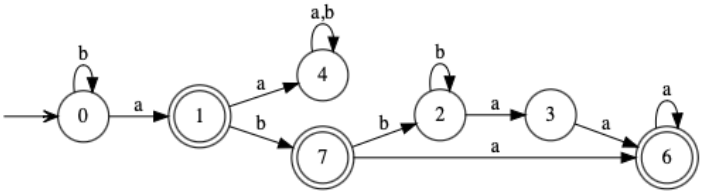
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+64/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ ■ c ■ ■ f g h i j

Question 3 : ■ b c d e

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : a ■ ■ d ■ f g h i

Question 6 : a b ■ d e f

Question 7 : a b c d e ■ g h

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : a b ■ d e f

Question 10 : a b c d e ■

Question 11 : a b ■ d e f

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La longueur du mot vide est 1.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [d] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états [■] 16 états [c] 8 états [d] 20 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 20 états [c] 32 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [c] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [d] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [e] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [g] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [h] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [i] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [j] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

d Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

g Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

h Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états b 8 états ■ 4 états d 6 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe

c la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i- e la Figure 3-ii-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 5 ☐ b 7 ■ 4 ☐ d 1 ☐ e 3 ☐ f 0 ☐ g 2 ☐ h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

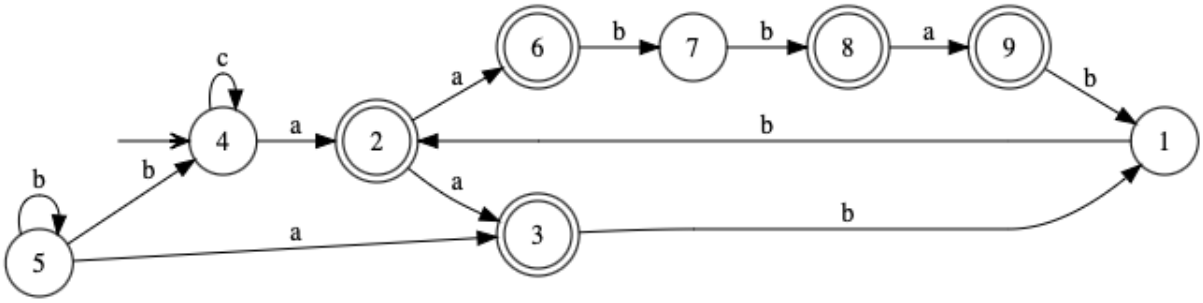
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

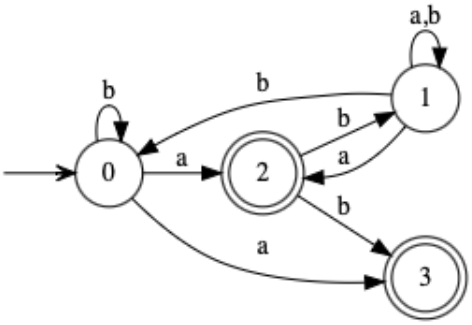
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

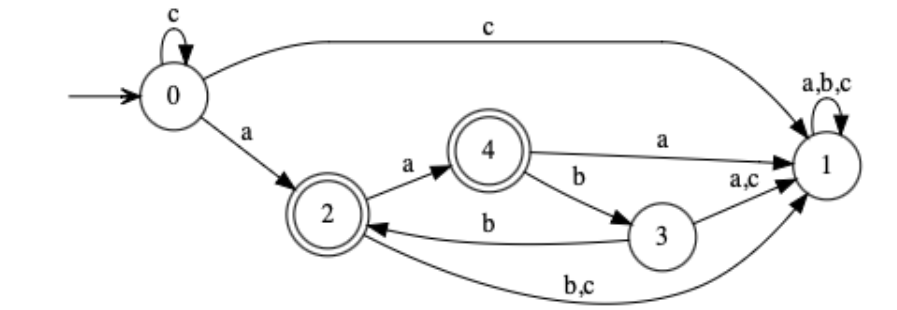


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

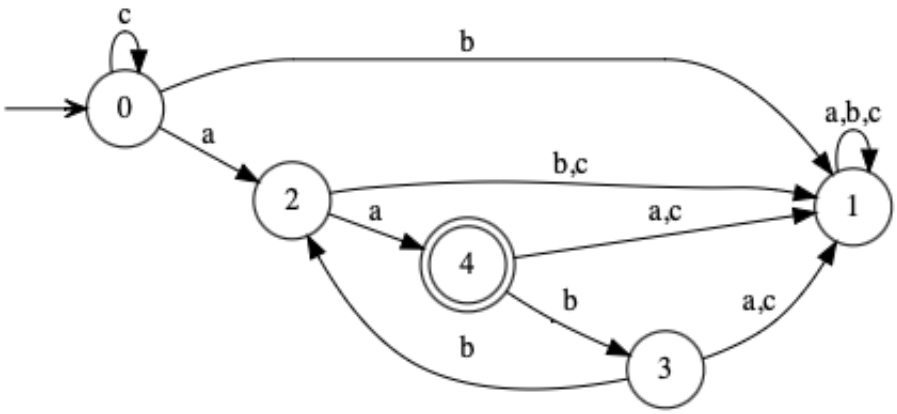


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

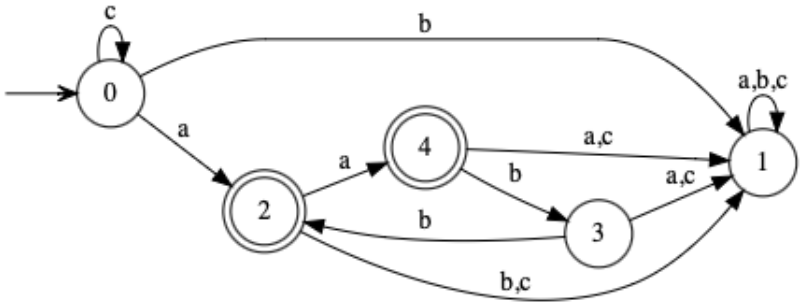
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



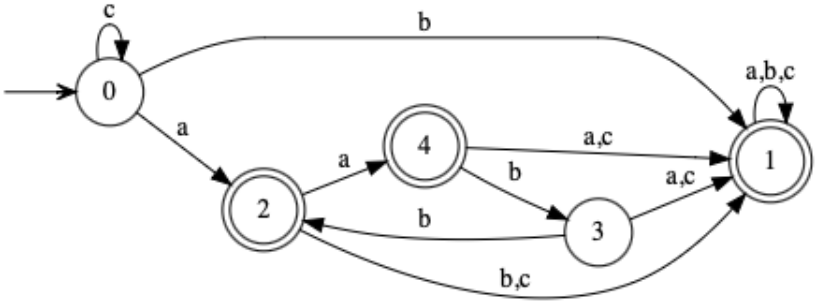
(-i-)



(-ii-)

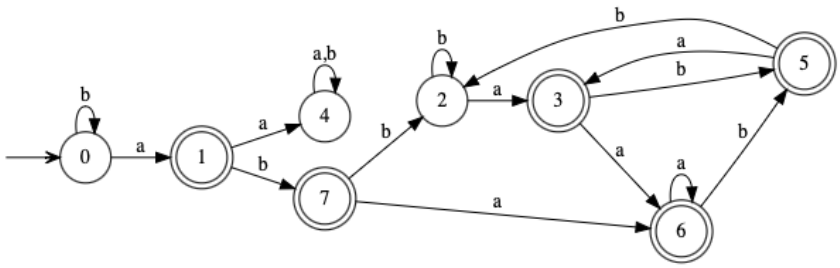


(-iii-)

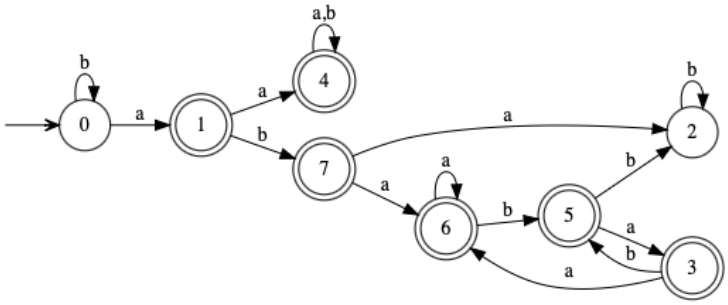


(-iv-)

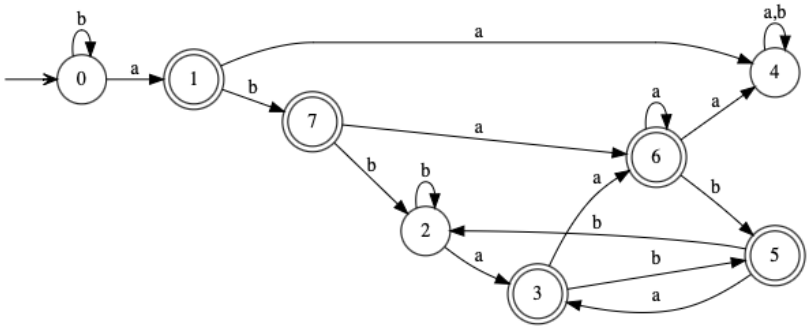
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



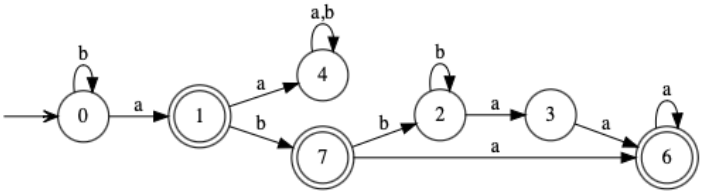
(-i-)



(-ii-)

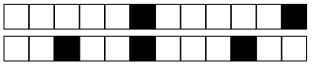


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+65/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e f

Question 3 : a ■ c d e ■ ■ h i

Question 4 : a b ■ d e

Question 5 : a ■ c d e f

Question 6 : a b c d e ■

Question 7 : a ■ c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : a ■ ■ d ■ ■ g h i j

Question 11 : a b ■ d e f

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

☐ a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
☐ b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
☐ c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
☐ d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
☐ f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
☐ g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
☐ h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

☐ a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
☐ b Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
☐ c Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
☐ d Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
☐ e Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
☐ f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
☐ g Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
☐ h Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
☐ i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
☐ j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
☐ l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La longueur du mot vide est 0.

b Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

e La longueur du mot vide est 1.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 8 états ■ 16 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 6 états ■ 4 états d 2 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

d Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

e Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

g Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 32 états c 20 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-iv-

c la Figure 3-ii- d la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 0 ☐ b 3 ☐ c 7 ☐ d 2 ■ 4 ☐ f 5 ☐ g 1 ☐ h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

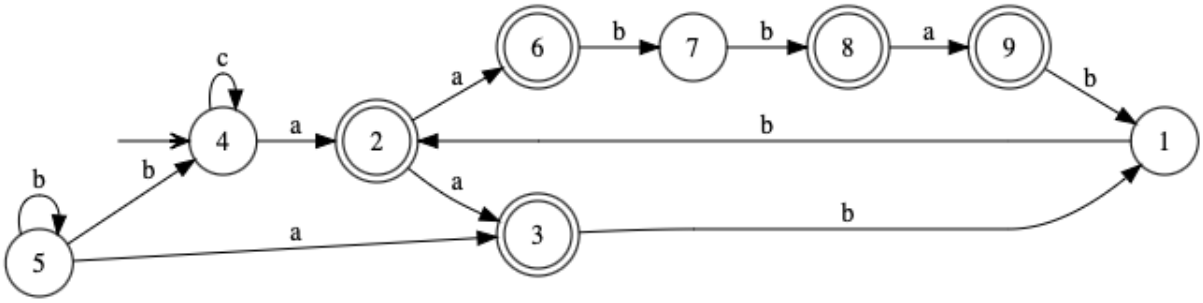
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

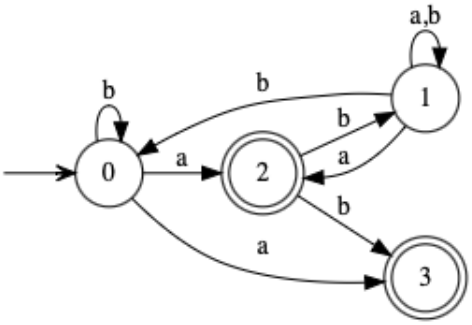
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

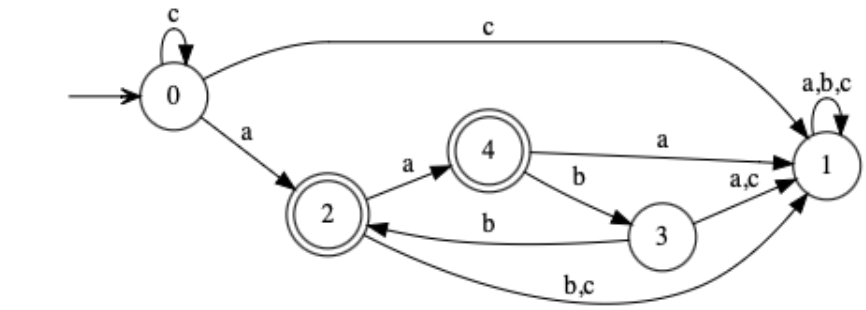


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

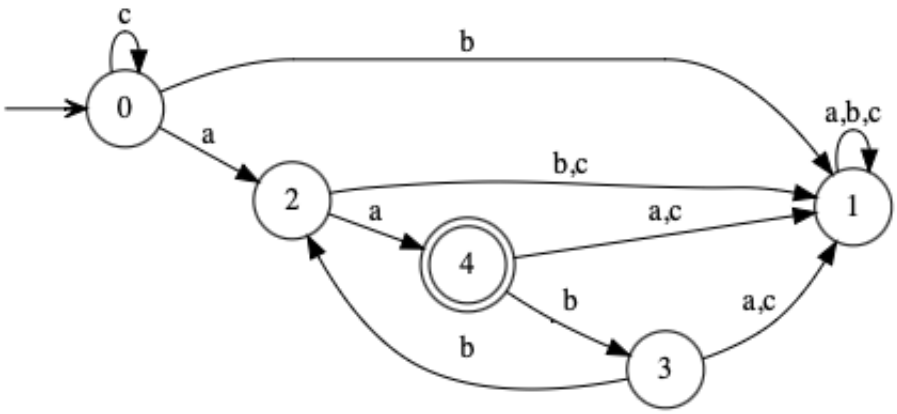


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

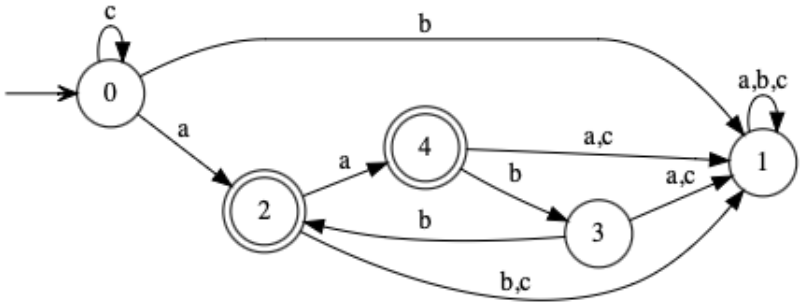
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



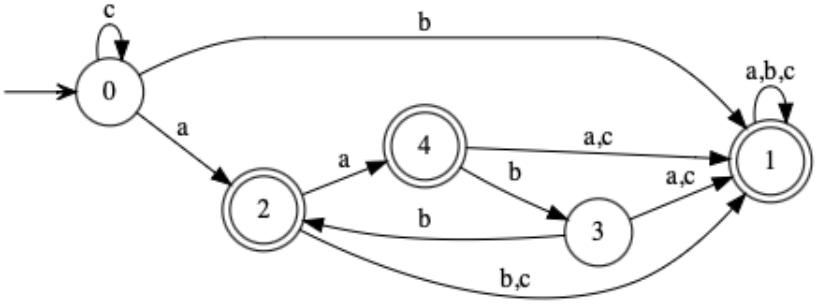
(-i-)



(-ii-)

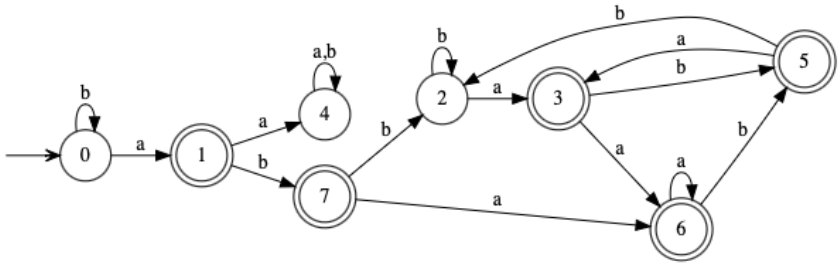


(-iii-)

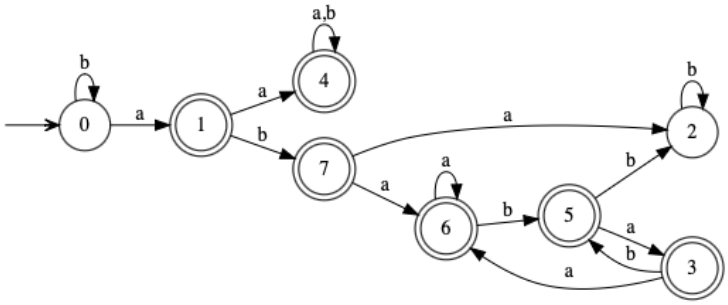


(-iv-)

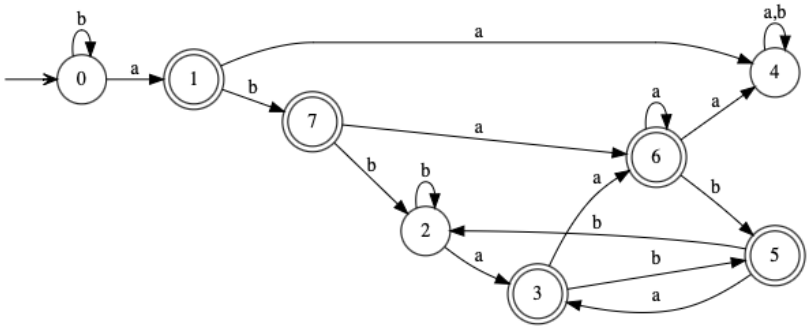
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



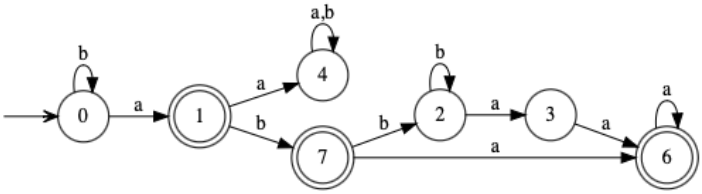
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+66/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d ■ f g h

Question 3 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 4 : ■ b c ■ e ■ g h i

Question 5 : a b ■ d e f

Question 6 : a ■ c d e f

Question 7 : a b ■ d e f

Question 8 : a ■ ■ d e ■ g ■ i j

Question 9 : a b ■ d e

Question 10 : a b ■ d e f

Question 11 : a b c d e ■

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états [b] 32 états [c] 8 états [d] 20 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
[b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
[d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 6 états c 2 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

c Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

g Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

h Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 16 états c 20 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

d Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

d Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

e Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

h Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

i Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

c La longueur du mot vide est 1.

d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-iv-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- b la Figure 3-iii- c la Figure 3-iv-
d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe e la Figure 3-ii-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 3 c 0 d 1 e 7 f 5 g 2 h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

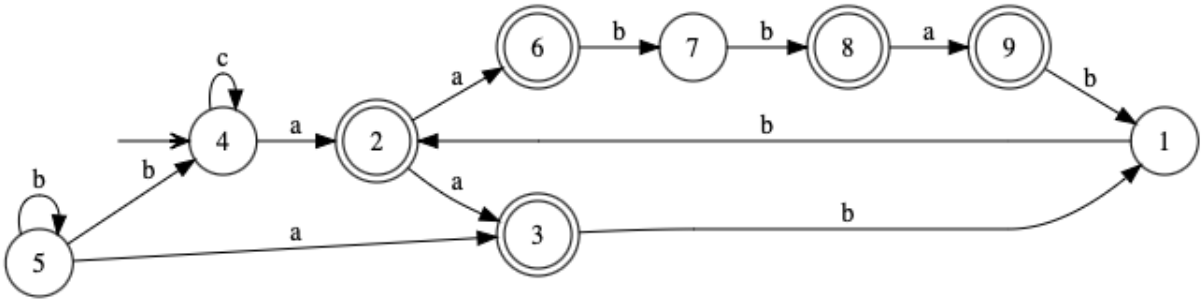
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

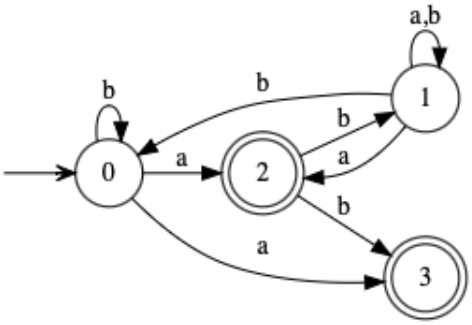
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

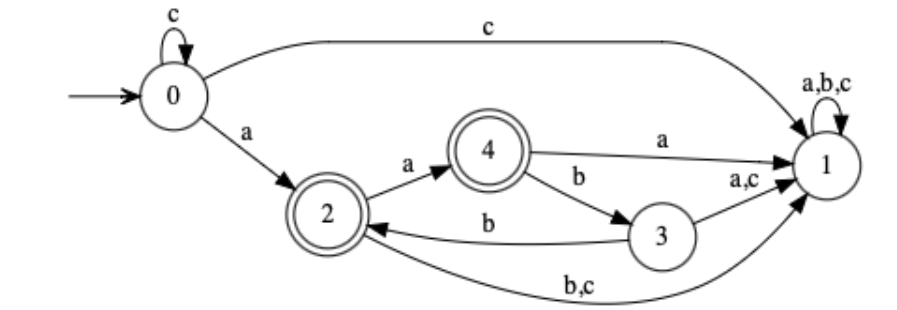


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

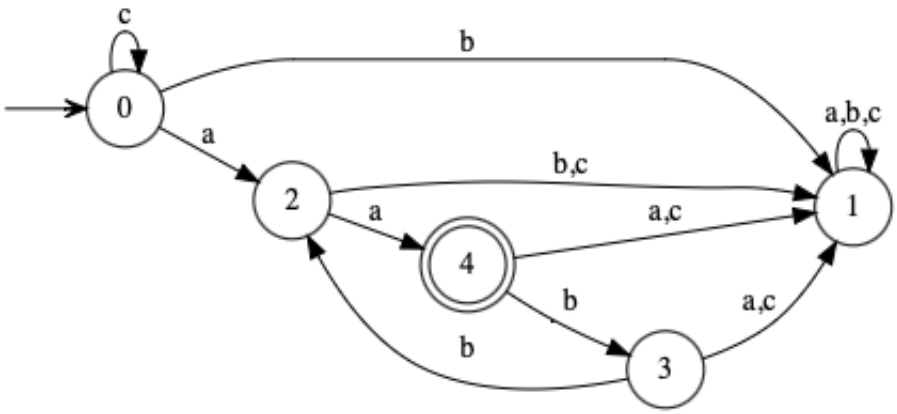


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

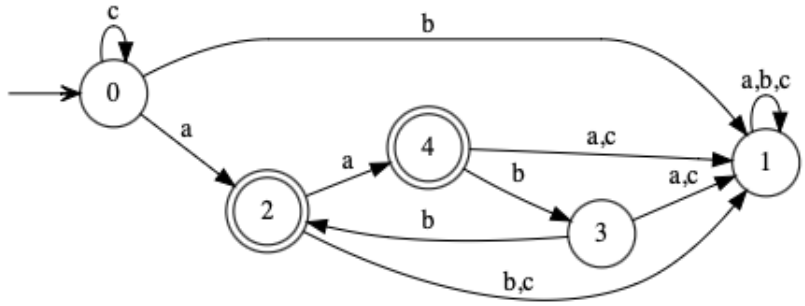
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



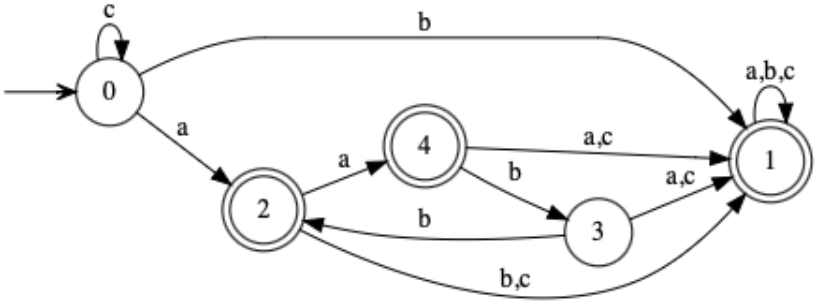
(-i-)



(-ii-)

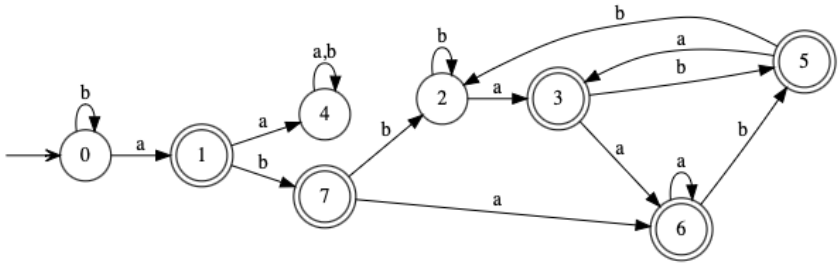


(-iii-)

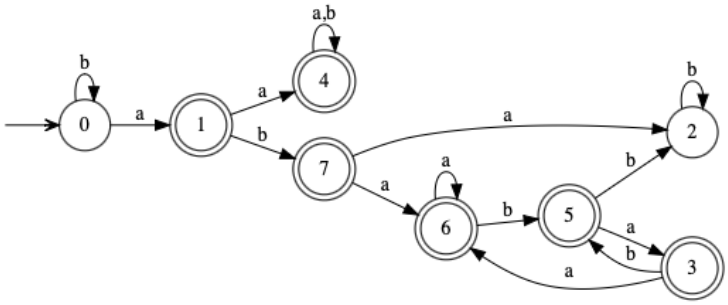


(-iv-)

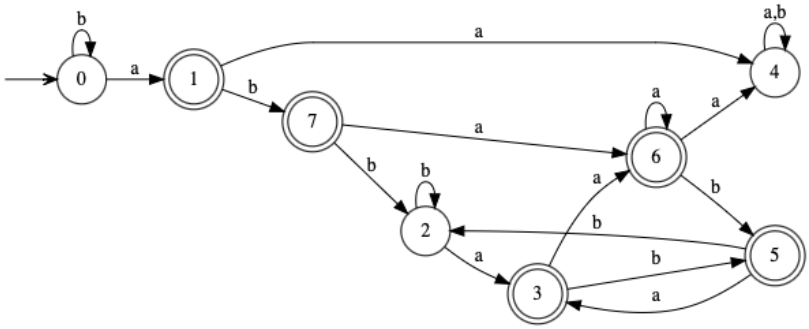
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



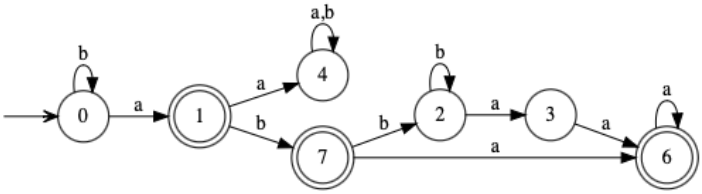
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+67/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f

Question 3 : a b ■ d e f

Question 4 : ■ b c d e f

Question 5 : a ■ c ■ ■ ■ g h i j

Question 6 : a b c d ■ f g h

Question 7 : a b ■ d e

Question 8 : a b c d e ■

Question 9 : a b ■ d e f

Question 10 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 11 : a ■ c d e ■ ■ h i

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 20 états ■ 16 états [c] 8 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] La longueur du mot vide est 1.
[b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
■ La longueur du mot vide est 0.
[d] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
[e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états ■ 4 états c 6 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
b Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
d Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 7 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 16 états c 20 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
d Les langages dénotés par A et B sont identiques.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [b] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [d] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [f] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [g] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [h] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [b] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [g] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [h] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-i-. [b] la Figure 2-iv-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-ii-. [■] la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [b] la Figure 3-iv-
[■] la Figure 3-i- [d] la Figure 3-iii- [e] la Figure 3-ii-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 6 ☐ b 7 ☐ c 0 ☐ d 3 ■ 4 ☐ f 1 ☐ g 5 ☐ h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

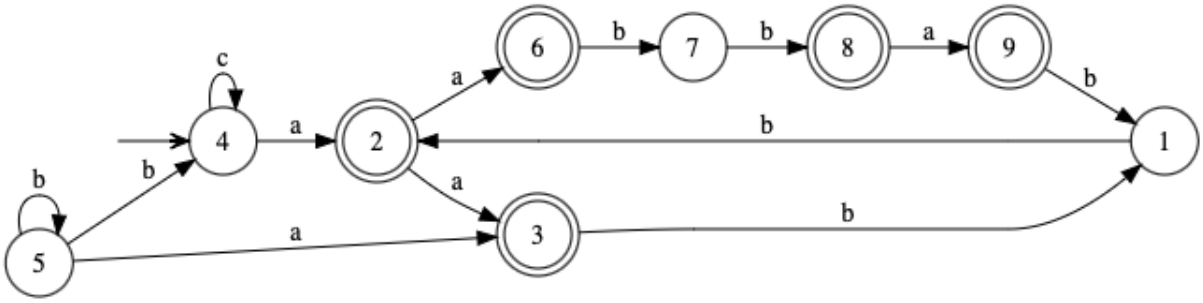
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

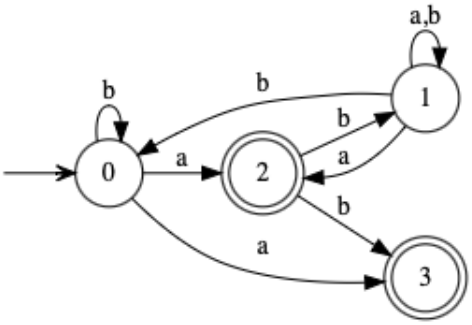
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

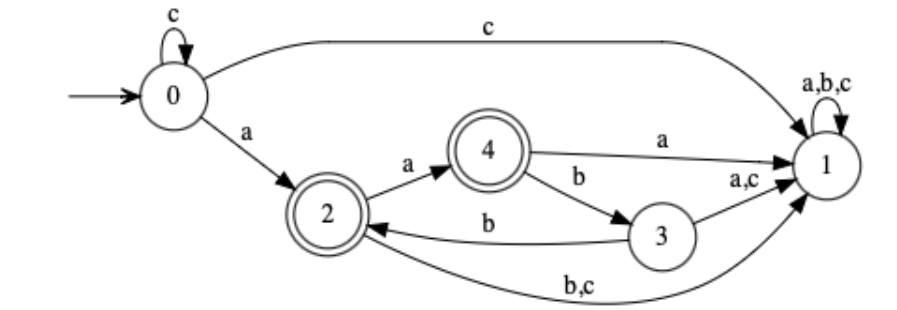


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

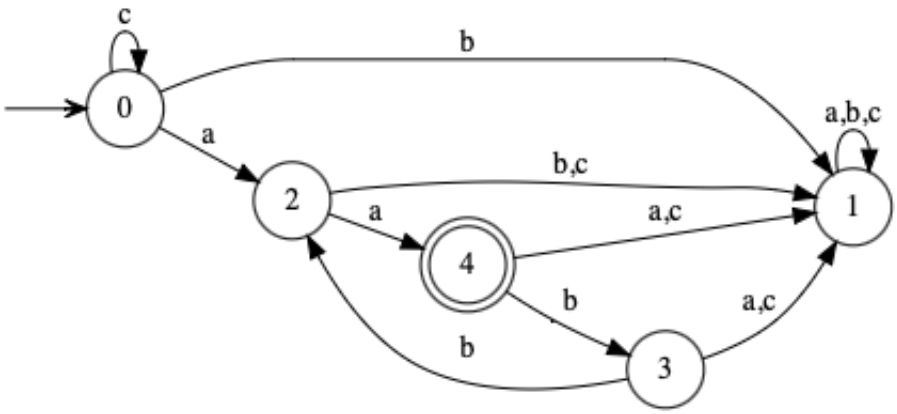


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

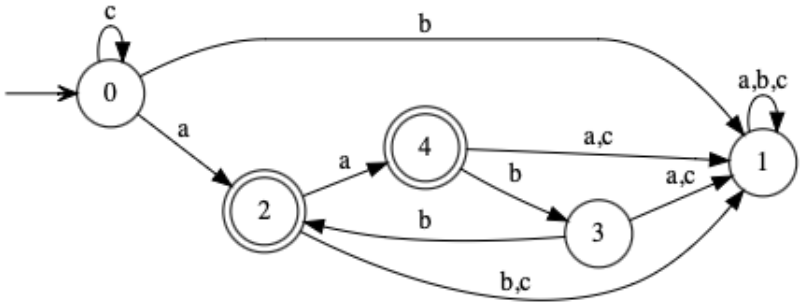
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



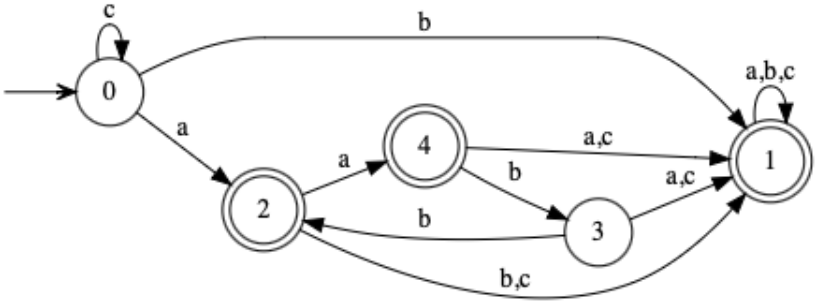
(-i-)



(-ii-)

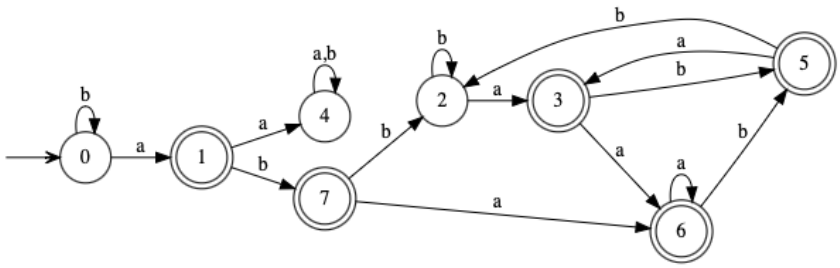


(-iii-)

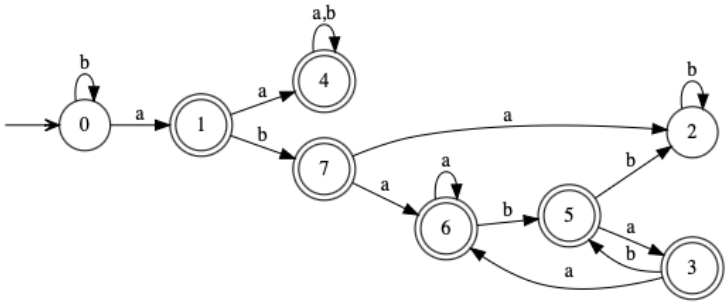


(-iv-)

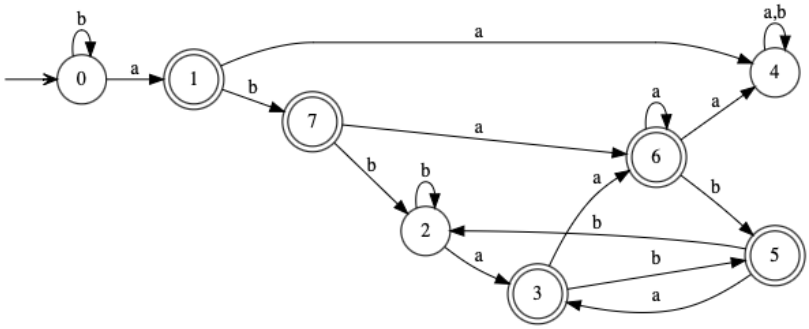
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



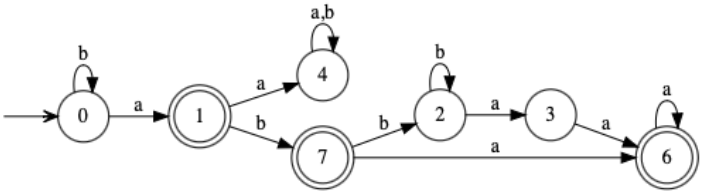
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+68/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e f

Question 3 : a b ■ d e ■ ■ h i

Question 4 : a ■ c d e f

Question 5 : a b ■ d e f

Question 6 : a ■ c d e

Question 7 : a b c d e ■

Question 8 : ■ b c d e f g h

Question 9 : a b ■ d e f

Question 10 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 11 : ■ b ■ d ■ ■ g h i j

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [b] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

c Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

d Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont identiques.

b Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

c Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

d Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

e Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

g Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

h Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal

équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [■] 16 états [c] 20 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 2 états [b] 6 états [c] 8 états [■] 4 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
[b] La longueur du mot vide est 1.
[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
[d] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
[■] La longueur du mot vide est 0.
[f] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 32 états [c] 20 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-iv-. [b] la Figure 2-ii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-i-. [■] la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [b] la Figure 3-ii-
[c] la Figure 3-iii- [d] la Figure 3-iv- [■] la Figure 3-i-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 5 ■ 4 ☐ c 7 ☐ d 0 ☐ e 3 ☐ f 1 ☐ g 6 ☐ h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

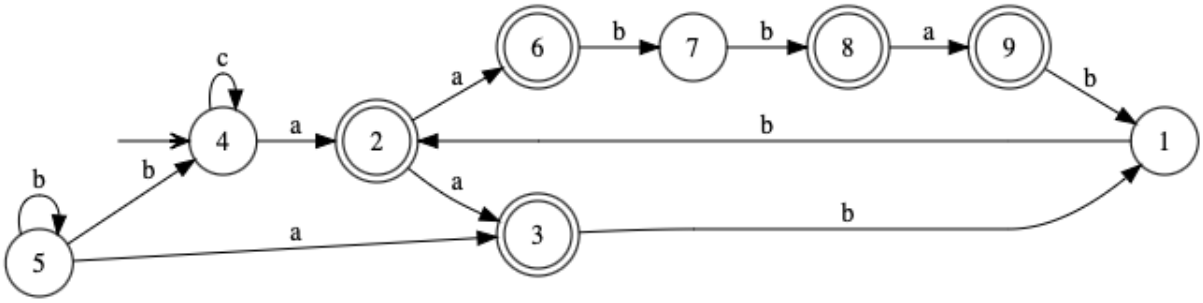
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

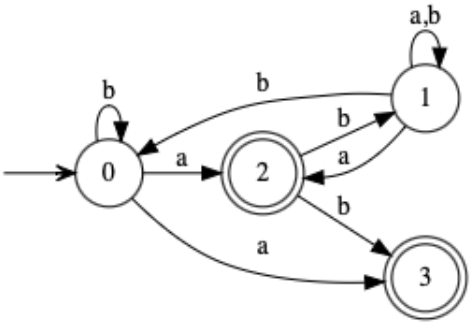
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

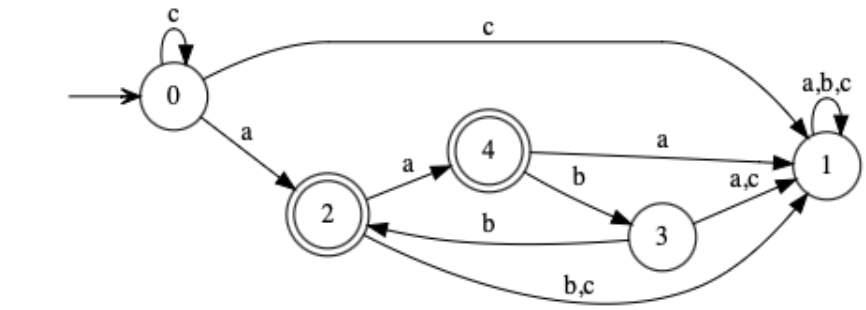


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

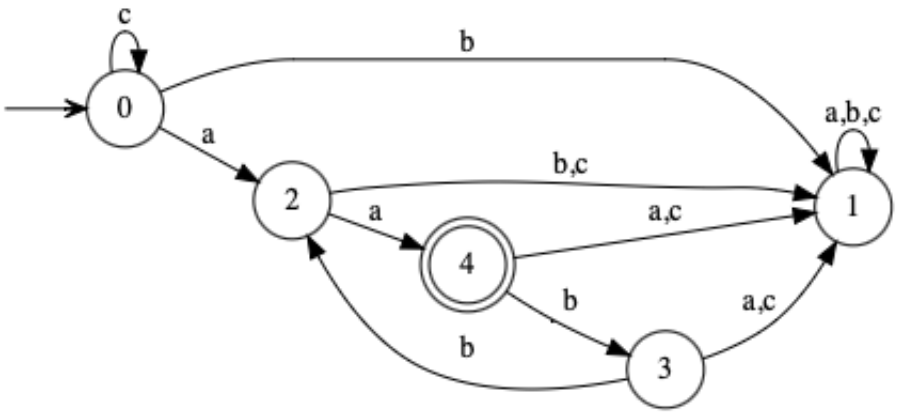


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

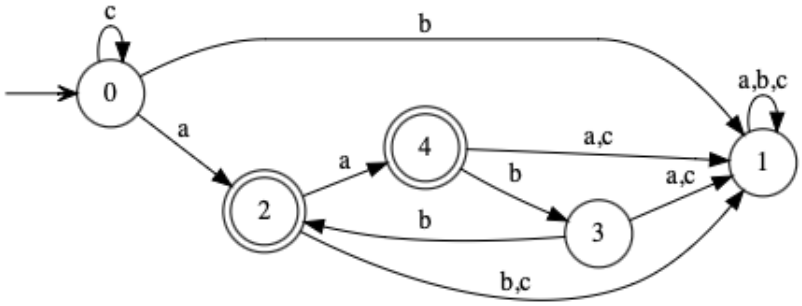
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



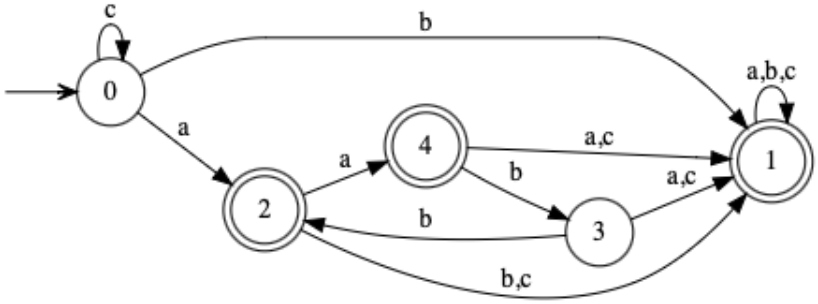
(-i-)



(-ii-)

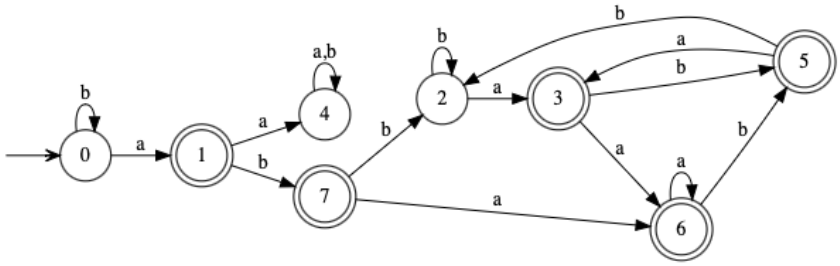


(-iii-)

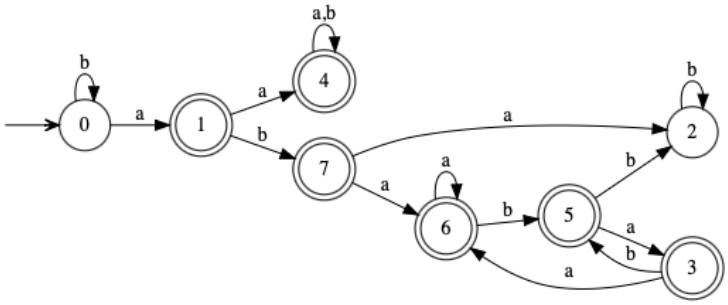


(-iv-)

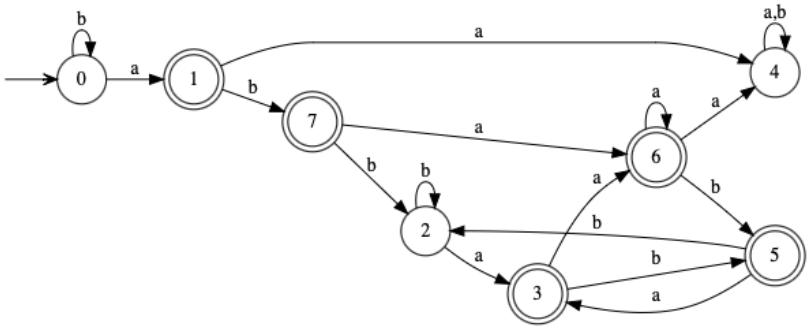
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



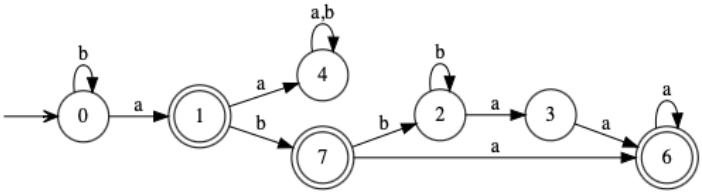
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+69/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f

Question 3 : a ■ c d e

Question 4 : a b c d ■ ■ ■ ■ i j

Question 5 : a b c d ■ f g h

Question 6 : a b c ■ e f

Question 7 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 8 : a ■ c d e f

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : a b ■ d ■ f ■ h i

Question 11 : a b c d e ■

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a ■ c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

☐ a 32 états ☐ b 20 états ☐ c 8 états ☐ d 16 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

☐ a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. ☐ b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. ☐ c $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. ☐ e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ☐ f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
☐ g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
☐ h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

☐ a 20 états ☐ b 8 états ■ 16 états ☐ d 32 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
☐ f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [b] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [c] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [e] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [f] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [g] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [i] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [b] La longueur du mot vide est 1.
- [c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [g] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [e] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

g Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

h Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états b 8 états c 2 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-iv-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-iv-
c la Figure 3-ii- d la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 7 b 0 c 2 d 5 e 3 f 6 ■ 4 h 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

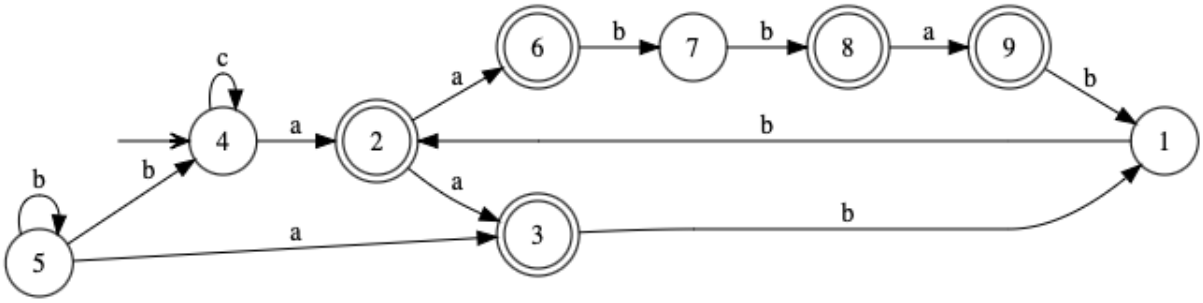
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

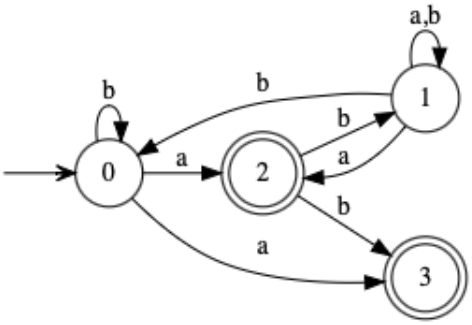
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

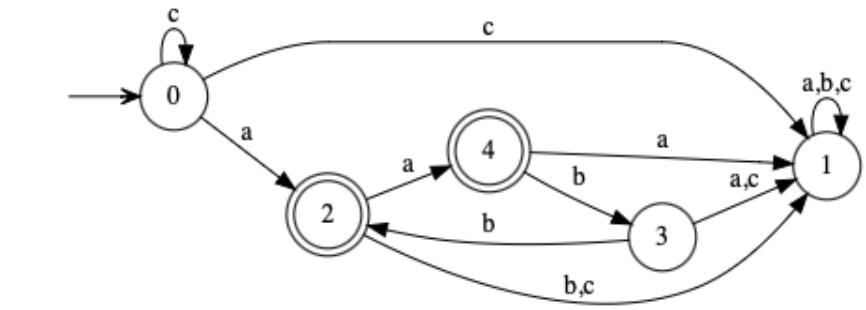


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

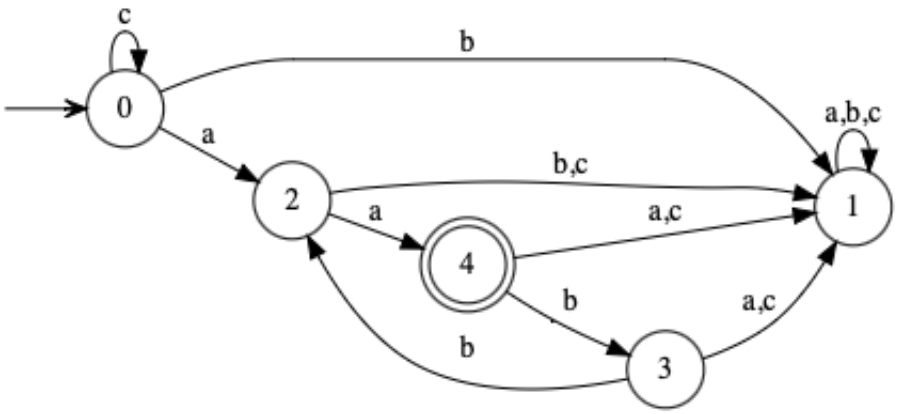


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

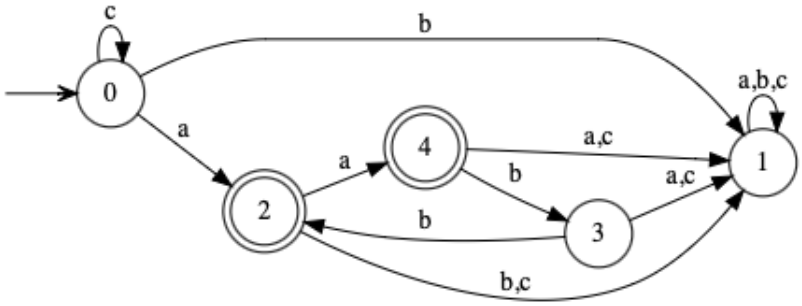
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



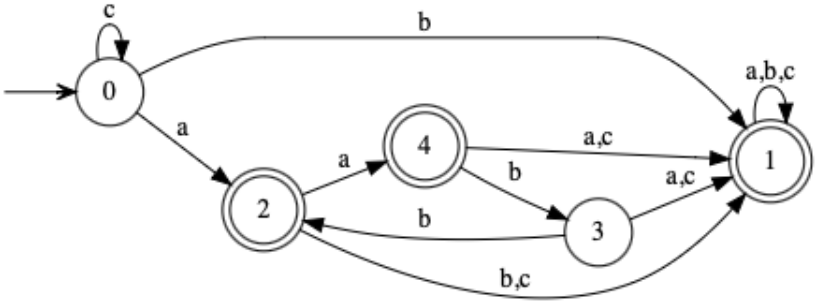
(-i-)



(-ii-)

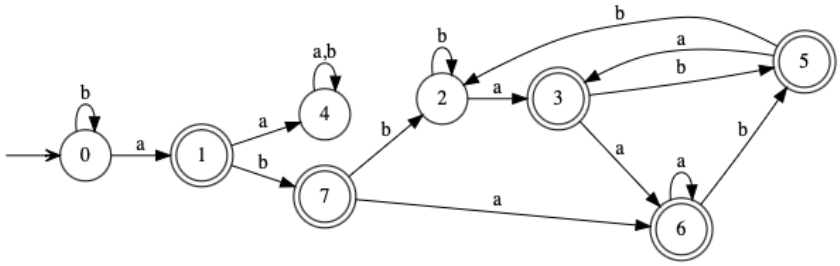


(-iii-)

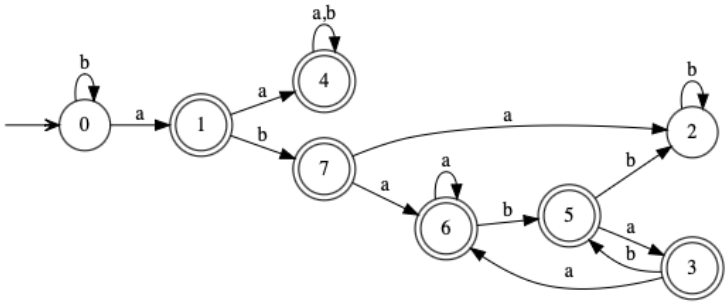


(-iv-)

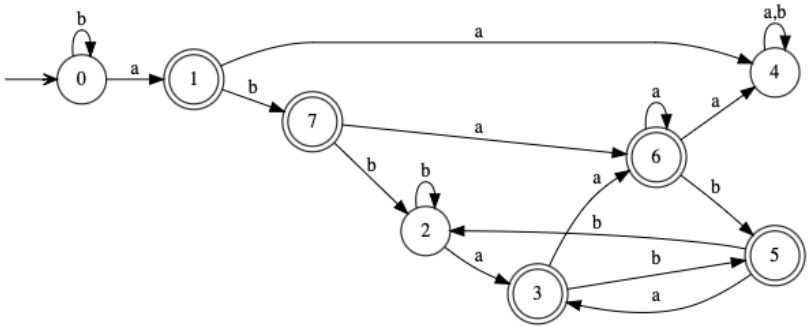
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



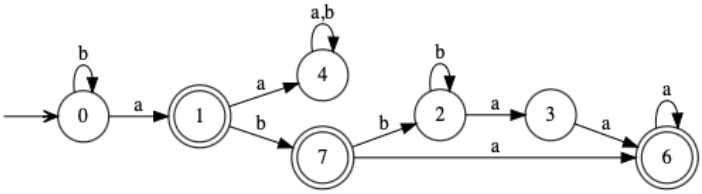
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+70/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e ■

Question 3 : a b c ■ e f g h

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : a b ■ d e f

Question 6 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 7 : a b c ■ ■ ■ g h i

Question 8 : ■ ■ ■ d e ■ g h i j

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : ■ b c d e f

Question 11 : ■ b c d e

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d e f ■ h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [c] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [d] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [g] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [h] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [i] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [j] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[d] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[e] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[f] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[g] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 2 états [b] 8 états [c] 6 états ■ 4 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

d La longueur du mot vide est 1.

e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

f Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états ■ 16 états c 32 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

d Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 32 états c 16 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe

■ la Figure 3-i- d la Figure 3-ii- e la Figure 3-iii-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 6 ☐ b 1 ☐ c 2 ☐ d 0 ☐ e 7 ☐ f 5 ☐ g 3 ■ 4

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

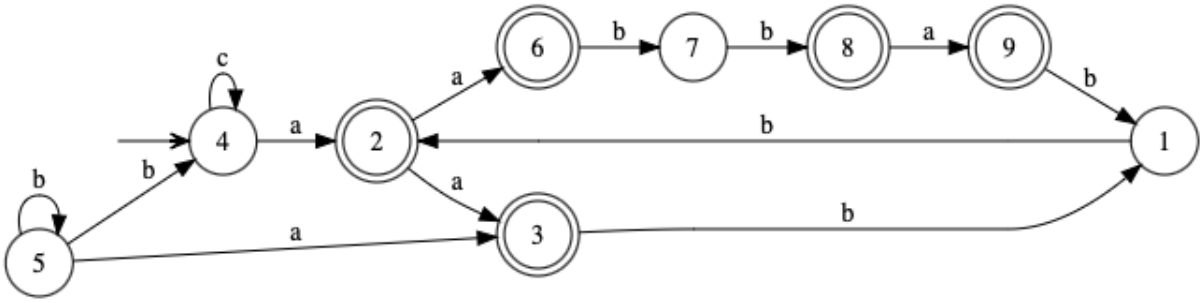
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

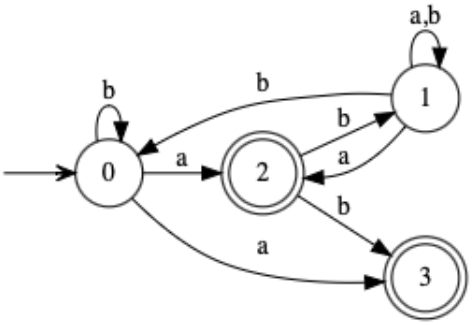
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

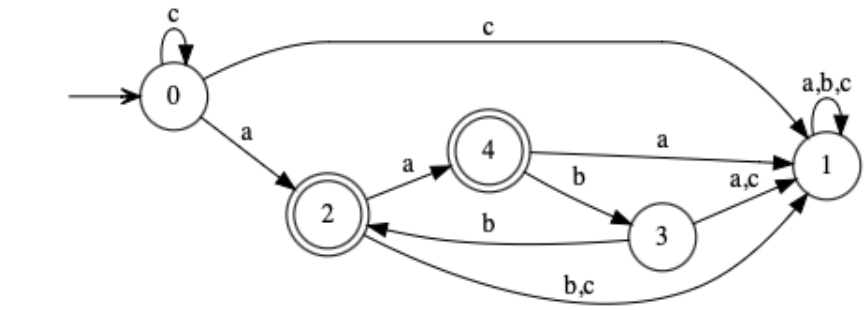


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

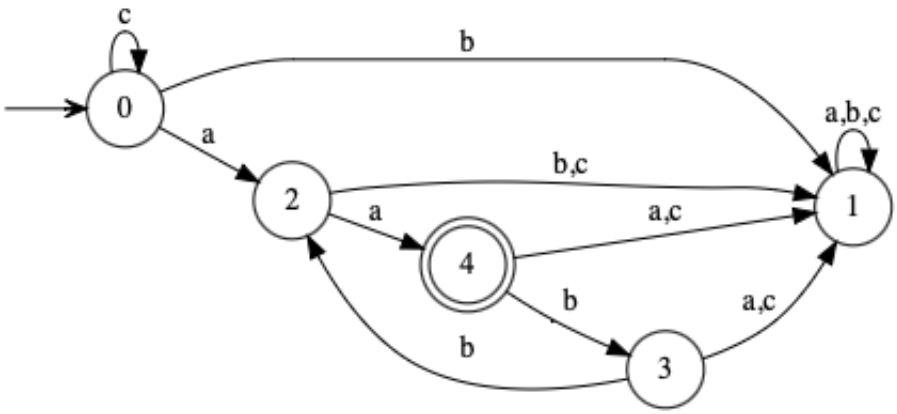


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

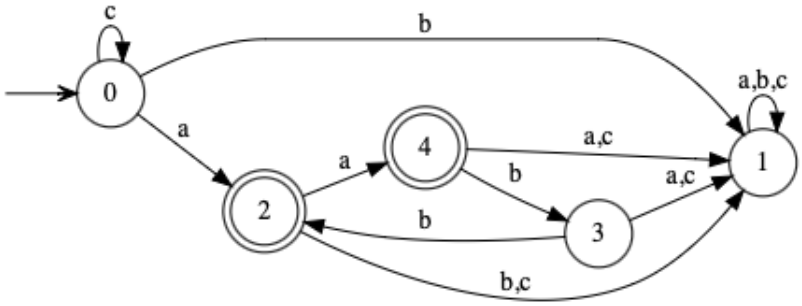
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



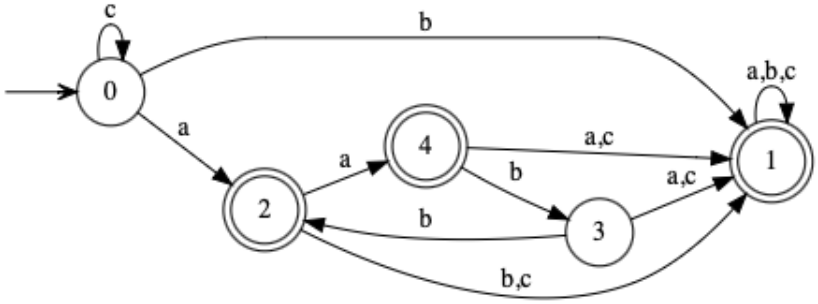
(-i-)



(-ii-)

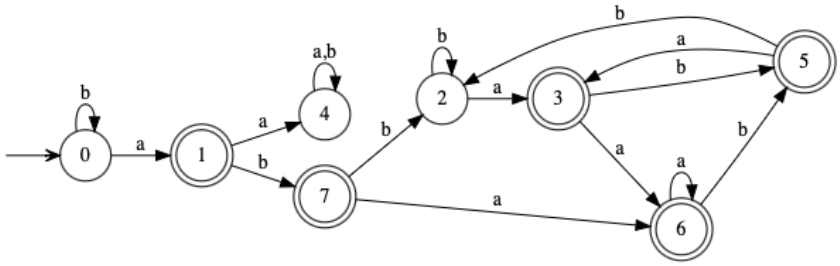


(-iii-)

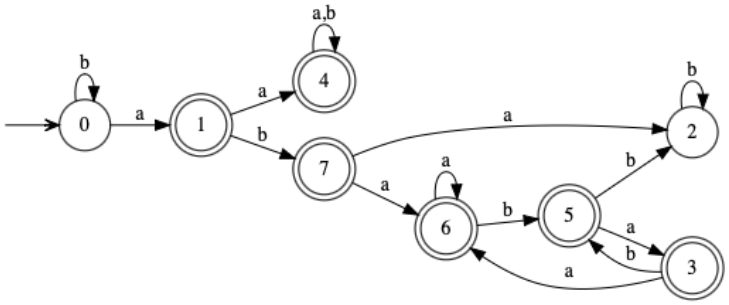


(-iv-)

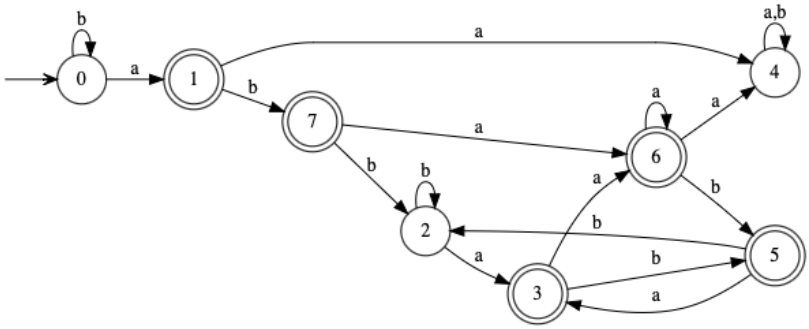
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



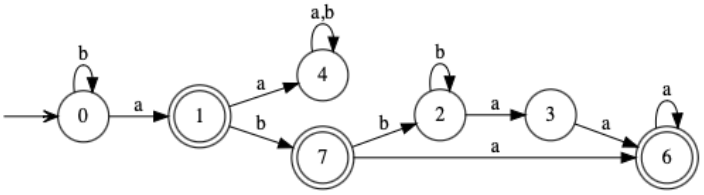
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+71/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f

Question 3 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 4 : a ■ c d e

Question 5 : a b c d e ■ g h

Question 6 : ■ ■ ■ d e f g ■ i j

Question 7 : a b c ■ e f

Question 8 : ■ ■ ■ d e f g h i

Question 9 : a ■ c d e f

Question 10 : a b ■ d e f

Question 11 : a b c d e ■

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b c d e f g ■

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 2 états [b] 8 états [■] 4 états [d] 6 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
[b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
[c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont identiques.

b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

c Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

f Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

g Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

h Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 8 états b 16 états c 20 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La longueur du mot vide est 0.

b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

c Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

e La longueur du mot vide est 1.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

b Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

d Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

g Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

h Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

j Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 32 états c 20 états ■ 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- b la Figure 3-iv- c la Figure 3-iii-

d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe e la Figure 3-ii-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 2 ■ 4 ☐ c 1 ☐ d 3 ☐ e 0 ☐ f 6 ☐ g 5 ☐ h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

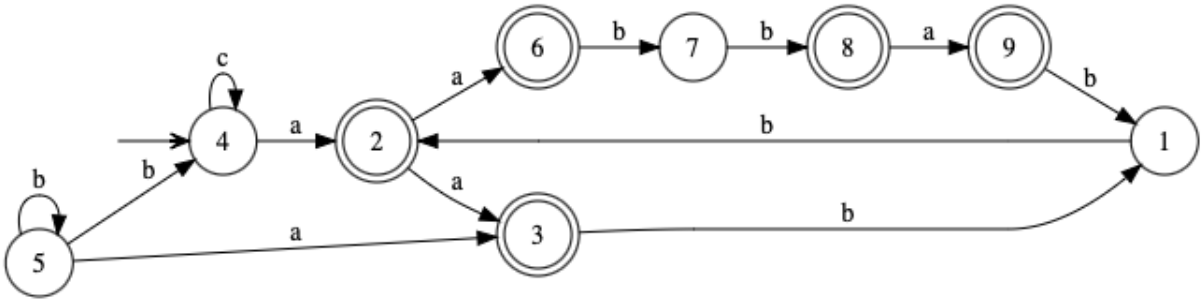
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

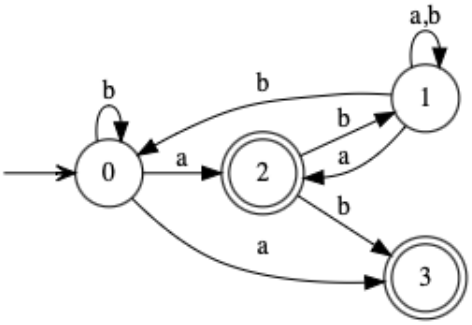
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

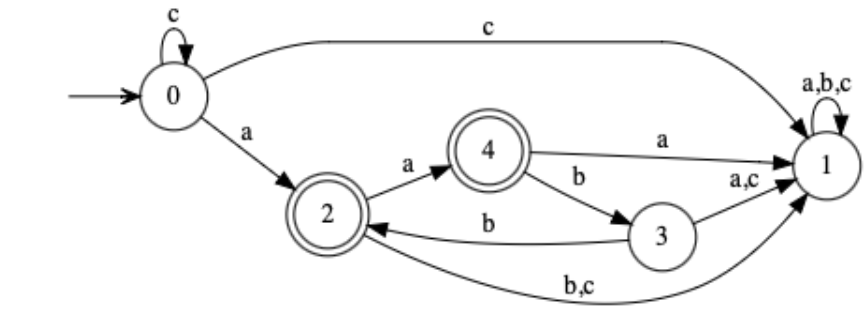


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

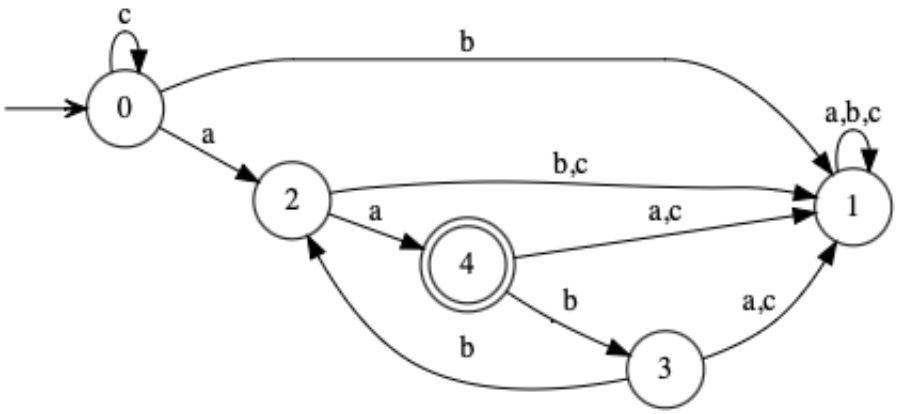


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

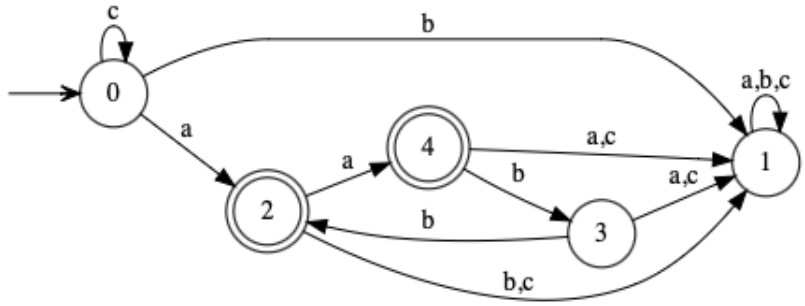
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



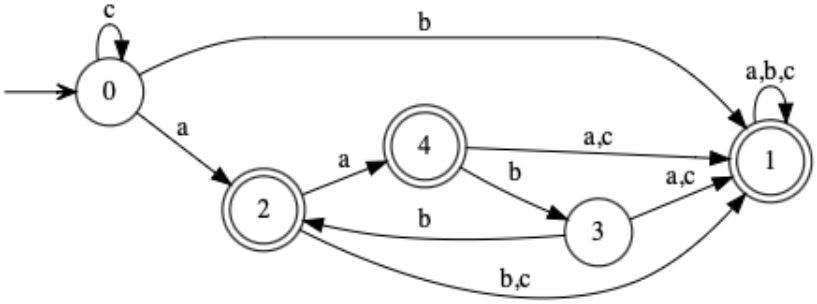
(-i-)



(-ii-)

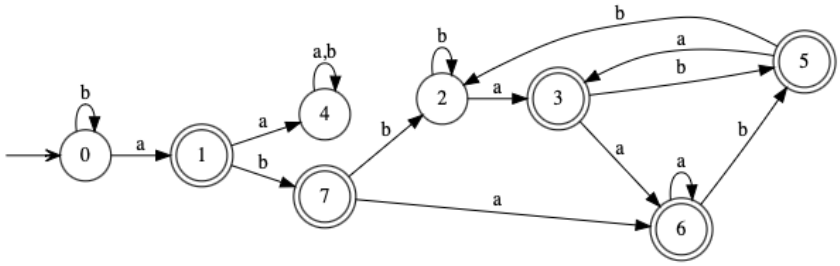


(-iii-)

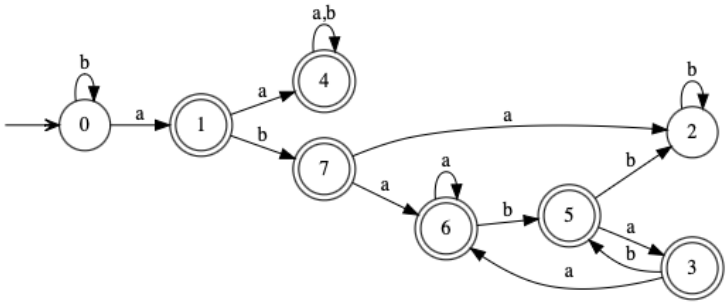


(-iv-)

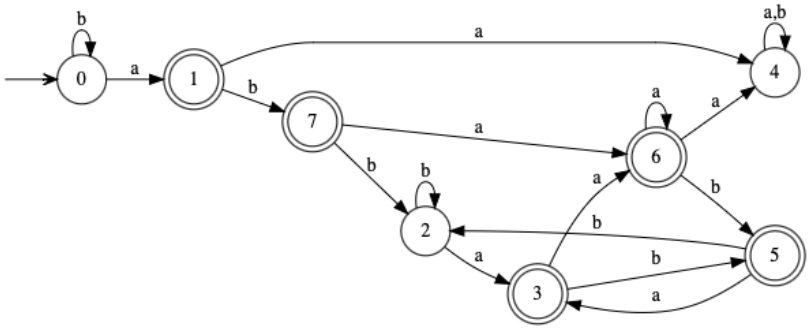
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



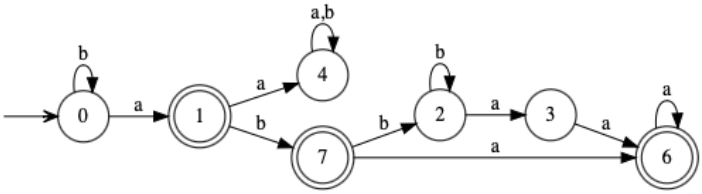
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+72/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e f

Question 3 : a b ■ d e f

Question 4 : ■ b c d e

Question 5 : a b ■ d e f

Question 6 : ■ ■ c ■ ■ f g h i j

Question 7 : a b c d e ■

Question 8 : a b c d ■ f g h

Question 9 : ■ b c ■ e ■ g h i

Question 10 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 11 : a b c ■ e f

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a ■ c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 20 états [■] 16 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont identiques.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

b Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

c Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

e Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 6 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états ■ 4 états c 2 états d 6 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

b Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

c Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

f Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

h Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 8 états c 32 états d 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

b La longueur du mot vide est 1.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

g Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe

c la Figure 3-iv- d la Figure 3-iii- e la Figure 3-ii-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 0 ☐ b 5 ☐ c 7 ■ 4 ☐ e 2 ☐ f 1 ☐ g 3 ☐ h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

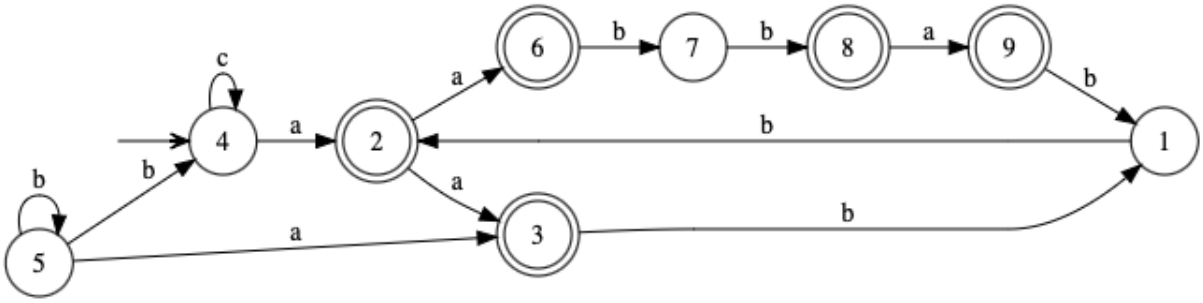
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

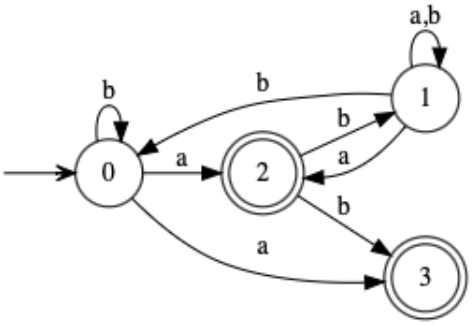
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

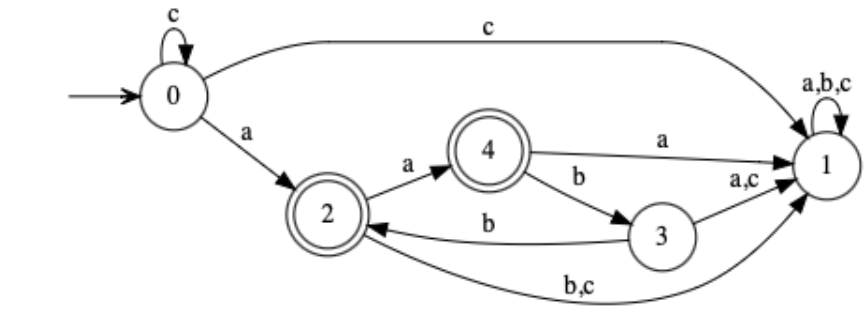


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

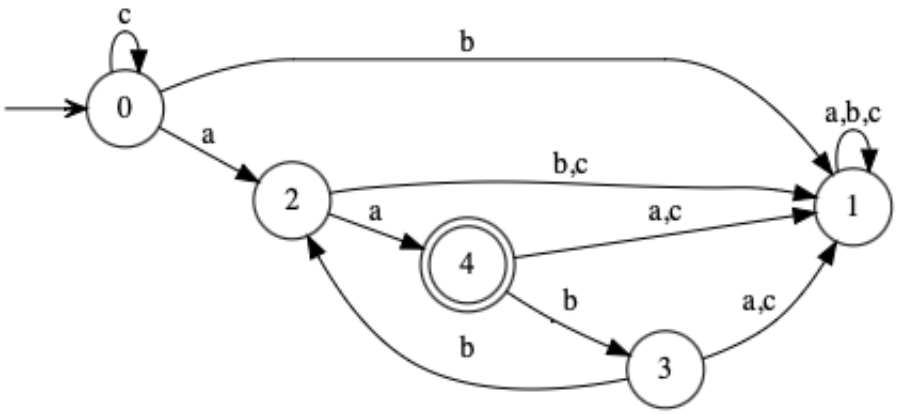


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

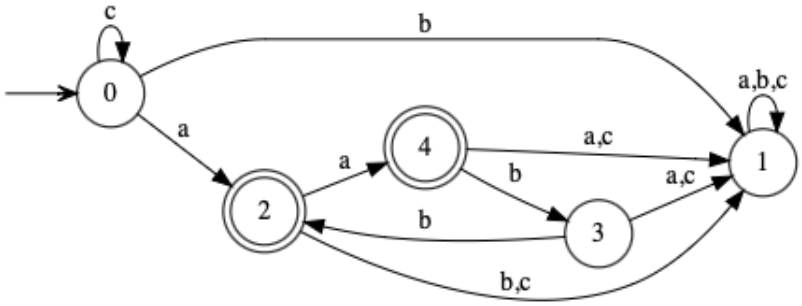
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



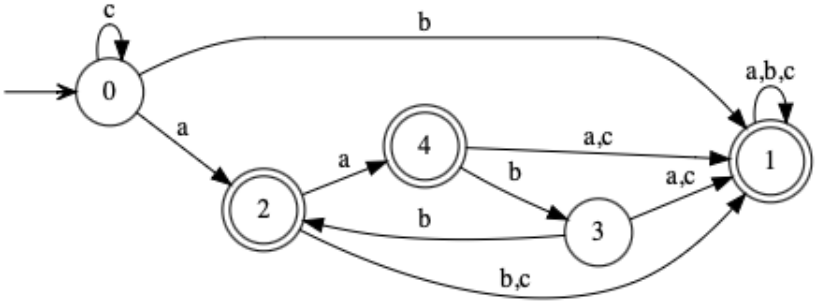
(-i-)



(-ii-)

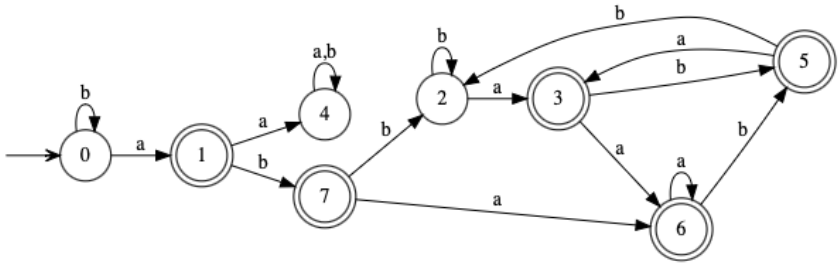


(-iii-)

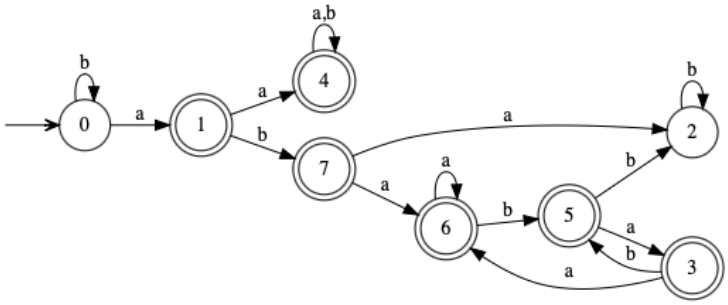


(-iv-)

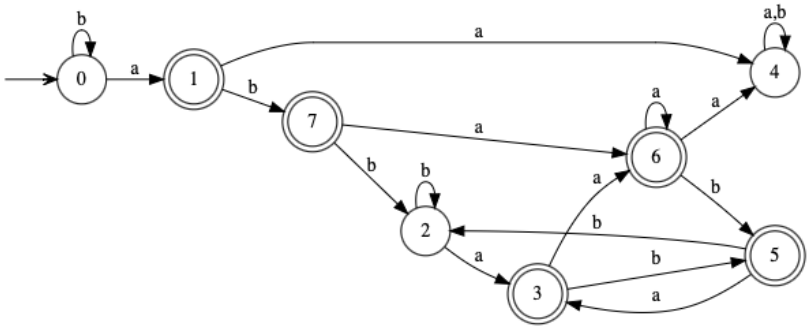
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



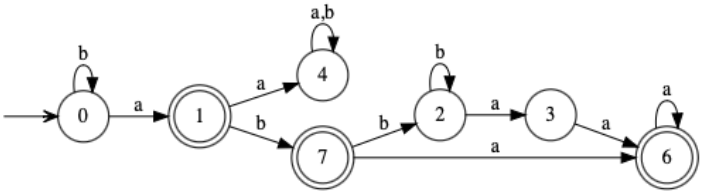
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+73/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e f

Question 3 : ■ b c d e

Question 4 : ■ b c d e f

Question 5 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 6 : a ■ c d e f

Question 7 : ■ b c d e f

Question 8 : ■ b c ■ ■ f ■ h i j

Question 9 : a b c d e ■

Question 10 : a b ■ d ■ ■ g h i

Question 11 : a b c d ■ f g h

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états b 8 états c 20 états ■ 16 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états b 8 états ■ 4 états d 2 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

d Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 16 états c 20 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

b Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

c Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

d Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

g Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

j Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [g] La longueur du mot vide est 1.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [b] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [f] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [h] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[■] la Figure 2-iii-. [b] la Figure 2-ii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-iv-. [d] la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iv- [■] la Figure 3-i-
[c] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [d] la Figure 3-ii-
[e] la Figure 3-iii- [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 0 ☐ b 1 ☐ c 7 ☐ d 3 ■ 4 ☐ f 2 ☐ g 5 ☐ h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

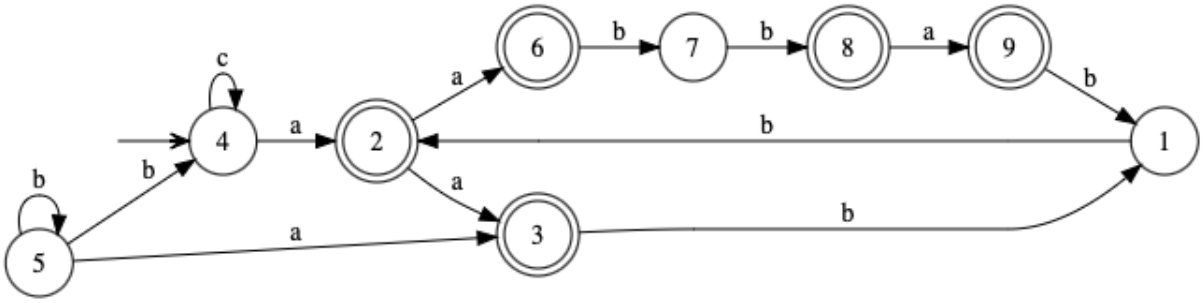
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

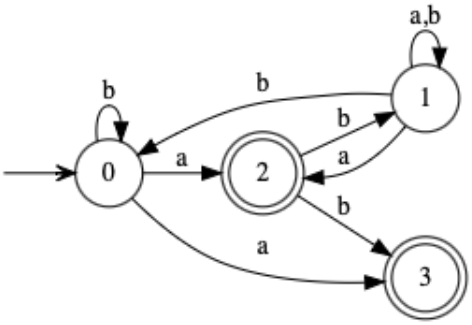
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

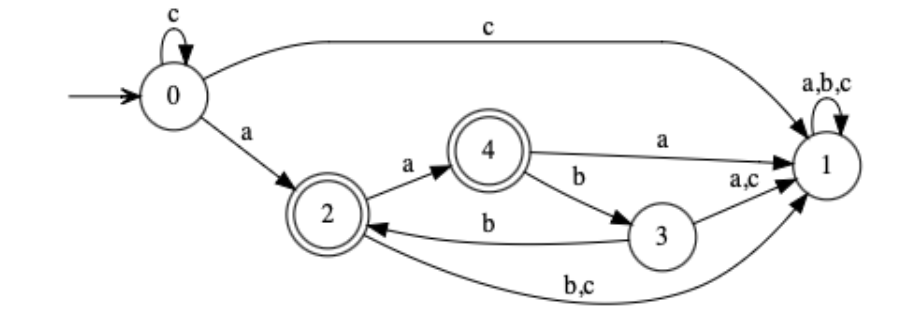


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

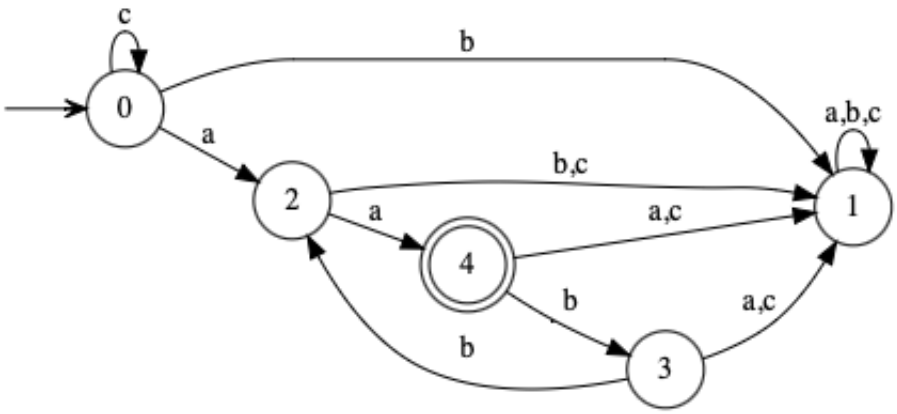


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

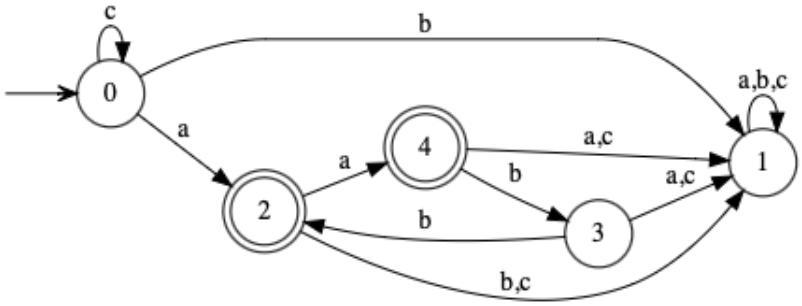
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



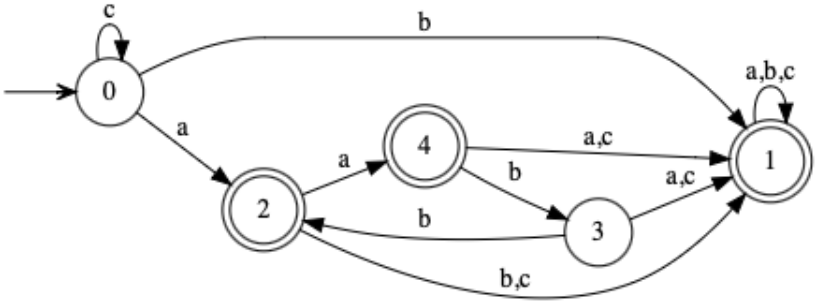
(-i-)



(-ii-)

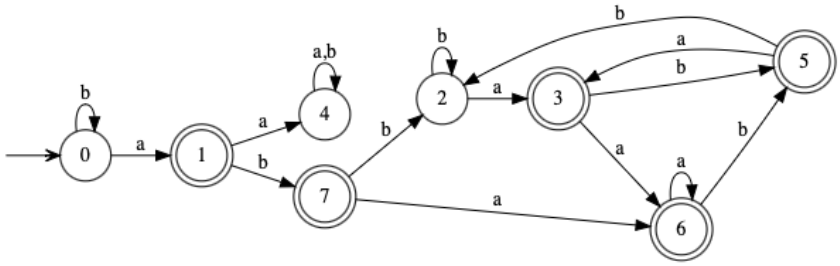


(-iii-)

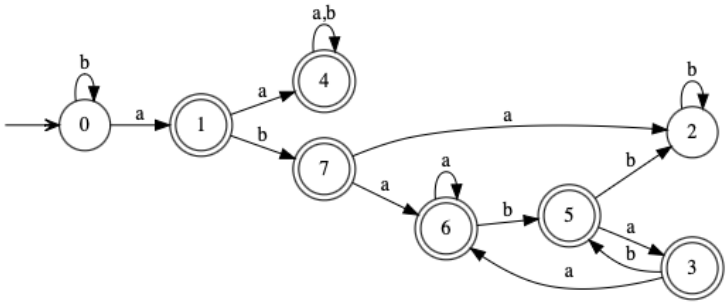


(-iv-)

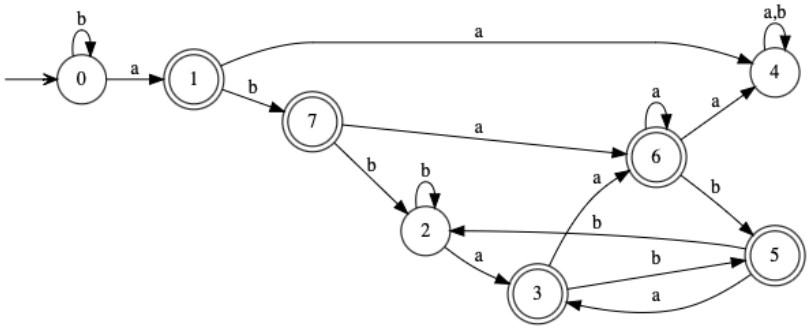
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



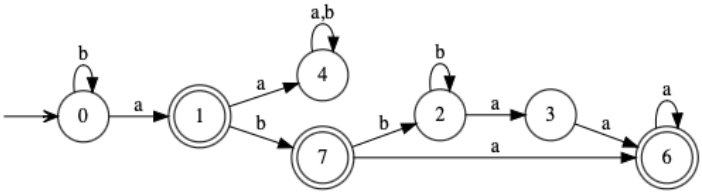
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+74/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c ■ e f

Question 3 : a ■ c d e

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : ■ b c d e f

Question 6 : a b c d e ■

Question 7 : a b ■ d e f

Question 8 : ■ b c d e f g h

Question 9 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 10 : a b ■ d ■ ■ g h i

Question 11 : ■ b c ■ ■ f ■ h i j

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 32 états ■ 16 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 6 états c 2 états ■ 4 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
b Les langages dénotés par A et B sont identiques.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 7 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

b Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

c Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

d Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

e Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

f Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

g Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 20 états c 16 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La longueur du mot vide est 1.
b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
■ La longueur du mot vide est 0.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
f Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
d Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
e Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
f Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
h Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-iv-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
c la Figure 3-iii- d la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 1 b 3 ■ 4 d 6 e 0 f 7 g 5 h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

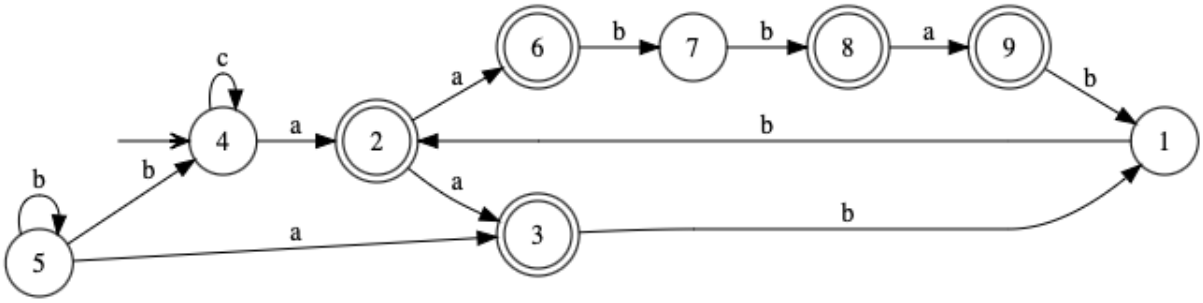
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

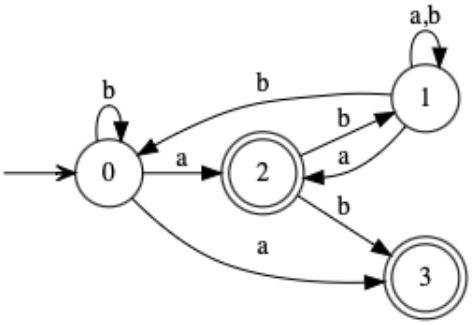
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

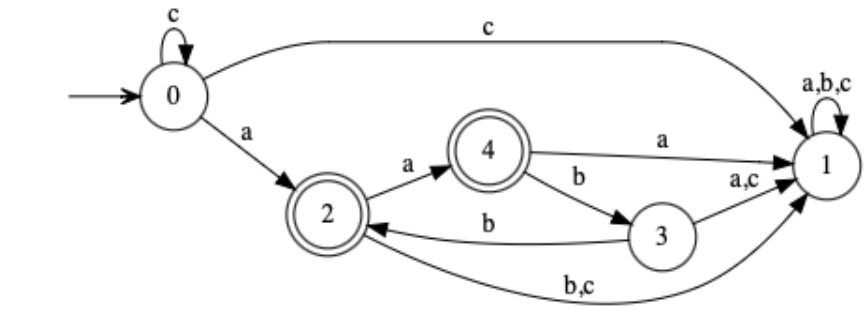


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

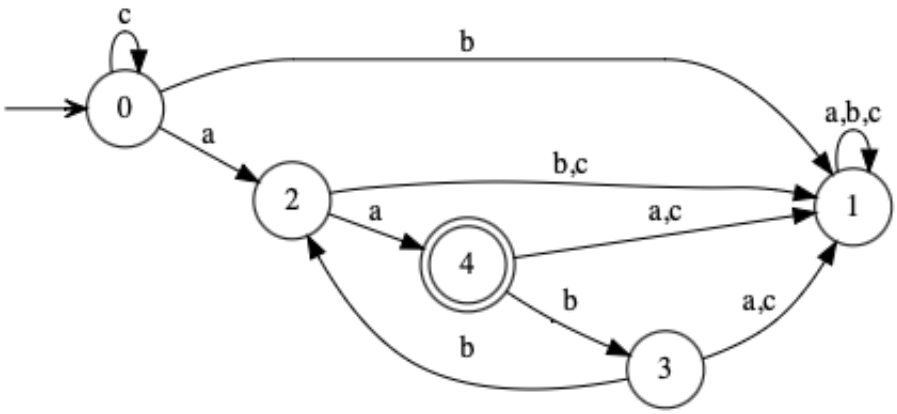


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

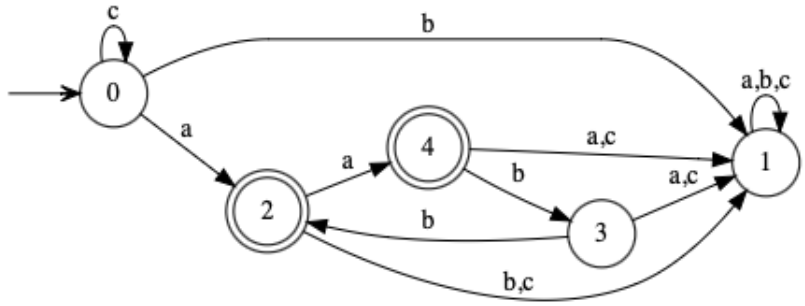
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



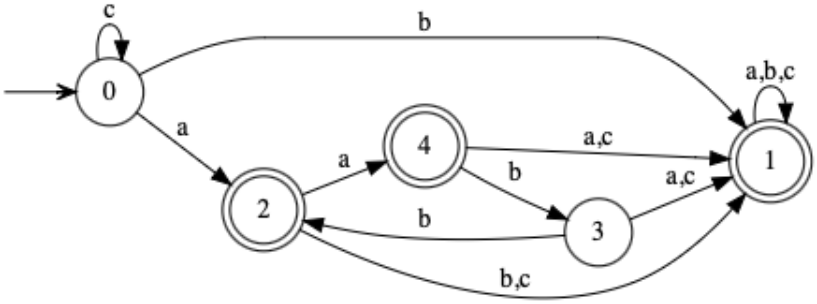
(-i-)



(-ii-)

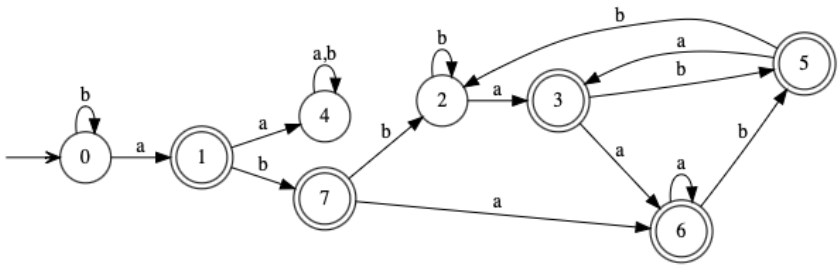


(-iii-)

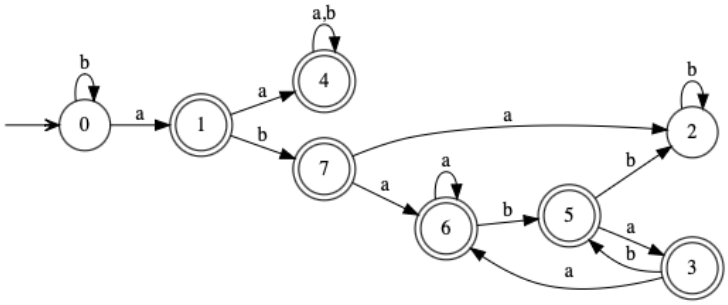


(-iv-)

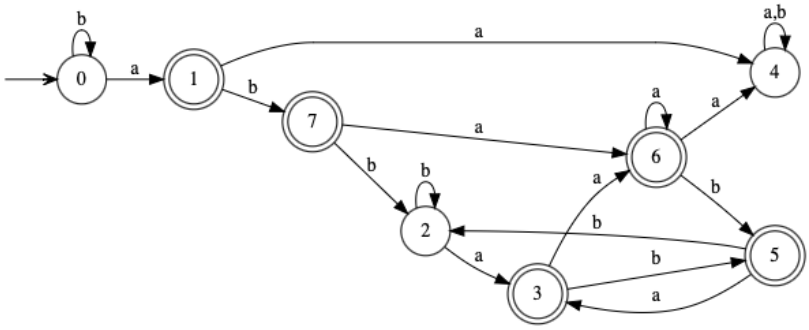
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



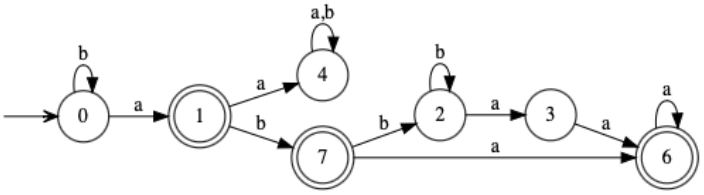
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+75/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e f

Question 3 : a b c ■ e f

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : a b c d ■ f g h

Question 6 : a b ■ d e

Question 7 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 8 : ■ b c d e f

Question 9 : a b c d e ■

Question 10 : a b ■ ■ e f ■ h i

Question 11 : ■ ■ ■ d e f ■ h i j

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
[■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 6 états [b] 8 états [■] 4 états [d] 2 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[a] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[b] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

f Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

g Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

b Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

c Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

d Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

e Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

f Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

c La longueur du mot vide est 1.

d Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont identiques.

b Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 20 états c 32 états ■ 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 8 états c 20 états d 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- b la Figure 3-iv- c la Figure 3-ii- d la Figure 3-iii-

e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 1 ☐ b 7 ☐ c 6 ■ 4 ☐ e 2 ☐ f 5 ☐ g 0 ☐ h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

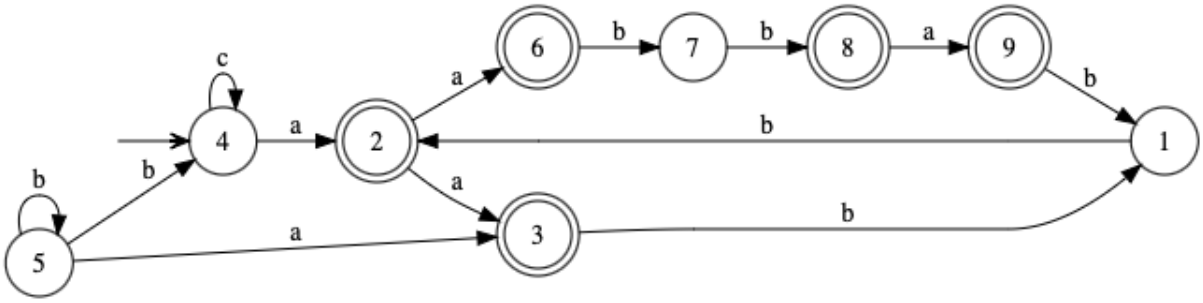
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

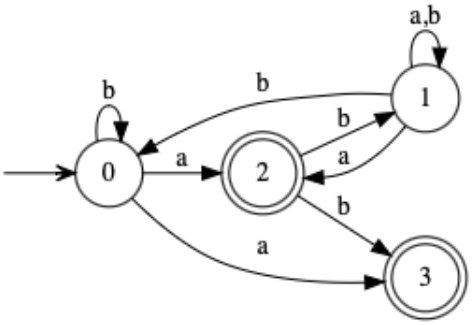
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

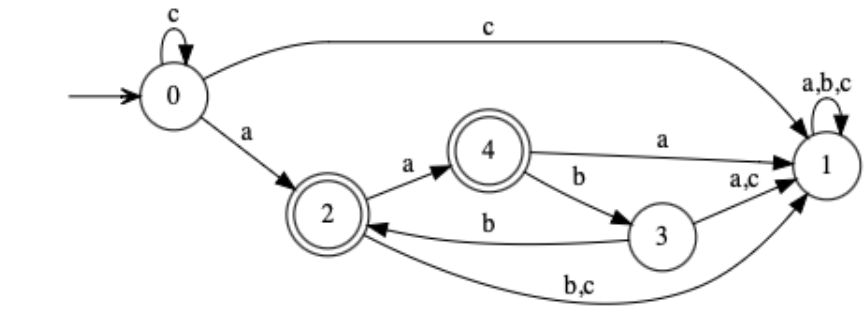


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

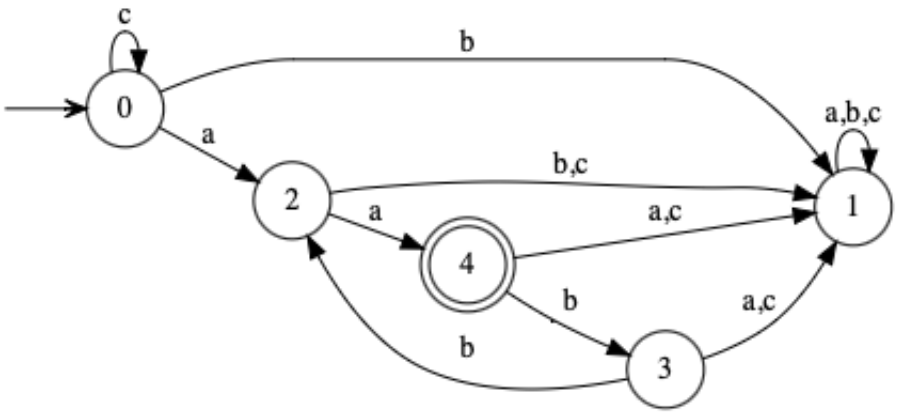


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

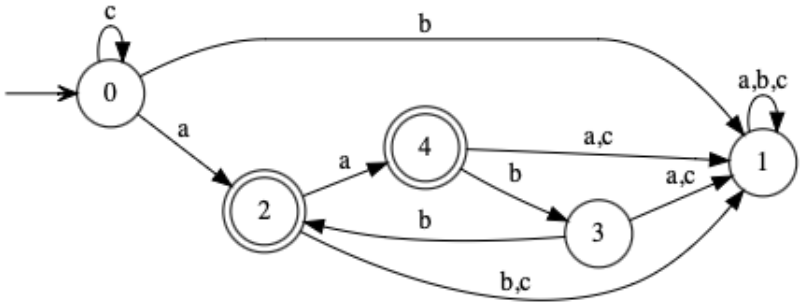
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



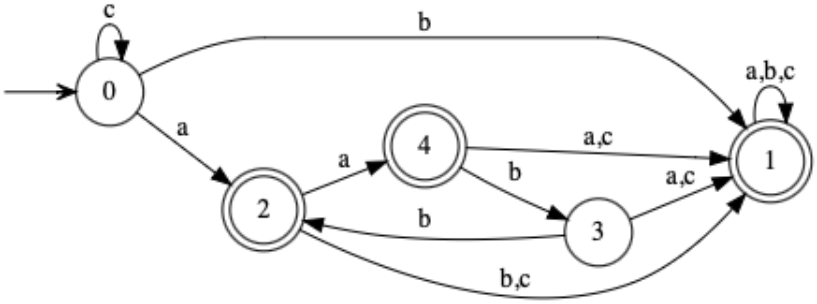
(-i-)



(-ii-)

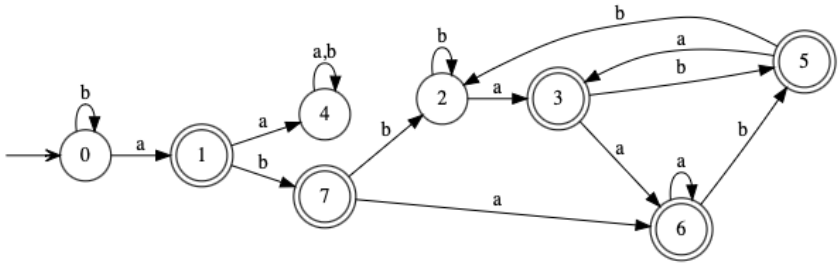


(-iii-)

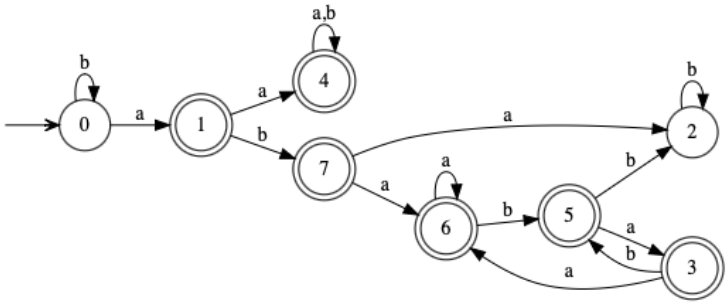


(-iv-)

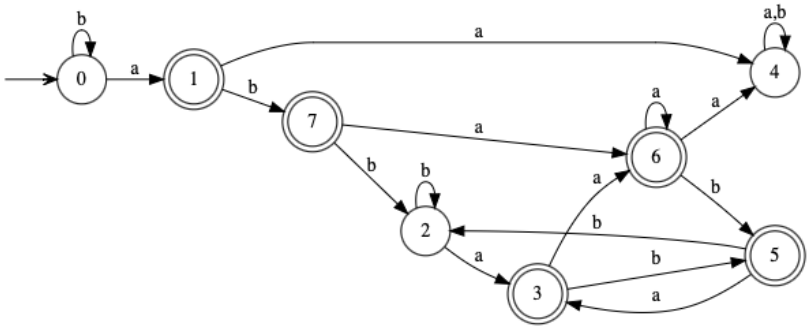
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



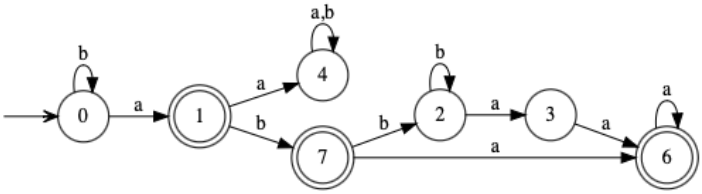
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+76/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c ■ e f g h

Question 3 : a b ■ d e f

Question 4 : a b ■ ■ ■ f g ■ i j

Question 5 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 6 : a ■ c d ■ ■ g h i

Question 7 : a b c ■ e f

Question 8 : ■ b c d e f

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : a ■ c d e

Question 11 : a b c d e ■

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [d] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [f] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [h] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 8 états [c] 32 états [■] 16 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 16 états [c] 20 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[■] 4 états [b] 8 états [c] 2 états [d] 6 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
[b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
[d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
[b] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
[c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[d] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[e] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[f] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
[g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
[j] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
[■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

b La longueur du mot vide est 1.

c Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-ii-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-ii-
■ la Figure 3-i- d la Figure 3-iii- e la Figure 3-iv-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 0 b 1 ■ 4 d 3 e 5 f 6 g 7 h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

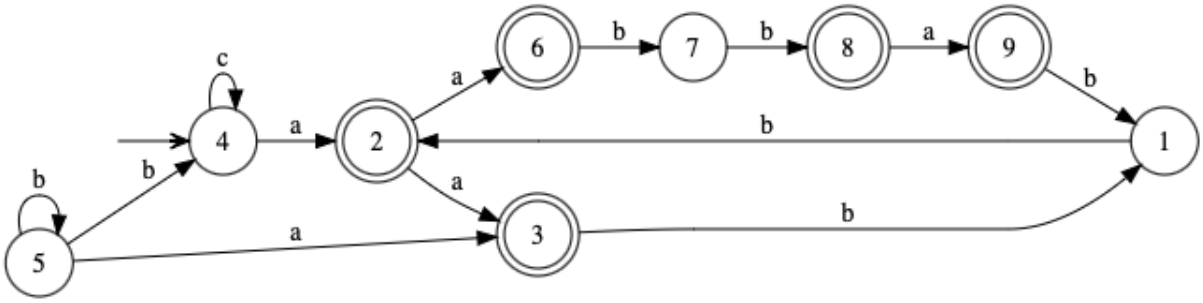
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

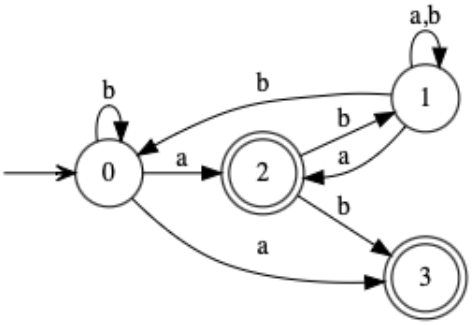
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

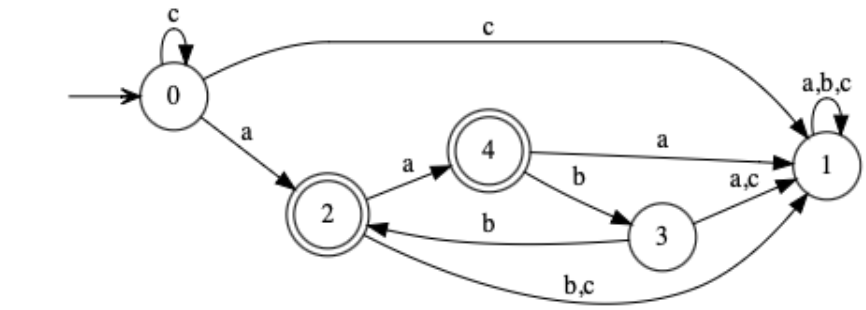


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

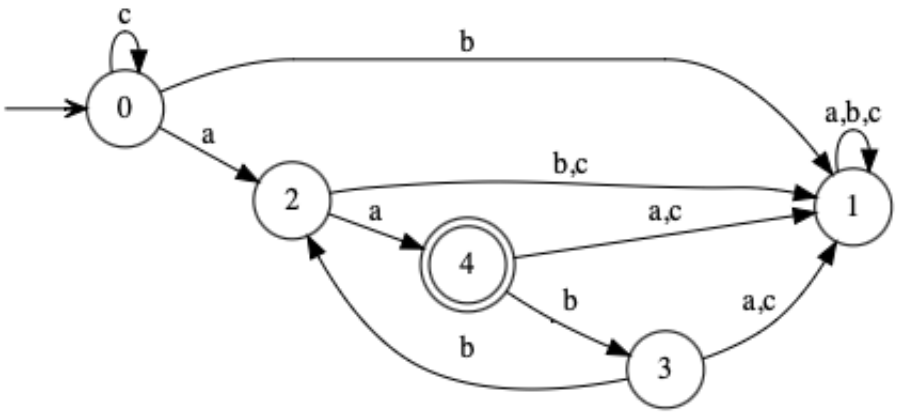


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

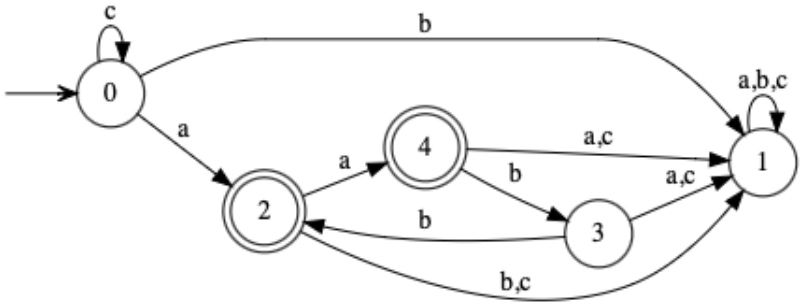
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



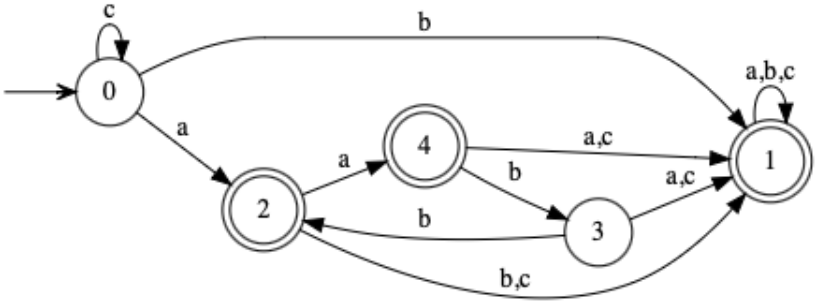
(-i-)



(-ii-)

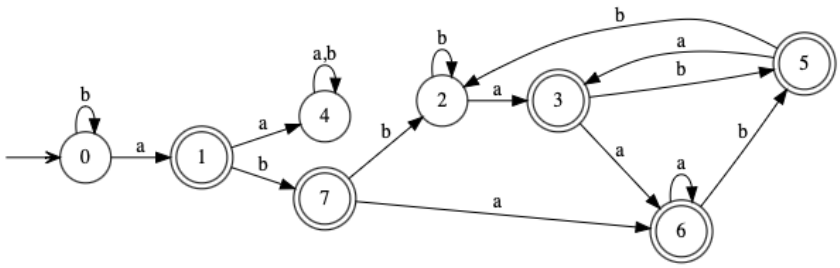


(-iii-)

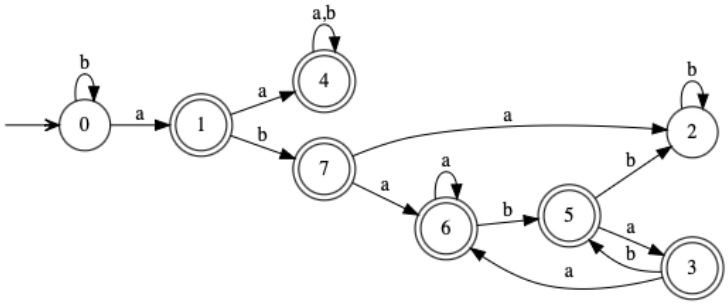


(-iv-)

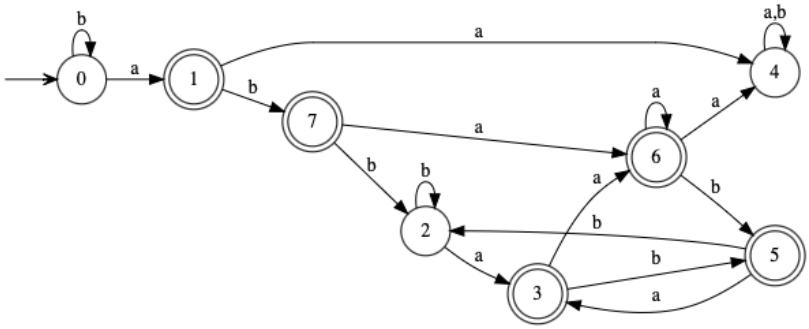
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



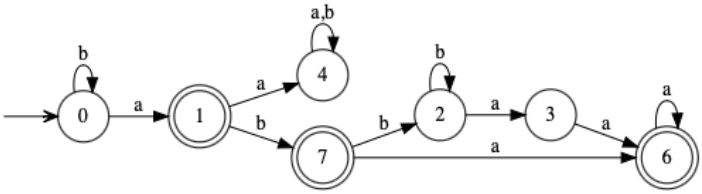
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+77/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ ■ d ■ f ■ h i j

Question 3 : a b c ■ e f

Question 4 : a b c d e ■

Question 5 : ■ b c d e f

Question 6 : ■ b c d e f g h

Question 7 : a b ■ d e f

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : a b ■ d e f

Question 10 : a b ■ d e

Question 11 : a b c ■ e ■ ■ h i

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [b] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [c] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [e] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [f] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [i] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [j] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états ■ 4 états c 6 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 8 états c 20 états d 16 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
b Les langages dénotés par A et B sont identiques.
c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 8 états c 32 états ■ 16 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [c] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [g] La longueur du mot vide est 1.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [b] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [e] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [h] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[■] la Figure 2-iii-. [b] la Figure 2-iv-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-ii-. [d] la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[■] la Figure 3-i- [b] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
[c] la Figure 3-iv- [d] la Figure 3-ii- [e] la Figure 3-iii-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 1 c 5 d 6 e 3 f 2 g 7 h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

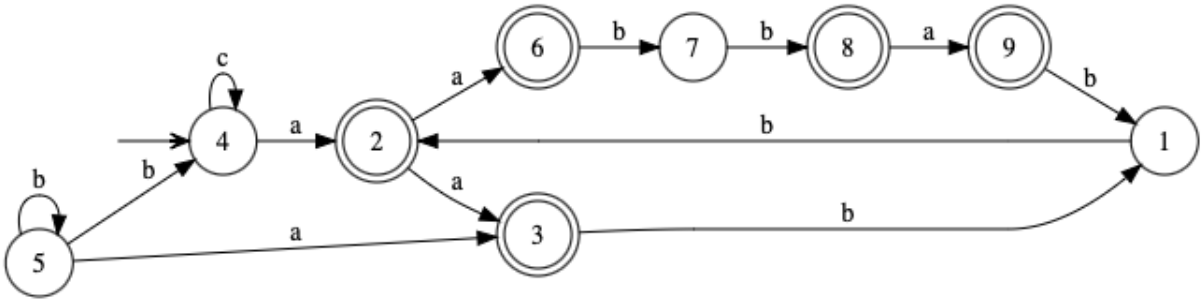
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

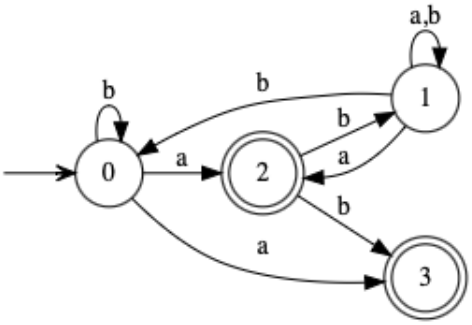
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

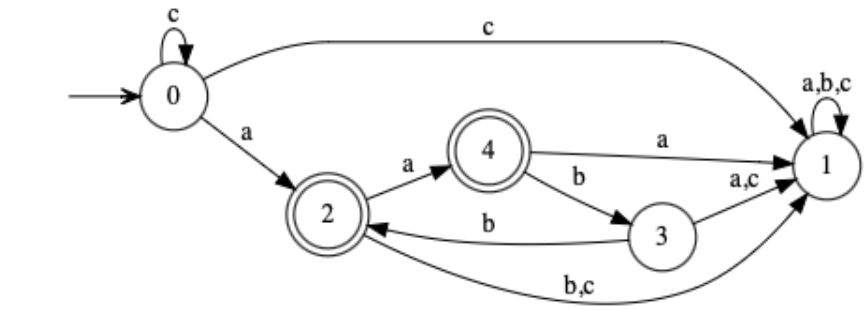


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

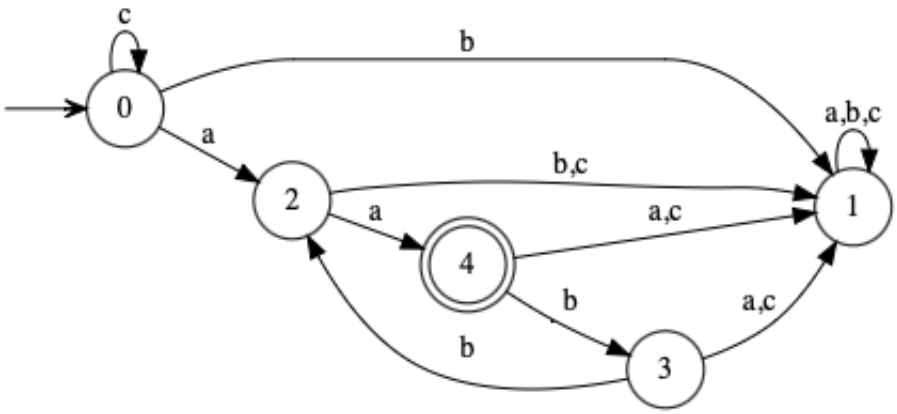


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

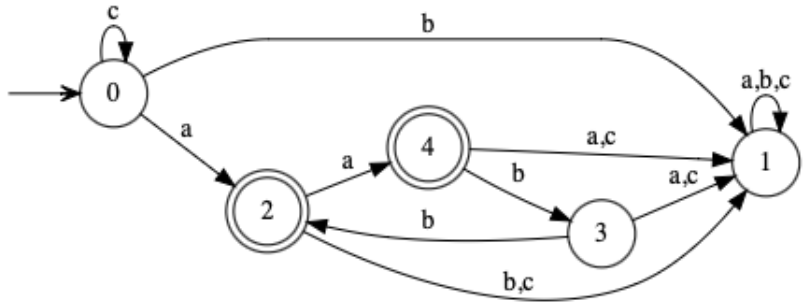
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



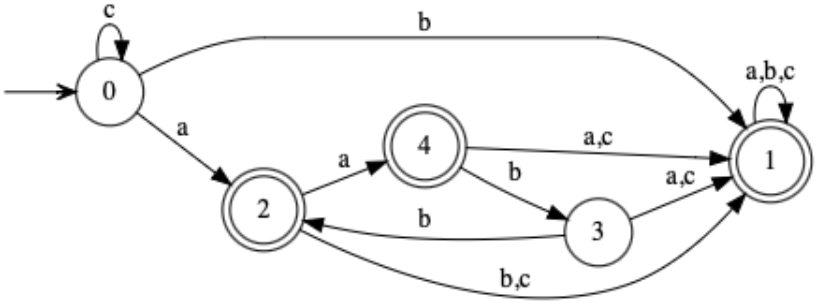
(-i-)



(-ii-)

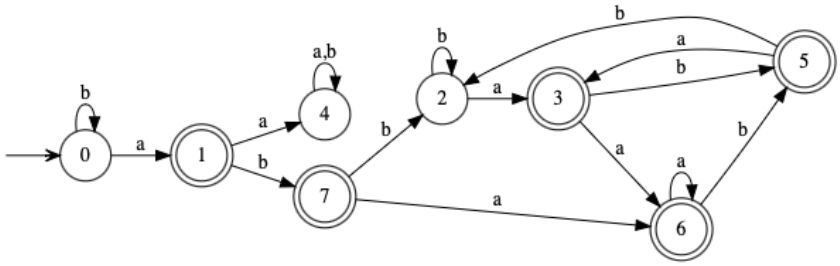


(-iii-)

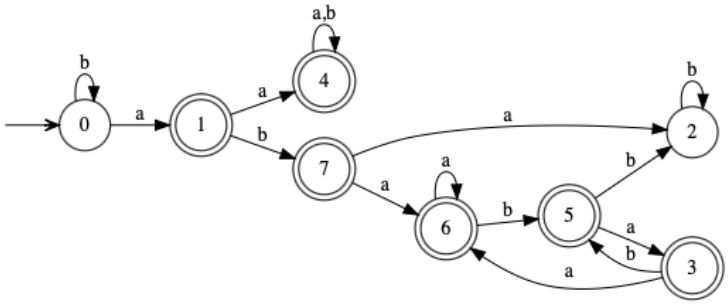


(-iv-)

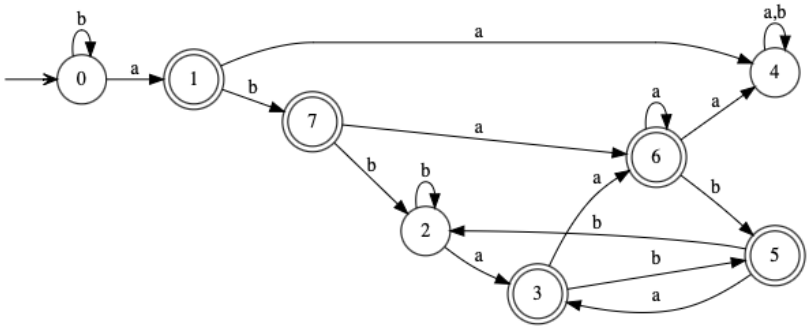
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



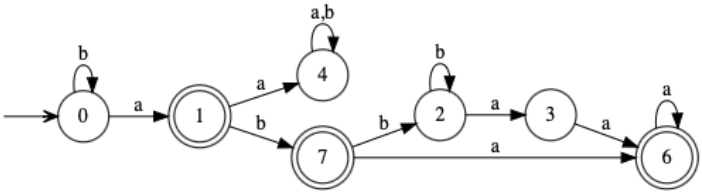
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c ■ e f

Question 3 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 4 : a ■ c d e f

Question 5 : a b c d e ■

Question 6 : a ■ c d e

Question 7 : a b c ■ e f

Question 8 : a b c d e ■ g h

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : a b c ■ ■ ■ g h i

Question 11 : a b ■ ■ e ■ ■ h i j

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

c Les langages dénotés par A et B sont identiques.

d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 8 états b 32 états c 20 états d 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

[b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

[b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[c] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[e] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

[f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[g] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

[h] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[i] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

[j] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

[■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 32 états [c] 8 états [■] 16 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[■] 4 états [b] 8 états [c] 6 états [d] 2 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

b Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

c Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

e Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

f Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

f La longueur du mot vide est 1.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-ii-
c la Figure 3-iv- d la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 2 ☐ b 0 ☐ c 1 ☐ d 3 ■ 4 ☐ f 6 ☐ g 7 ☐ h 5

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

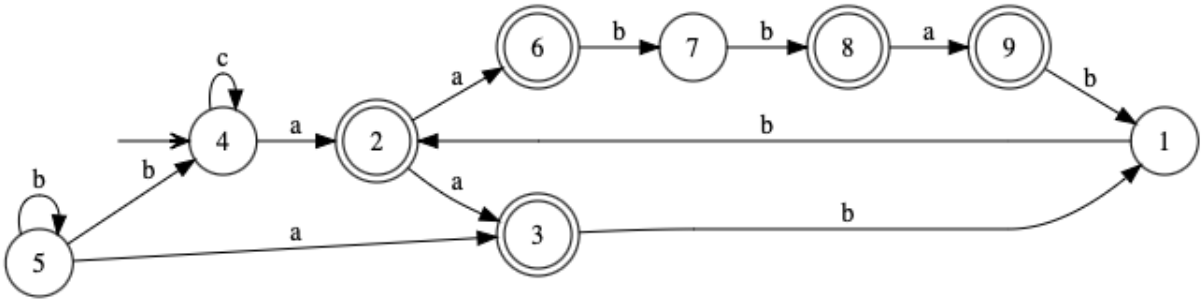
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

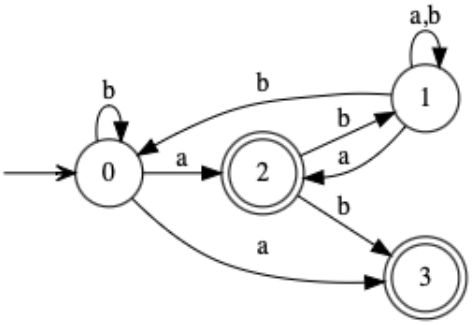
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

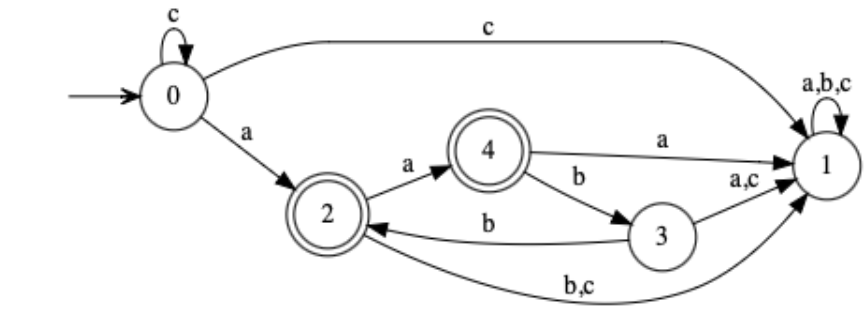


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

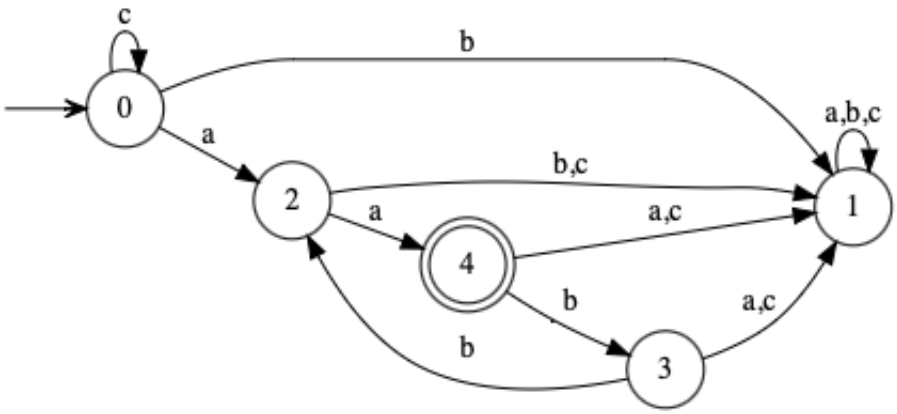


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

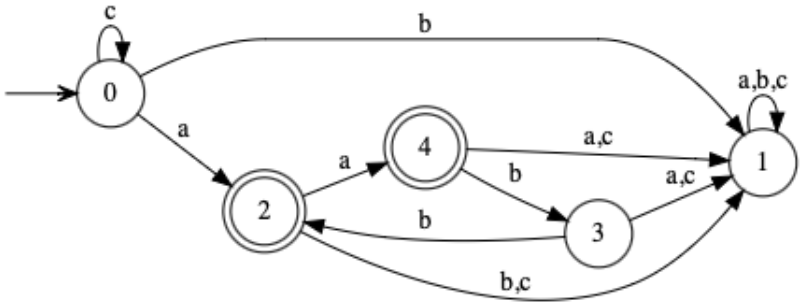
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



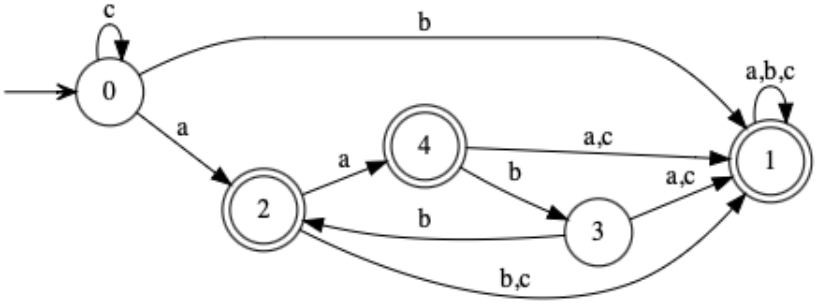
(-i-)



(-ii-)

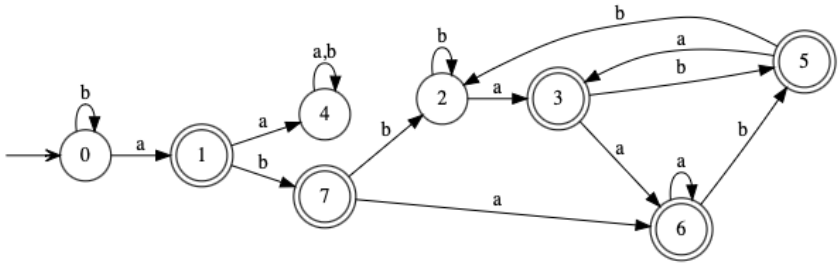


(-iii-)

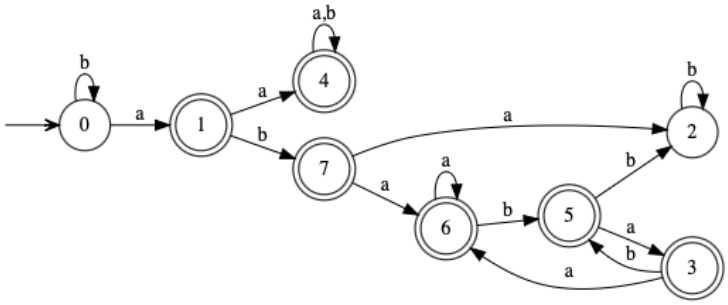


(-iv-)

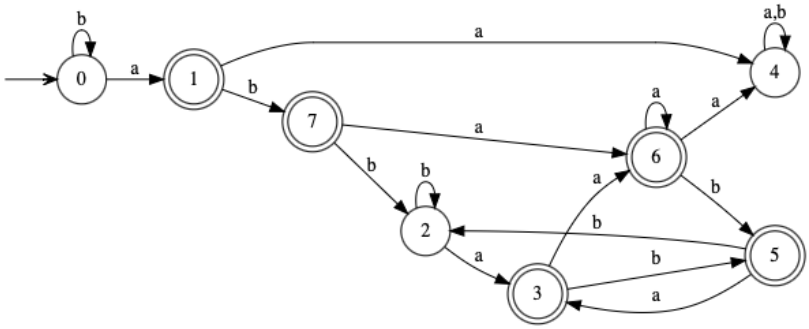
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



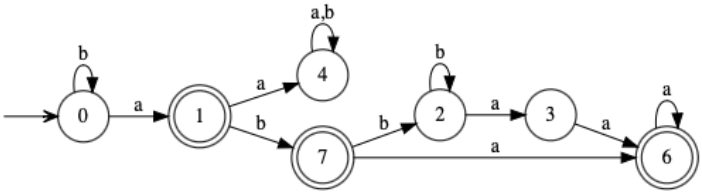
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+79/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f

Question 3 : a b c d e ■

Question 4 : ■ b c d e f

Question 5 : a b ■ d e

Question 6 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 7 : a b c ■ e f

Question 8 : ■ b c d e f

Question 9 : a ■ c d e f g h

Question 10 : ■ b c ■ e f ■ ■ i j

Question 11 : a ■ ■ d ■ f g h i

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 2 états [c] 6 états [■] 4 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[c] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
[d] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
[e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[f] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
[g] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
[h] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[i] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[j] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
[■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 32 états c 20 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
d Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 32 états c 8 états d 20 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La longueur du mot vide est 1.
b Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
■ La longueur du mot vide est 0.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[c] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[e] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[g] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[h] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[■] la Figure 2-iii-. [b] la Figure 2-iv-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-i-. [d] la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i-
c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe d la Figure 3-iv-
e la Figure 3-ii- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 0 b 5 c 6 d 3 ■ 4 f 2 g 7 h 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

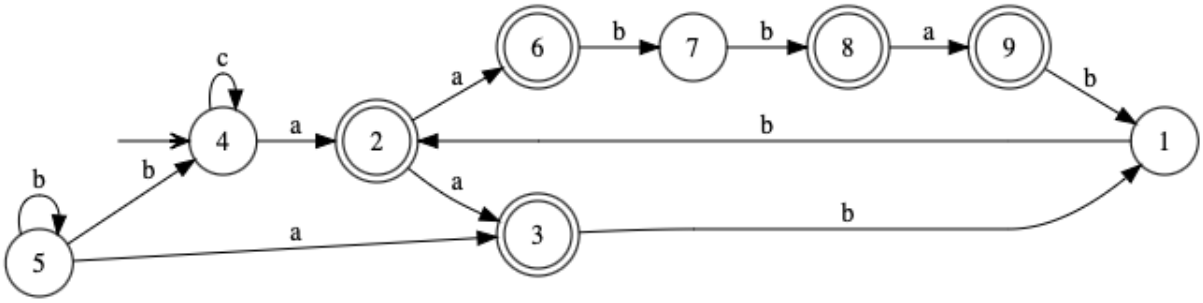
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

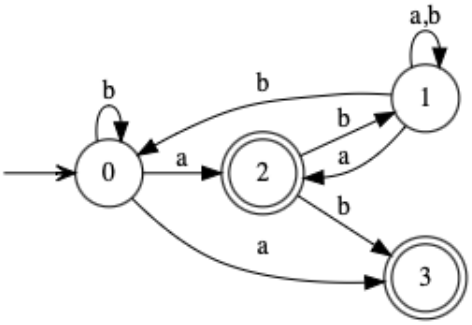
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

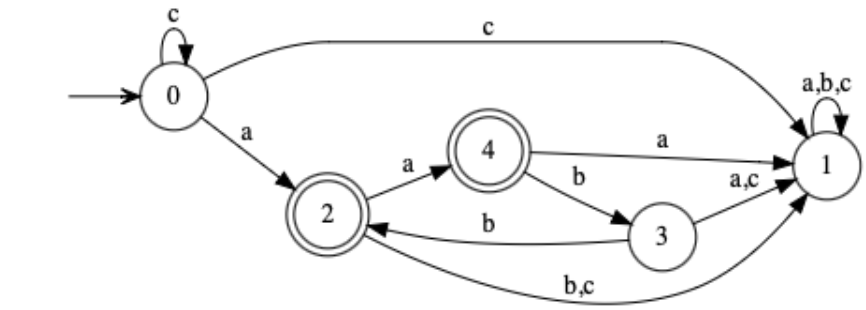


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

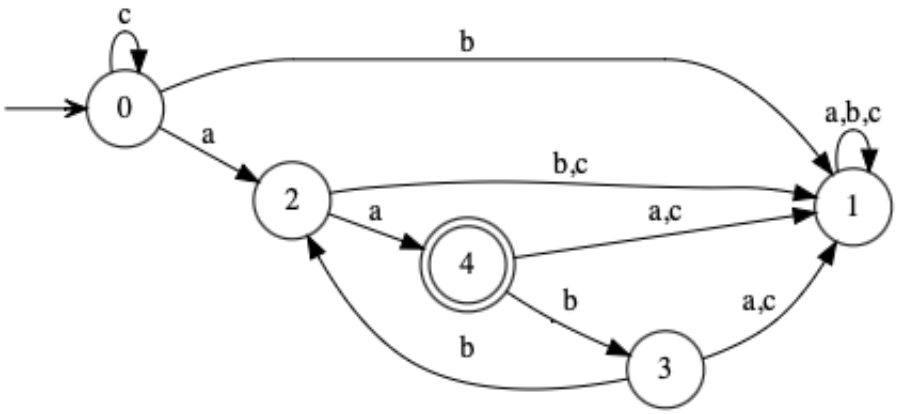


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

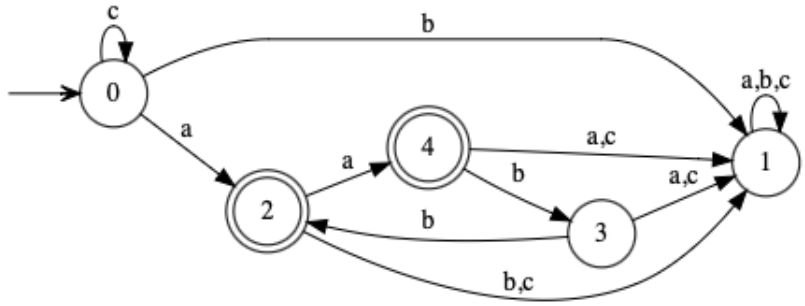
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



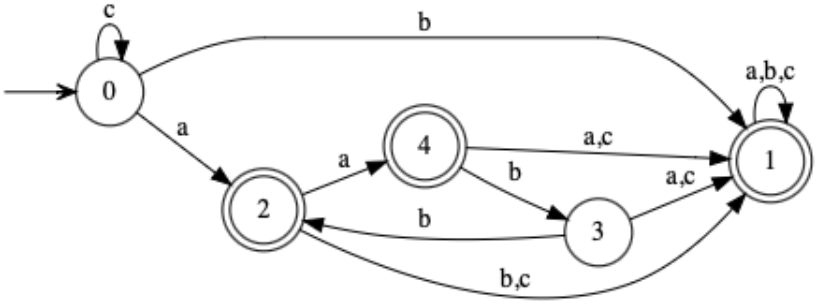
(-i-)



(-ii-)

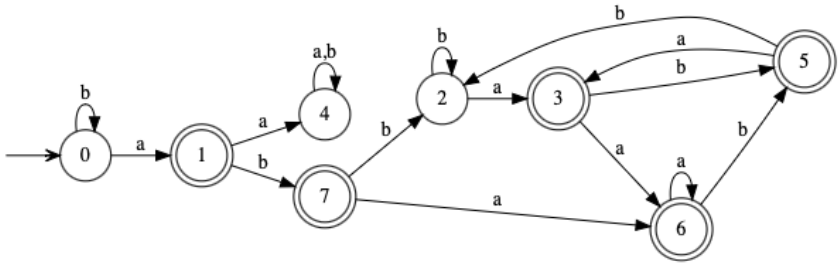


(-iii-)

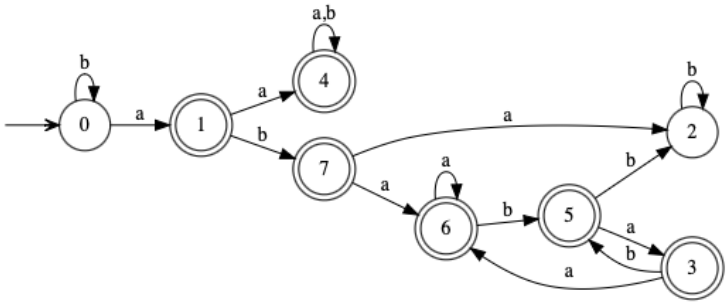


(-iv-)

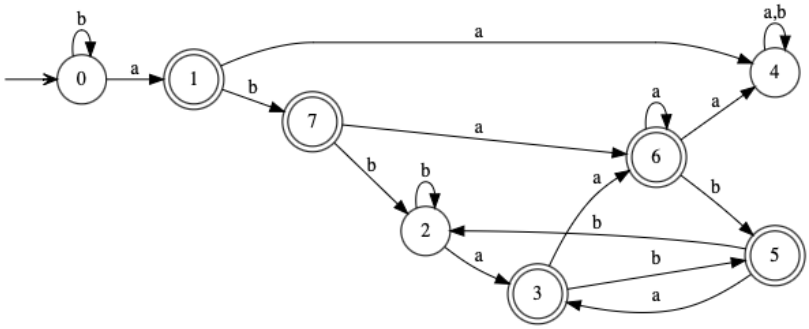
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



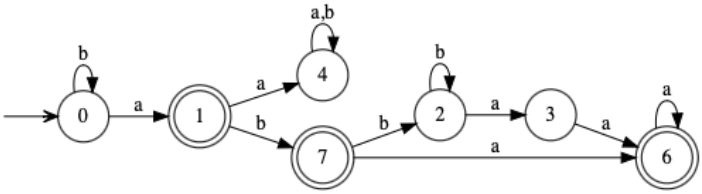
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+80/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 3 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] [■] [l]

Question 4 : [■] [b] [c] [d] [e] [f]

Question 5 : [a] [■] [c] [d] [e]

Question 6 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 7 : [a] [b] [c] [d] [e] [■]

Question 8 : [a] [b] [c] [d] [■] [■] [■] [h] [i]

Question 9 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 10 : [■] [■] [c] [■] [e] [■] [g] [h] [i] [j]

Question 11 : [■] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 12 : [■] [b] [c] [d] [e]

Question 13 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 14 : [a] [b] [c] [d] [■] [f] [g] [h]

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [b] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [c] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

☐ a 8 états ■ 16 états ☐ c 32 états ☐ d 20 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
☐ f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

☐ a 16 états ☐ b 8 états ☐ c 32 états ☐ d 20 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

☐ a Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
☐ b Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
☐ c Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
☐ f Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
☐ j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

☐ a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
☐ b Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
☐ c Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
☐ d Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
☐ e Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
☐ f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
☐ g Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
☐ h Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
☐ i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
☐ j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
☐ l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
☐ b La longueur du mot vide est 1.
■ La longueur du mot vide est 0.

d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

e Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont identiques.

b Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états ■ 4 états c 6 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-ii-
■ la Figure 3-i- d la Figure 3-iv- e la Figure 3-iii-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 2 ☐ b 1 ☐ c 0 ■ 4 ☐ e 7 ☐ f 5 ☐ g 6 ☐ h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

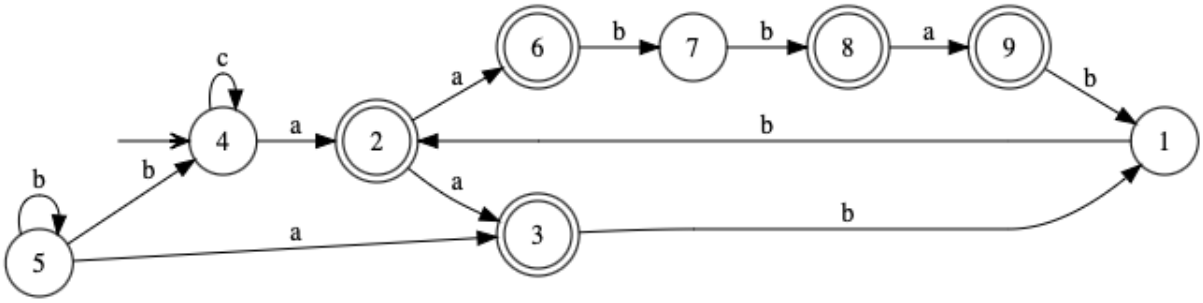
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

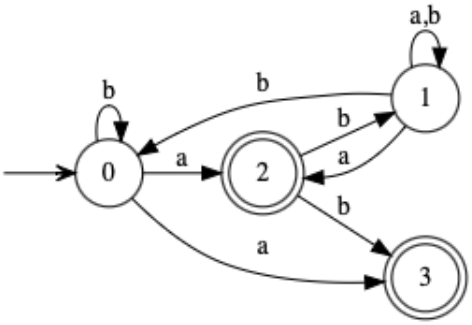
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

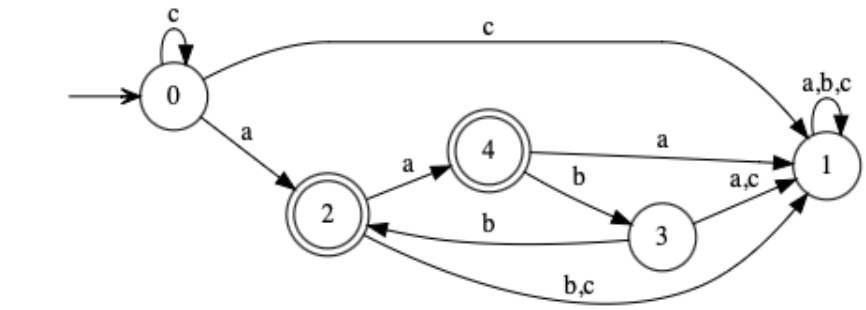


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

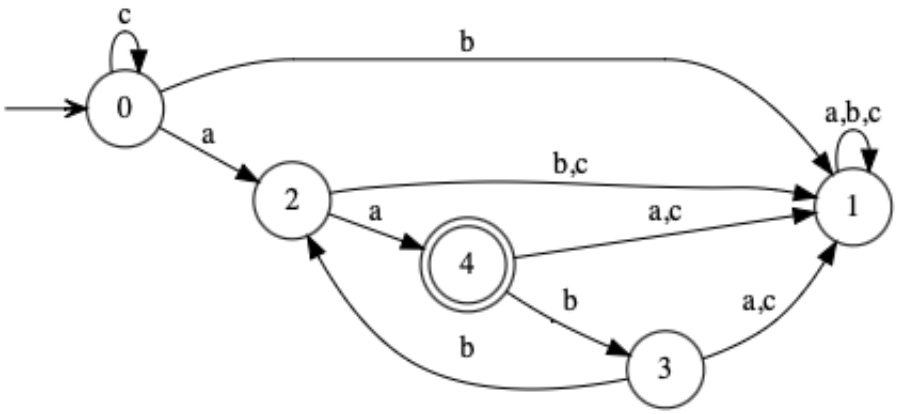


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

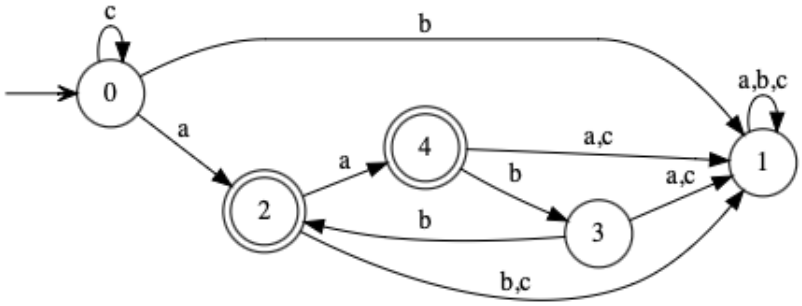
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



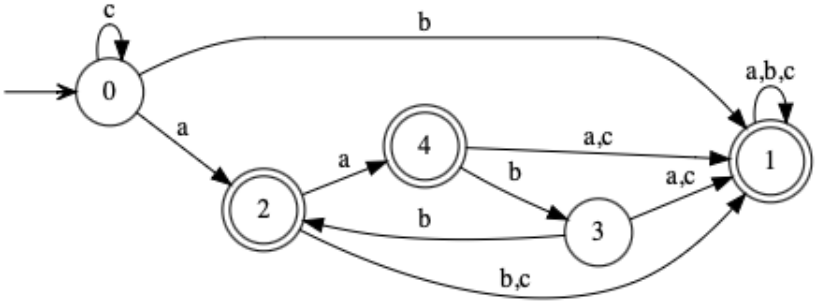
(-i-)



(-ii-)

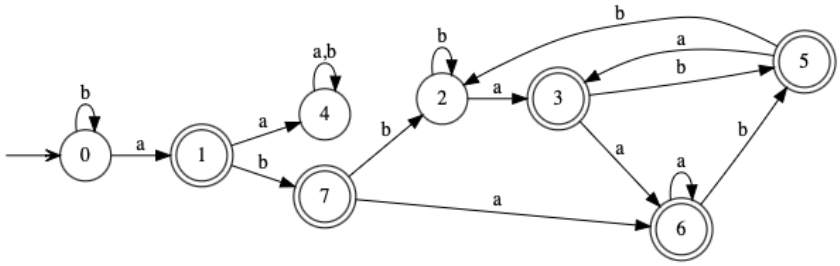


(-iii-)

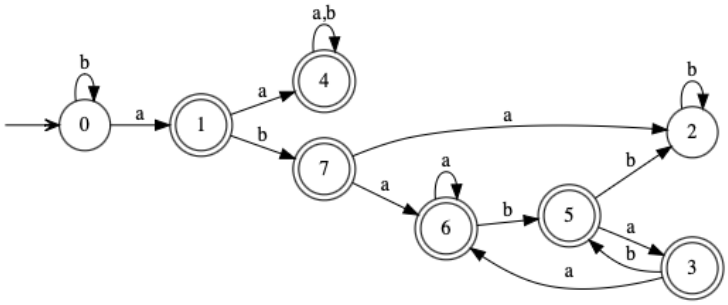


(-iv-)

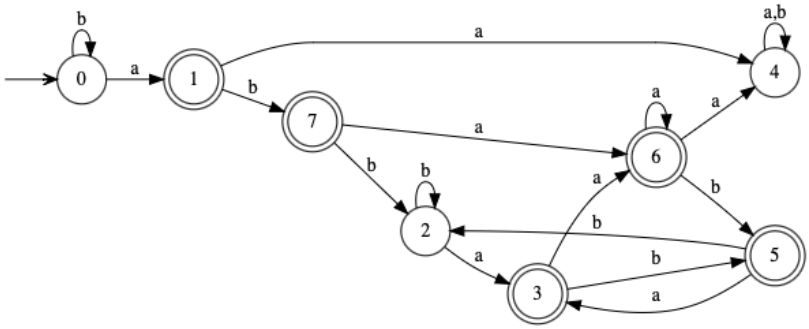
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



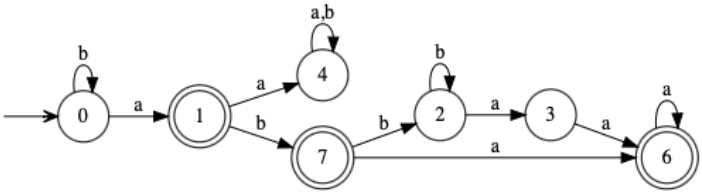
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+81/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e

Question 3 : ■ b c d e f

Question 4 : a ■ c d e f

Question 5 : a b c d e ■

Question 6 : a b c ■ ■ f ■ ■ i j

Question 7 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 8 : ■ b ■ d e f ■ h i

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : ■ b c d e f g h

Question 11 : a ■ c d e f

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états [b] 20 états [c] 32 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 8 états [c] 32 états ■ 16 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [b] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [c] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [e] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [f] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [i] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [j] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- ■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 6 états [c] 2 états ■ 4 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [b] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- ■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [d] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [e] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- ■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- ■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- ■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- ■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

f Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

g La longueur du mot vide est 1.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

b Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-iv-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-ii- [b] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
■ la Figure 3-i- [d] la Figure 3-iv- [e] la Figure 3-iii-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 [b] 7 [c] 3 [d] 2 [e] 5 [f] 1 [g] 6 [h] 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

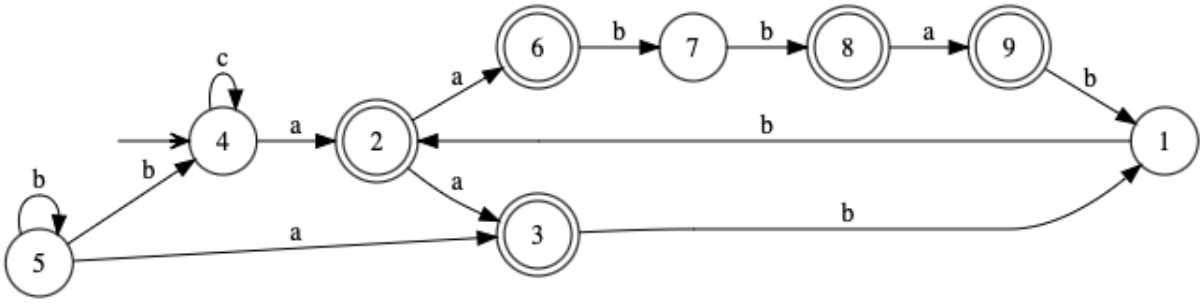
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

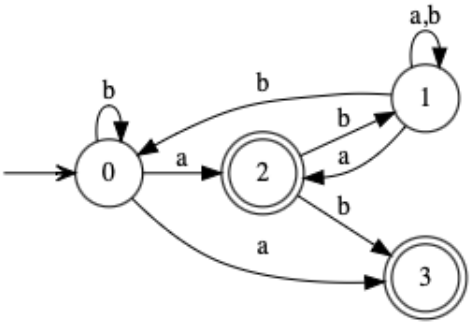
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

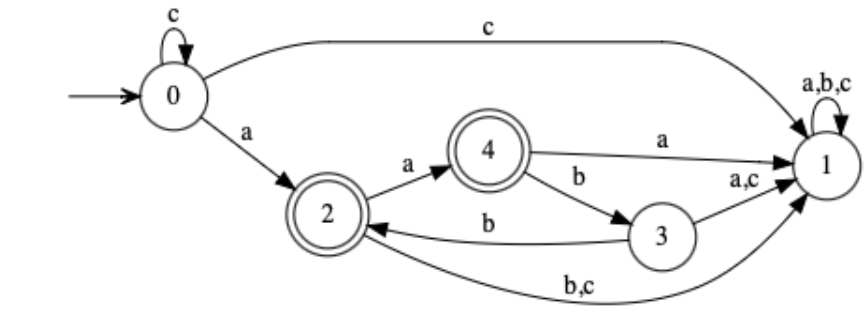


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

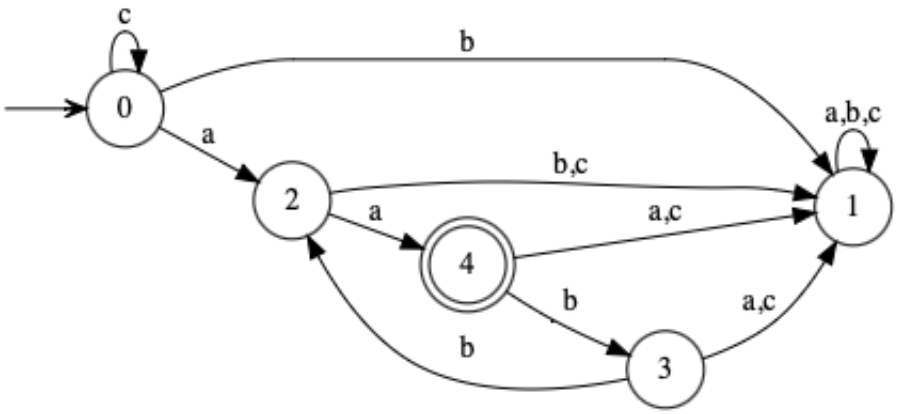


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

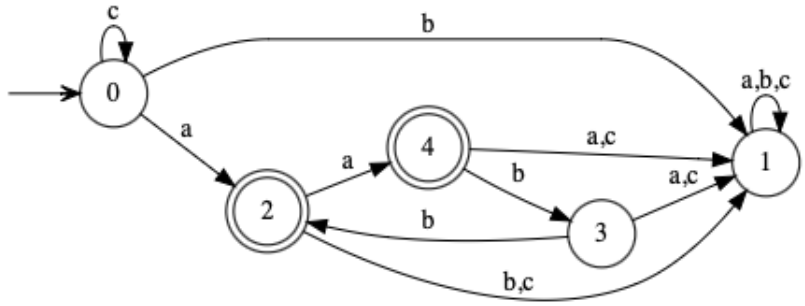
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



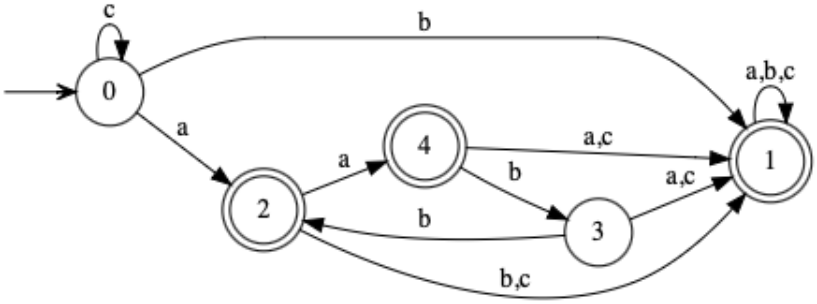
(-i-)



(-ii-)

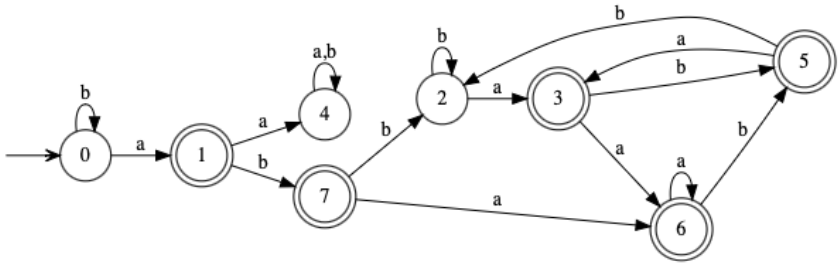


(-iii-)

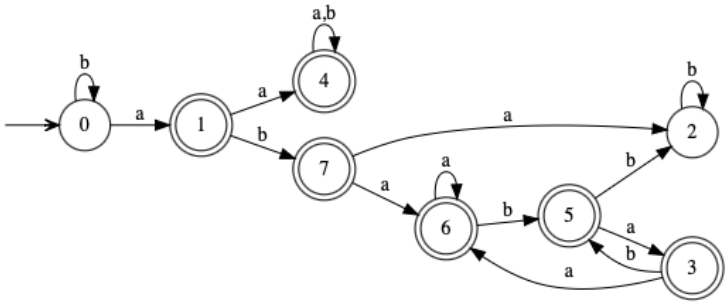


(-iv-)

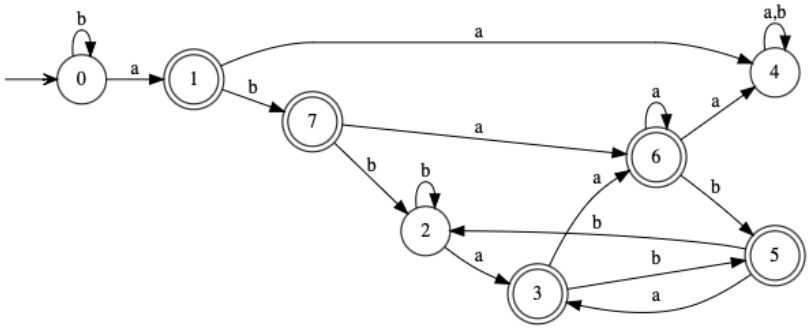
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



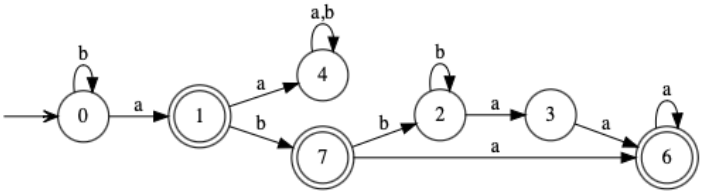
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+82/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f g h

Question 3 : ■ b c d e f

Question 4 : a b c d e ■

Question 5 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 6 : a b c ■ e f

Question 7 : a b ■ d e ■ ■ ■ i j

Question 8 : a ■ c d e f

Question 9 : ■ b ■ d ■ f g h i

Question 10 : a ■ c d e

Question 11 : a b ■ d e f

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 20 états [c] 32 états [■] 16 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
[b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
[c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
[d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

c Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

d Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

g Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

h Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 6 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 8 états c 32 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

d Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

b La longueur du mot vide est 1.

■ La longueur du mot vide est 0.

d Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 6 états c 2 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

b Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

c Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

f Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe

c la Figure 3-iv- d la Figure 3-iii- e la Figure 3-ii-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 0 ☐ b 7 ■ 4 ☐ d 1 ☐ e 5 ☐ f 2 ☐ g 3 ☐ h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

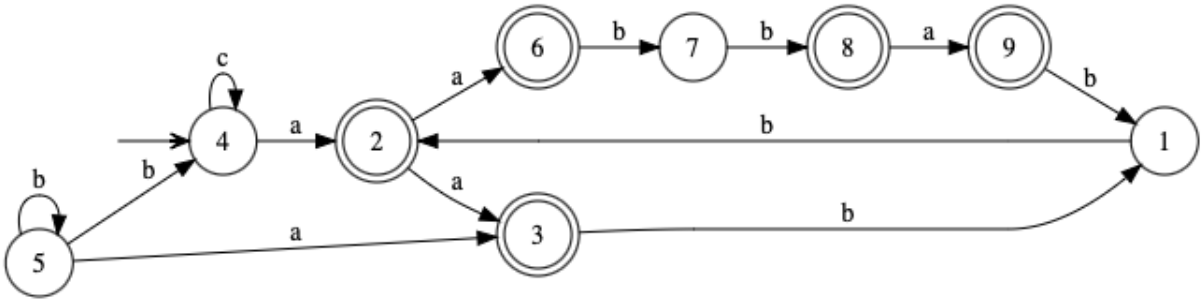
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

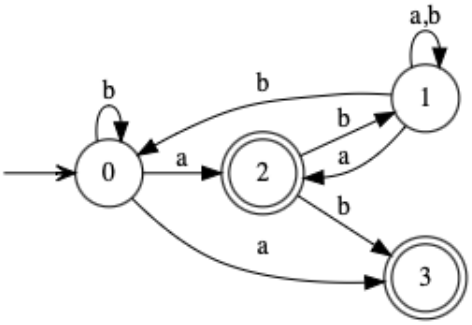
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

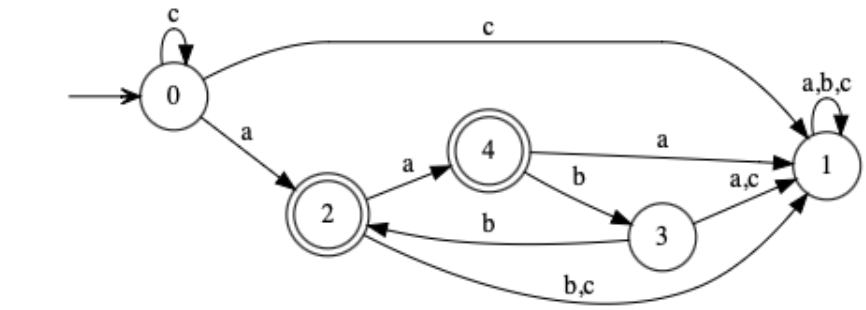


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

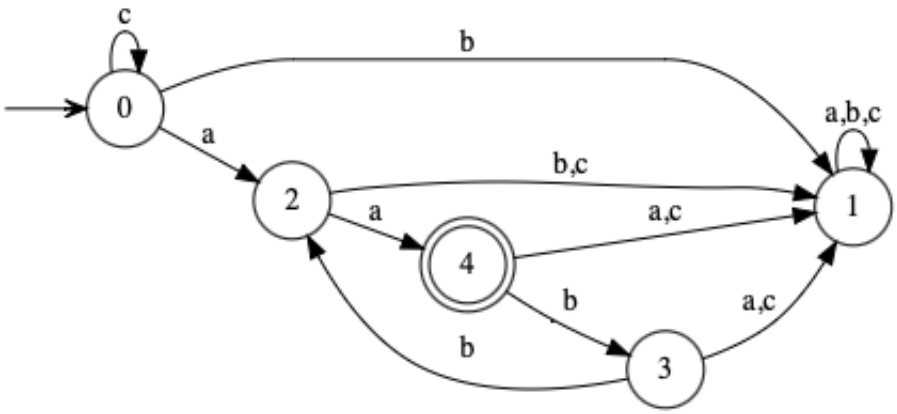


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

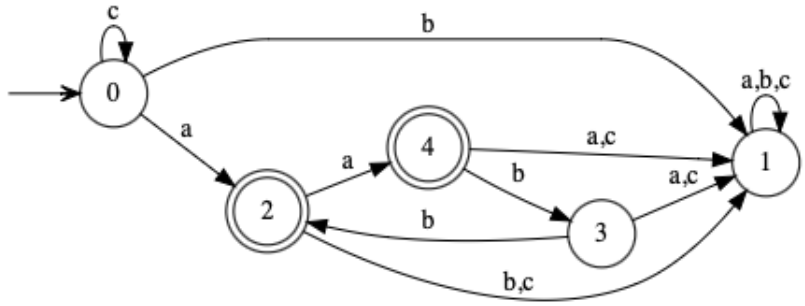
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



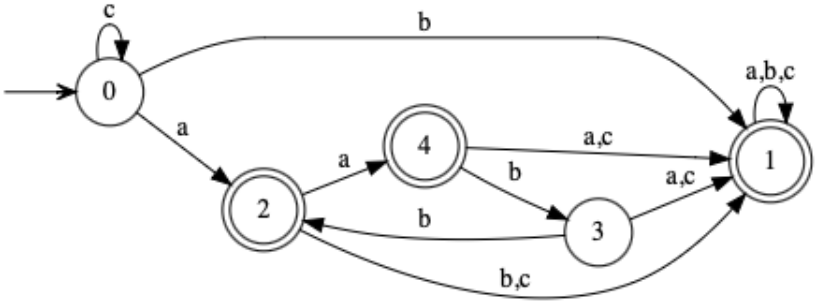
(-i-)



(-ii-)

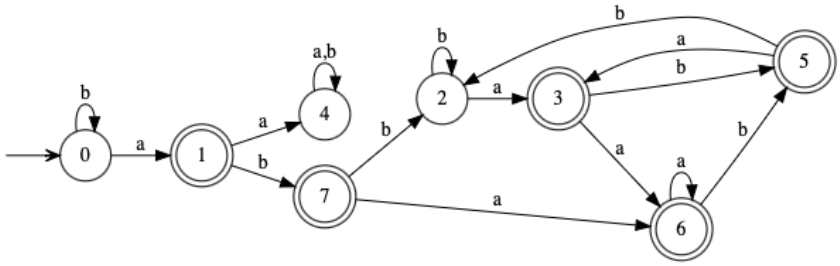


(-iii-)

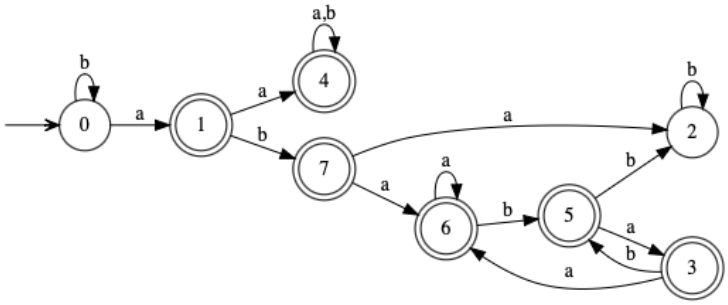


(-iv-)

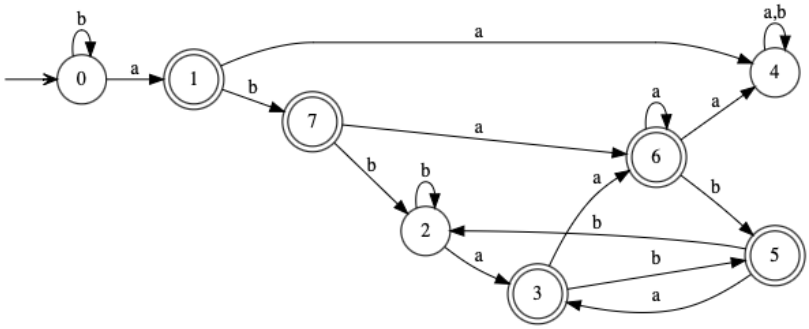
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



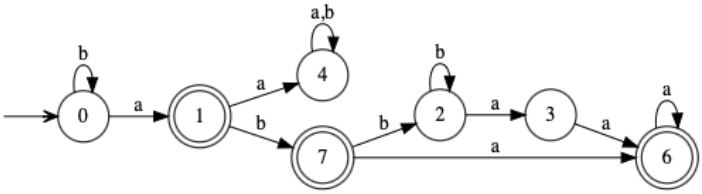
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+83/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [b] [c] ■ [e] [f]

Question 3 : ■ [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 4 : ■ [b] [c] [d] [e] [f]

Question 5 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] ■ [l]

Question 6 : [a] [b] [c] [d] [e] ■

Question 7 : ■ [b] [c] [d] [e] [f]

Question 8 : [a] [b] ■ [d] ■ ■ [g] [h] [i]

Question 9 : [a] ■ [c] [d] [e]

Question 10 : [a] [b] [c] ■ [e] [f]

Question 11 : [a] [b] [c] ■ ■ [f] ■ ■ [i] [j]

Question 12 : [a] [b] ■ [d] [e]

Question 13 : ■ [b] [c] [d] [e] [f]

Question 14 : [a] [b] ■ [d] [e] [f] [g] [h]

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 20 états ■ 16 états [c] 8 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
[c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [b] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [d] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [f] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [g] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [h] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [i] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [b] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [d] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [f] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [h] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [b] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 8 états c 16 états d 20 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états b 2 états ■ 4 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
■ La longueur du mot vide est 0.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
e La longueur du mot vide est 1.
f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-
c la Figure 3-iii- d la Figure 3-iv- e la Figure 3-ii-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 6 ☐ b 2 ☐ c 3 ■ 4 ☐ e 5 ☐ f 1 ☐ g 0 ☐ h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

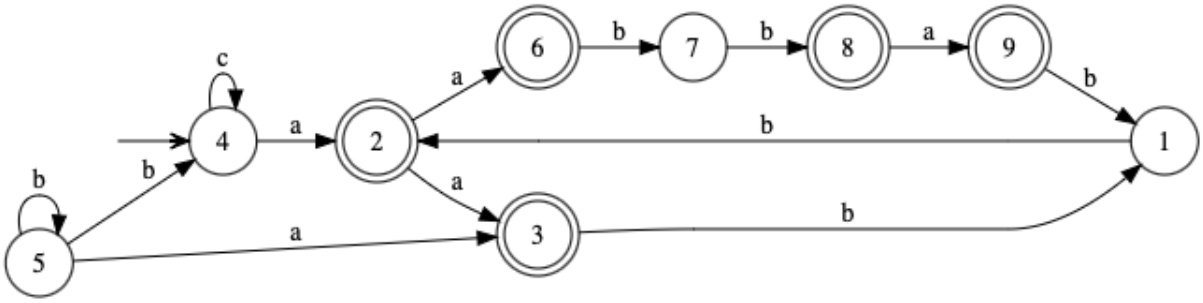
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

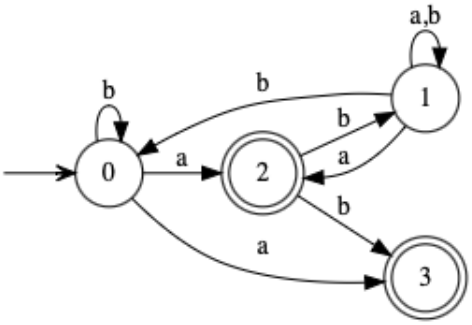
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

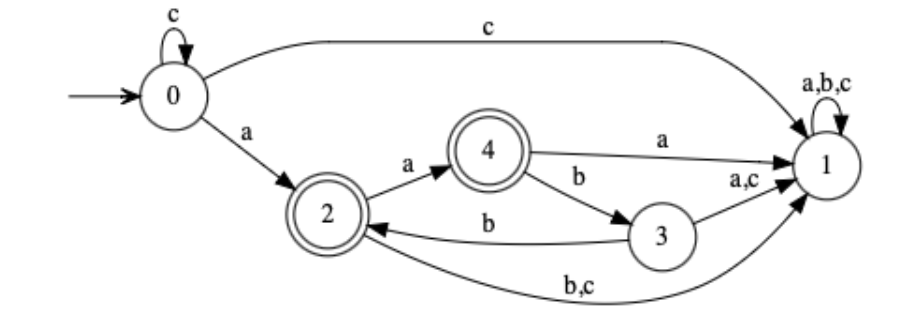


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

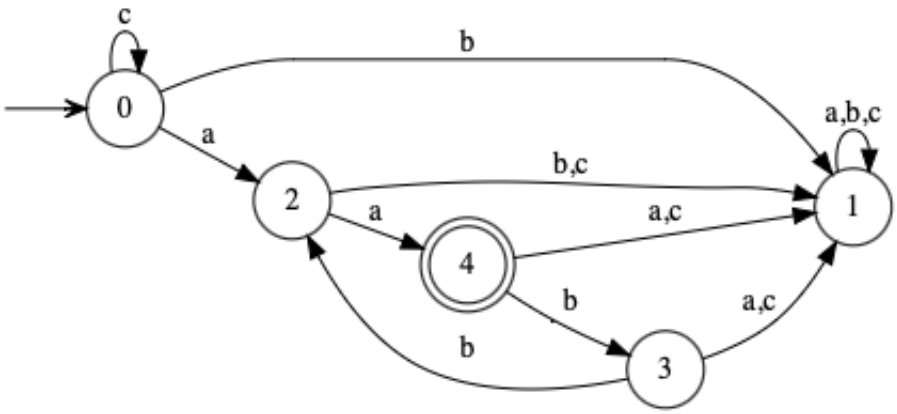


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

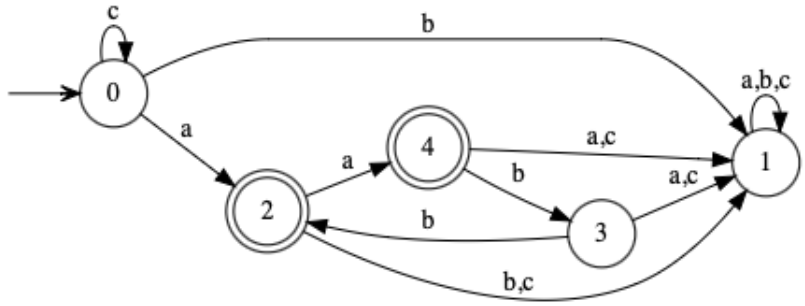
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



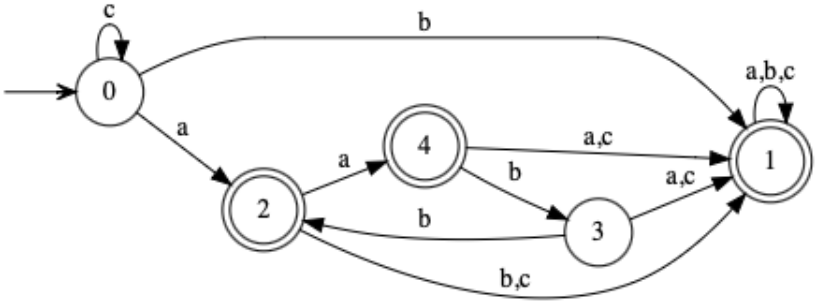
(-i-)



(-ii-)

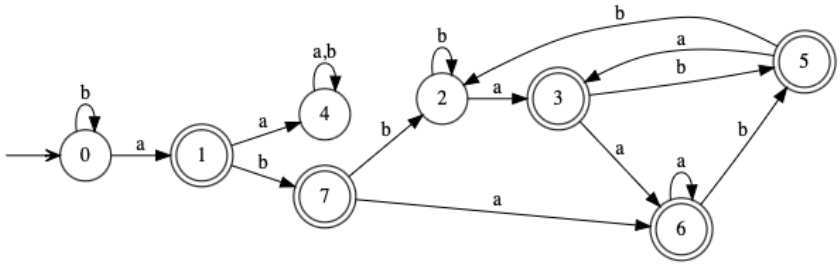


(-iii-)

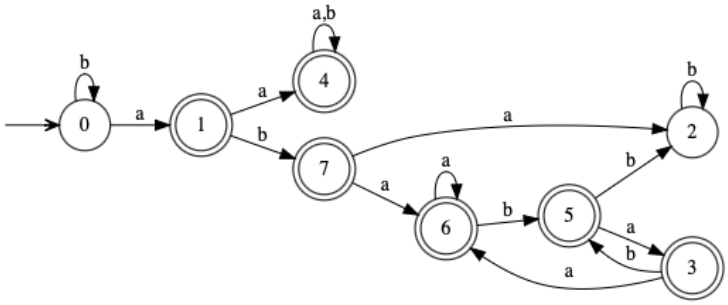


(-iv-)

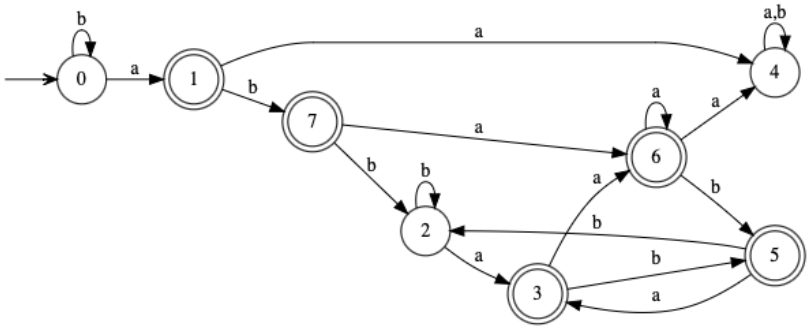
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



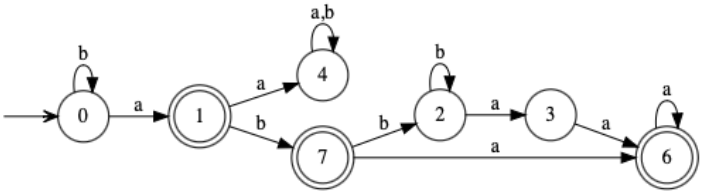
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+84/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e f

Question 3 : a b c d e ■ g h

Question 4 : ■ b c d e f

Question 5 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 6 : ■ b ■ d ■ f ■ h i j

Question 7 : a b ■ d e f

Question 8 : a b c d e ■

Question 9 : a b ■ d e f

Question 10 : a b ■ d e

Question 11 : a b ■ ■ e f ■ h i

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [b] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [c] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [d] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 4 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

[c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

[b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

[d] La longueur du mot vide est 1.

[e] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

[g] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états ■ 16 états [c] 32 états [d] 20 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[b] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

c Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

g Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

i Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

j Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 16 états c 20 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 6 états ■ 4 états d 2 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-ii-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i- c la Figure 3-iv-

d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe e la Figure 3-iii-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 3 ☐ b 2 ■ 4 ☐ d 0 ☐ e 7 ☐ f 6 ☐ g 5 ☐ h 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

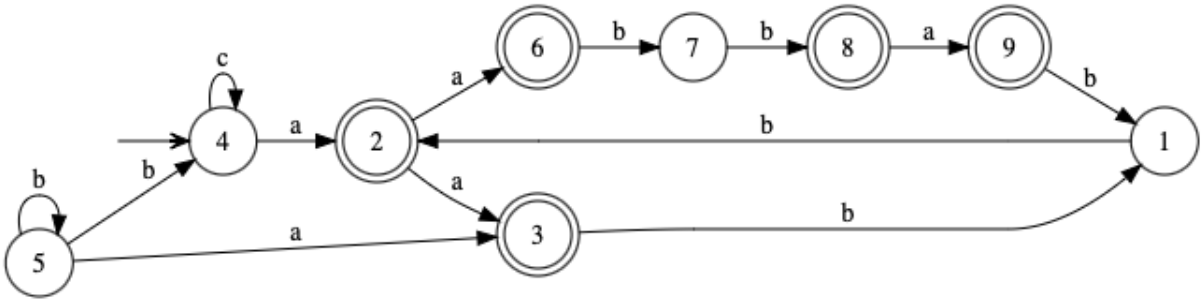
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

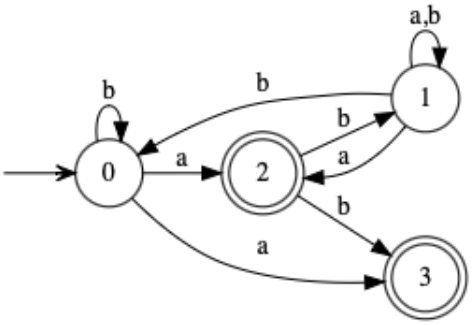
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

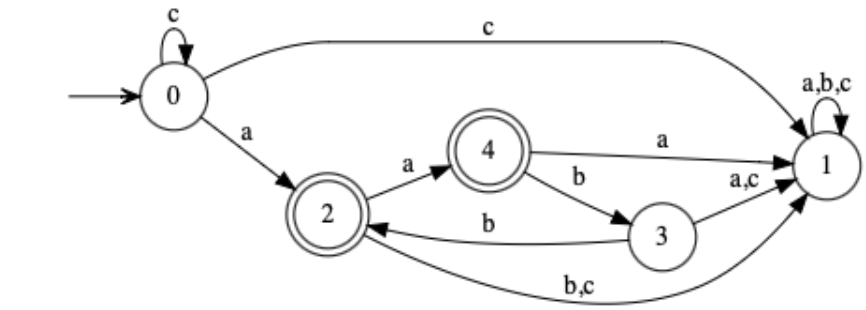


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

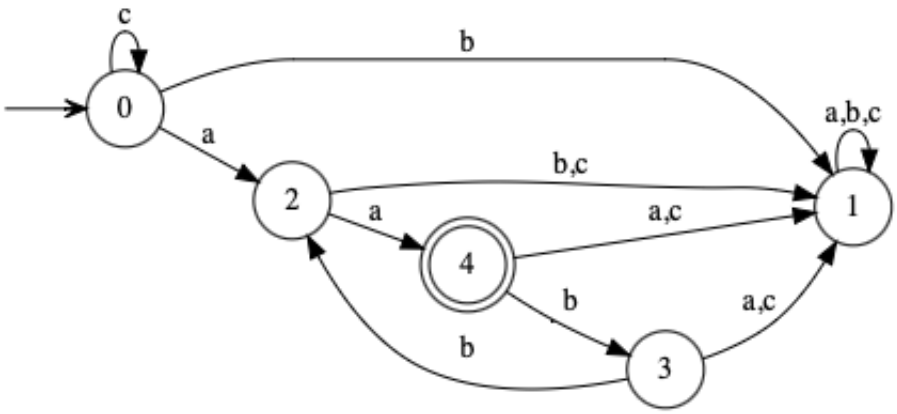


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

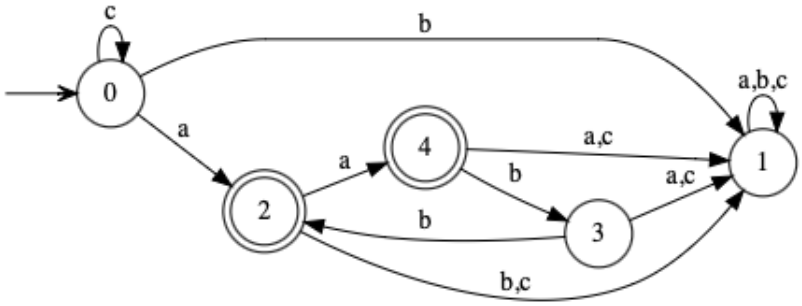
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



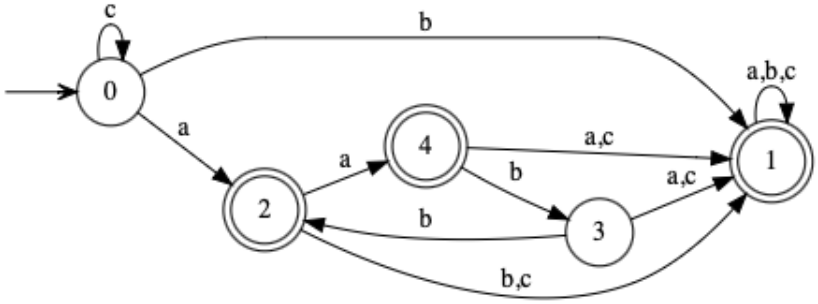
(-i-)



(-ii-)

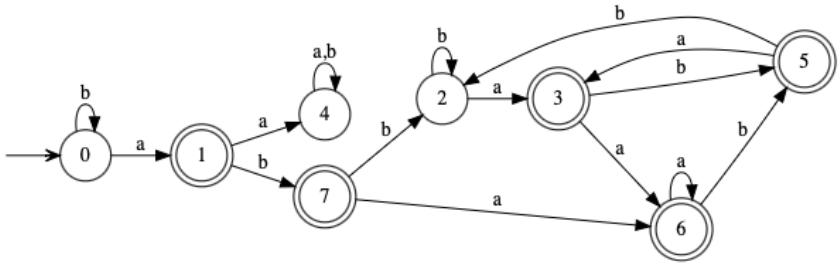


(-iii-)

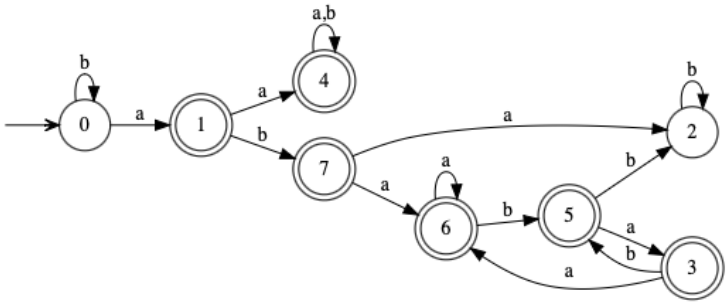


(-iv-)

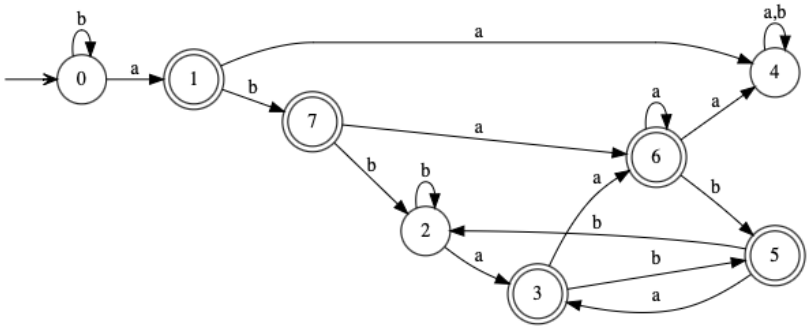
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



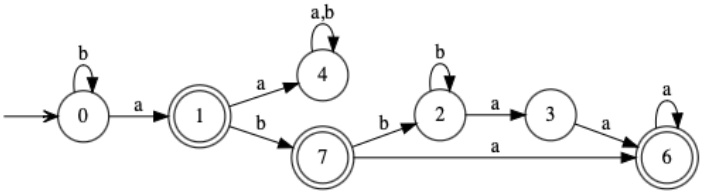
(-i-)



(-ii-)

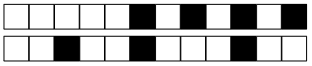


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+85/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f

Question 3 : a b c d ■ ■ ■ ■ i j

Question 4 : ■ b c d e

Question 5 : a b ■ d e f

Question 6 : a ■ ■ d e ■ g h i

Question 7 : a ■ c d e f

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : a b c ■ e f g h

Question 10 : a b c d e ■

Question 11 : a b ■ d e f

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [f] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [g] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 6 états ■ 4 états [c] 2 états [d] 8 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

[b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

[c] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

[c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

[d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

[f] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

[g] La longueur du mot vide est 1.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[b] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

[c] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

[d] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

[e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

i Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

j Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 8 états b 16 états c 32 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 32 états c 8 états ■ 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- b la Figure 3-ii- c la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i-

e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 1 ☐ b 5 ☐ c 2 ☐ d 6 ■ 4 ☐ f 7 ☐ g 3 ☐ h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

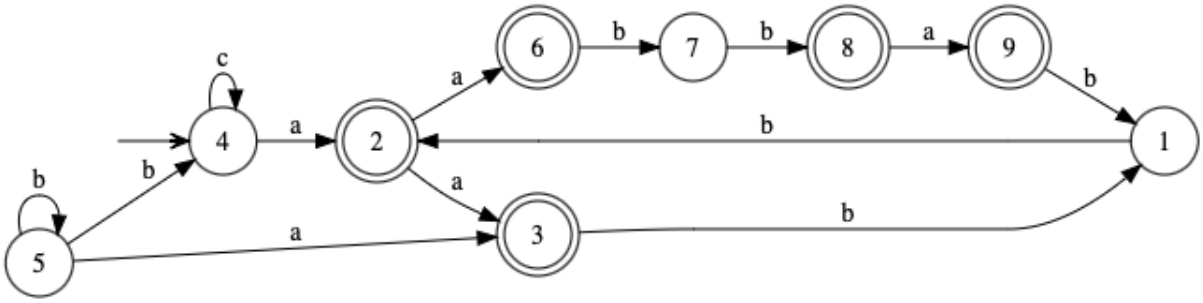
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

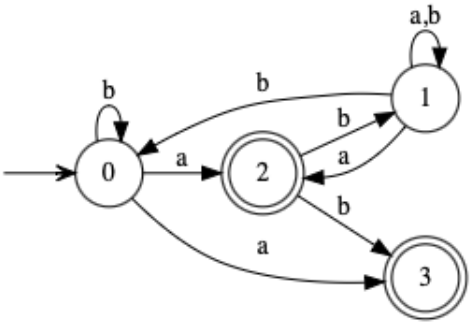
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

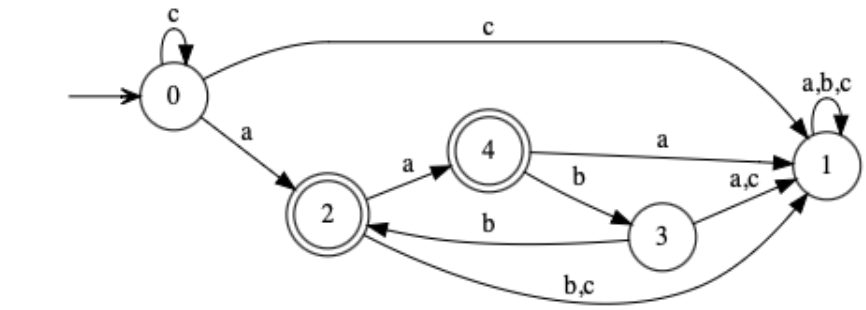


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

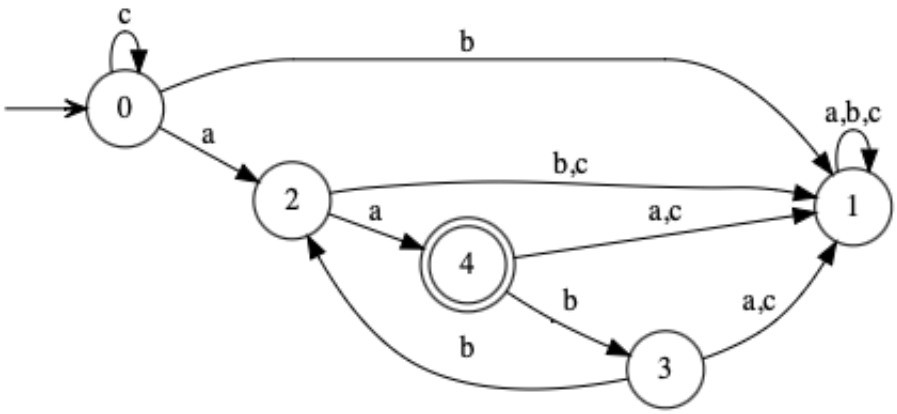


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

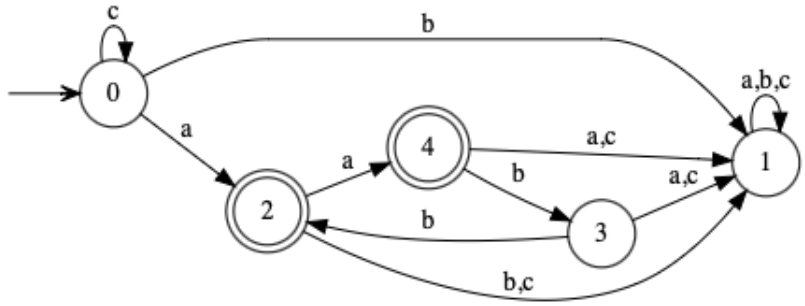
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



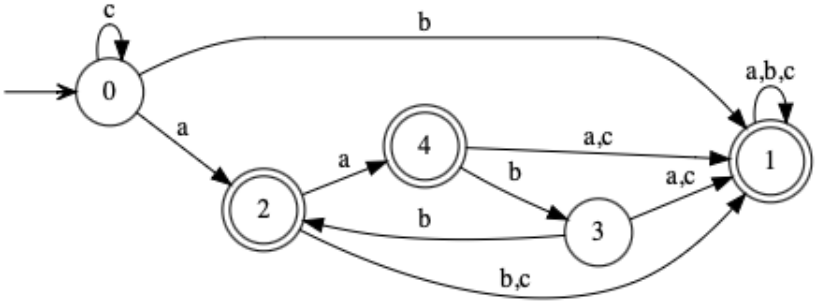
(-i-)



(-ii-)

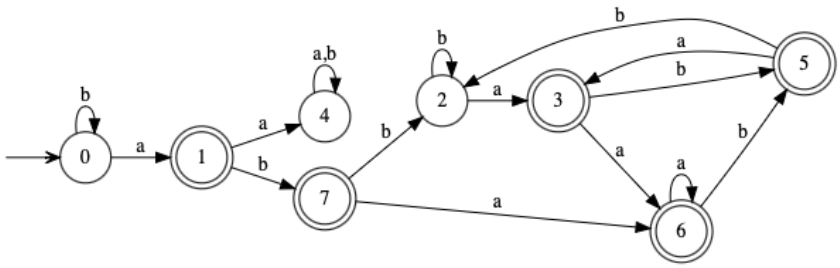


(-iii-)

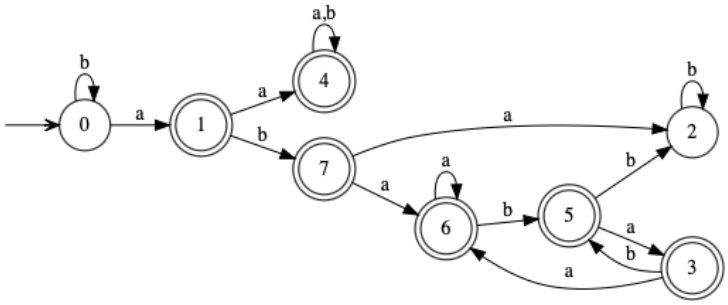


(-iv-)

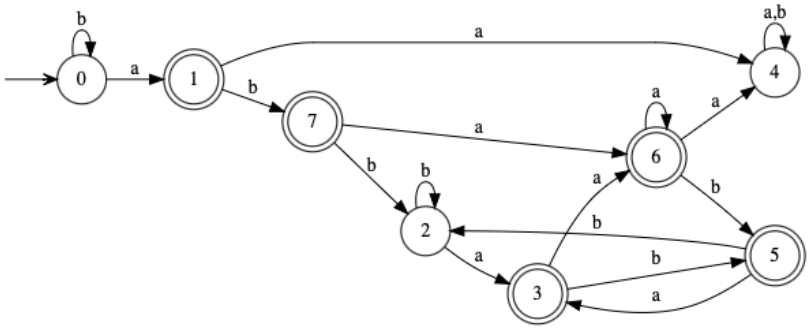
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



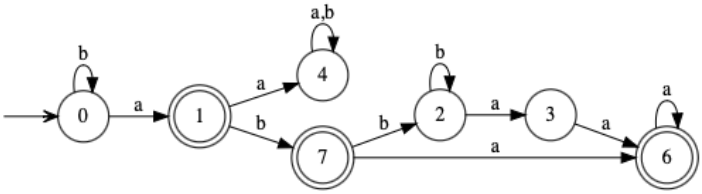
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+86/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e f

Question 3 : a ■ c ■ ■ f g ■ i j

Question 4 : a ■ c d e f

Question 5 : a b c ■ e f

Question 6 : a b c ■ e f g h

Question 7 : ■ ■ c d ■ f g h i

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : a b ■ d e

Question 10 : a b c d e ■

Question 11 : a b c ■ e f

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [b] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [d] La longueur du mot vide est 1.
- [e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [b] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [e] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

f Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

h Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 20 états ■ 16 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 32 états c 8 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 8 états c 6 états d 2 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

b Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

d Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

e Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

f Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

g Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

h Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 3-ii- c la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i-

e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 7 c 1 d 3 e 2 f 6 g 0 h 5

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

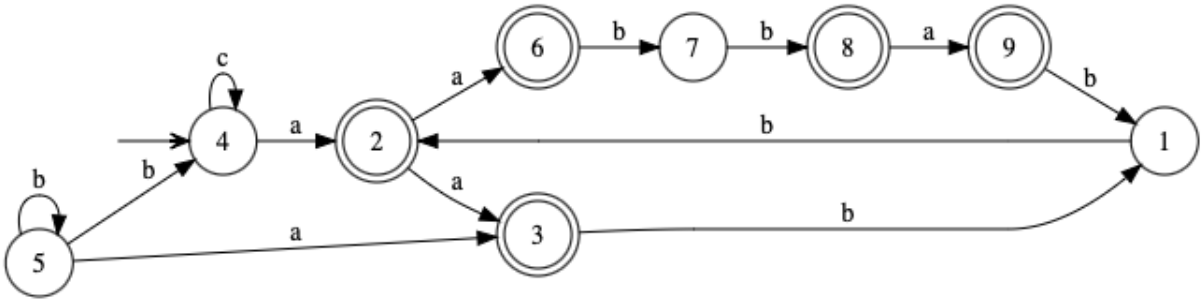
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

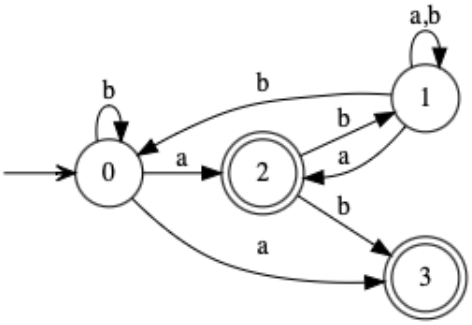
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

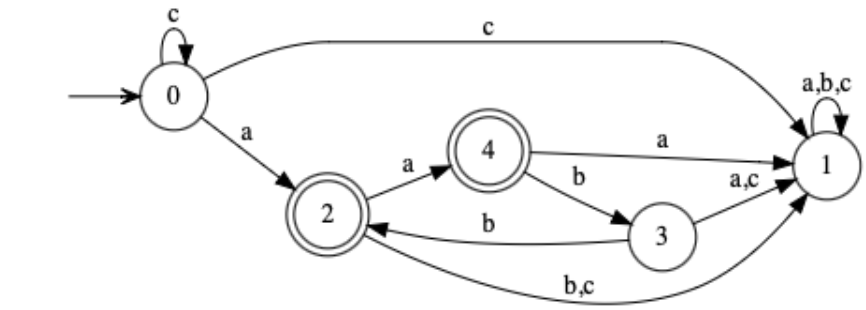


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

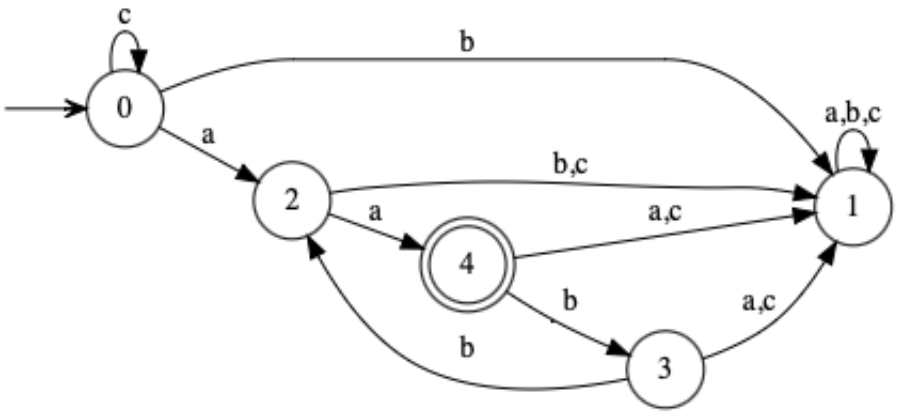


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

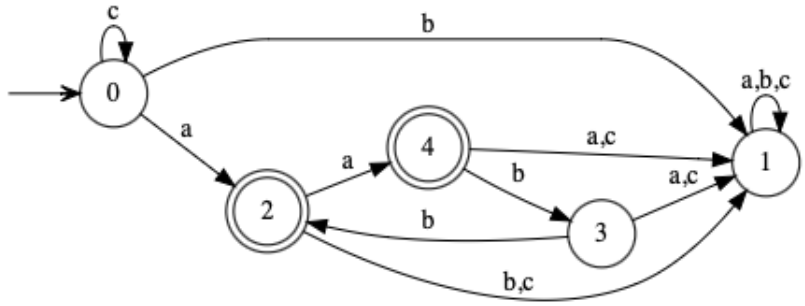
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



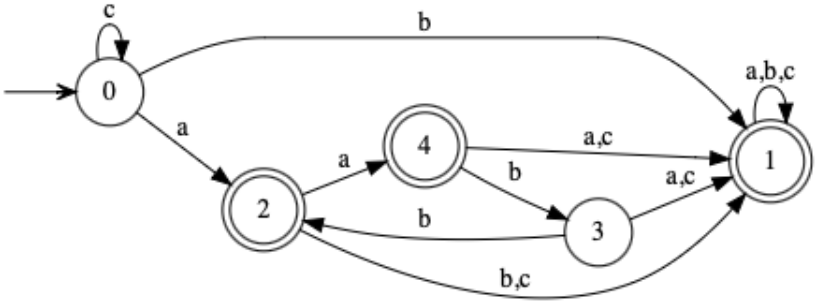
(-i-)



(-ii-)

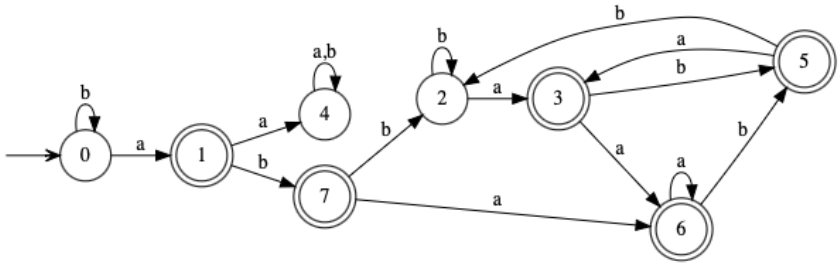


(-iii-)

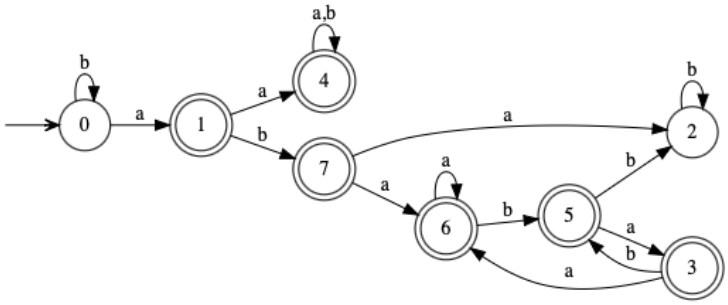


(-iv-)

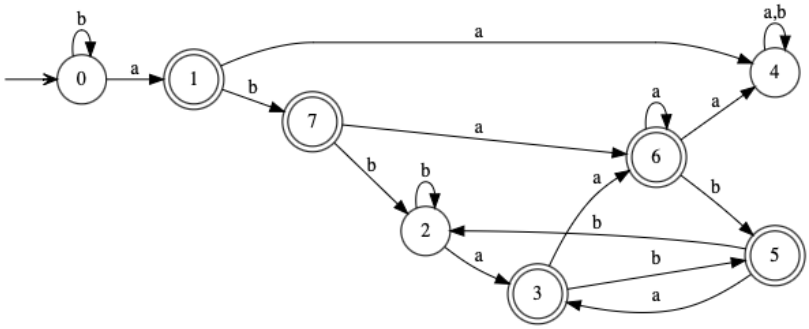
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



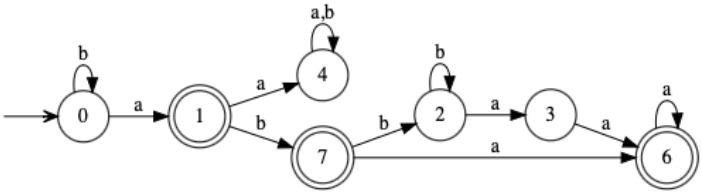
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+87/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e ■ ■ h i

Question 3 : ■ b ■ ■ e f ■ h i j

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : a b c d e ■

Question 6 : ■ b c d e f

Question 7 : a b ■ d e f

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : ■ b c d e f

Question 10 : a b ■ d e f g h

Question 11 : a ■ c d e

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [b] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [c] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [b] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [c] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [d] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [f] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [h] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [i] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

[b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 32 états [c] 16 états [d] 8 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

[d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

[b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

[c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

[d] La longueur du mot vide est 1.

[■] La longueur du mot vide est 0.

[f] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[b] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[h] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 2 états [b] 8 états ■ 4 états [d] 6 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 32 états [c] 8 états ■ 16 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-iv-. [b] la Figure 2-ii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

■ la Figure 2-iii-. [d] la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [b] la Figure 3-ii-

■ la Figure 3-i- [d] la Figure 3-iv- [e] la Figure 3-iii-

[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 7 ☐ b 2 ■ 4 ☐ d 3 ☐ e 6 ☐ f 5 ☐ g 1 ☐ h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

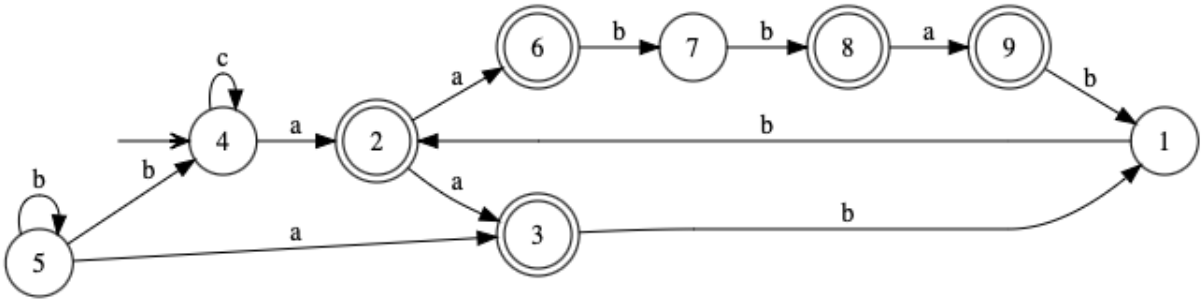
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

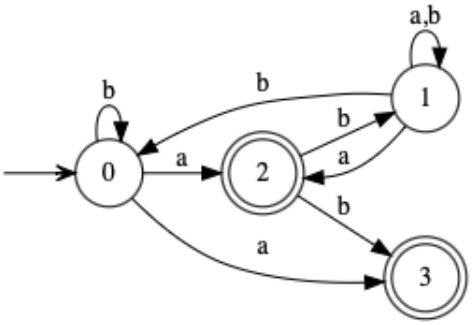
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

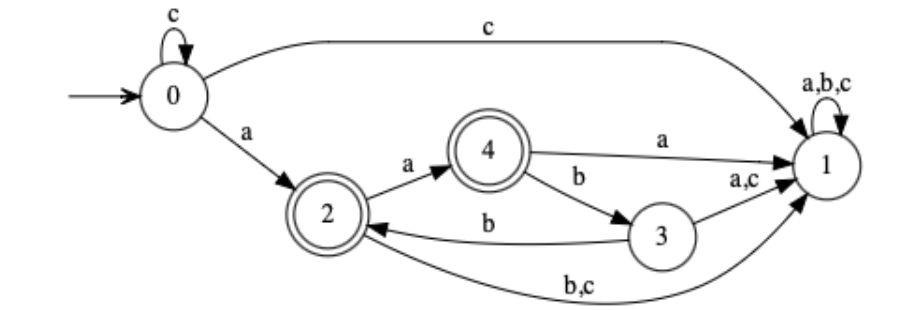


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

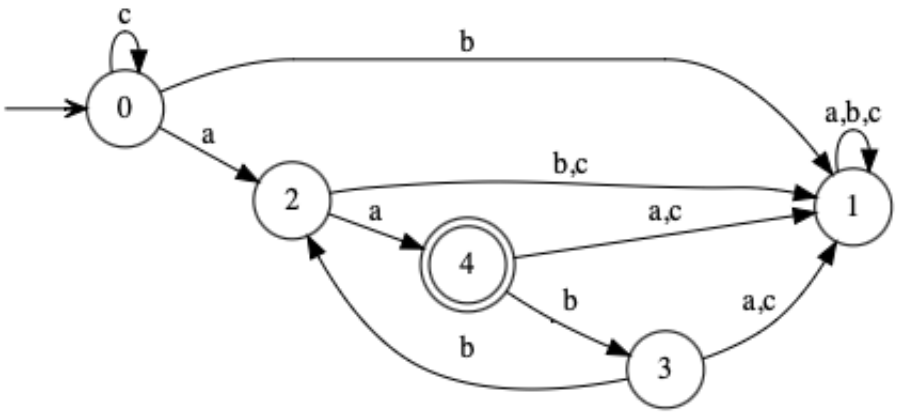


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

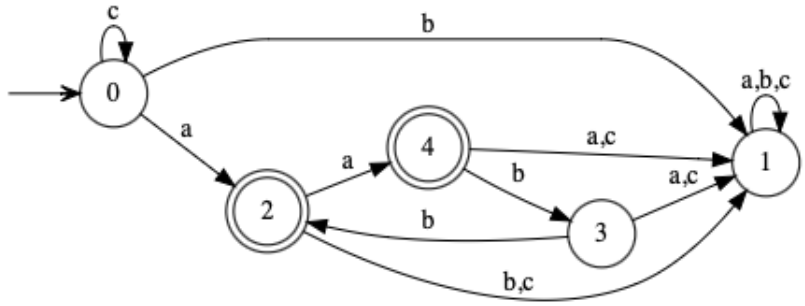
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



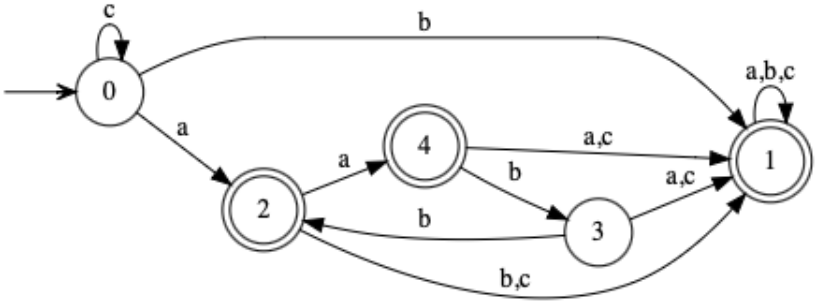
(-i-)



(-ii-)

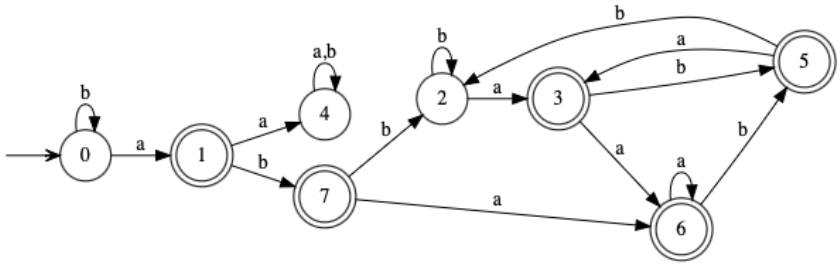


(-iii-)

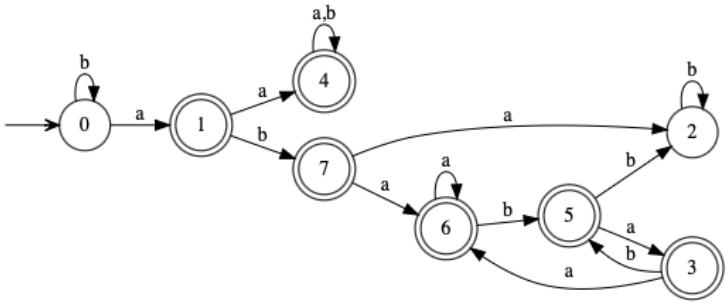


(-iv-)

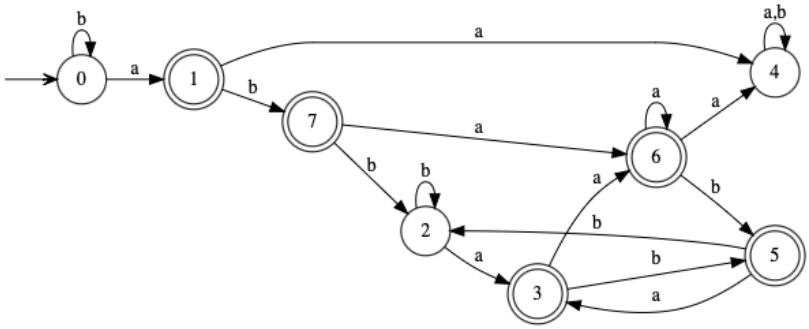
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



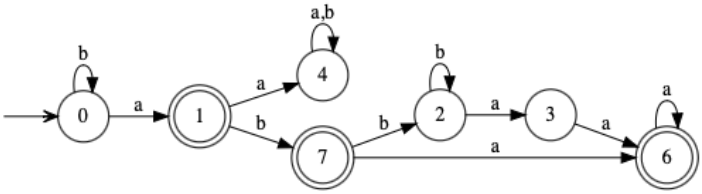
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+88/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f

Question 3 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 4 : a b ■ d e

Question 5 : a b c d e ■

Question 6 : a b ■ d e f g h

Question 7 : ■ b c d ■ f ■ h i

Question 8 : a b ■ d ■ ■ ■ h i j

Question 9 : a b ■ d e f

Question 10 : a b c ■ e f

Question 11 : a b ■ d e f

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

☐ a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
☐ b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
☐ d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
☐ e $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
☐ f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
☐ g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
☐ h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

☐ a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
☐ b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
☐ c Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
☐ d Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
☐ e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
☐ f Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
☐ g Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
☐ h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
☐ i Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
☐ j Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
☐ l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [b] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [h] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La longueur du mot vide est 1.
- [b] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 7 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 8 états [c] 32 états [d] 20 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 6 états [■] 4 états [c] 8 états [d] 2 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
[c] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
[d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 20 états [■] 16 états [c] 8 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
[b] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-iv-. [■] la Figure 2-iii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-i-. [d] la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 3-ii- c la Figure 3-iv-
d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 3 c 5 d 6 e 1 f 0 g 7 h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

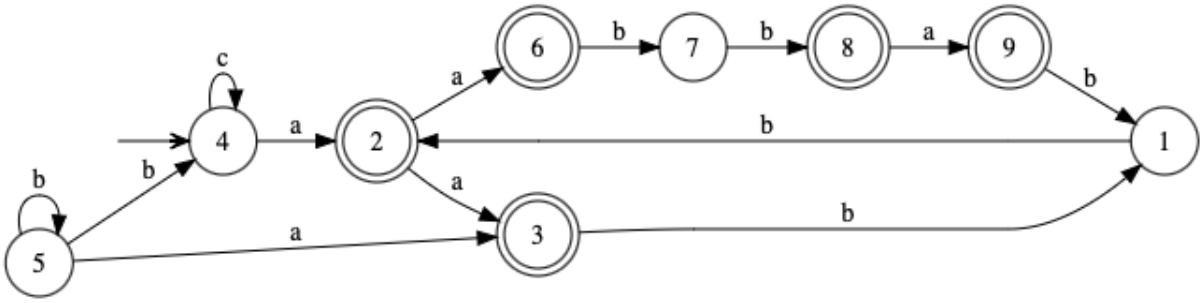
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

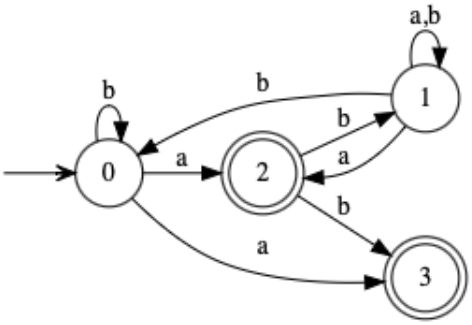
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

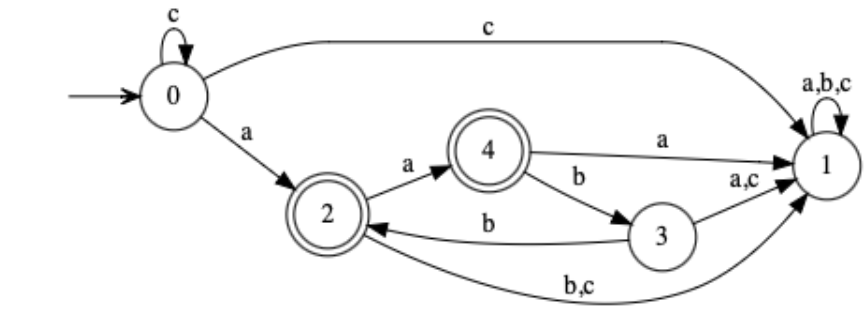


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

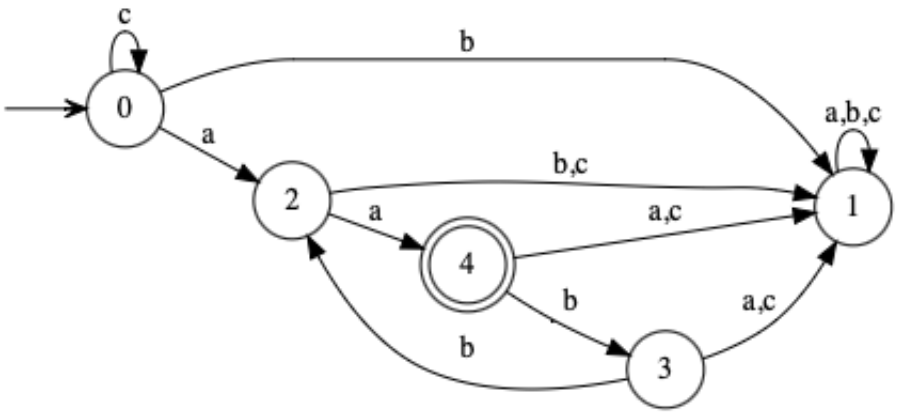


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

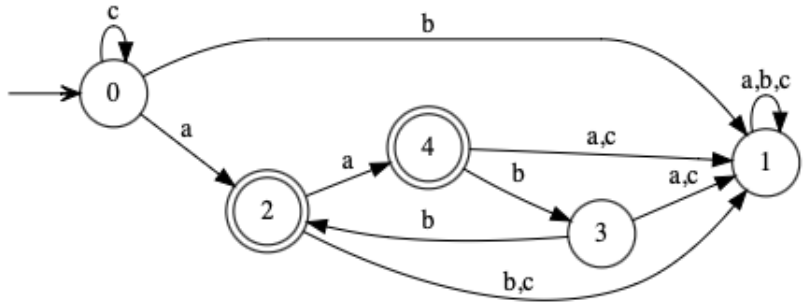
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



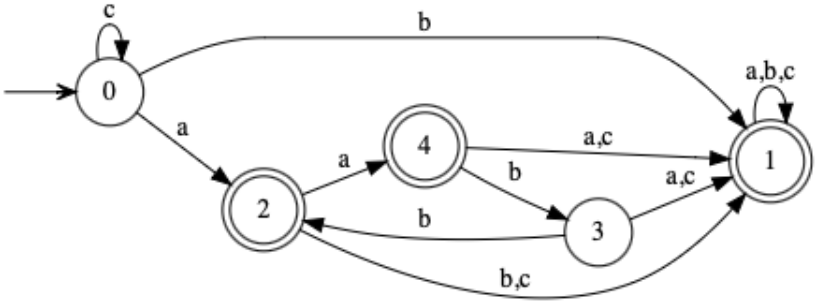
(-i-)



(-ii-)

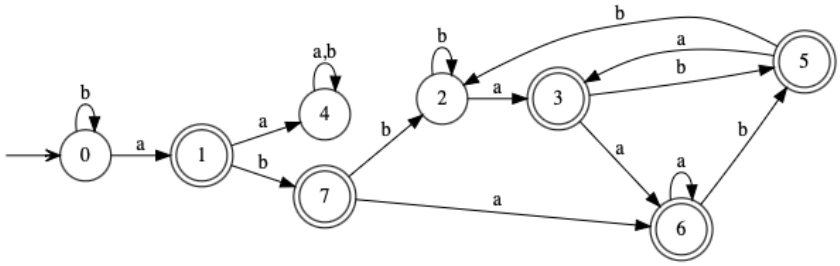


(-iii-)

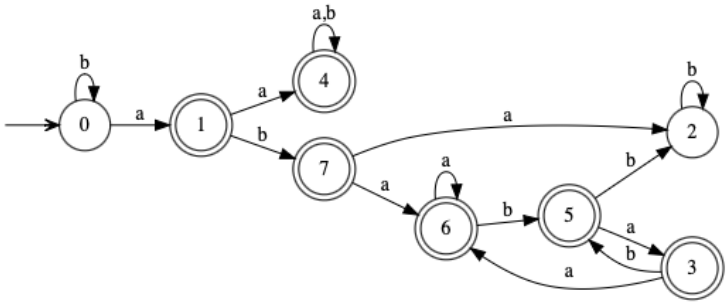


(-iv-)

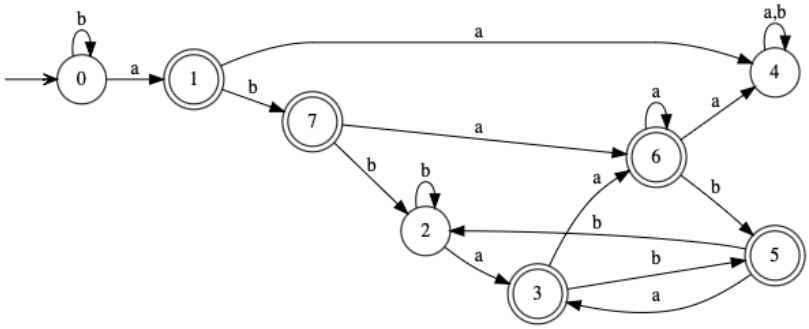
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



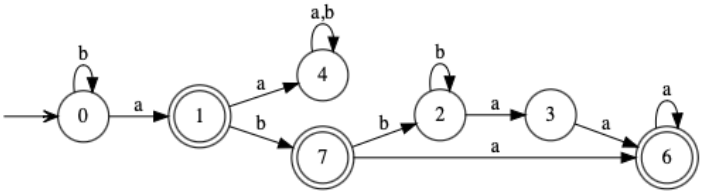
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+89/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e f g h

Question 3 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 4 : a b c ■ ■ ■ ■ h i j

Question 5 : a b c d ■ ■ ■ h i

Question 6 : a ■ c d e

Question 7 : a b c d e ■

Question 8 : a ■ c d e f

Question 9 : a ■ c d e f

Question 10 : a ■ c d e f

Question 11 : a b c ■ e f

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 6 états [b] 8 états [■] 4 états [d] 2 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
[b] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
[c] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[d] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
[e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

f Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

g Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 8 états c 16 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La longueur du mot vide est 0.

b La longueur du mot vide est 1.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

f Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 8 états ■ 16 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

c Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

f Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

g Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont identiques.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- b la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i-

d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe e la Figure 3-iii-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 7 ■ 4 ☐ c 3 ☐ d 5 ☐ e 0 ☐ f 1 ☐ g 2 ☐ h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

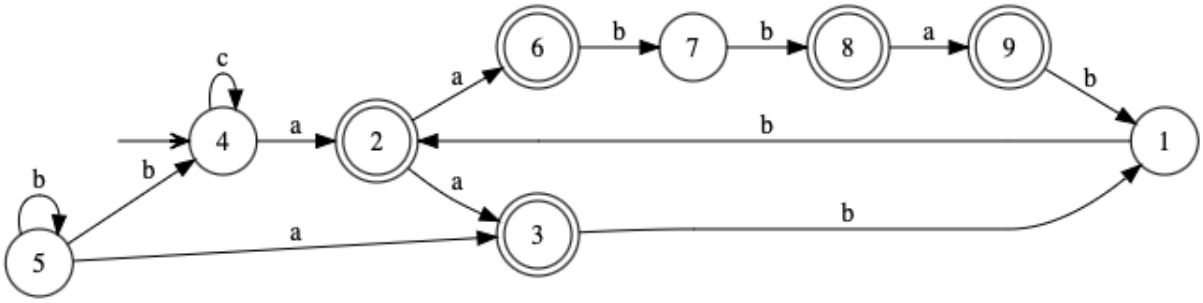
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

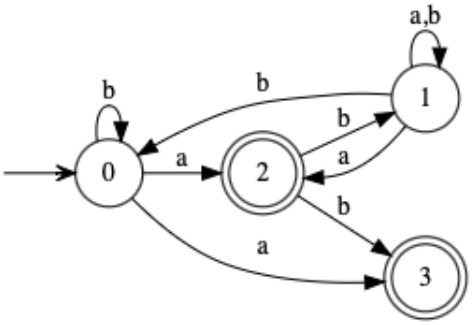
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

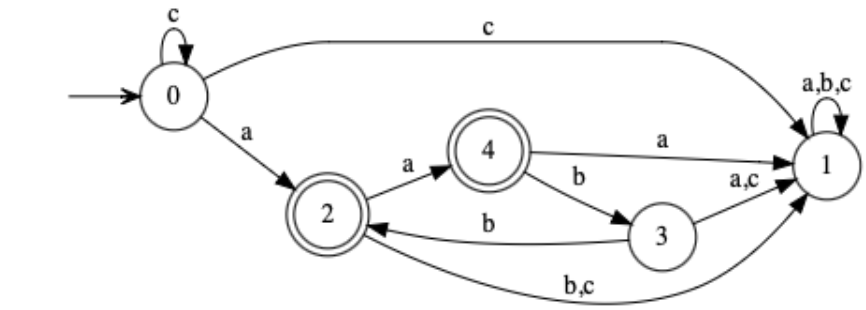


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

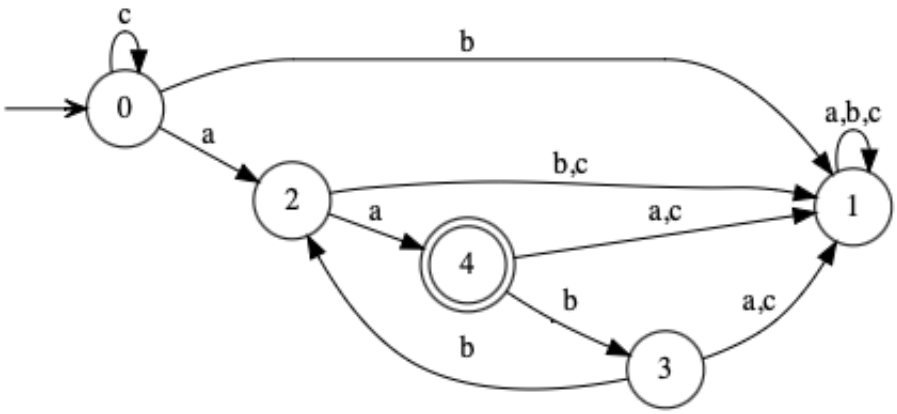


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

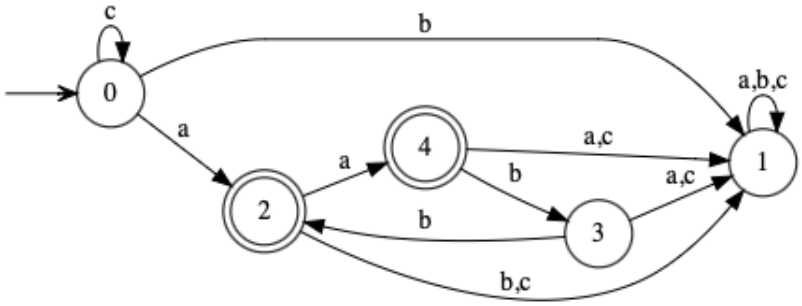
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



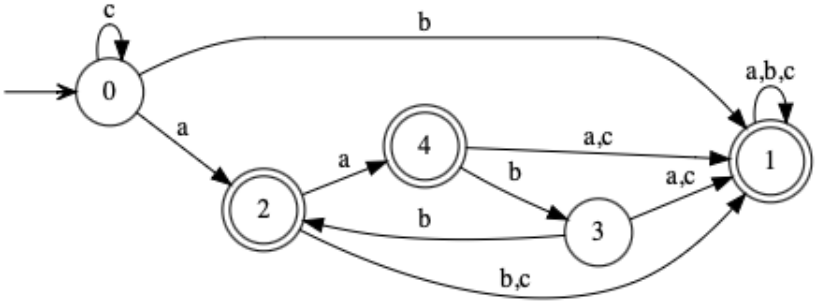
(-i-)



(-ii-)

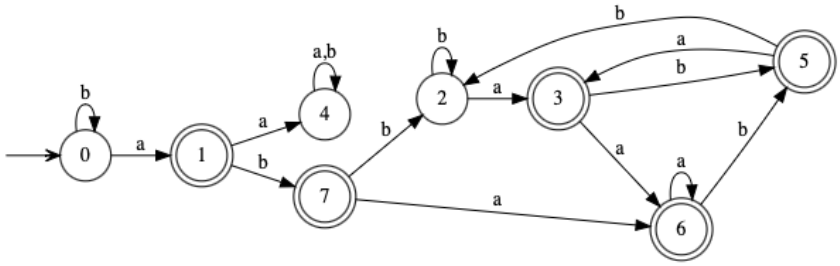


(-iii-)

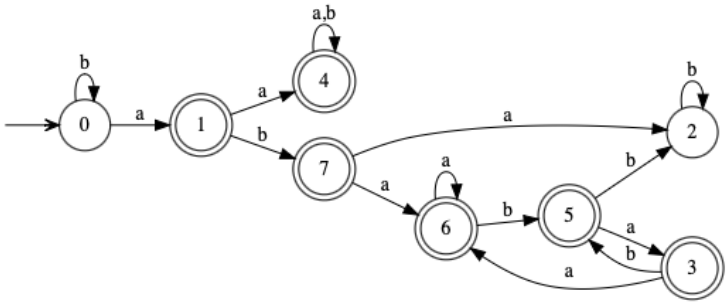


(-iv-)

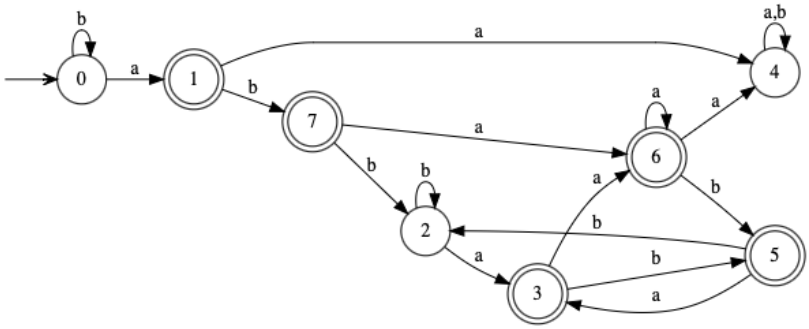
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



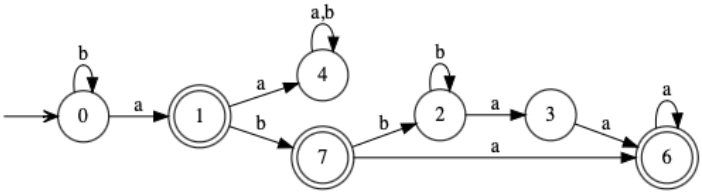
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+90/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 3 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 4 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] [■] [l]

Question 5 : [a] [b] [c] [d] [e] [■]

Question 6 : [■] [b] [■] [d] [e] [f] [■] [h] [i]

Question 7 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 8 : [a] [■] [c] [■] [■] [f] [g] [■] [i] [j]

Question 9 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 10 : [■] [b] [c] [d] [e]

Question 11 : [a] [■] [c] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 12 : [a] [b] [■] [d] [e]

Question 13 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 14 : [a] [■] [c] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [b] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [d] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [e] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [f] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [g] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [h] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [i] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [j] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [e] La longueur du mot vide est 1.

f Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 8 états c 32 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont identiques.

d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 8 états b 16 états c 32 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

[c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[e] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[g] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 2 états [c] 6 états ■ 4 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-i-. [b] la Figure 2-iv-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

■ la Figure 2-iii-. [d] la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i- [c] la Figure 3-ii- [d] la Figure 3-iv-

[e] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 2 ☐ b 5 ☐ c 3 ■ 4 ☐ e 1 ☐ f 6 ☐ g 0 ☐ h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

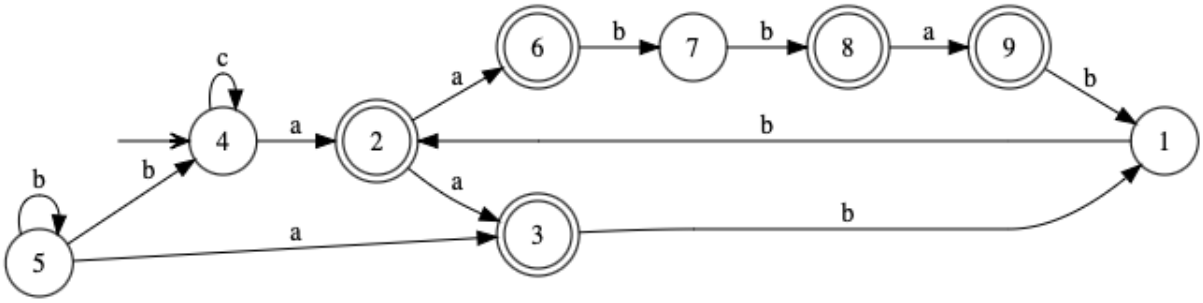
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

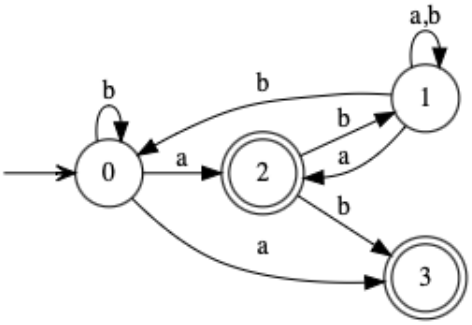
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

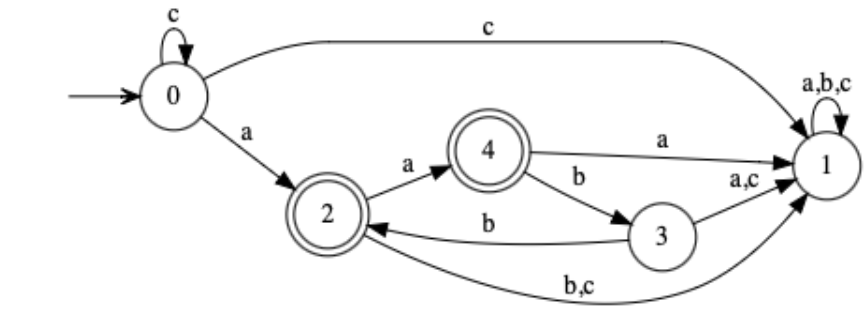


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

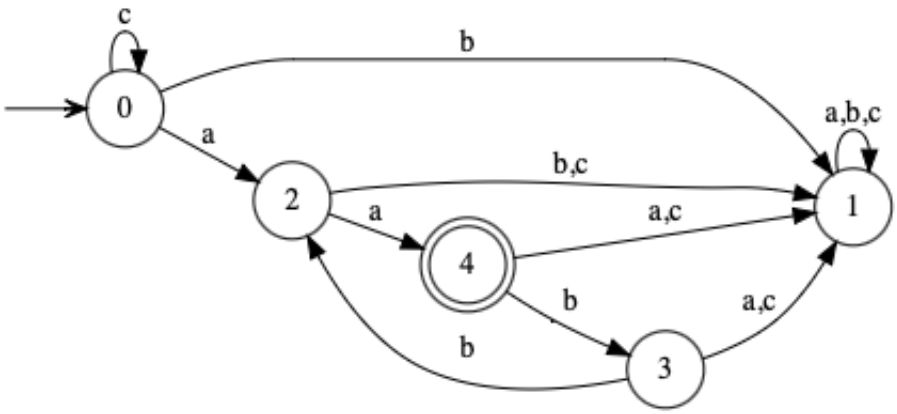


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

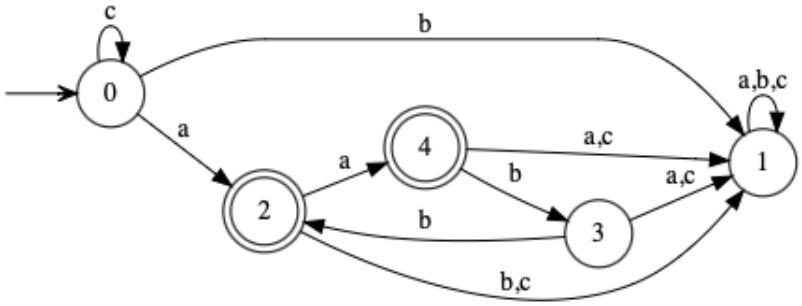
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



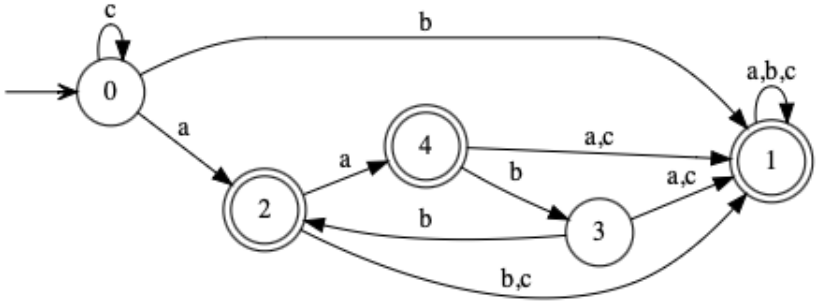
(-i-)



(-ii-)

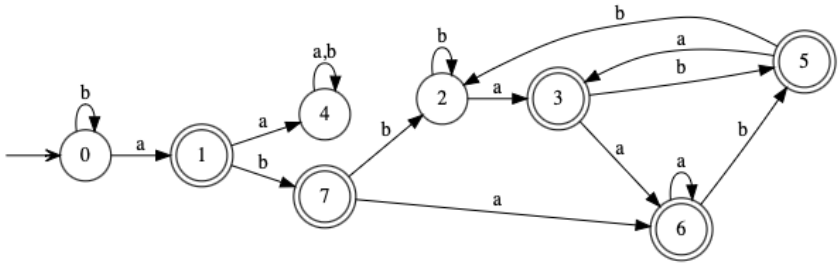


(-iii-)

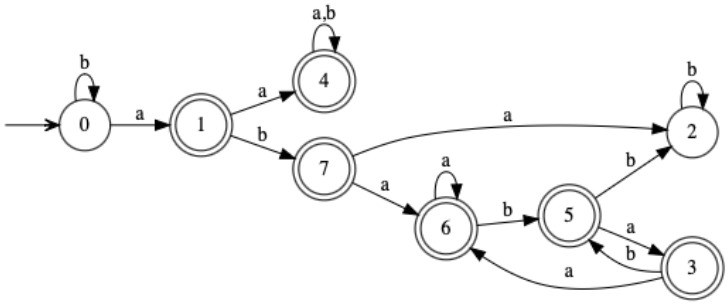


(-iv-)

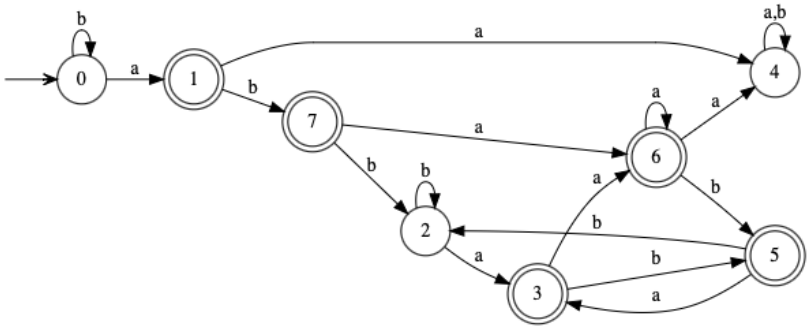
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



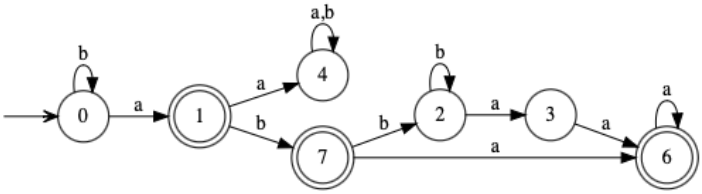
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+91/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 3 : a b ■ ■ e f ■ h i

Question 4 : a b c ■ e f g h

Question 5 : ■ b c d e f

Question 6 : a ■ c d e f

Question 7 : a b c ■ e f

Question 8 : a b c d e ■

Question 9 : ■ b c d e

Question 10 : a ■ ■ d e ■ g ■ i j

Question 11 : a b c ■ e f

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [b] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [c] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [d] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [f] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [g] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [h] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [i] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 16 états [c] 20 états [d] 8 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [c] La longueur du mot vide est 1.
- [d] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [g] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 2 états [■] 4 états [d] 6 états

- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
- [f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal

équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 32 états [■] 16 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

[a] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[b] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[f] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[g] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[c] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
[d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-iv-. [b] la Figure 2-i-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-ii-. [■] la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[■] la Figure 3-i- [b] la Figure 3-iv- [c] la Figure 3-iii-
[d] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [e] la Figure 3-ii-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 6 ☐ b 5 ☐ c 2 ☐ d 3 ☐ e 1 ☐ f 0 ■ 4 ☐ h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

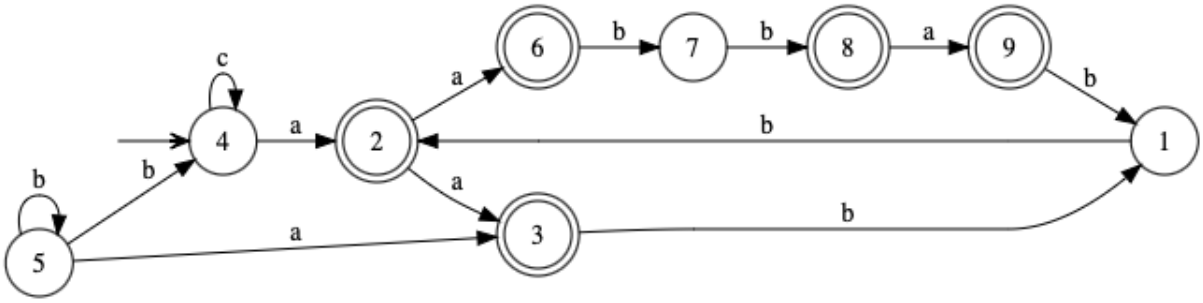
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

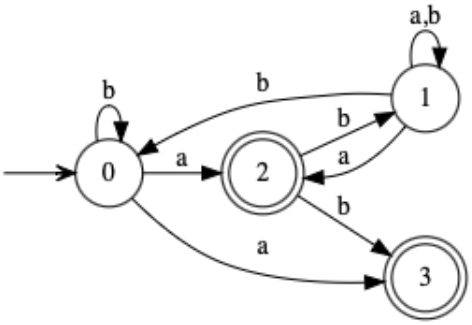
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

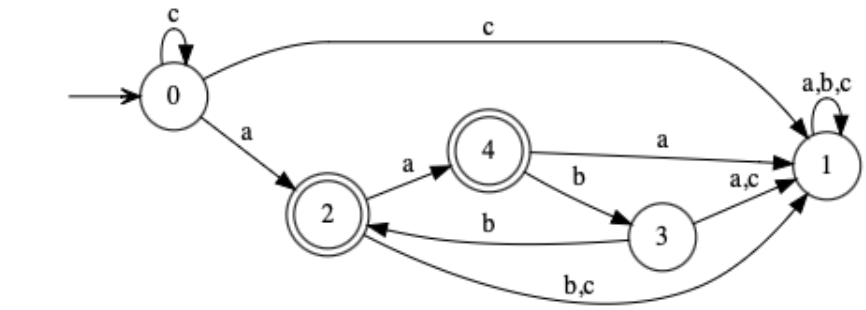


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

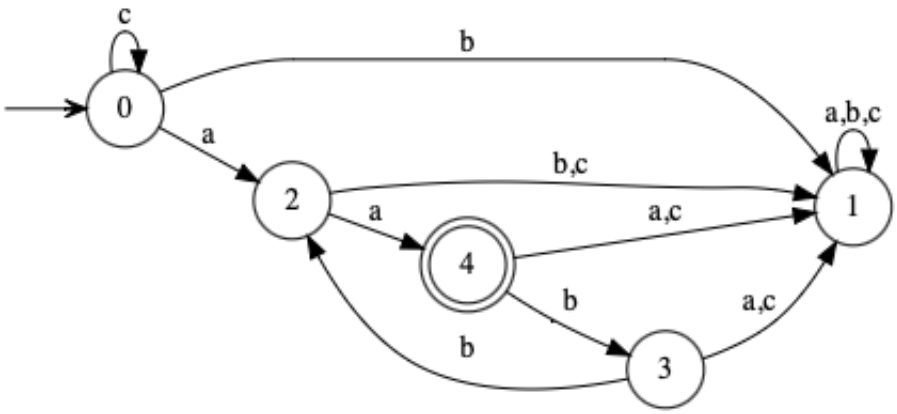


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

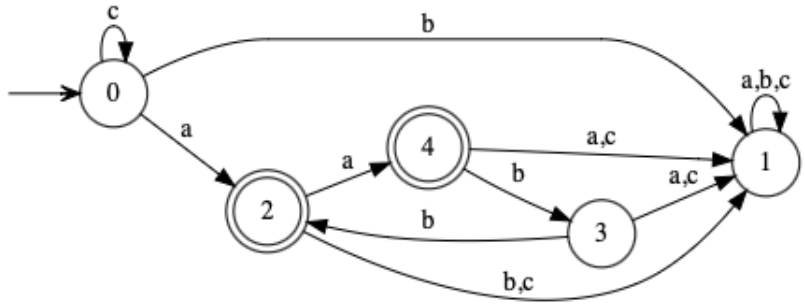
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



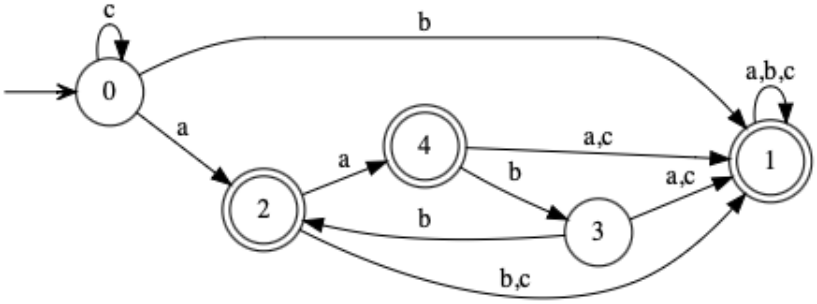
(-i-)



(-ii-)

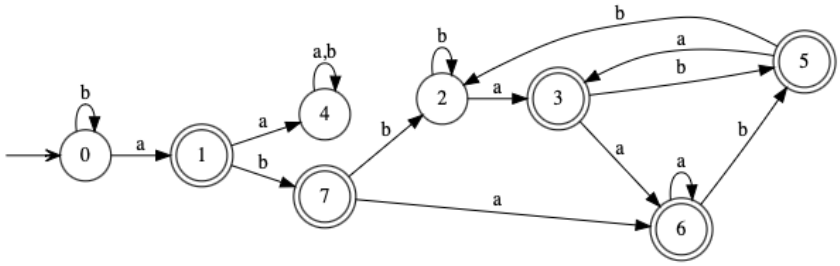


(-iii-)

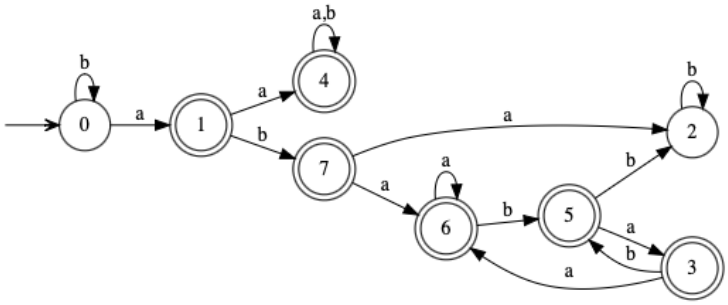


(-iv-)

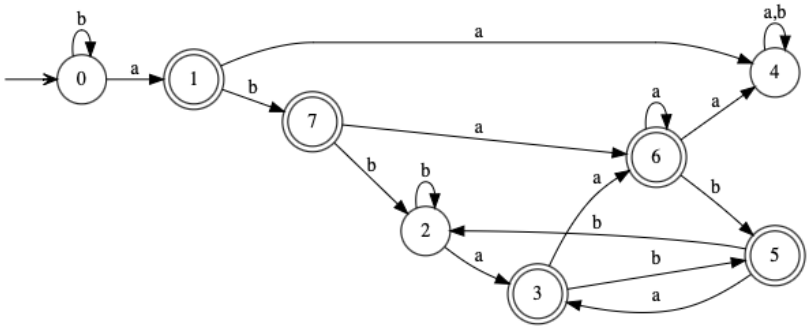
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



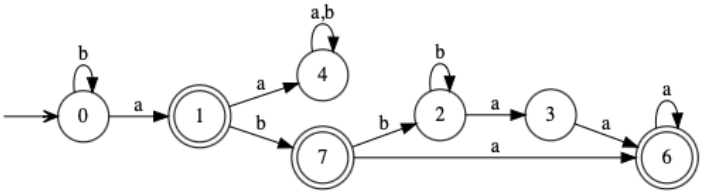
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+92/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 3 : a b c d e ■

Question 4 : a b ■ d e

Question 5 : ■ b c d e f g h

Question 6 : ■ b c d ■ ■ g h i

Question 7 : a b ■ d e f

Question 8 : a b c ■ e f

Question 9 : a b ■ d e f

Question 10 : a b ■ ■ ■ f g ■ i j

Question 11 : a ■ c d e f

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a b c d e f ■ h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[■] 4 états [b] 6 états [c] 2 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La longueur du mot vide est 0.

f La longueur du mot vide est 1.

g Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 32 états c 8 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

b Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

c Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

d Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

e Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 32 états c 8 états ■ 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

b Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

c Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

d Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont identiques.

c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-iv-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- [b] la Figure 3-iii-
[c] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [d] la Figure 3-ii-
[e] la Figure 3-iv- [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

[a] 7 ■ 4 [c] 6 [d] 3 [e] 1 [f] 5 [g] 0 [h] 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

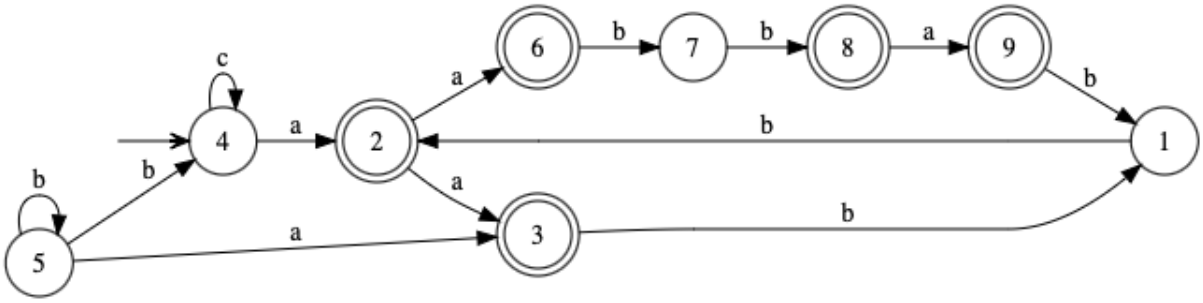
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

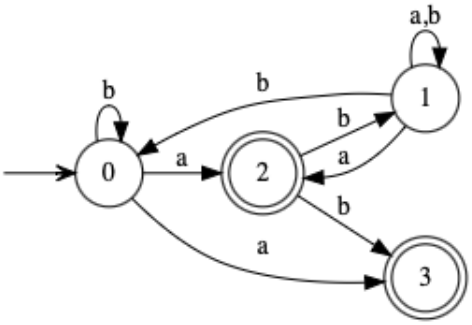
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

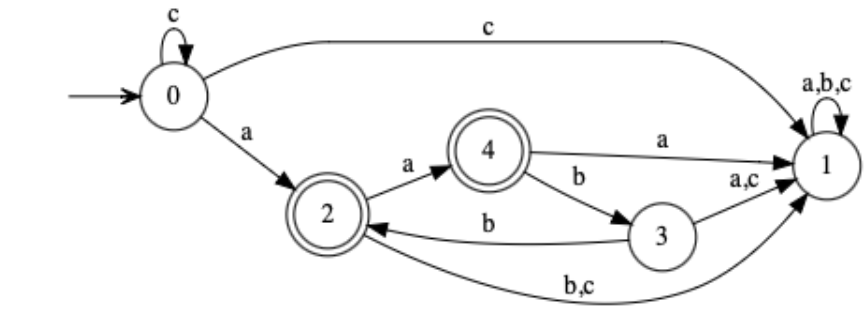


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

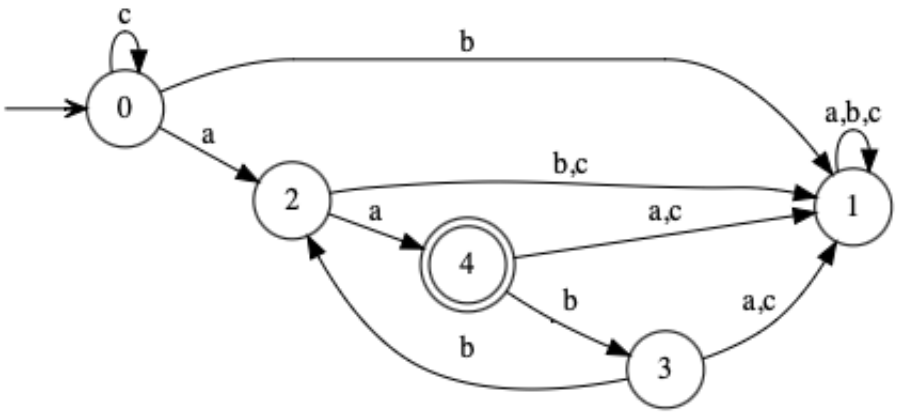


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

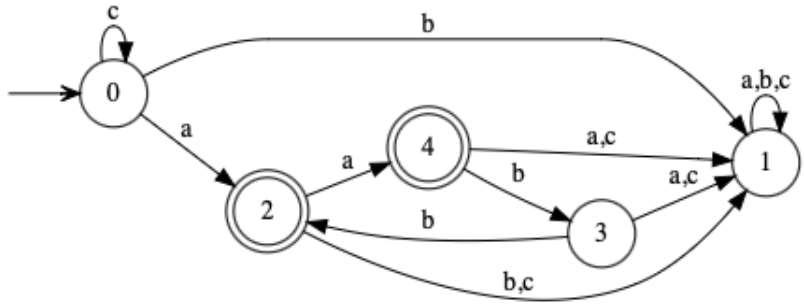
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



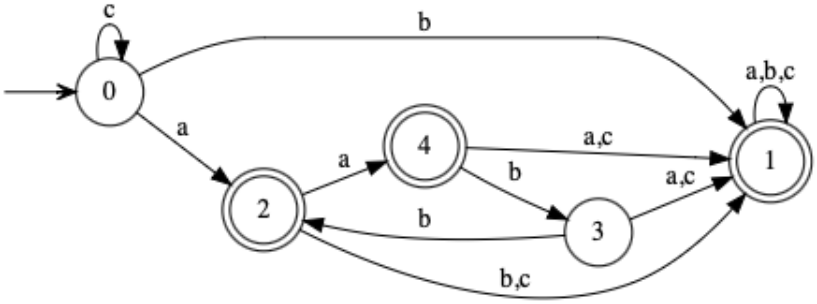
(-i-)



(-ii-)

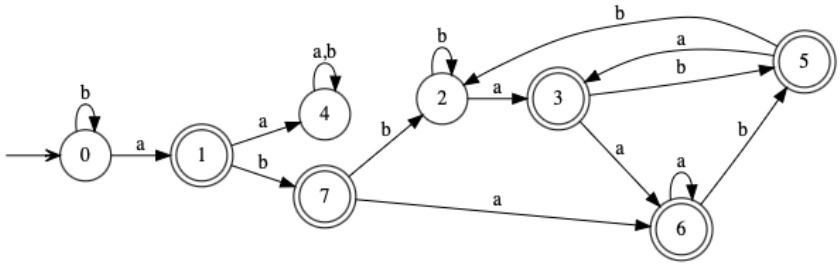


(-iii-)

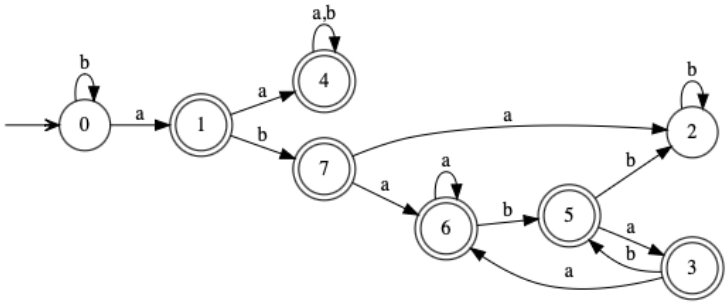


(-iv-)

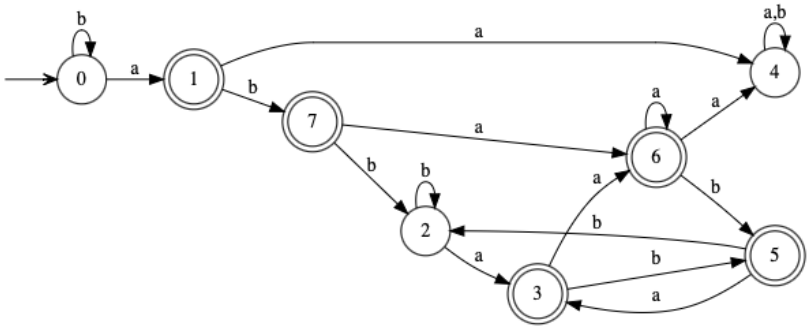
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



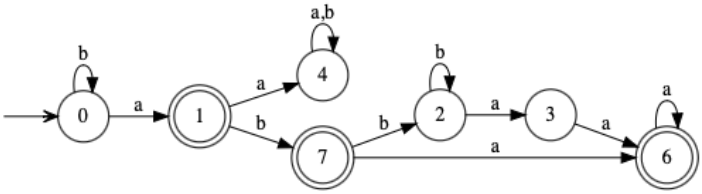
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+93/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [■] [c] [d] [e]

Question 3 : [■] [b] [c] [d] [e] [f]

Question 4 : [■] [b] [■] [d] [■] [f] [g] [h] [i]

Question 5 : [a] [b] [■] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 6 : [a] [b] [c] [d] [e] [■]

Question 7 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] [■] [l]

Question 8 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 9 : [a] [b] [c] [d] [■] [■] [■] [■] [i] [j]

Question 10 : [■] [b] [c] [d] [e] [f]

Question 11 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 12 : [a] [■] [c] [d] [e]

Question 13 : [■] [b] [c] [d] [e] [f]

Question 14 : [a] [■] [c] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [x] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [ ] b Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [x] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [x] La longueur du mot vide est 0.
- [ ] e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [ ] f La longueur du mot vide est 1.
- [ ] g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [ ] h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [ ] i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

- [ ] a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
- [ ] b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
- [ ] c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
- [ ] d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
- [x] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
- [ ] f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
- [ ] g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [ ] h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [ ] a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [ ] b Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [ ] c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

d Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

e Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

f Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

g Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états b 8 états ■ 4 états d 6 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

b Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 20 états c 8 états d 32 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 20 états ■ 16 états d 32 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
b Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
c Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
e Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- b la Figure 3-iv- c la Figure 3-ii- d la Figure 3-iii-
e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 0 ☐ b 6 ■ 4 ☐ d 3 ☐ e 1 ☐ f 5 ☐ g 7 ☐ h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

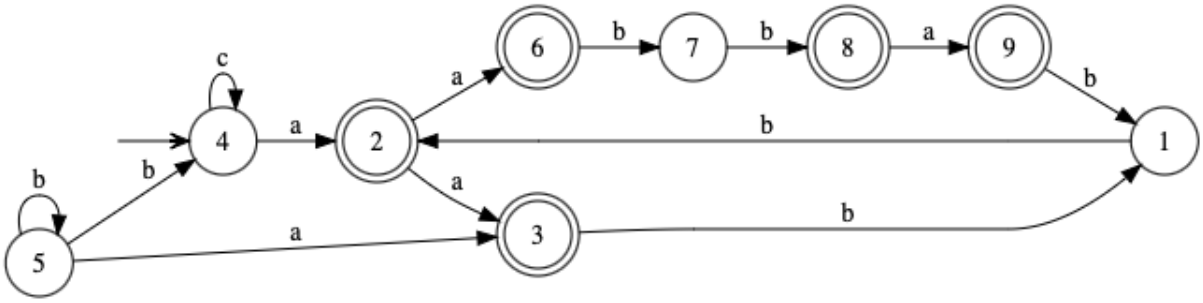
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

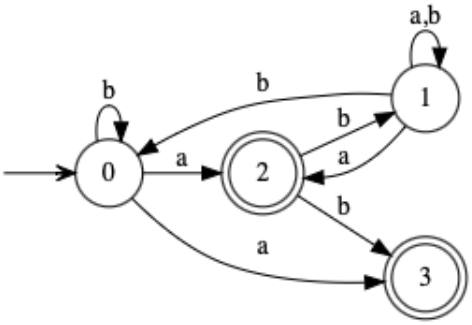
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

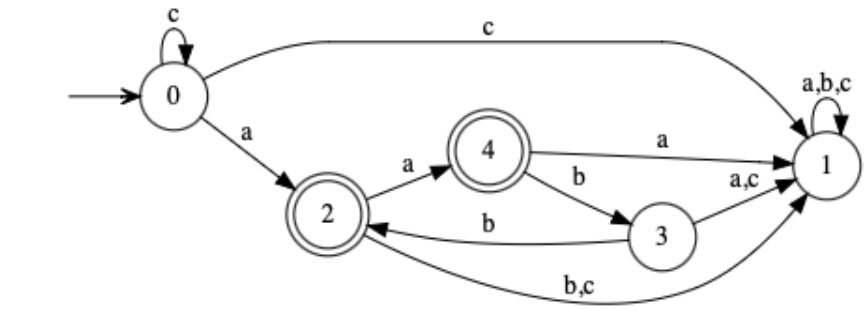


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

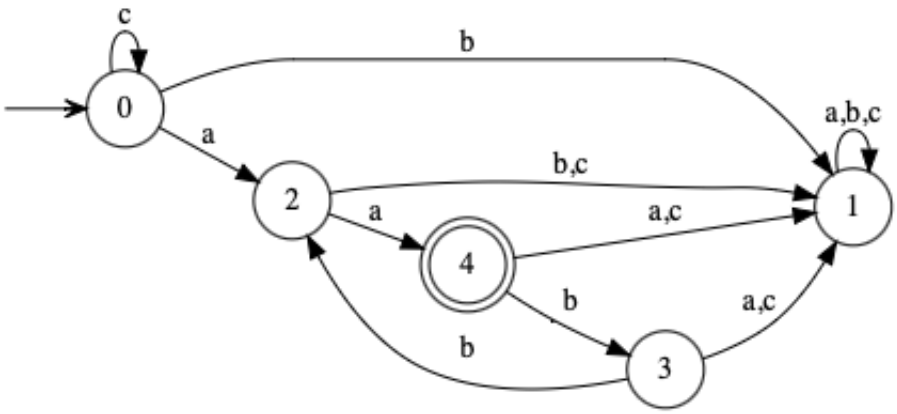


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

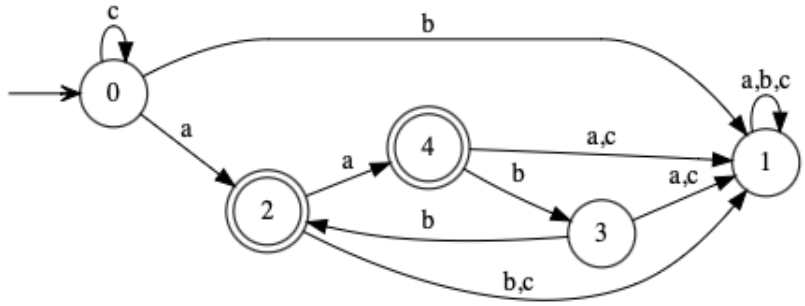
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



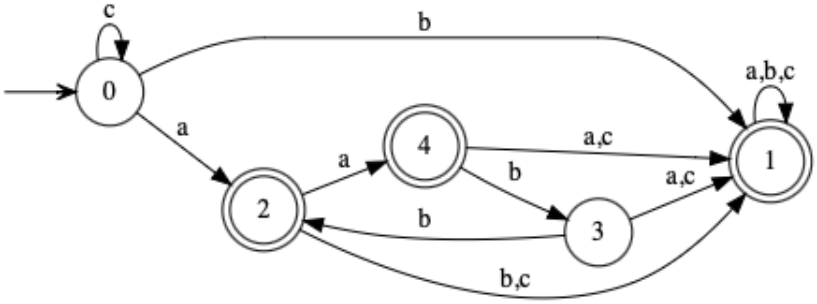
(-i-)



(-ii-)

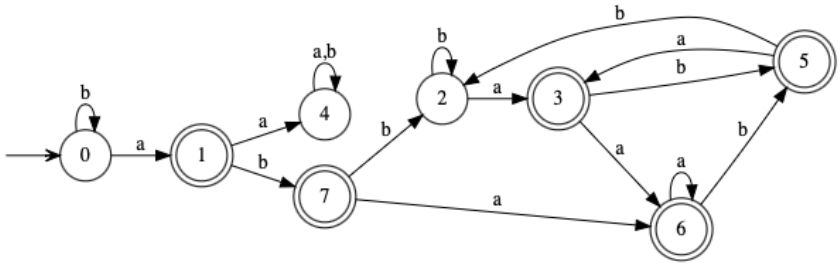


(-iii-)

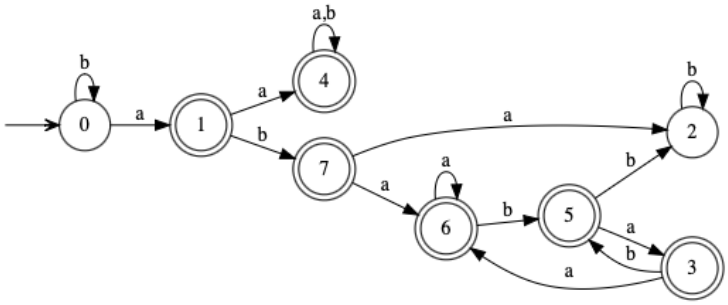


(-iv-)

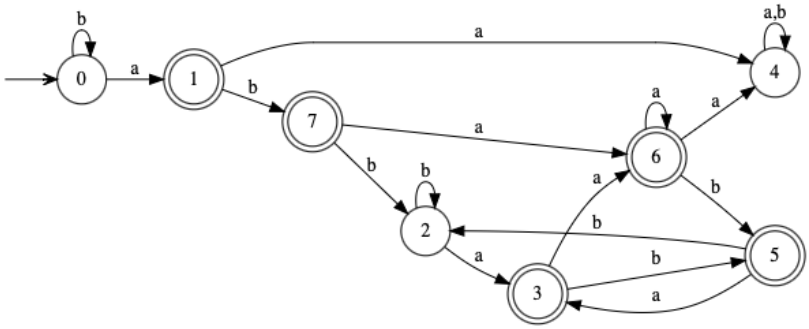
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



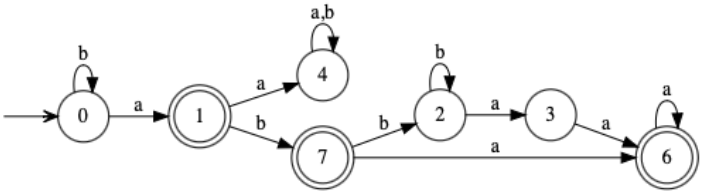
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+94/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b ■ ■ e f g h i

Question 3 : a b c d ■ f g h

Question 4 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 5 : a b ■ d e f

Question 6 : a b ■ d e f

Question 7 : a ■ c d e f

Question 8 : a ■ c d e

Question 9 : a b c d e ■

Question 10 : a b ■ d e f

Question 11 : a b c ■ e ■ ■ ■ i j

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- ■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- ■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- ■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [d] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- ■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [f] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [g] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [h] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 8 états c 6 états d 2 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 8 états b 32 états c 20 états d 16 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
b Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
c Les langages dénotés par A et B sont identiques.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 32 états c 8 états d 20 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
b Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
c Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
d Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
h Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
j Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

[c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

[b] La longueur du mot vide est 1.

[c] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

[d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

[b] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-iv-. [d] la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
c la Figure 3-iii- d la Figure 3-ii- e la Figure 3-iv-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 1 b 5 c 2 d 0 ■ 4 f 3 g 6 h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

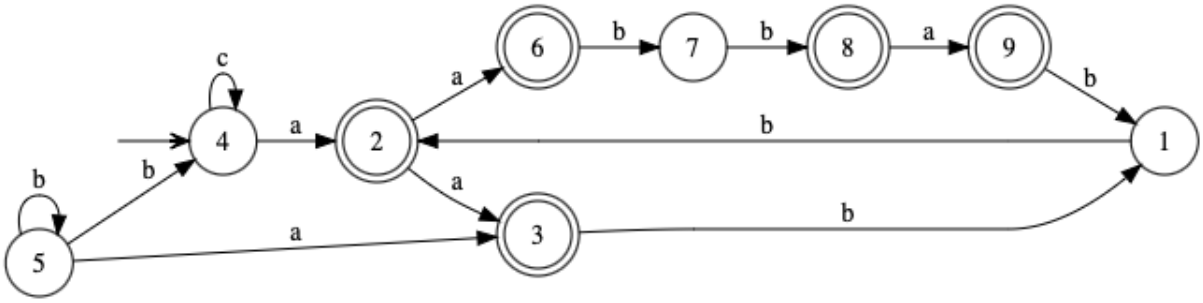
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

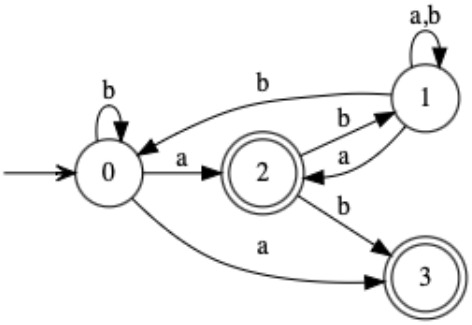
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

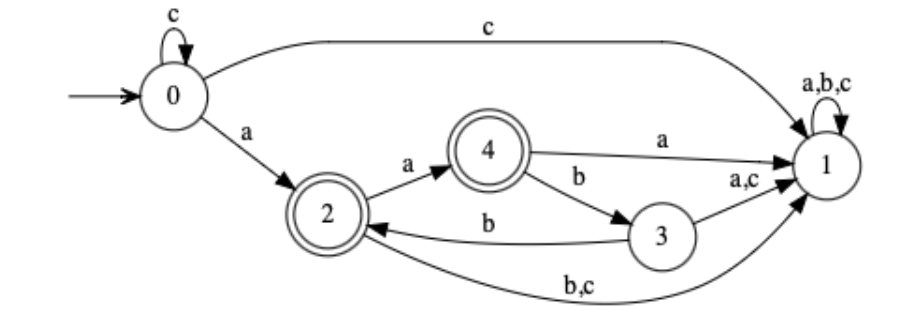


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

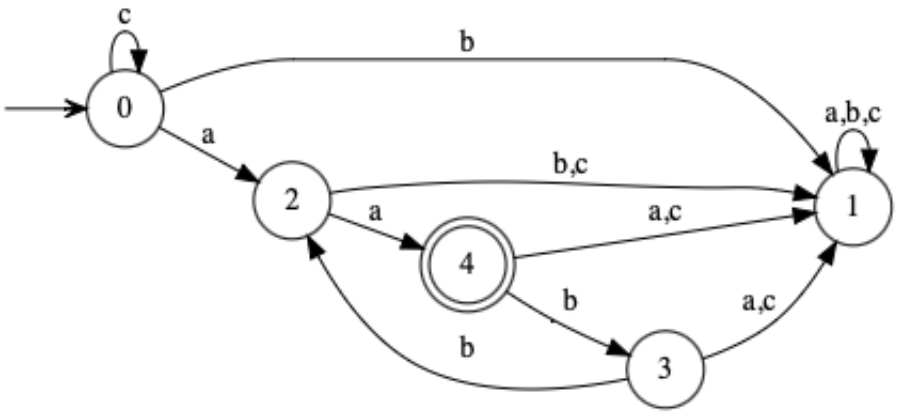


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

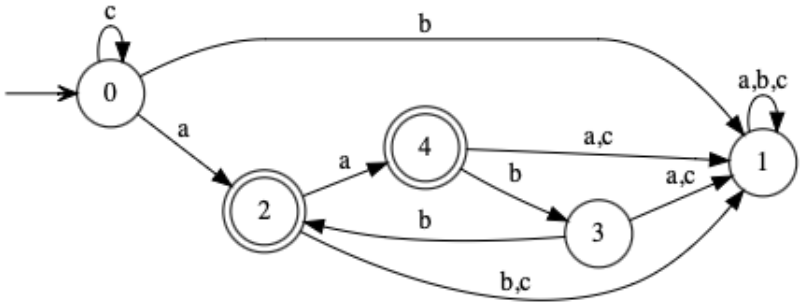
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



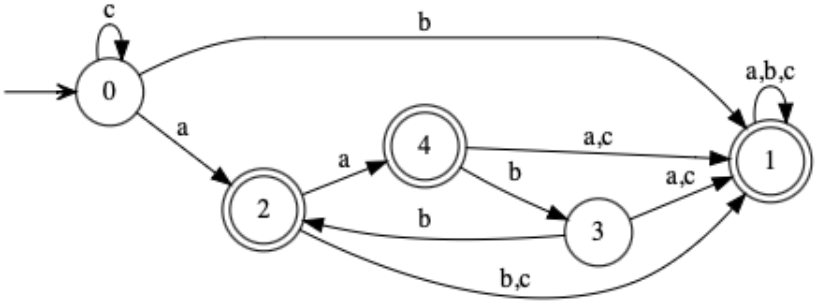
(-i-)



(-ii-)

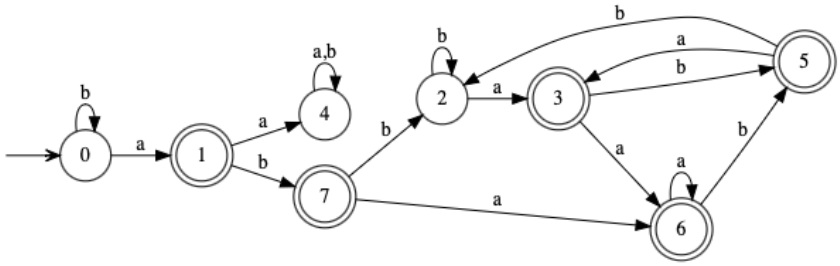


(-iii-)

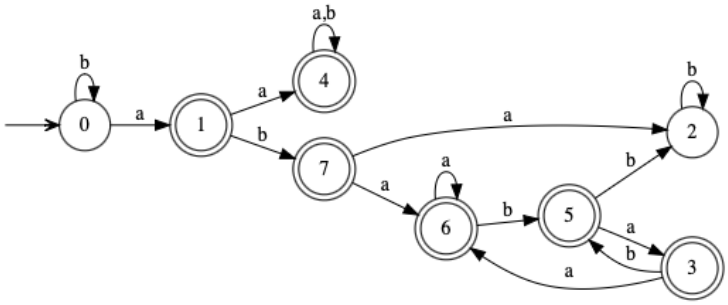


(-iv-)

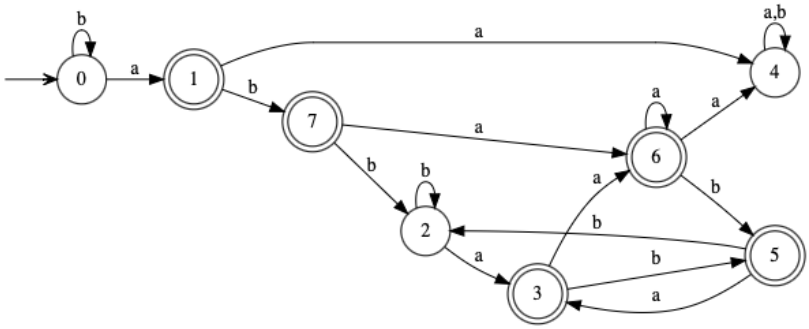
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



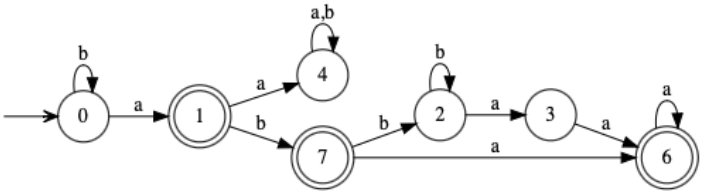
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+95/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ ■ ■ d ■ f g h i j

Question 3 : ■ b c d e f

Question 4 : a b c d e ■

Question 5 : ■ b c d e f g h

Question 6 : a b c ■ e f

Question 7 : ■ b c d e f

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : ■ b c d e

Question 10 : a b c d ■ ■ ■ h i

Question 11 : a b ■ d e f

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 8 états [c] 16 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[c] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
[d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

d Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

e Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

h Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états ■ 16 états c 8 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

c Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

f La longueur du mot vide est 1.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 6 états ■ 4 états d 2 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

g Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

h Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

i Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

j Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^*+10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-iv-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- b la Figure 3-iii- c la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i-
e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 5 ☐ b 2 ☐ c 7 ☐ d 0 ☐ e 6 ☐ f 1 ☐ g 3 ■ 4

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

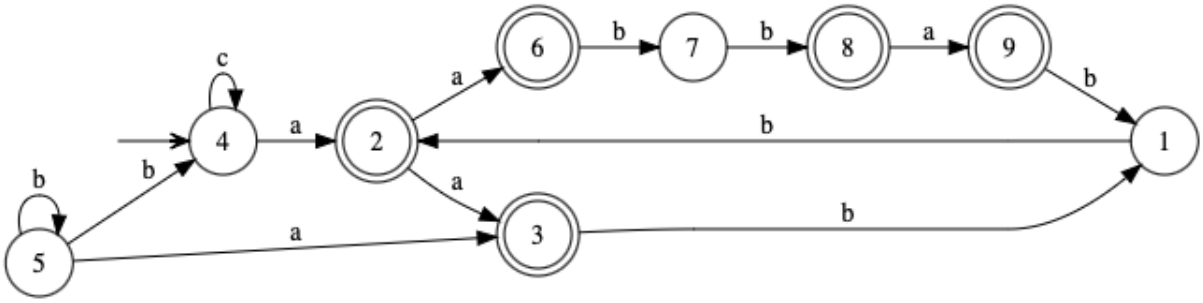
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

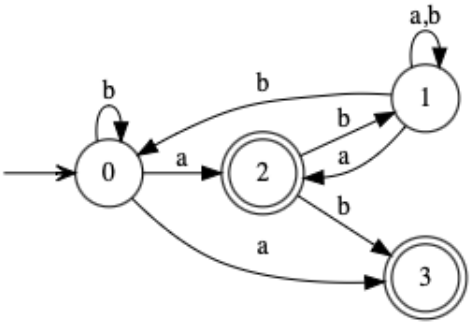
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

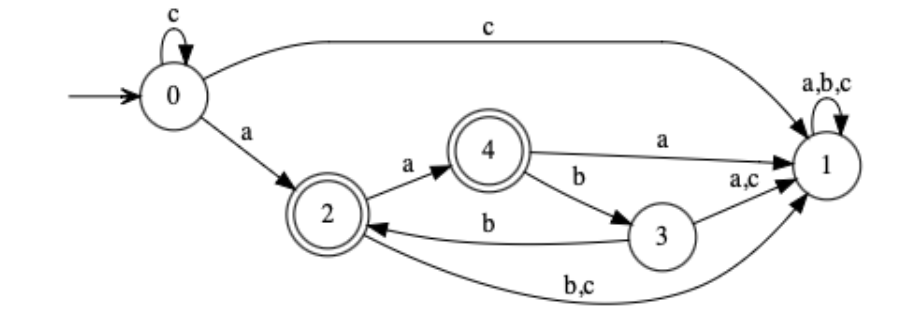


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

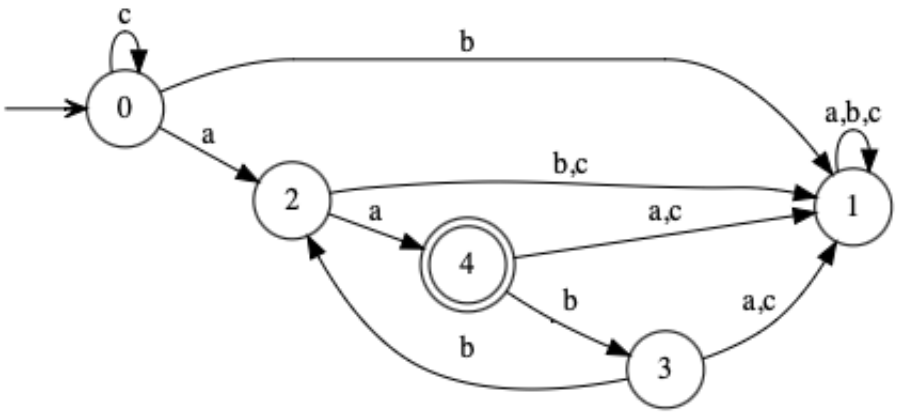


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

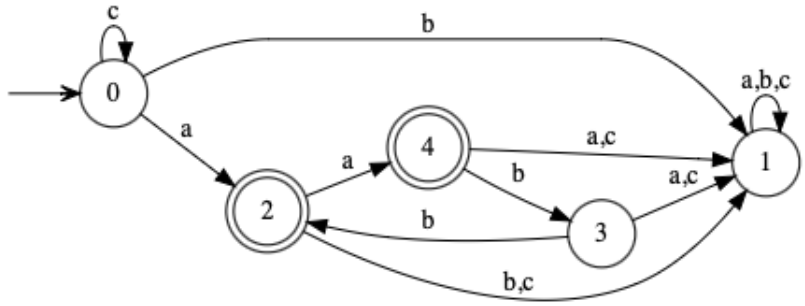
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



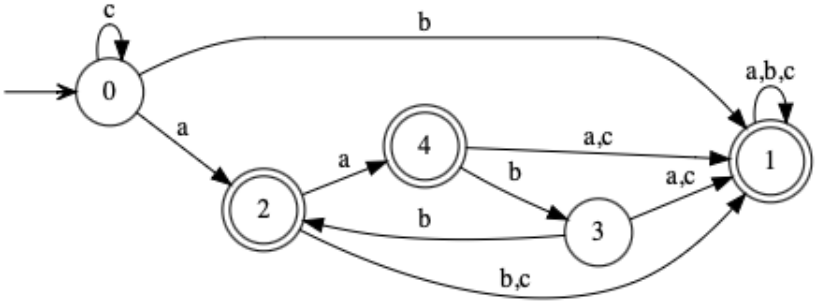
(-i-)



(-ii-)

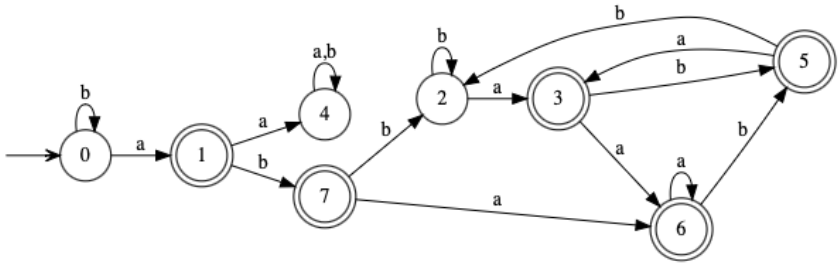


(-iii-)

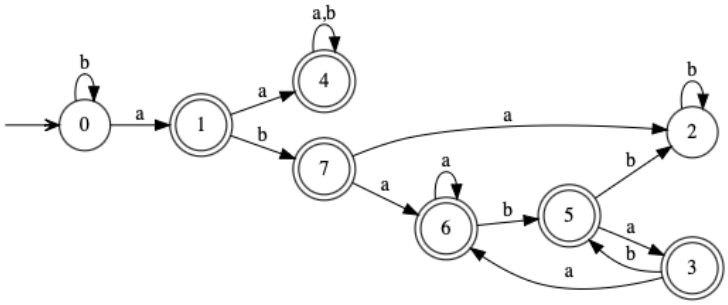


(-iv-)

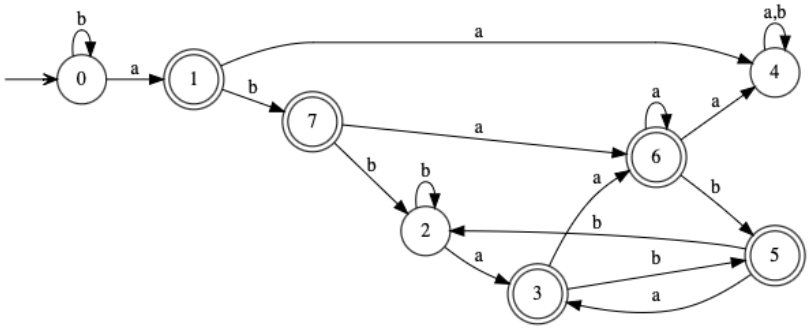
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



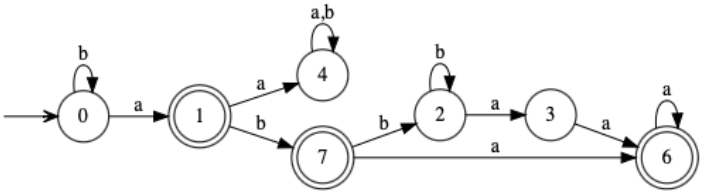
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+96/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e ■

Question 3 : ■ b c d e f

Question 4 : a ■ ■ d e ■ ■ h i j

Question 5 : a ■ c d e f

Question 6 : a ■ c d e f g h

Question 7 : ■ ■ c ■ e f g h i

Question 8 : a b ■ d e f

Question 9 : ■ b c d e

Question 10 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 11 : a ■ c d e f

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b c d e f g ■

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- ■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- ■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- ■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [e] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- ■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [g] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [h] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [b] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [c] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [d] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [e] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [g] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [h] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [i] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [j] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [b] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [c] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [g] La longueur du mot vide est 1.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 6 états [b] 2 états [c] 8 états [■] 4 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 8 états [c] 20 états [d] 16 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 32 états [■] 16 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-i-. [b] la Figure 2-iv-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-ii-. [■] la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [b] la Figure 3-iii-
[c] la Figure 3-iv- [■] la Figure 3-i- [e] la Figure 3-ii-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 0 ■ 4 ☐ c 5 ☐ d 2 ☐ e 7 ☐ f 1 ☐ g 3 ☐ h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

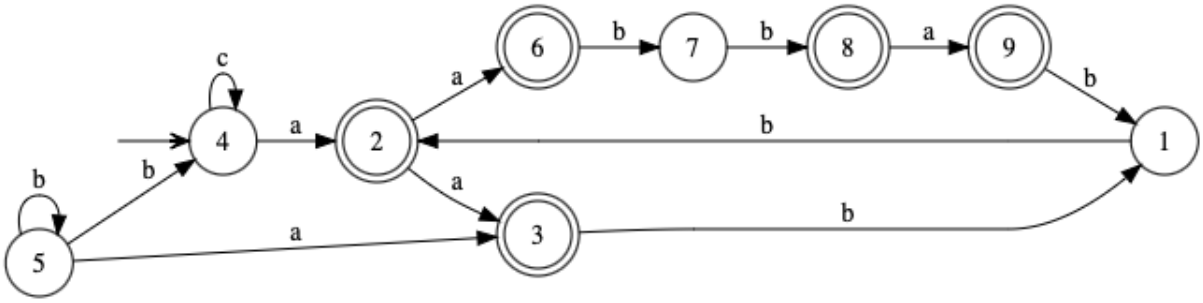
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

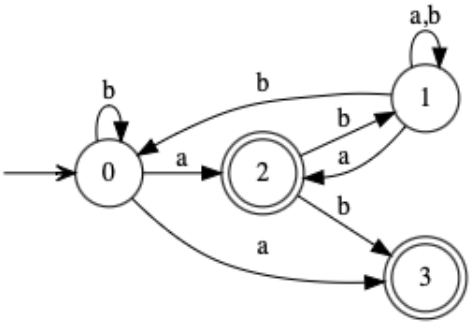
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

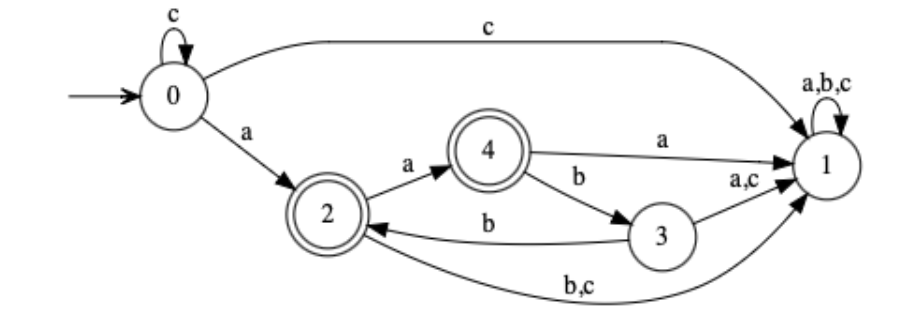


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

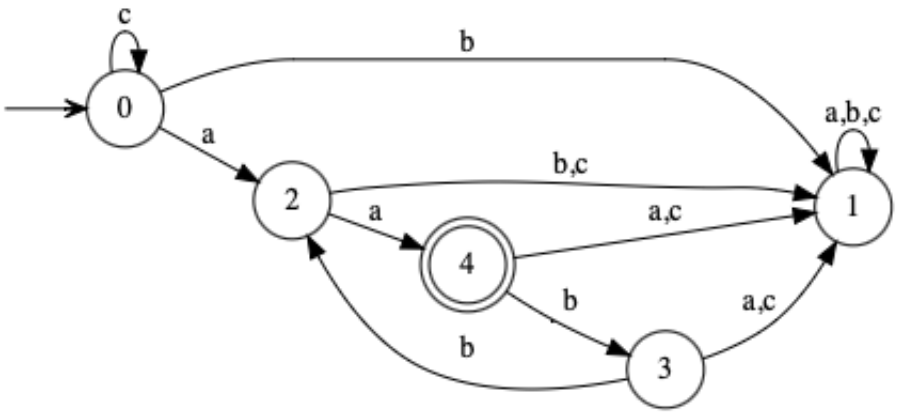


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

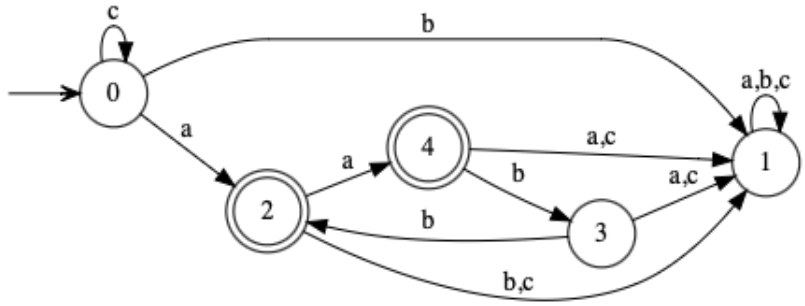
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



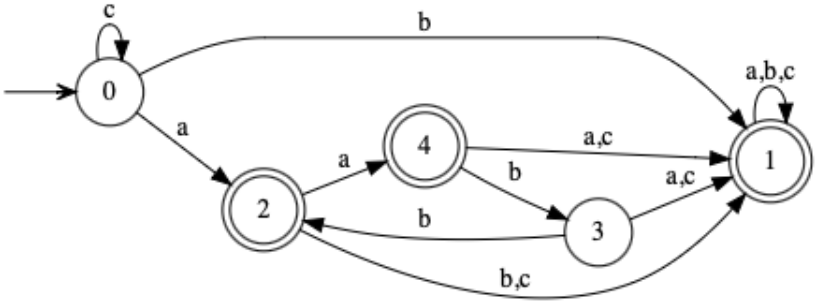
(-i-)



(-ii-)

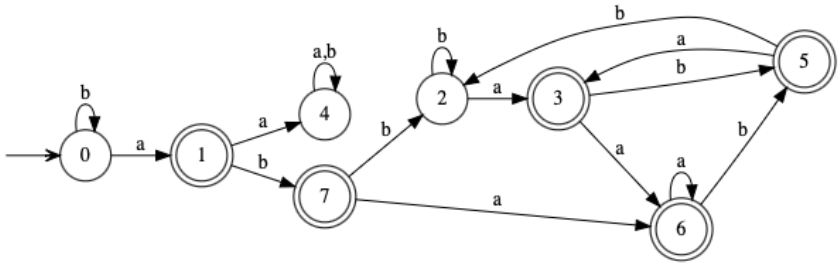


(-iii-)

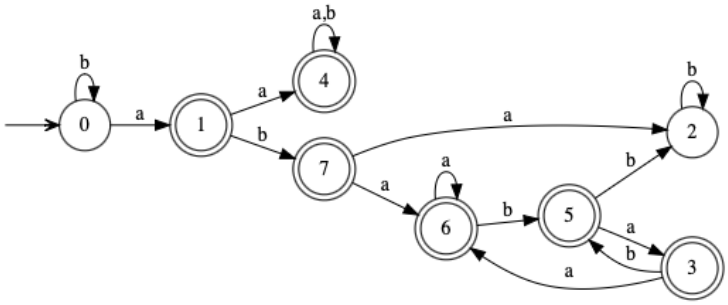


(-iv-)

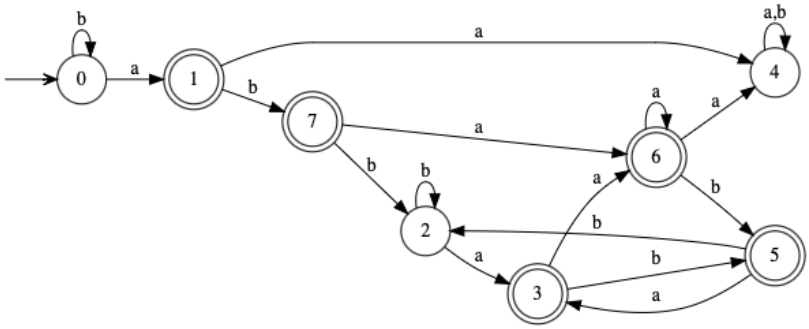
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



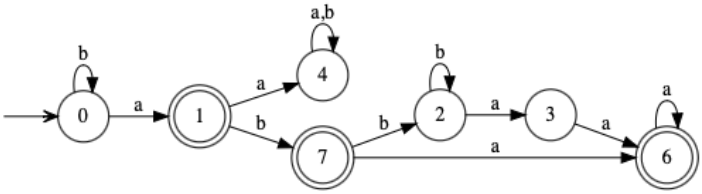
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+97/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ ■ c ■ e ■ g h i j

Question 3 : a b c d ■ f g h

Question 4 : a b ■ d e

Question 5 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 6 : ■ b c d e f

Question 7 : a ■ c ■ e ■ g h i

Question 8 : a b c ■ e f

Question 9 : a b c d e ■

Question 10 : a b ■ d e f

Question 11 : a ■ c d e f

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a ■ c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 20 états [■] 16 états [c] 32 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
[c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
[b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
[c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 6 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 32 états c 8 états d 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

b Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

e Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

f Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La longueur du mot vide est 1.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

e Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états b 6 états c 8 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

b Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

c Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

d Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

e Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

h Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- b la Figure 3-iv- c la Figure 3-ii- d la Figure 3-iii-

e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 1 ☐ b 5 ☐ c 7 ■ 4 ☐ e 6 ☐ f 2 ☐ g 0 ☐ h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

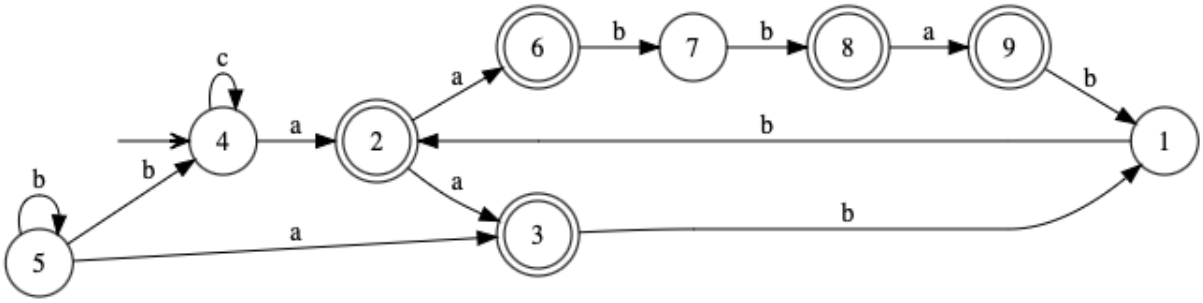
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

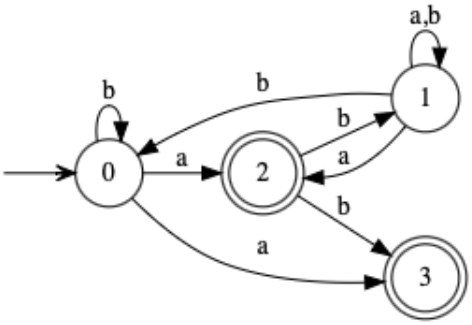
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

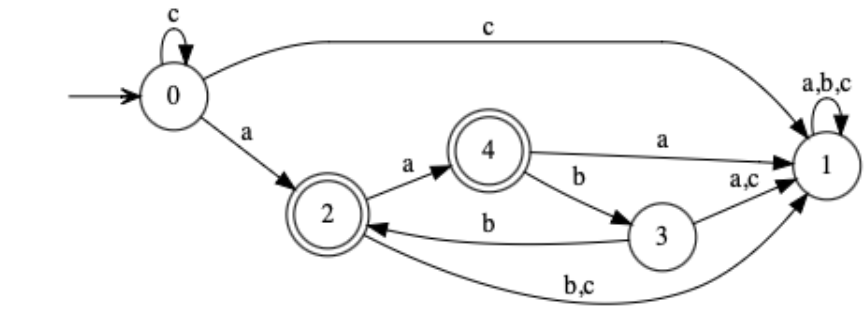


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

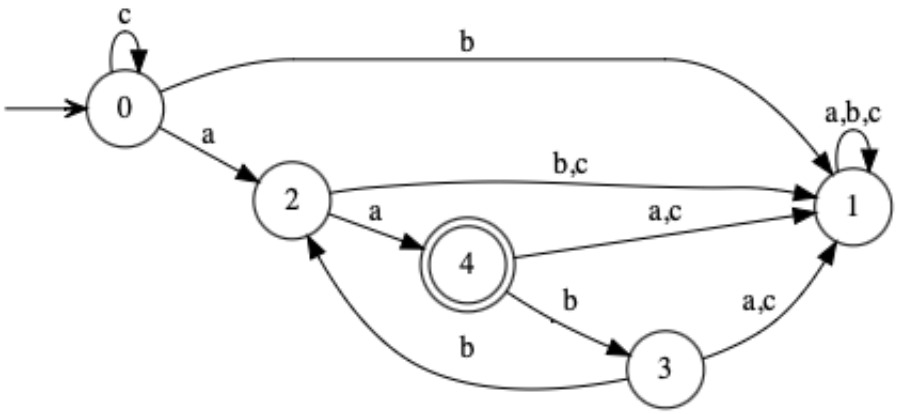


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

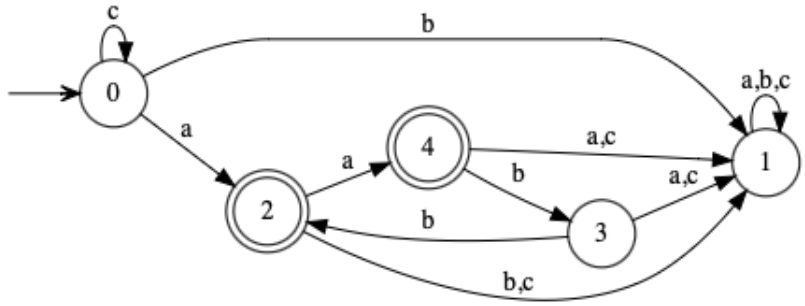
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



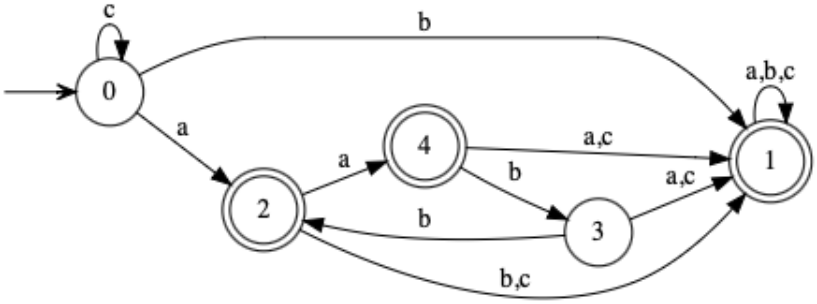
(-i-)



(-ii-)

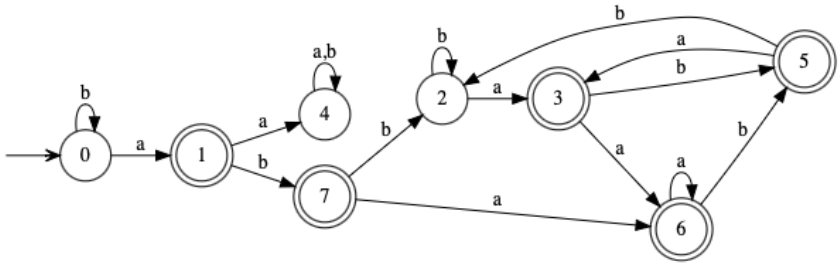


(-iii-)

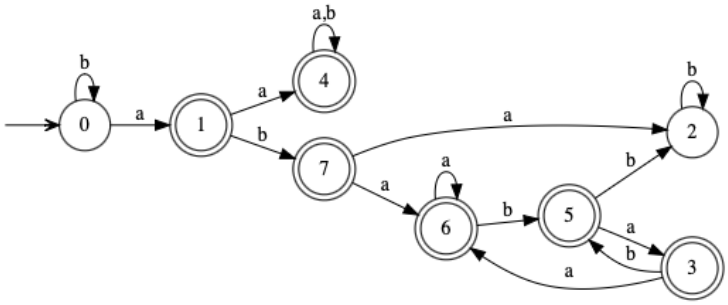


(-iv-)

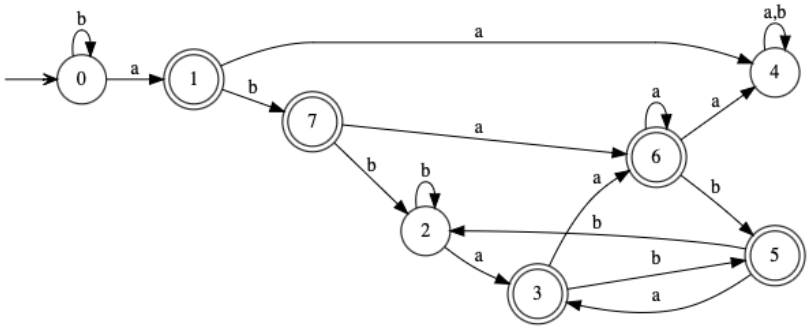
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



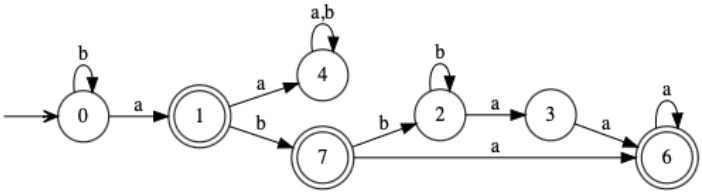
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e f

Question 3 : a b c ■ e f

Question 4 : ■ b c d e f

Question 5 : ■ b c d e

Question 6 : a b c d e ■

Question 7 : a b ■ ■ e f ■ ■ i j

Question 8 : a ■ c ■ e ■ g h i

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 11 : a b c d ■ f g h

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [d] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [f] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [g] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [■] 16 états [c] 20 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
[b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
[d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[■] La longueur du mot vide est 0.
[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
[c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
[d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
[e] La longueur du mot vide est 1.
[f] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 20 états [c] 8 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
[b] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
[c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[d] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
[e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[f] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
[g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[h] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
[i] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[j] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 2 états ■ 4 états d 6 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-ii-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- b la Figure 3-iv-

c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe d la Figure 3-iii-

e la Figure 3-ii- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 6 ☐ b 1 ☐ c 7 ☐ d 5 ☐ e 2 ■ 4 ☐ g 0 ☐ h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

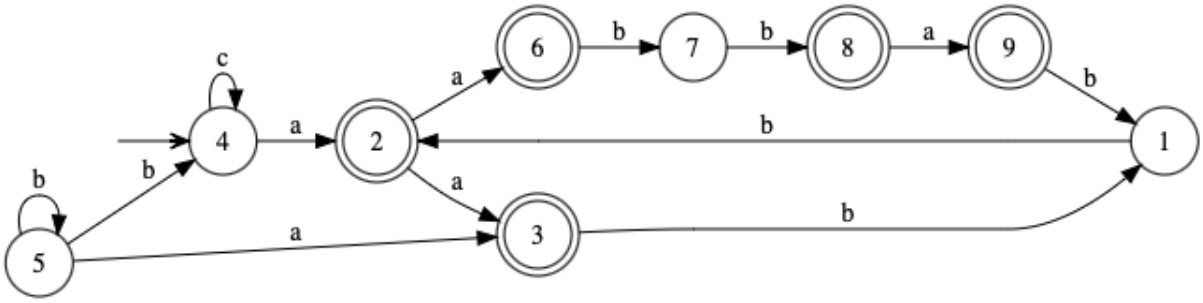
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

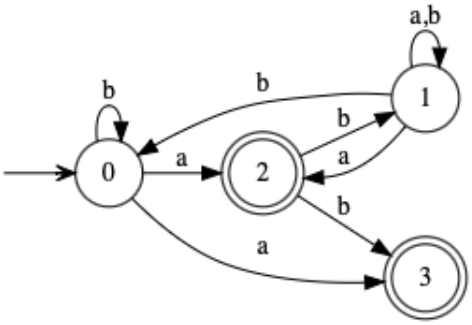
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

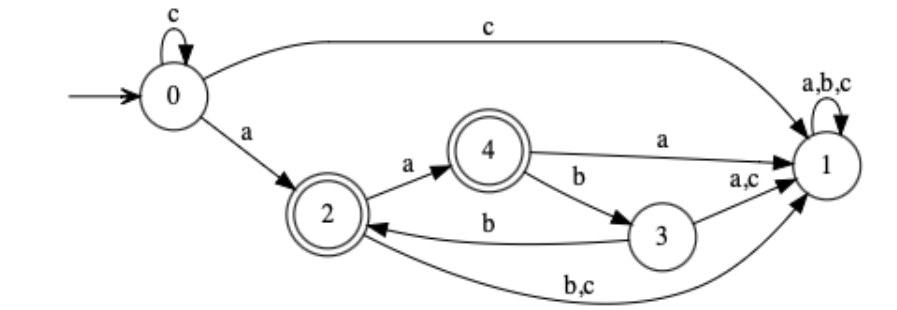


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

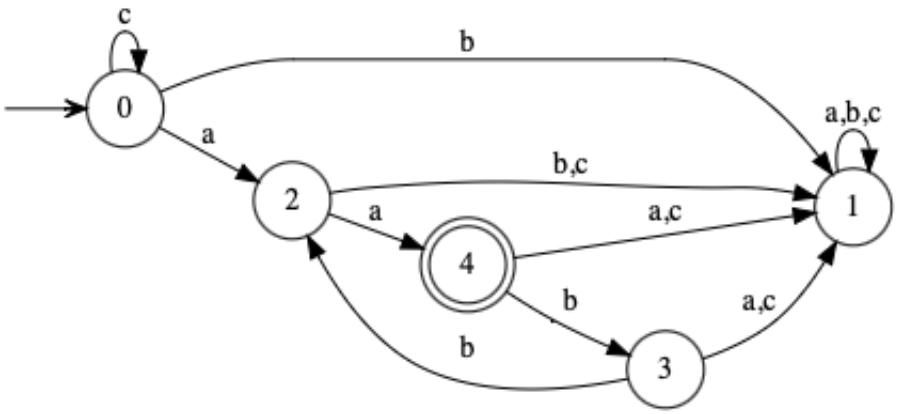


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

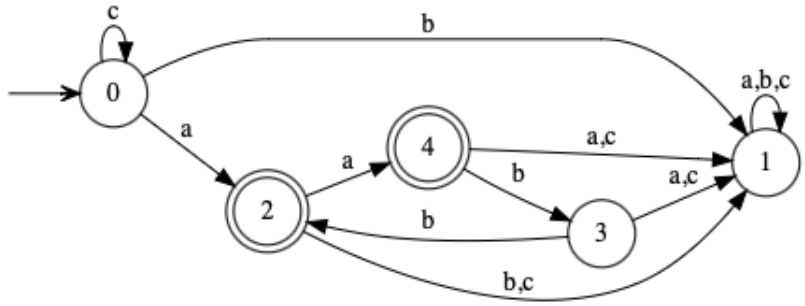
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



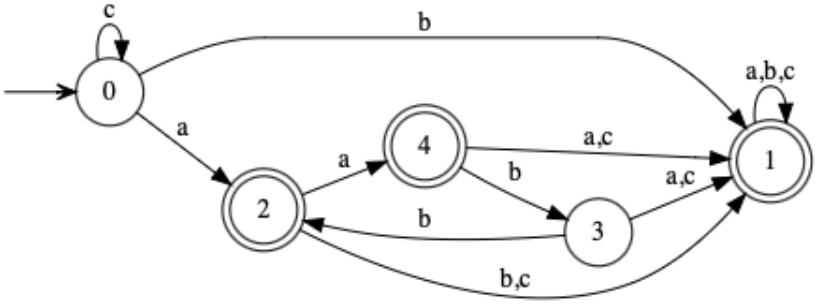
(-i-)



(-ii-)

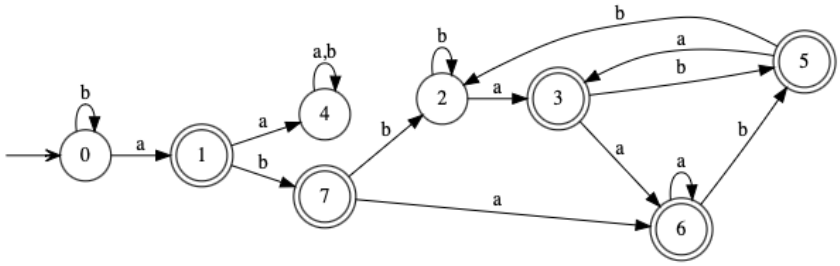


(-iii-)

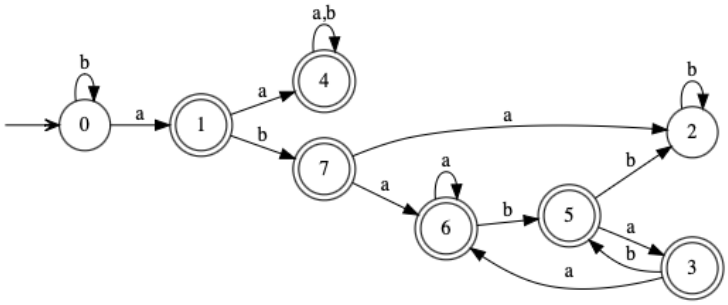


(-iv-)

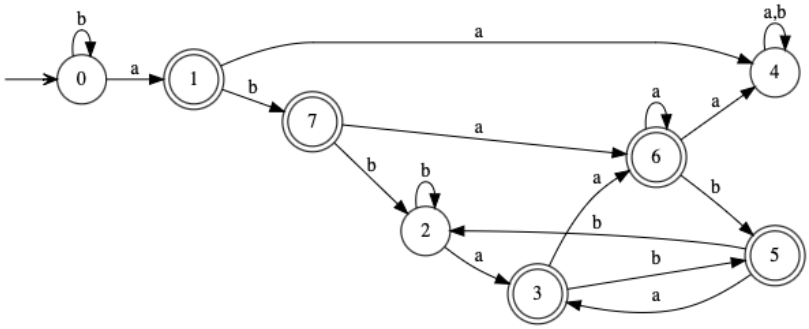
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



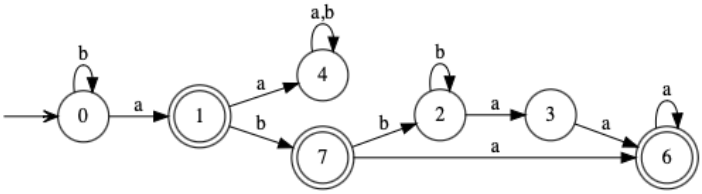
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+99/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ ■ d ■ f g ■ i j

Question 3 : a ■ c d e f

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : ■ ■ c d e f ■ h i

Question 6 : a b c d e ■

Question 7 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 8 : ■ b c d e

Question 9 : a b ■ d e f

Question 10 : a ■ c d e f g h

Question 11 : a b c ■ e f

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a b c d e ■ g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états ■ 16 états c 20 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La longueur du mot vide est 0.

b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

c La longueur du mot vide est 1.

d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

f Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 2 états c 6 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

b Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

d Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

e Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

c Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

g Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

i Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

j Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 11 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 32 états c 8 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- b la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i- d la Figure 3-ii-

e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 6 ■ 4 ☐ c 2 ☐ d 1 ☐ e 3 ☐ f 5 ☐ g 0 ☐ h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

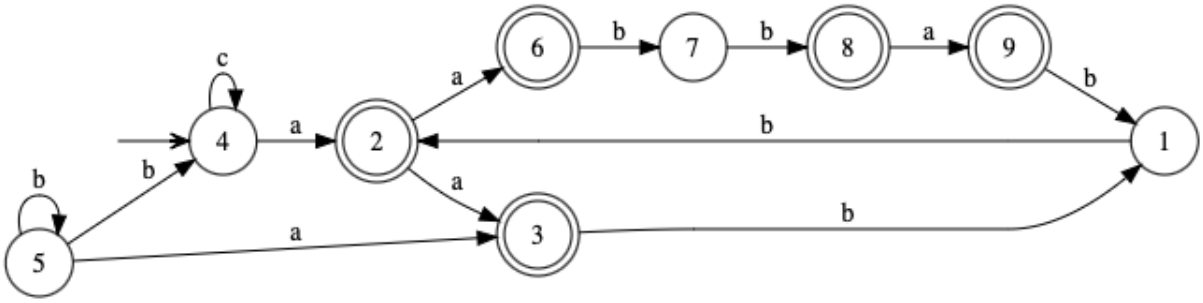
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

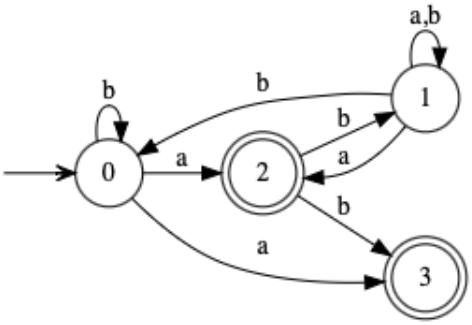
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

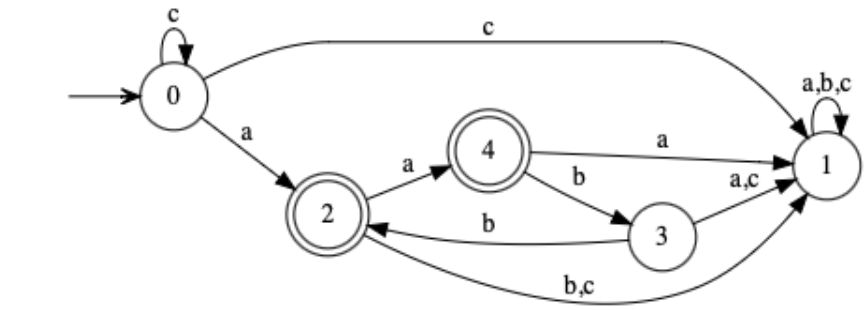


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

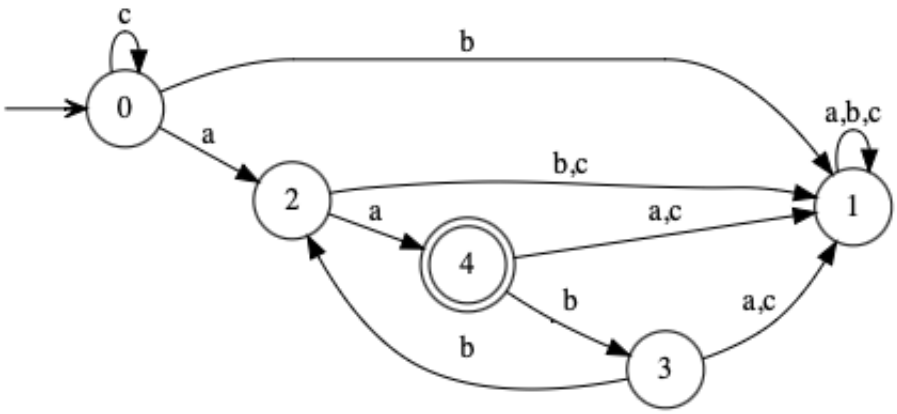


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

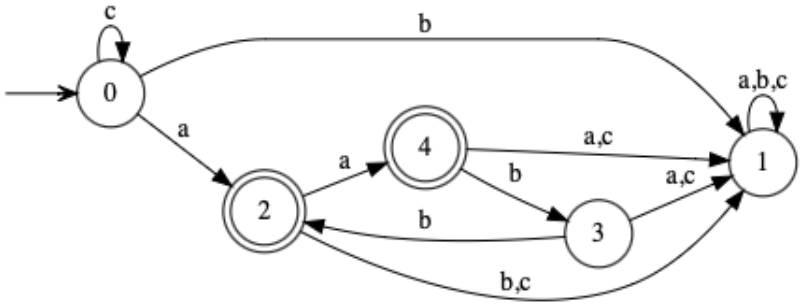
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



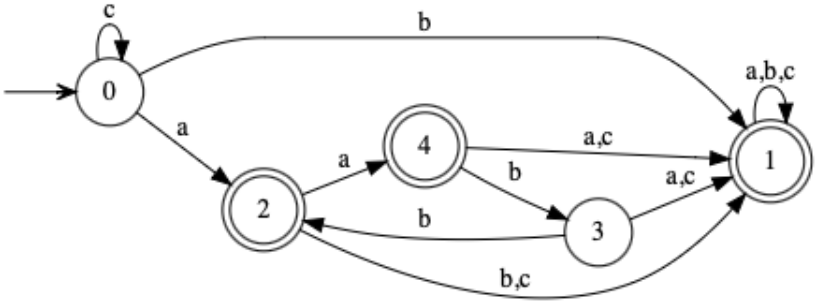
(-i-)



(-ii-)

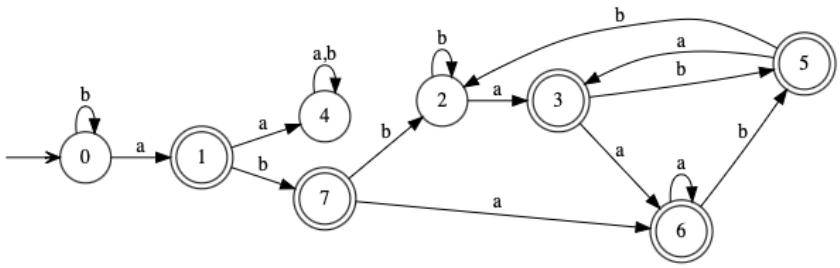


(-iii-)

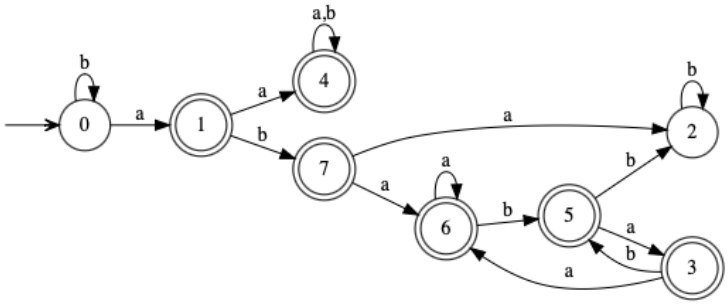


(-iv-)

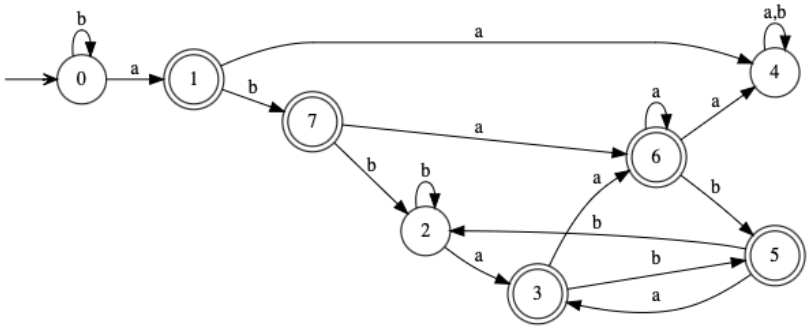
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



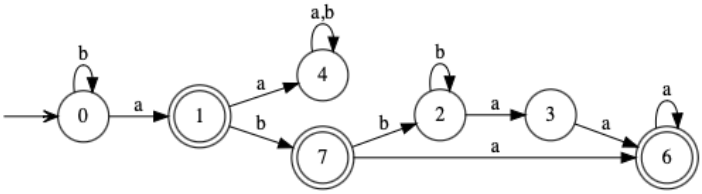
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+100/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f

Question 3 : a ■ c d e f

Question 4 : a b c ■ e f

Question 5 : a b c ■ e f g h

Question 6 : ■ b c d ■ f ■ h i

Question 7 : a b c ■ e f

Question 8 : ■ b c d e

Question 9 : a b ■ d e ■ ■ ■ i j

Question 10 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 11 : a b c d e ■

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a ■ c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 6 états [b] 8 états [■] 4 états [d] 2 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 32 états [c] 8 états [d] 20 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[c] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
[d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [b] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [h] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
[■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [c] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [d] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [f] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [g] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [j] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[c] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[■] La longueur du mot vide est 0.

[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

[c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

[d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

[e] La longueur du mot vide est 1.

[f] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[■] 16 états [b] 20 états [c] 32 états [d] 8 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[■] la Figure 2-iii-. [b] la Figure 2-iv-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

[c] la Figure 2-ii-. [d] la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iii- [b] la Figure 3-ii- [c] la Figure 3-iv-

[d] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [■] la Figure 3-i-

[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 6 ☐ b 3 ☐ c 2 ☐ d 1 ☐ e 5 ■ 4 ☐ g 7 ☐ h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

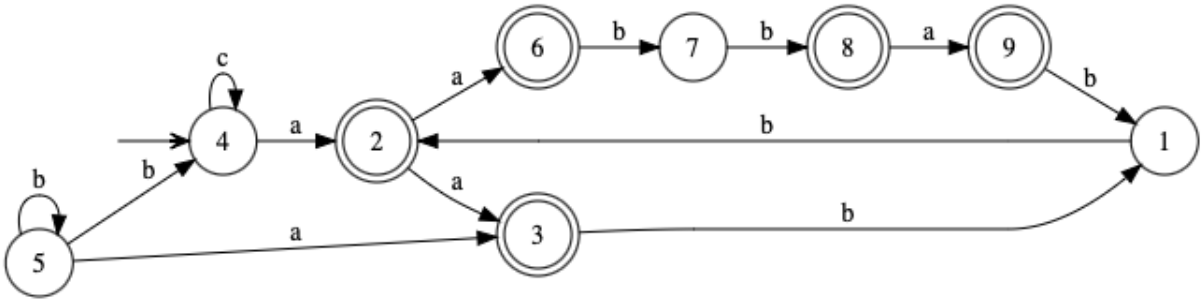
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

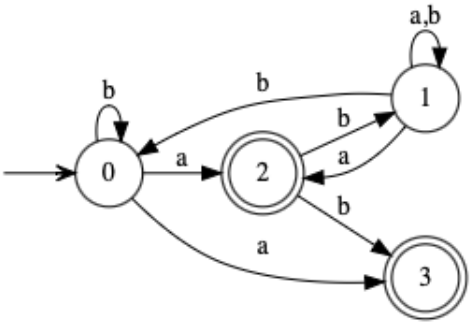
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

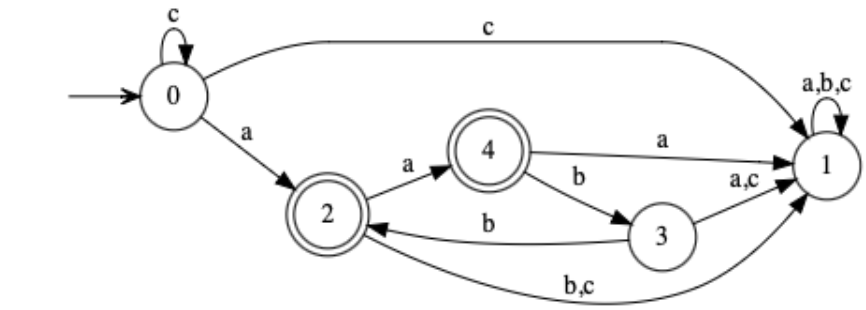


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

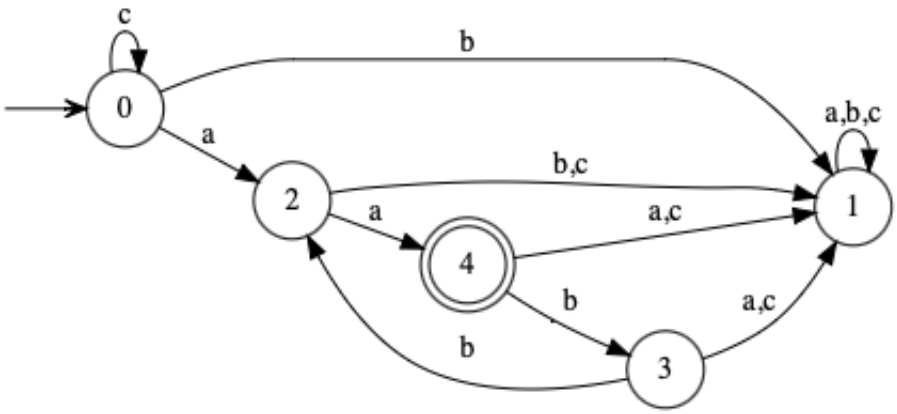


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

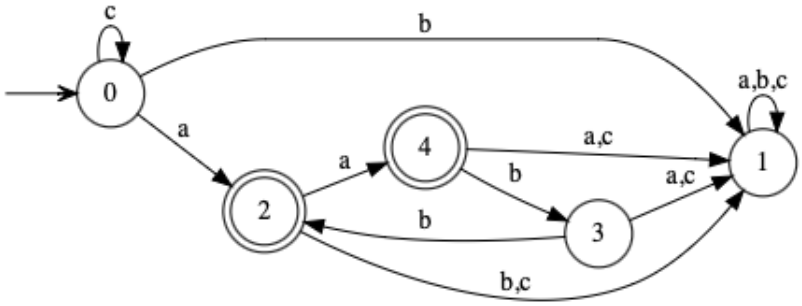
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



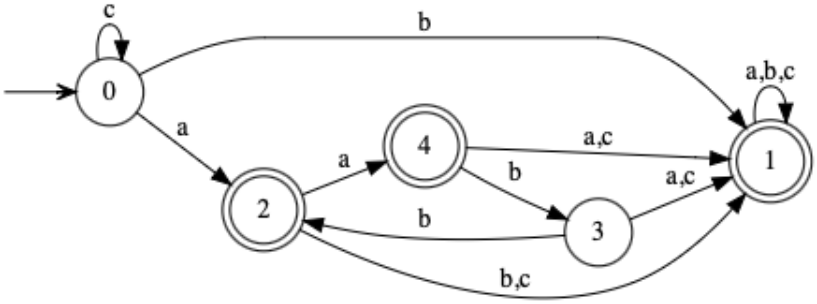
(-i-)



(-ii-)

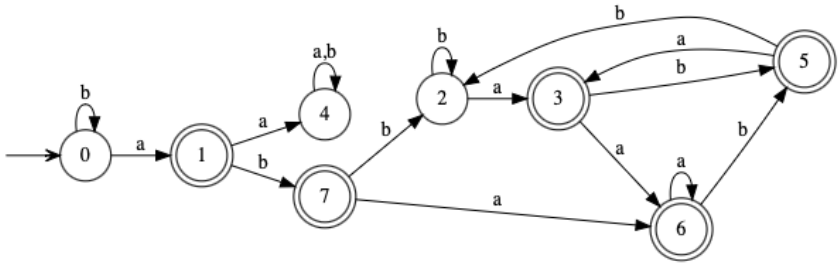


(-iii-)

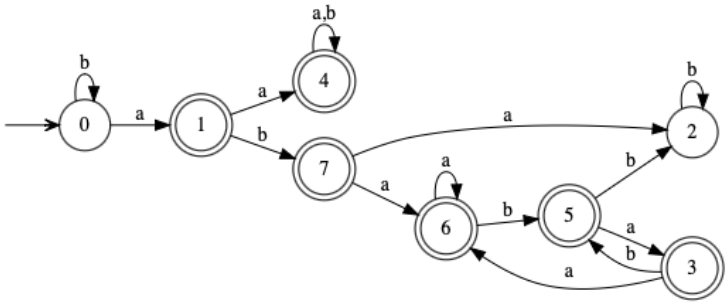


(-iv-)

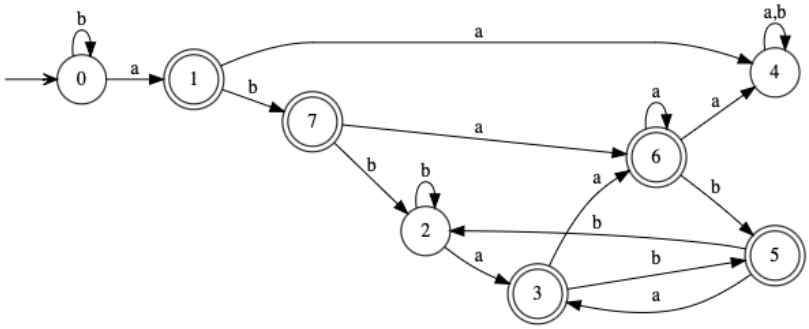
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



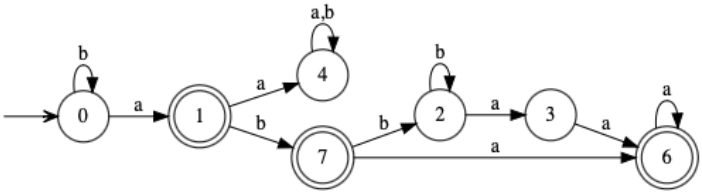
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+101/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e f

Question 3 : a b c d e ■

Question 4 : ■ b c d e f

Question 5 : a b ■ d ■ ■ ■ h i j

Question 6 : ■ b c d e

Question 7 : a b c ■ e f g h

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : ■ ■ c d e f ■ h i

Question 11 : ■ b c d e f

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d e ■ g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 20 états ■ [b] 16 états [c] 32 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
[b] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
[c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[d] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
[e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[g] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
[h] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
[i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[j] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [f] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [g] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [h] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [b] La longueur du mot vide est 1.
- [c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [f] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 32 états [c] 20 états [d] 8 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [■] 4 états [c] 2 états [d] 6 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

[b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

[c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-i-. [b] la Figure 2-iv-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-ii-. [■] la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iii- [b] la Figure 3-ii- [■] la Figure 3-i-

[d] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [e] la Figure 3-iv-

[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 1 ■ 4 ☐ c 2 ☐ d 7 ☐ e 0 ☐ f 3 ☐ g 5 ☐ h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

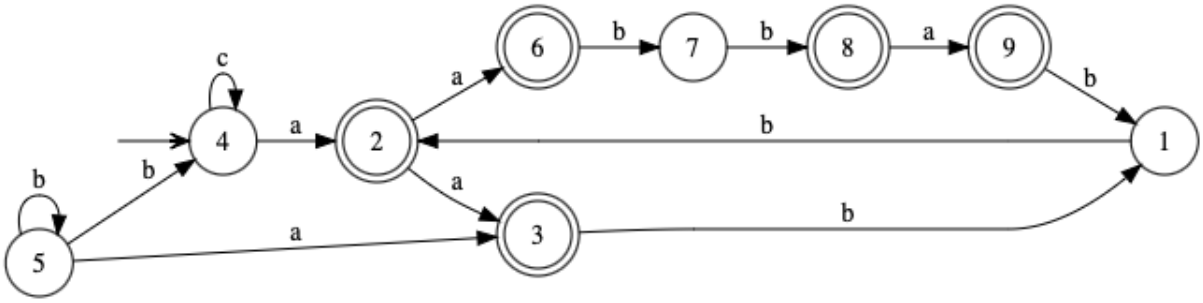
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

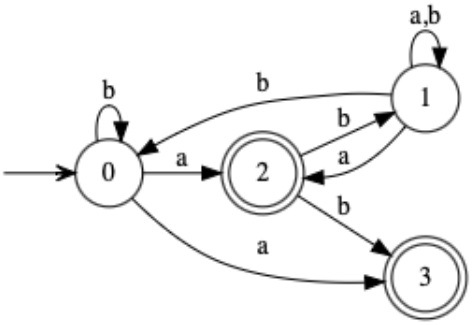
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

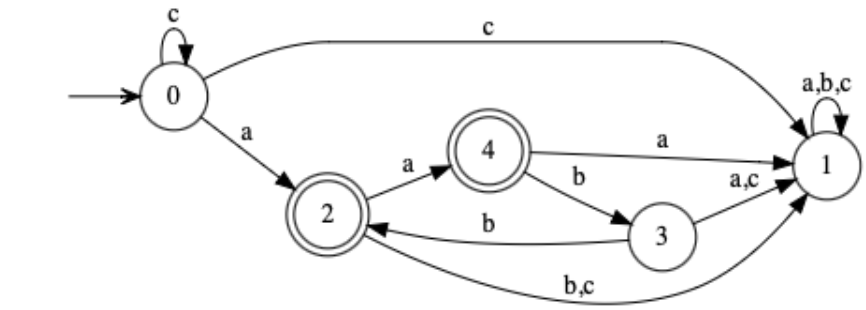


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

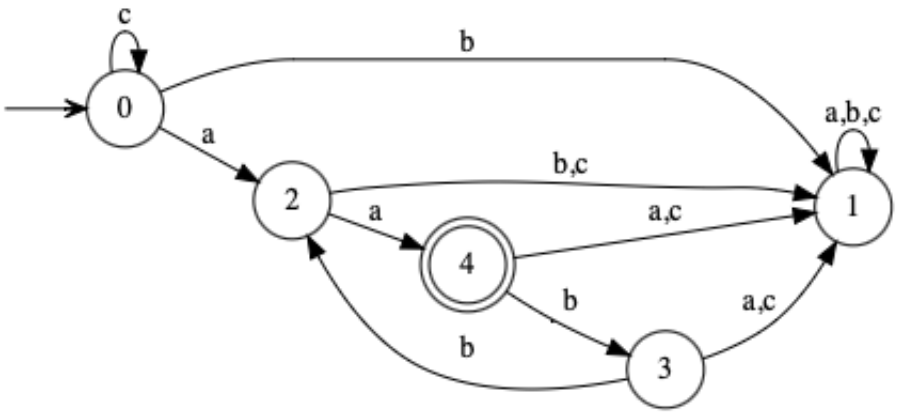


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

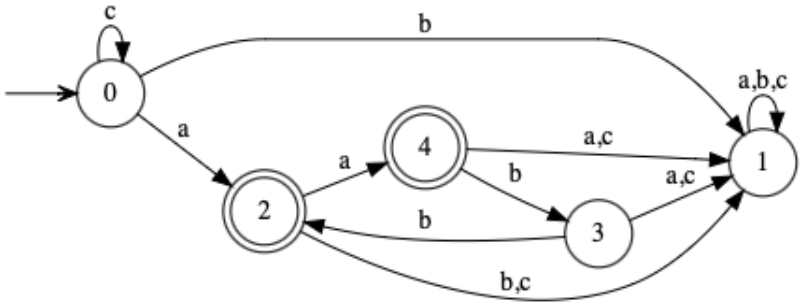
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



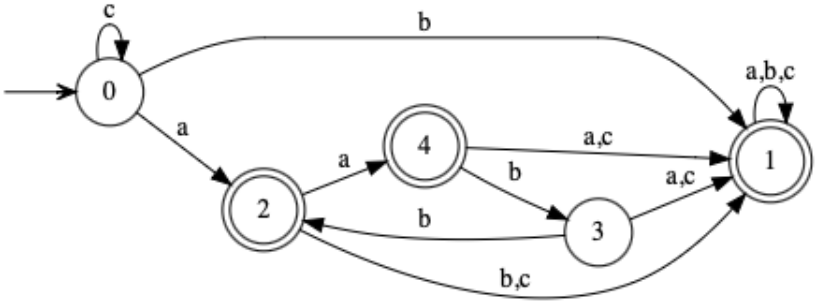
(-i-)



(-ii-)

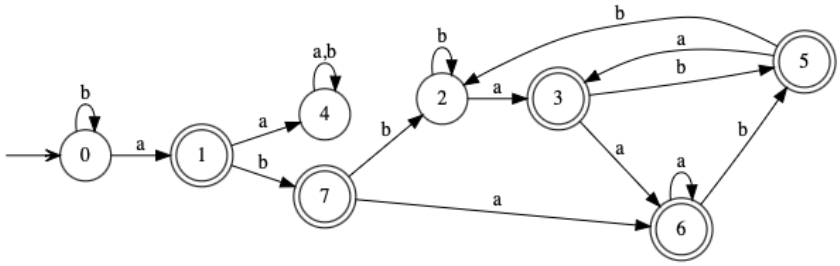


(-iii-)

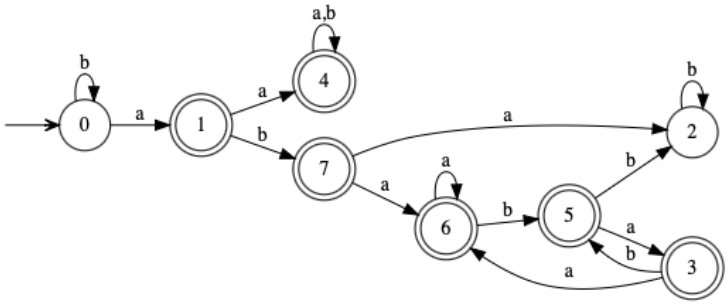


(-iv-)

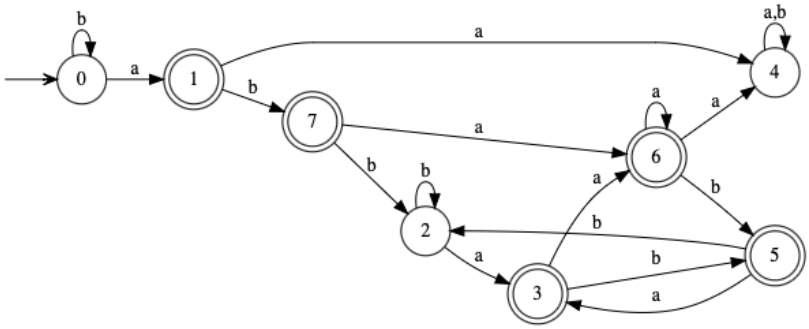
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



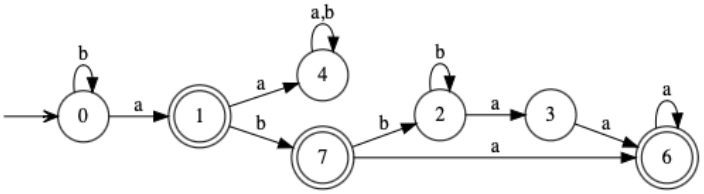
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+102/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e f

Question 3 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 4 : a b ■ d e

Question 5 : a ■ ■ ■ ■ f g h i j

Question 6 : a b c ■ ■ f ■ h i

Question 7 : a b c d e ■

Question 8 : a ■ c d e f

Question 9 : a b ■ d e f g h

Question 10 : a ■ c d e f

Question 11 : a b c ■ e f

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a ■ c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [c] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [d] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [e] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [g] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [i] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [j] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 2 états ■ 4 états d 6 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 8 états c 16 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

d La longueur du mot vide est 1.

e Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

b Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

e Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

f Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

g Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états b 20 états c 8 états ■ 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-iv-

c la Figure 3-iii- d la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 3 ■ 4 ☐ c 2 ☐ d 1 ☐ e 5 ☐ f 0 ☐ g 6 ☐ h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

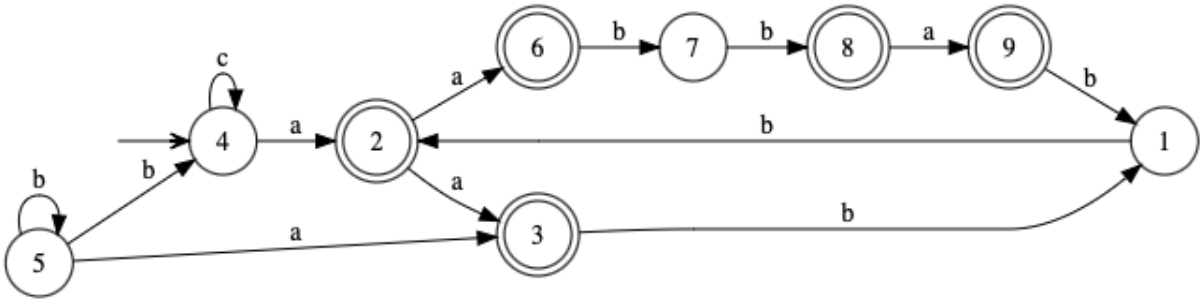
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

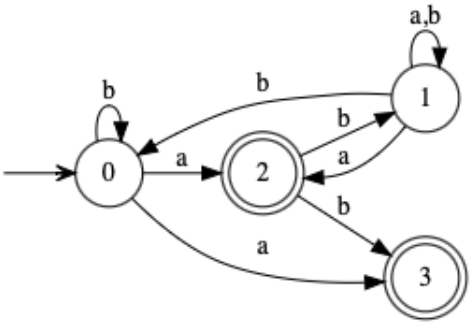
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

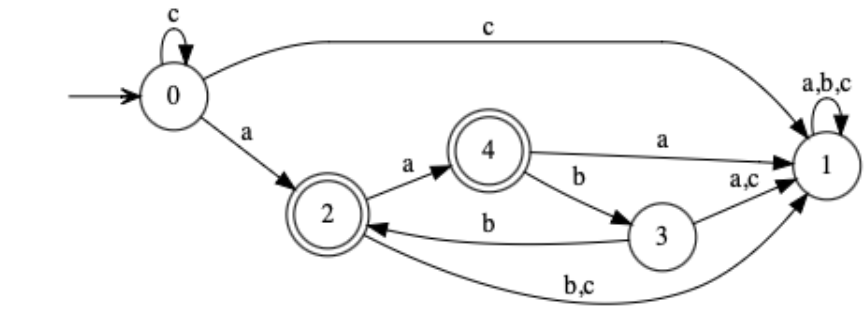


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

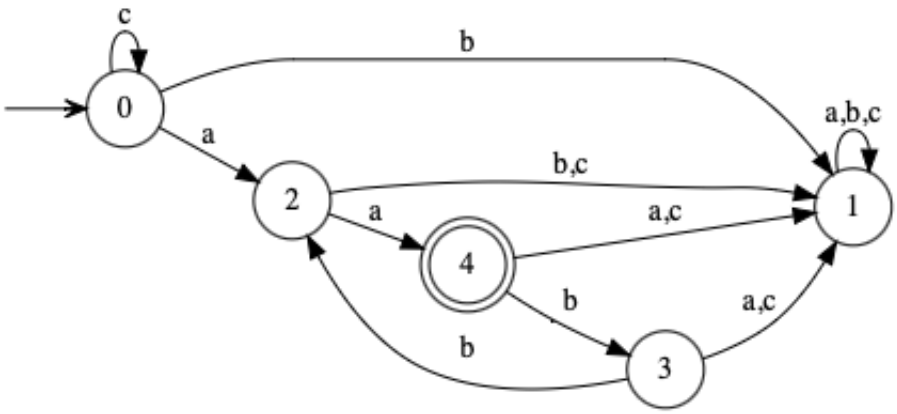


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

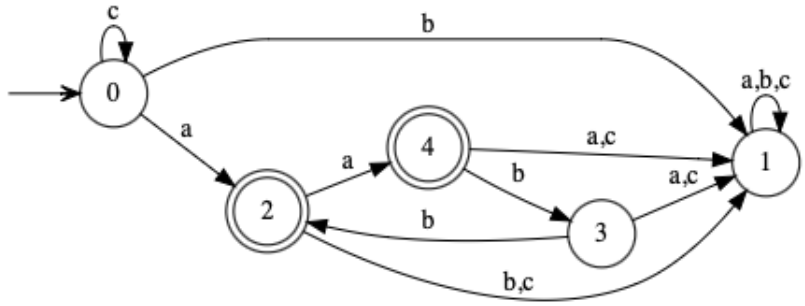
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



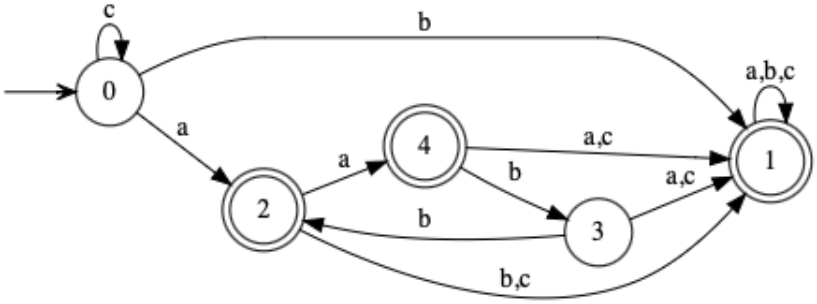
(-i-)



(-ii-)

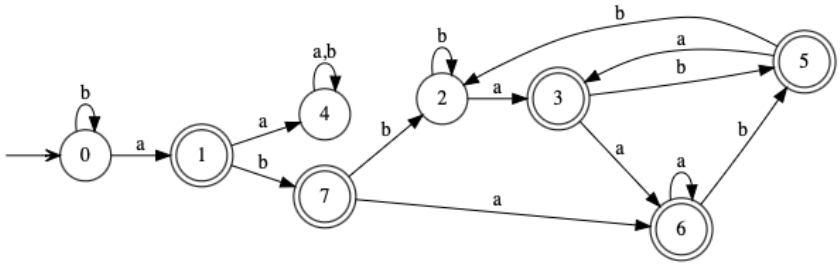


(-iii-)

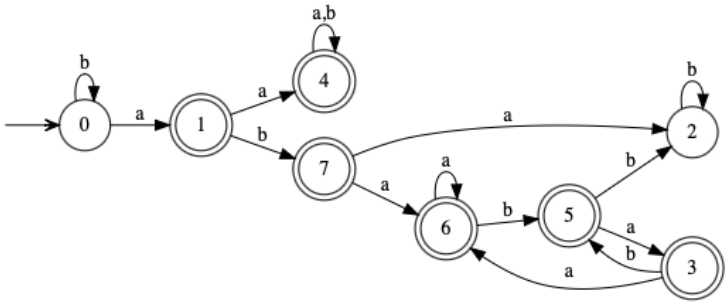


(-iv-)

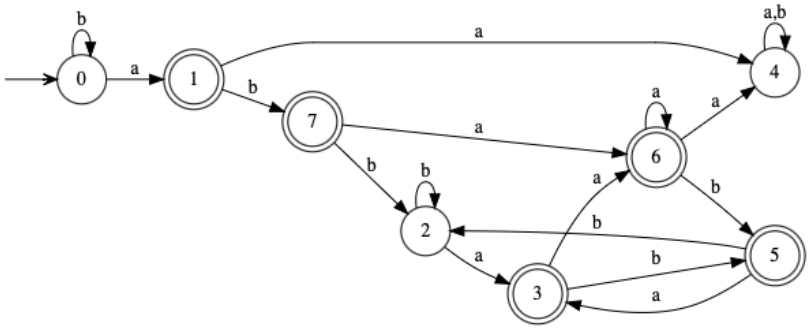
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



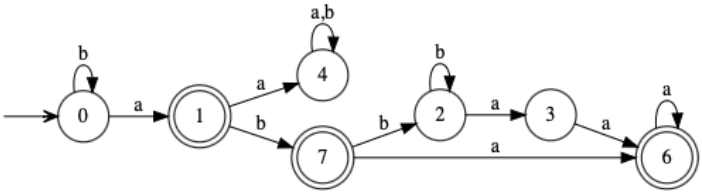
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+103/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 3 : a ■ c d e f

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : a b c d e ■

Question 6 : a b ■ d e ■ ■ h i

Question 7 : a b c ■ e f g h

Question 8 : ■ b ■ ■ e f g ■ i j

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : a ■ c d e f

Question 11 : a ■ c d e

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a ■ c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [b] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [f] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 8 états c 20 états d 32 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
b Les langages dénotés par A et B sont identiques.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
c Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
e Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
f Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
g Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
h Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
j Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
c Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
d Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 8 états b 20 états c 16 états d 32 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
d La longueur du mot vide est 1.
e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
f Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
■ La longueur du mot vide est 0.
h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 11 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 6 états c 8 états d 2 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-ii-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-ii-
■ la Figure 3-i- d la Figure 3-iv- e la Figure 3-iii-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 5 ☐ b 6 ☐ c 7 ☐ d 2 ☐ e 0 ■ 4 ☐ g 1 ☐ h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

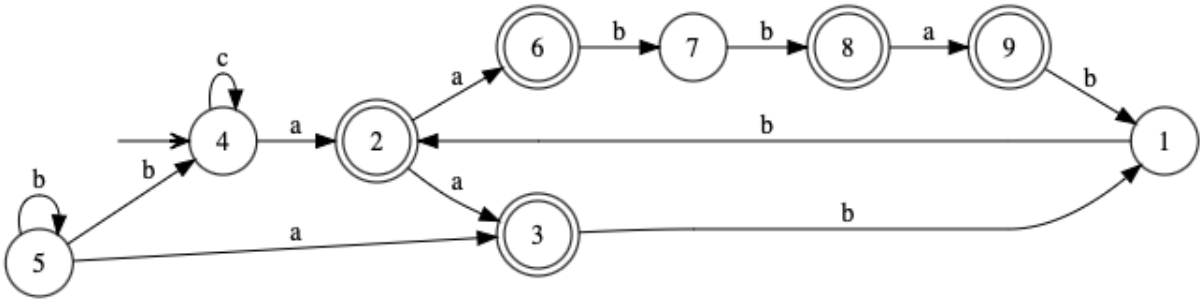
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

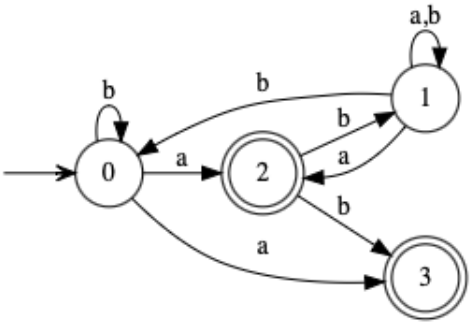
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

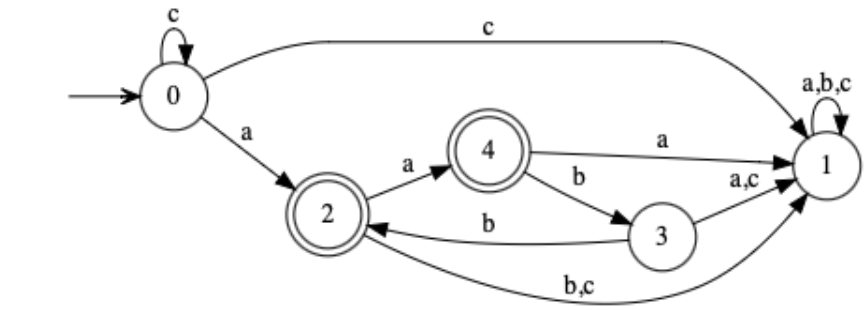


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

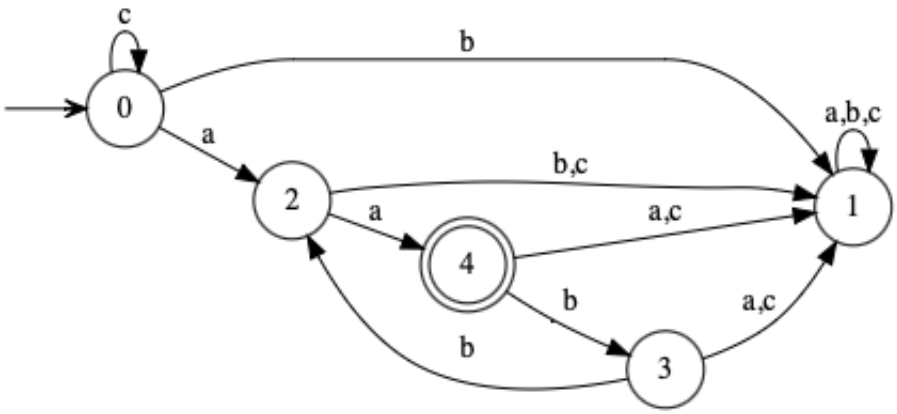


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

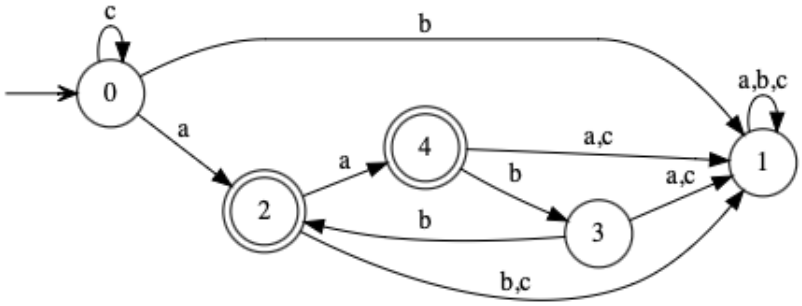
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



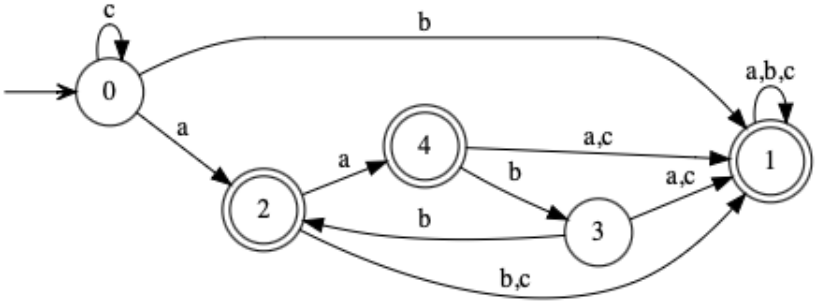
(-i-)



(-ii-)

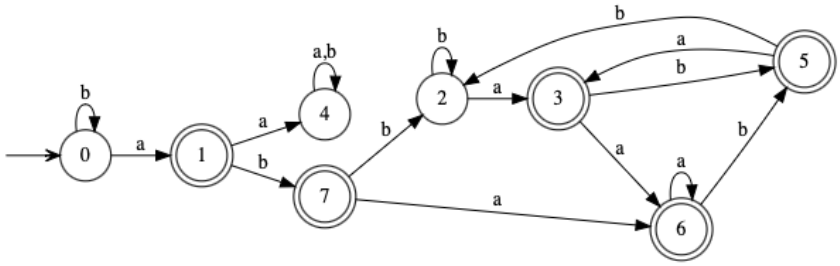


(-iii-)

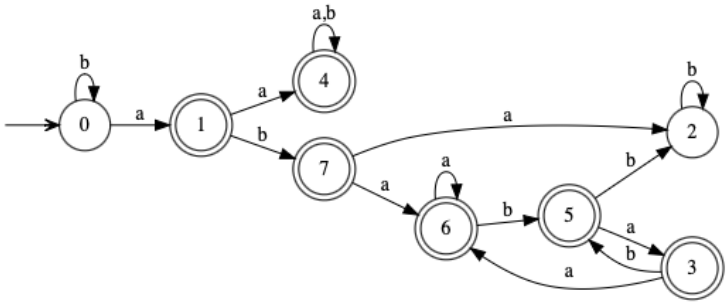


(-iv-)

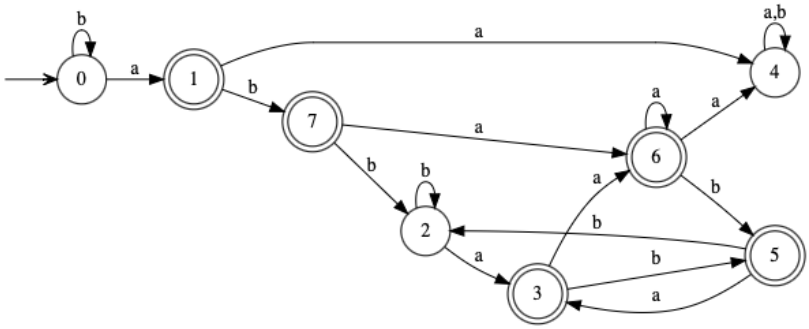
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



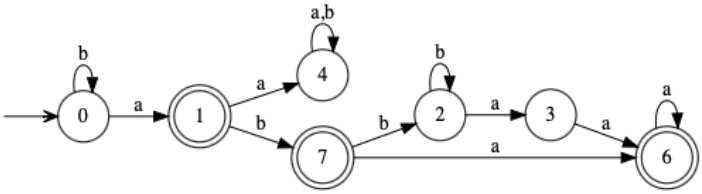
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+104/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d ■ f ■ ■ i j

Question 3 : ■ b c d e f

Question 4 : a b c ■ e f g h

Question 5 : a b ■ d e f

Question 6 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 7 : a ■ c d e f

Question 8 : a b c d e ■

Question 9 : a b ■ d e

Question 10 : a ■ ■ d e f ■ h i

Question 11 : ■ b c d e f

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b c d e ■ g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 6 états [b] 2 états [■] 4 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
[c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[c] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[d] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[f] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[g] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[b] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[b] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

[c] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

[d] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

[e] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

[f] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[i] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

[j] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

[b] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

[c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

[e] La longueur du mot vide est 1.

[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

[■] La longueur du mot vide est 0.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 20 états [c] 8 états [■] 16 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

[■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 8 états [c] 20 états [d] 32 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-iv-. [b] la Figure 2-i-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

[■] la Figure 2-iii-. [d] la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [■] la Figure 3-i-

[c] la Figure 3-ii- [d] la Figure 3-iii- [e] la Figure 3-iv-

[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 2 ☐ b 5 ☐ c 0 ■ 4 ☐ e 1 ☐ f 7 ☐ g 3 ☐ h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

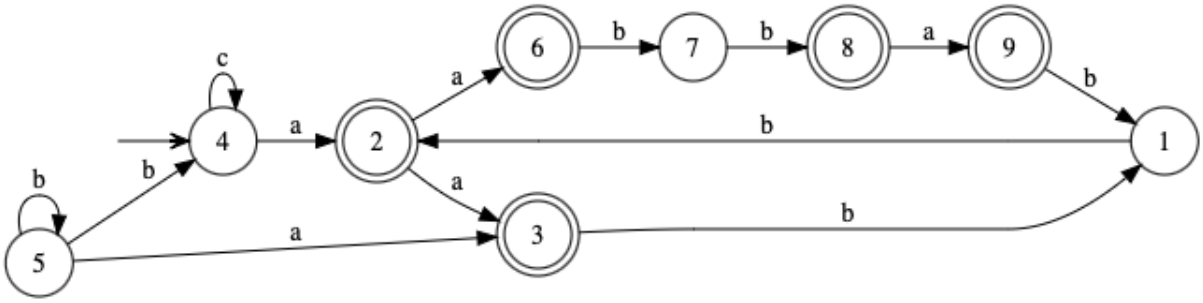
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

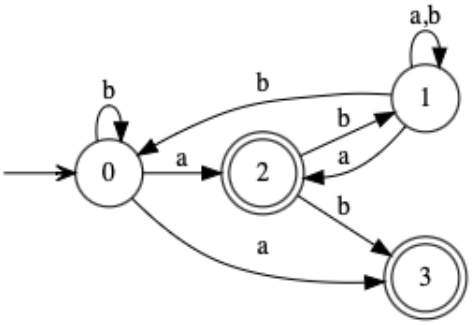
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

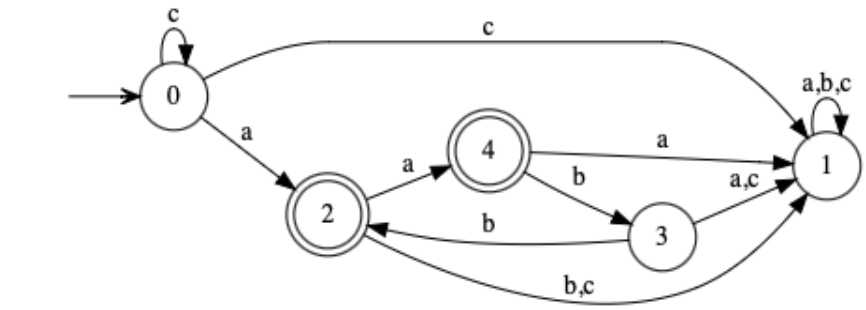


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

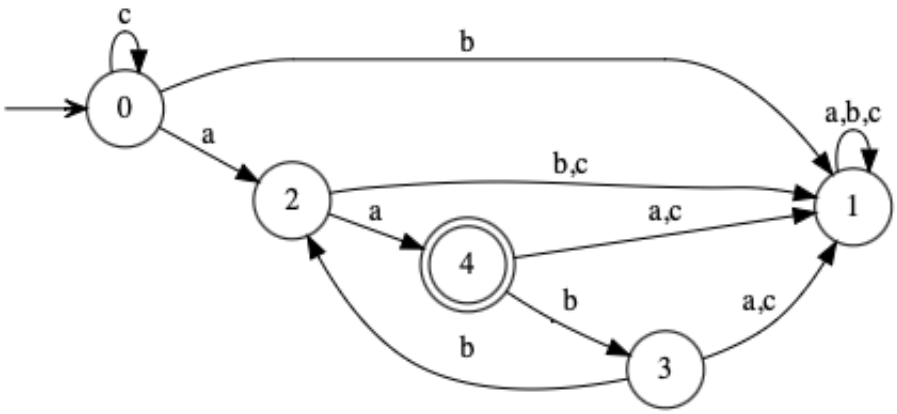


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

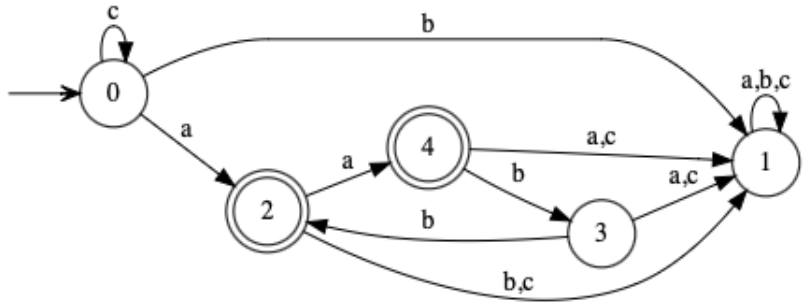
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



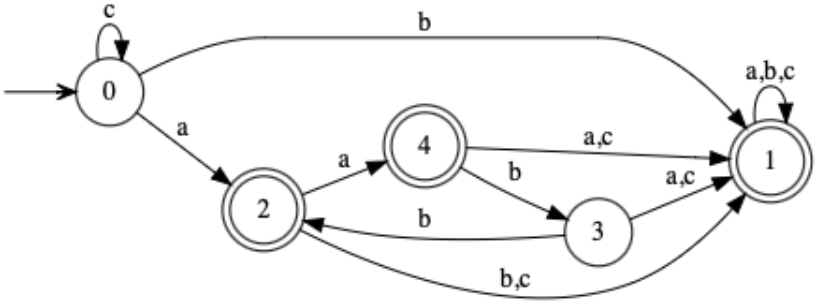
(-i-)



(-ii-)

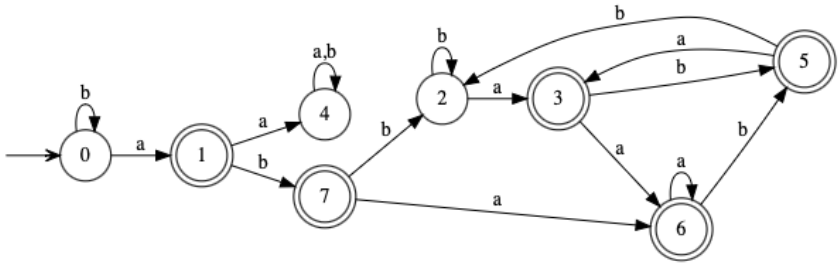


(-iii-)

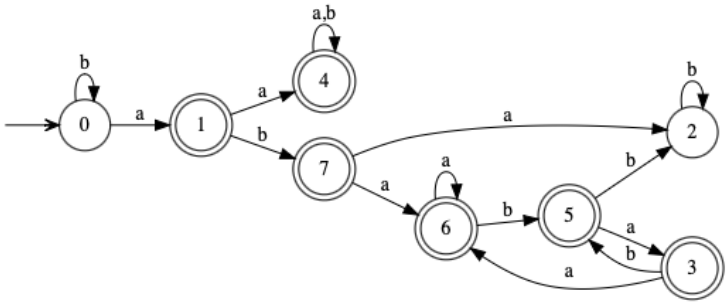


(-iv-)

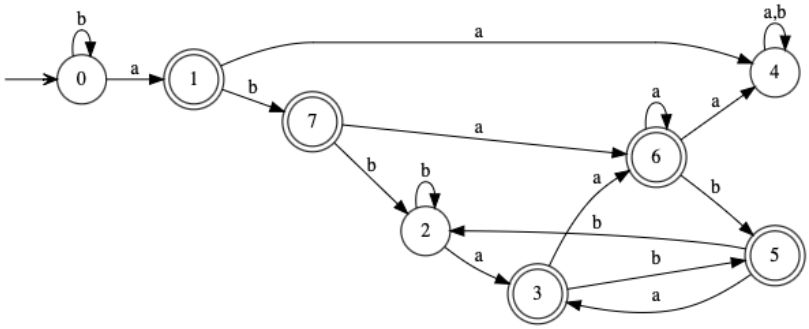
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



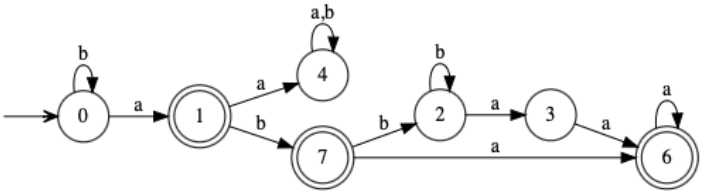
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+105/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e f

Question 3 : a ■ c d e

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : ■ ■ c d ■ f g ■ i j

Question 6 : a b c ■ e f

Question 7 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 8 : a b c ■ e ■ ■ h i

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : a b c ■ e f g h

Question 11 : a b c d e ■

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [b] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [c] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [d] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [f] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [h] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [i] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [j] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[c] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[d] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[f] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[g] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

[d] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

[c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

[d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 8 états [c] 32 états [■] 16 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 8 états [c] 16 états [d] 20 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
[b] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
[d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
[■] La longueur du mot vide est 0.
[g] La longueur du mot vide est 1.
[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 2 états [b] 6 états [c] 8 états [■] 4 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-iv-. [b] la Figure 2-i-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-ii-. [■] la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iii- [b] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
[c] la Figure 3-iv- [d] la Figure 3-ii- [■] la Figure 3-i-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 7 ☐ b 1 ☐ c 2 ☐ d 3 ■ 4 ☐ f 5 ☐ g 0 ☐ h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

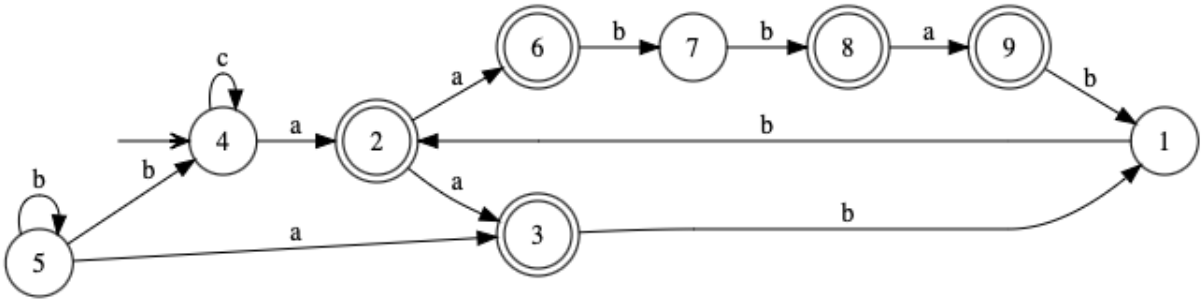
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

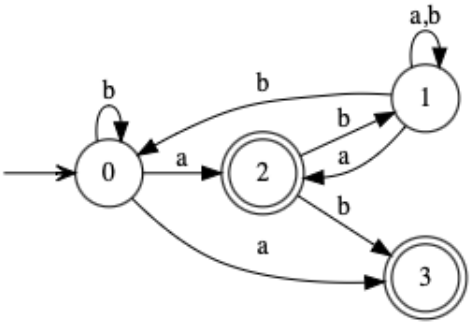
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

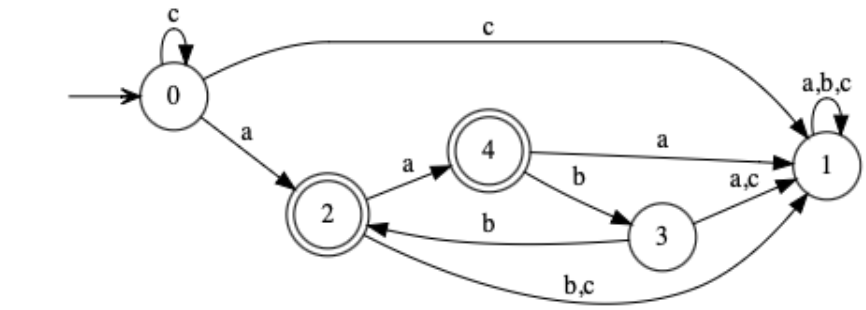


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

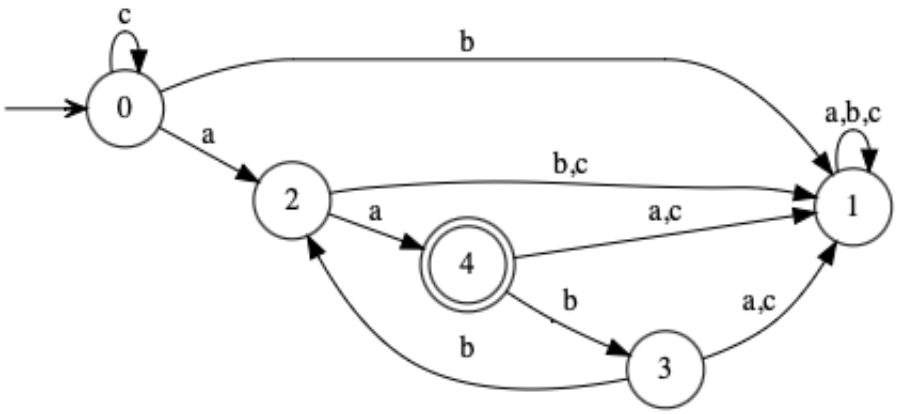


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

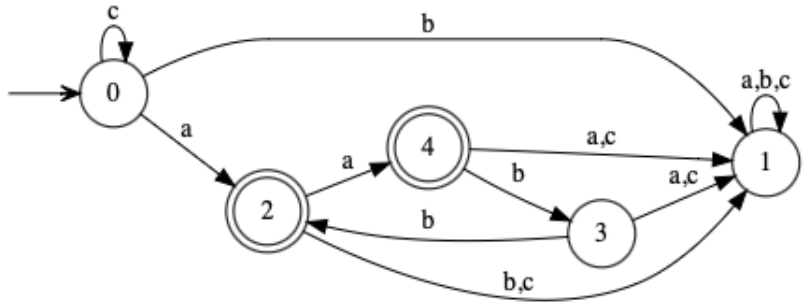
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



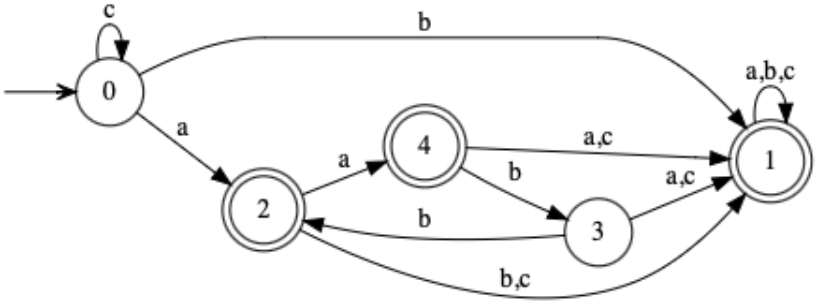
(-i-)



(-ii-)

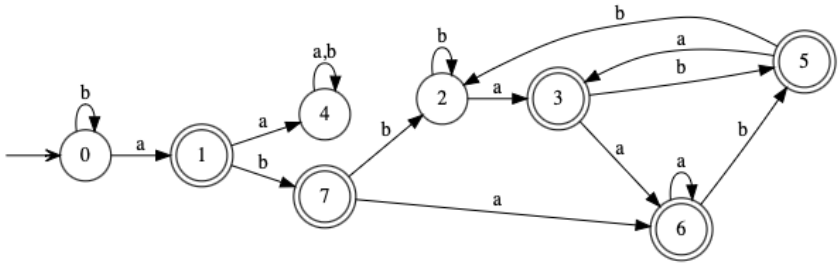


(-iii-)

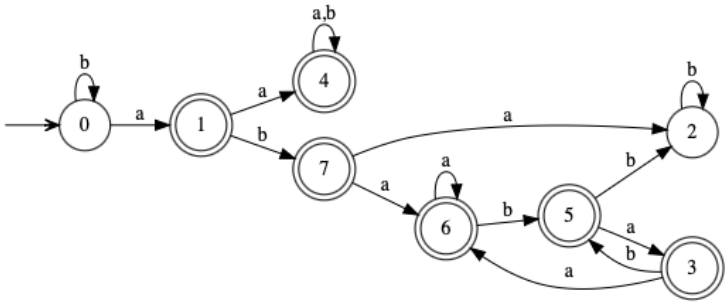


(-iv-)

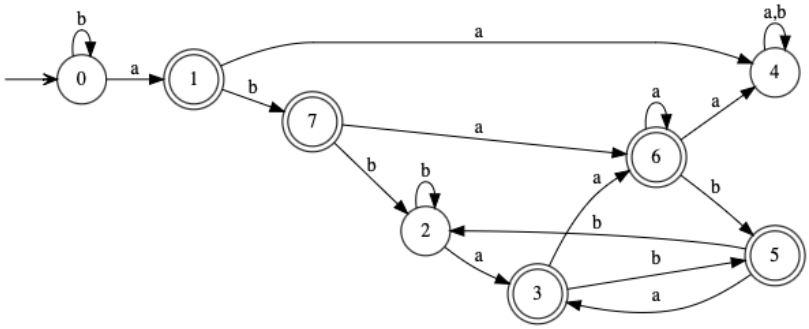
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



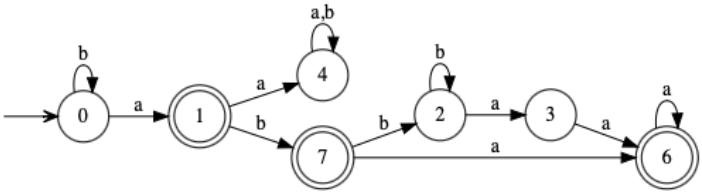
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+106/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f

Question 3 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 4 : ■ ■ c d ■ f g ■ i j

Question 5 : a ■ c d e

Question 6 : a b ■ d e f g h

Question 7 : ■ b c d e f

Question 8 : a b c ■ e f

Question 9 : a b c d e ■

Question 10 : a b ■ d ■ ■ g h i

Question 11 : a b c ■ e f

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [b] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [c] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [d] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [g] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [h] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [i] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[c] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 16 états [c] 8 états [d] 32 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] La longueur du mot vide est 1.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

[c] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

[d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

[e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[a] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[c] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[f] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[g] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 32 états c 20 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états b 8 états ■ 4 états d 2 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 3-ii-

c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe d la Figure 3-iv-

■ la Figure 3-i- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 2 ■ 4 ☐ c 3 ☐ d 7 ☐ e 0 ☐ f 5 ☐ g 1 ☐ h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

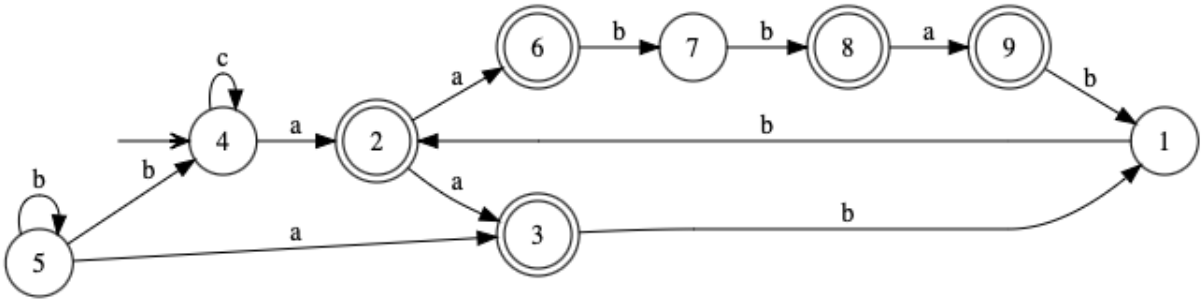
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

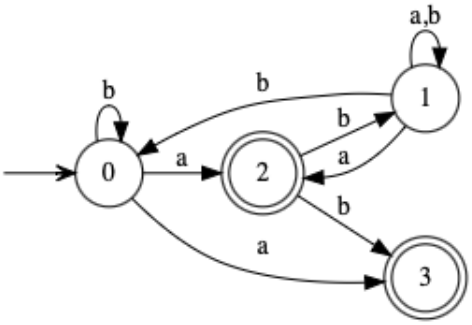
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

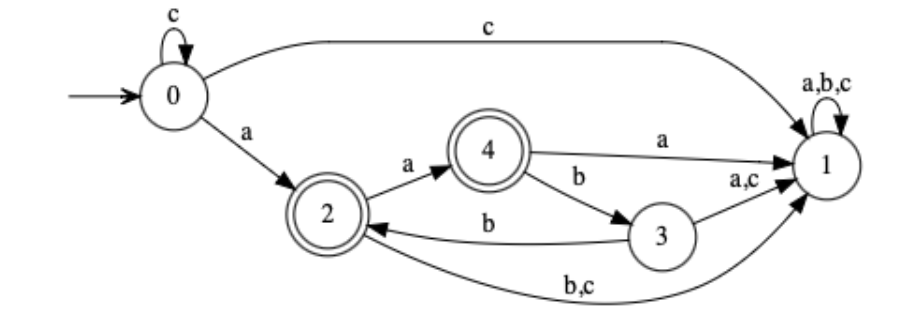


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

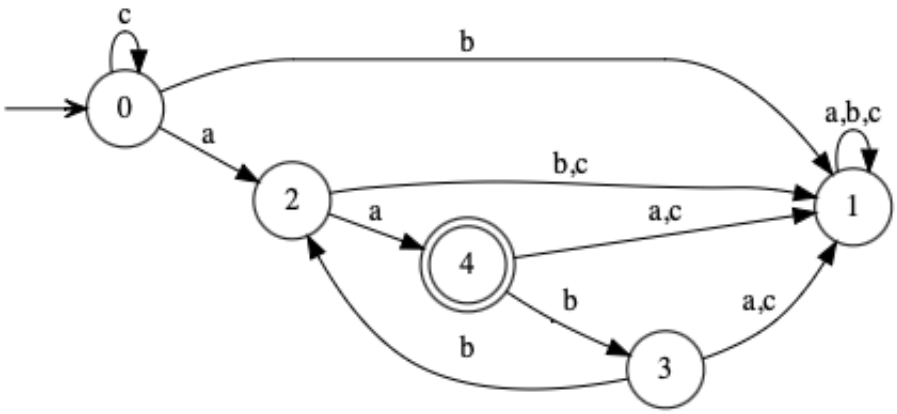


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

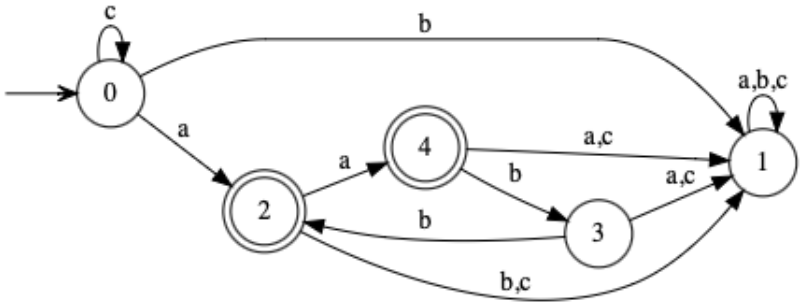
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



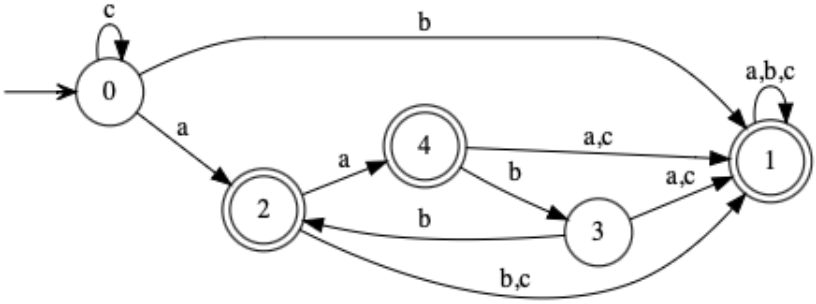
(-i-)



(-ii-)

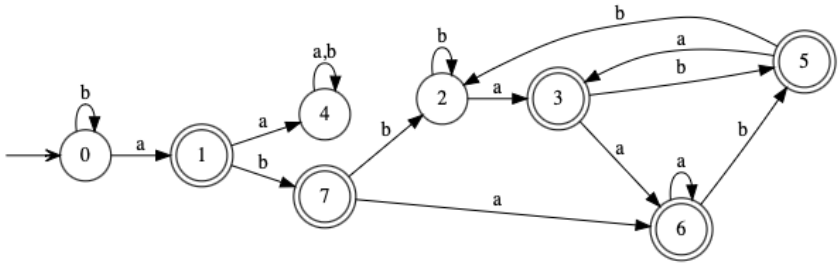


(-iii-)

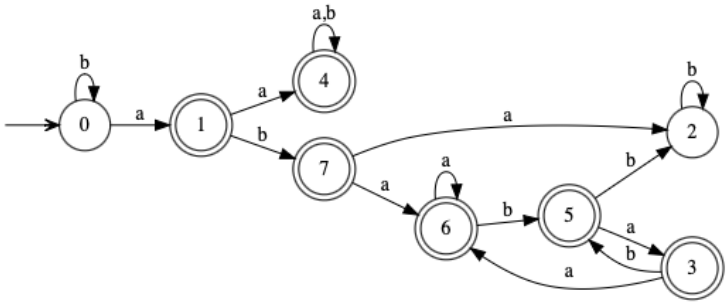


(-iv-)

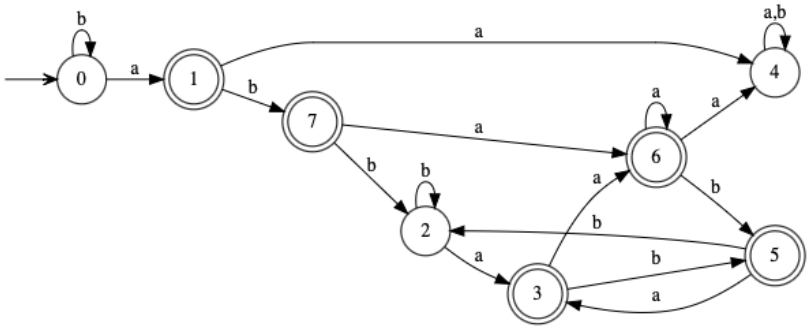
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



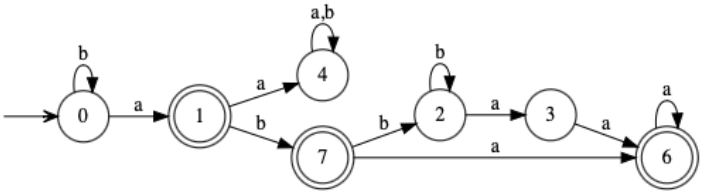
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+107/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e

Question 3 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 4 : a ■ c d e f

Question 5 : a b c d e ■

Question 6 : a ■ c d e ■ ■ h i

Question 7 : a ■ c ■ ■ f g ■ i j

Question 8 : ■ b c d e f g h

Question 9 : ■ b c d e f

Question 10 : a b ■ d e f

Question 11 : ■ b c d e f

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a ■ c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab ■ *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [f] La longueur du mot vide est 1.
- [g] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [b] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [d] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [e] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états b 20 états ■ 16 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont identiques.

c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états b 8 états ■ 4 états d 6 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

b Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

d Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

e Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

f Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 10 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 8 états b 16 états c 32 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 3-ii- c la Figure 3-iv-
d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 6 b 2 c 5 d 3 e 7 ■ 4 g 1 h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

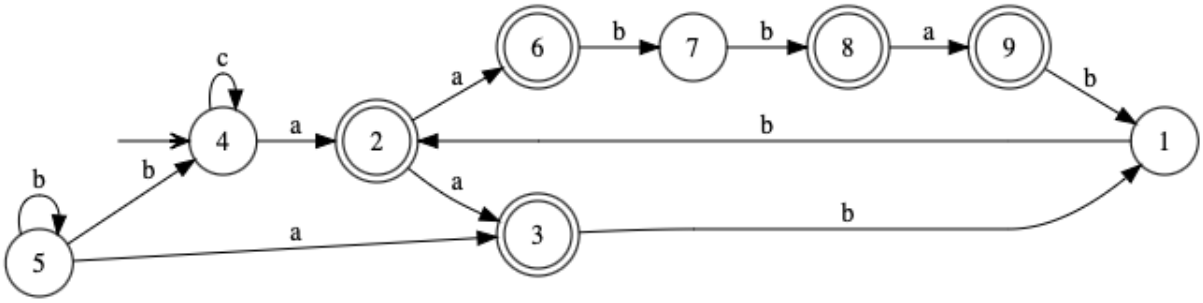
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

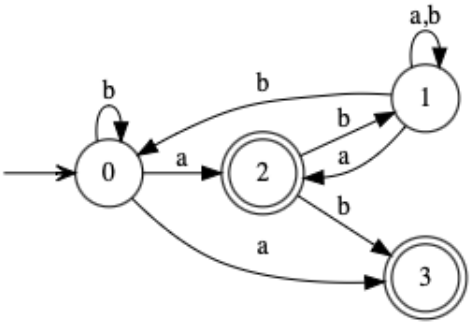
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

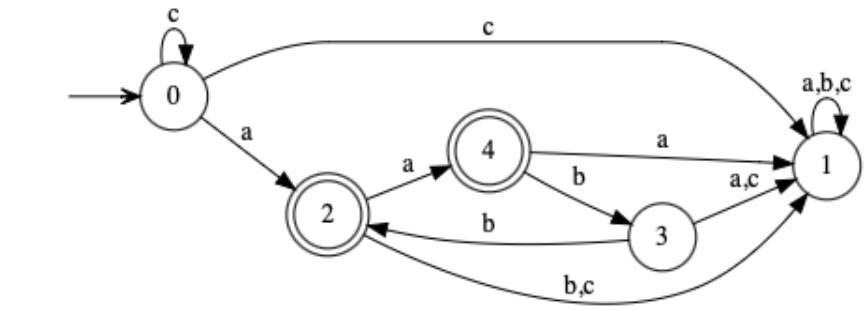


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

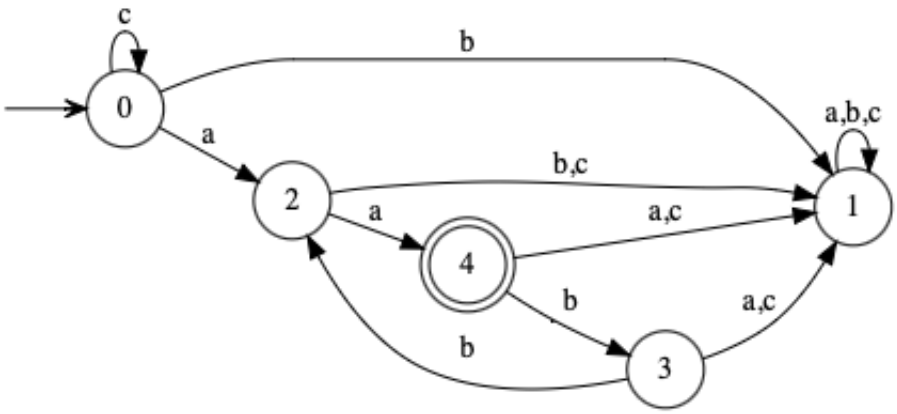


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

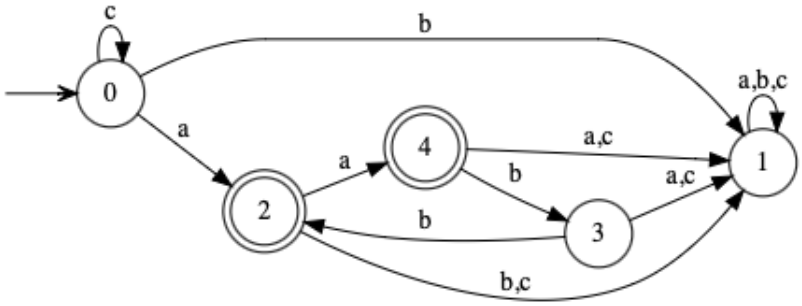
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



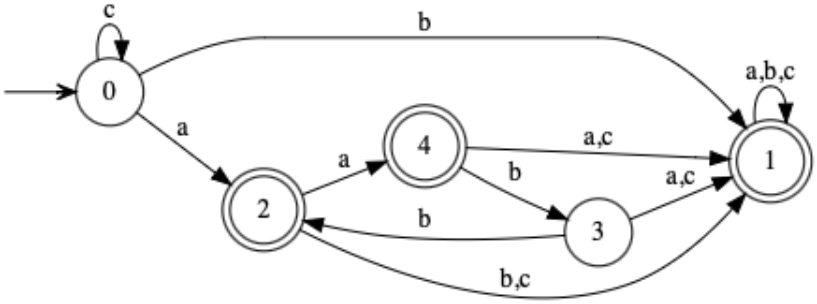
(-i-)



(-ii-)

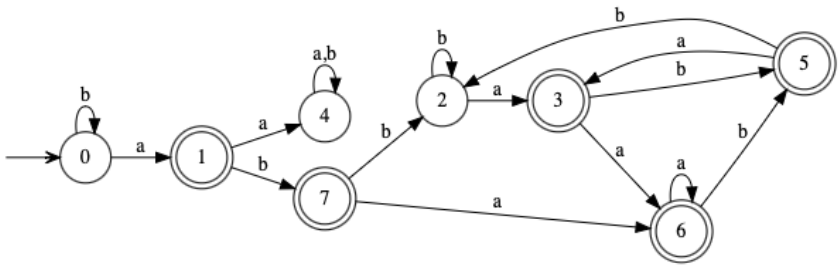


(-iii-)

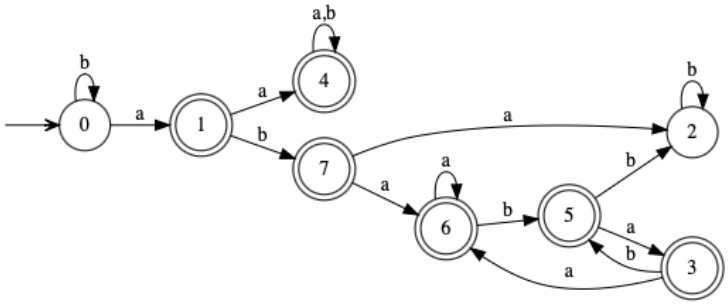


(-iv-)

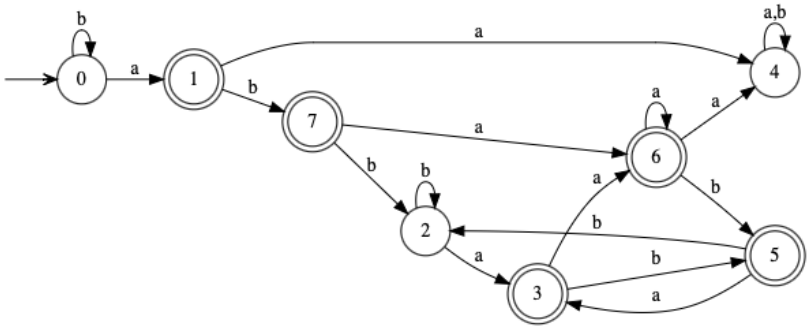
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



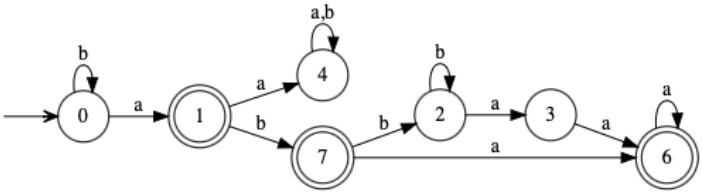
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+108/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ ■ ■ e f g h i

Question 3 : a b ■ d e ■ ■ ■ i j

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : ■ b c d e f

Question 6 : ■ b c d e f g h

Question 7 : a b ■ d e f

Question 8 : a ■ c d e

Question 9 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 10 : a b c d e ■

Question 11 : a b ■ d e f

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d e ■ g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [c] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [d] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [e] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [g] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 8 états c 20 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

b Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

c Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

d Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

e Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [g] La longueur du mot vide est 1.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 2 états [■] 4 états [c] 6 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[■] 16 états [b] 32 états [c] 20 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
[■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-ii-. [b] la Figure 2-iv-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[■] la Figure 2-iii-. [d] la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- [b] la Figure 3-iii- [c] la Figure 3-ii-
[d] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [e] la Figure 3-iv-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

[a] 7 ■ 4 [c] 6 [d] 3 [e] 1 [f] 0 [g] 2 [h] 5

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

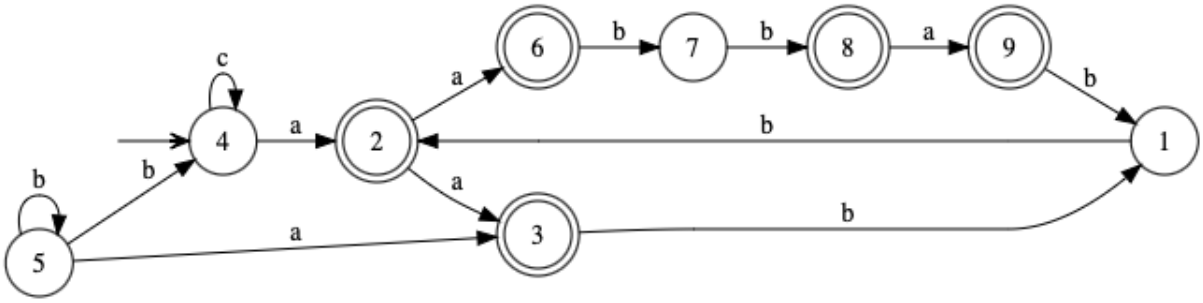
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

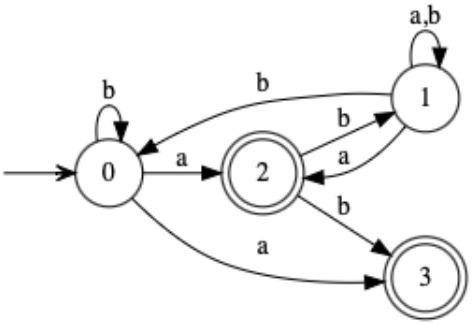
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

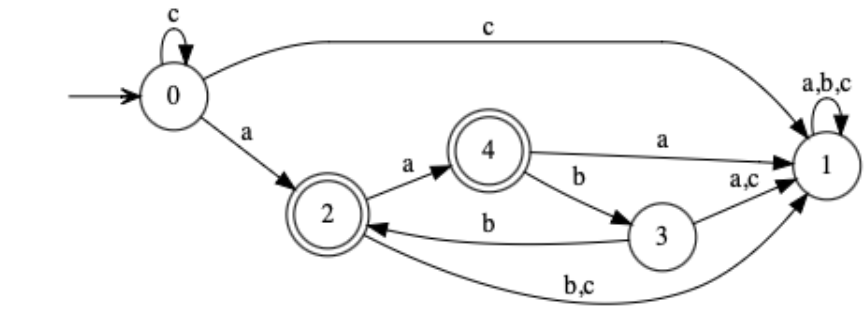


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

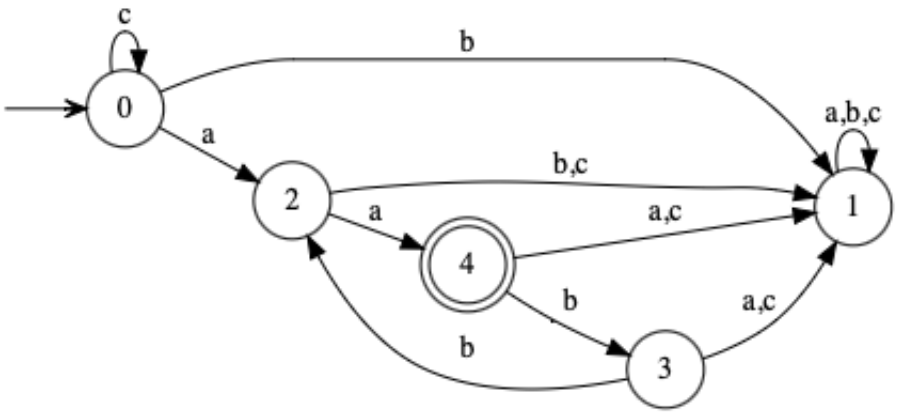


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

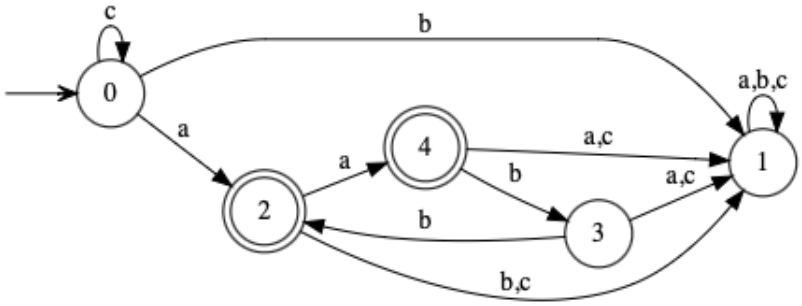
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



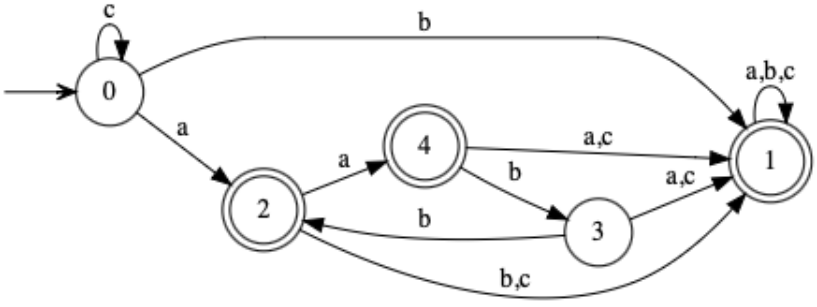
(-i-)



(-ii-)

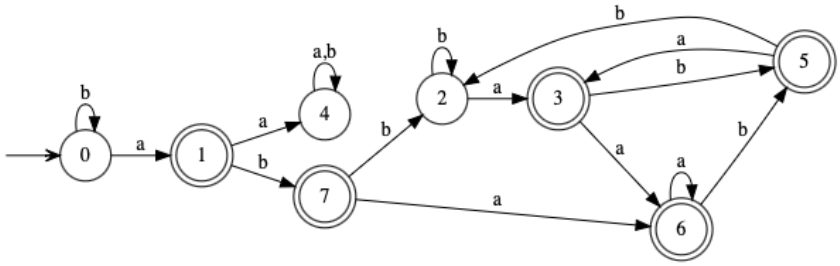


(-iii-)

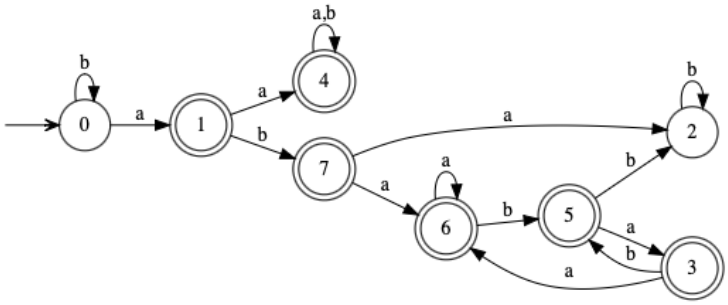


(-iv-)

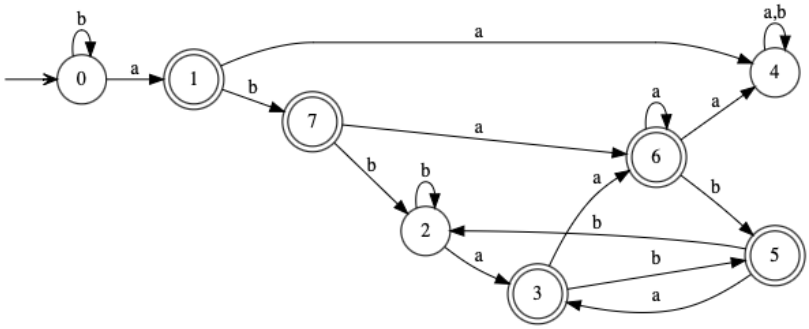
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



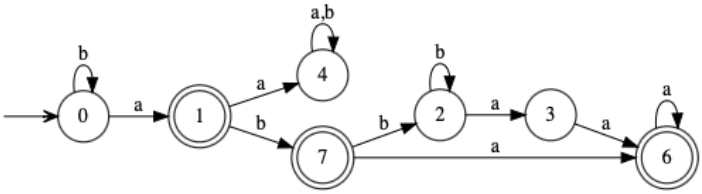
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+109/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ ■ c d e ■ g ■ i j

Question 3 : a b c d e ■

Question 4 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 5 : ■ b c d e

Question 6 : ■ b c d e f

Question 7 : a ■ c d e f

Question 8 : a ■ c ■ e ■ g h i

Question 9 : a ■ c d e f

Question 10 : ■ b c d e f

Question 11 : a b c ■ e f g h

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a ■ c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [b] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [c] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [d] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [e] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [f] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [h] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [i] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [■] La longueur du mot vide est 0.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

g La longueur du mot vide est 1.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 6 états c 2 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

b Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

c Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

f Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

g Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 32 états c 16 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 32 états ■ 16 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i- c la Figure 3-ii-
d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe e la Figure 3-iv-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 7 b 2 c 5 ■ 4 e 0 f 3 g 6 h 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

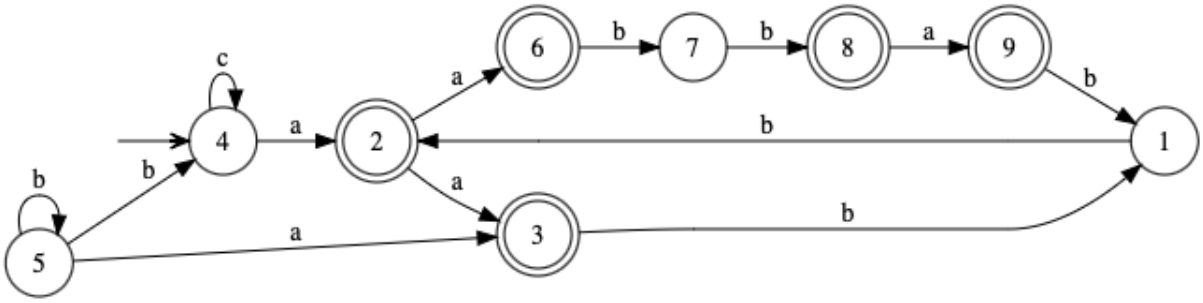
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

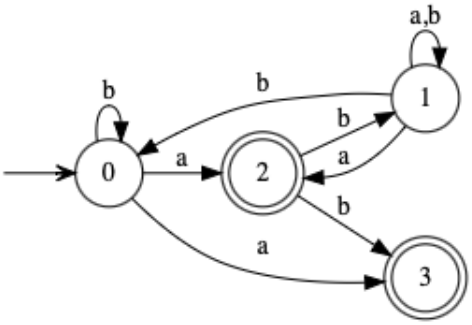
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

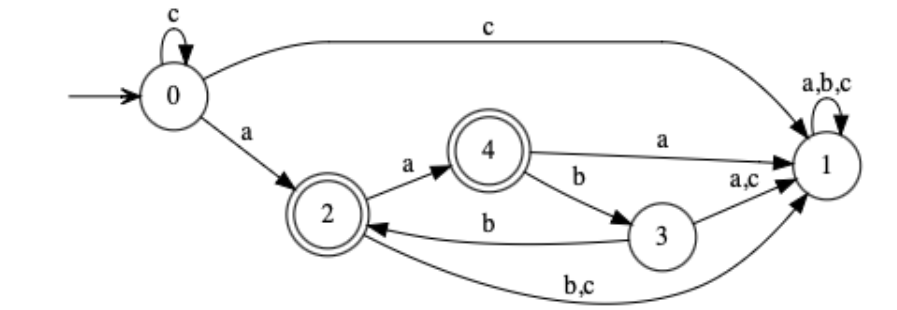


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

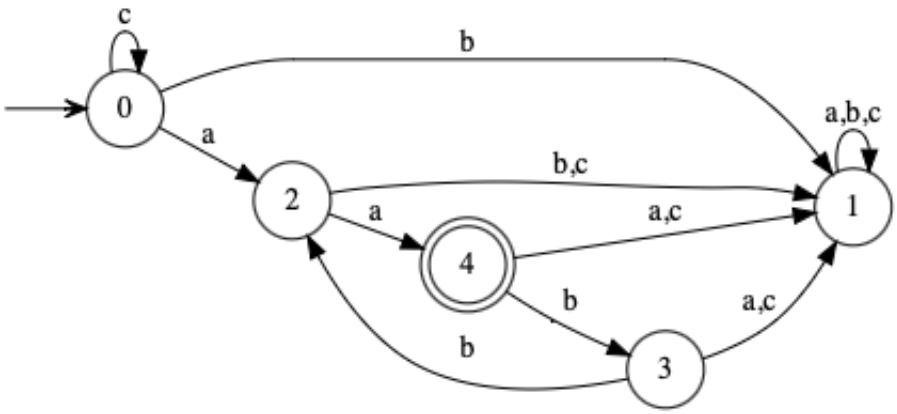


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

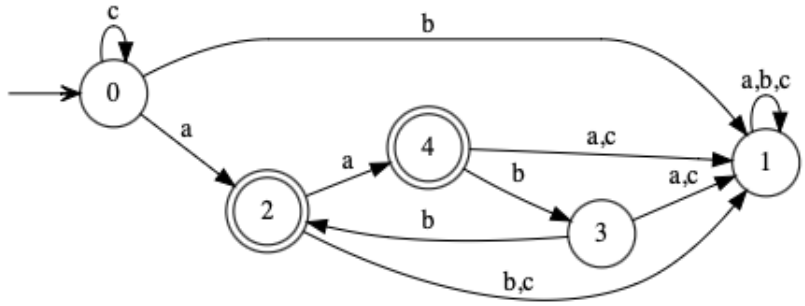
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



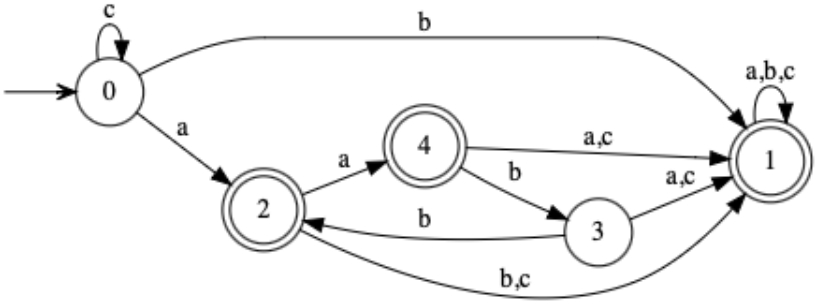
(-i-)



(-ii-)

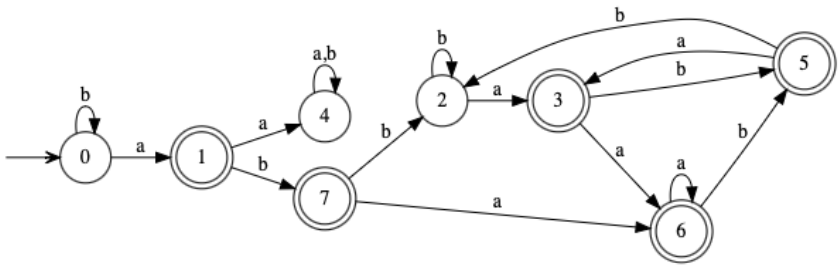


(-iii-)

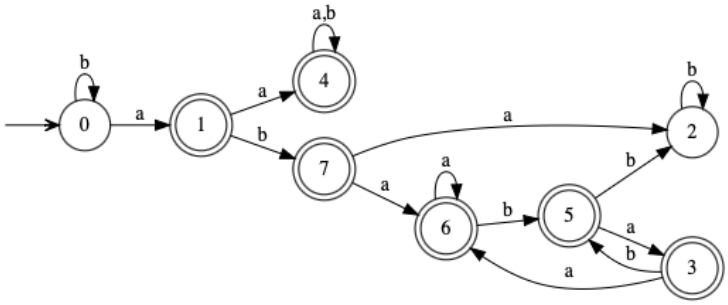


(-iv-)

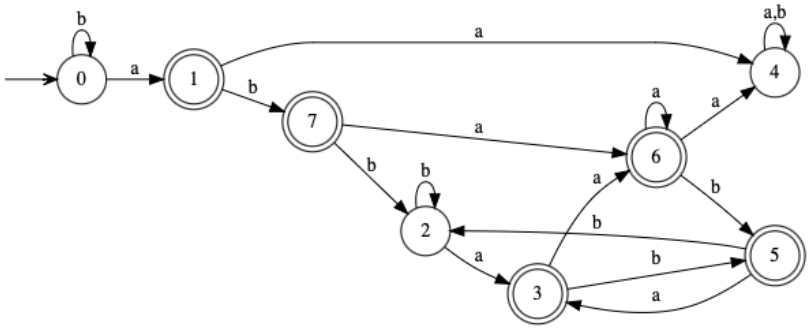
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



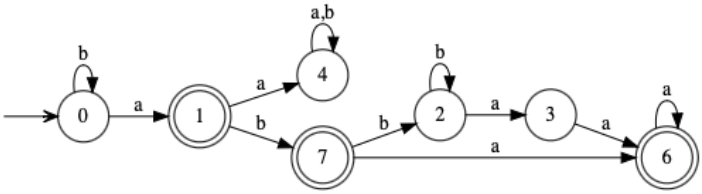
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+110/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 3 : a ■ c ■ ■ f g h i

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : a b c ■ e f g h

Question 6 : ■ b c d e f

Question 7 : ■ b c d e

Question 8 : ■ b c ■ ■ f g ■ i j

Question 9 : a b c d e ■

Question 10 : a b ■ d e f

Question 11 : a ■ c d e f

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

☐ a 16 états ☐ b 8 états ☐ c 32 états ☐ d 20 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

☐ a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
■ La longueur du mot vide est 0.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
☐ d Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
☐ e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
☐ f La longueur du mot vide est 1.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états ■ 16 états c 8 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

b Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

d Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

b Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

c Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

g Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 7 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 2 états [b] 8 états [c] 6 états [■] 4 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
[b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[b] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
[c] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
[d] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[e] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
[f] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
[g] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[i] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[j] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
[■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-i-. [■] la Figure 2-iii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-iv-. [d] la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-ii- [■] la Figure 3-i-
[c] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [d] la Figure 3-iv-
[e] la Figure 3-iii- [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 2 ☐ b 0 ■ 4 ☐ d 5 ☐ e 3 ☐ f 6 ☐ g 1 ☐ h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

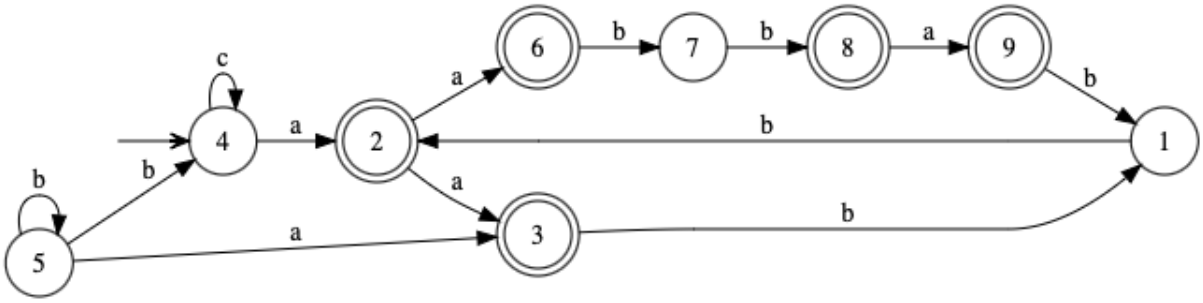
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

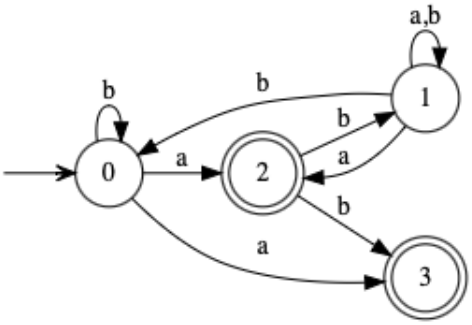
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

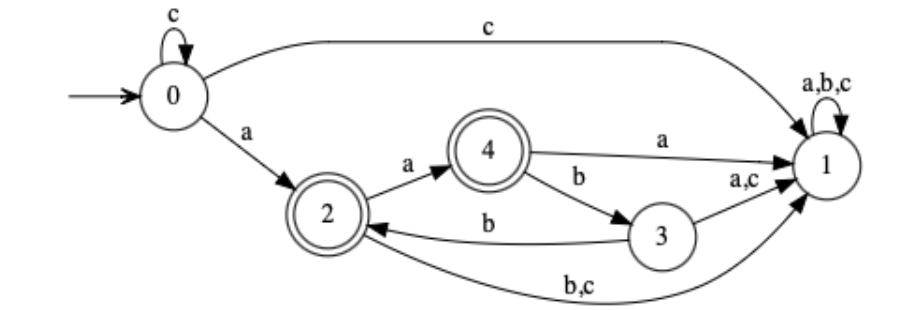


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

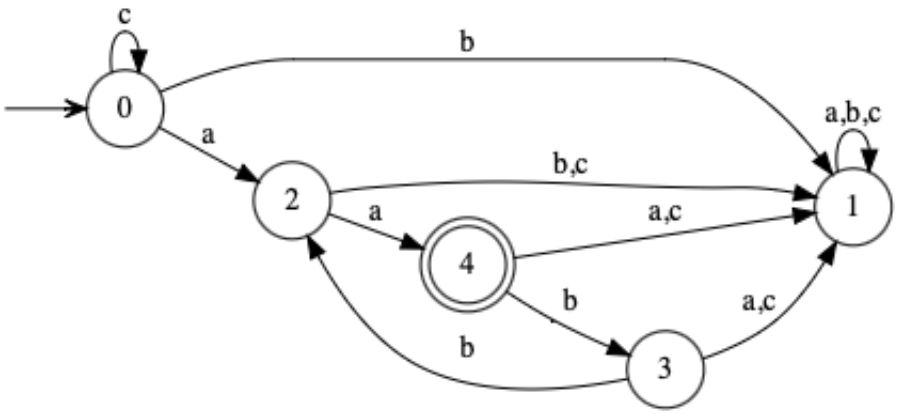


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

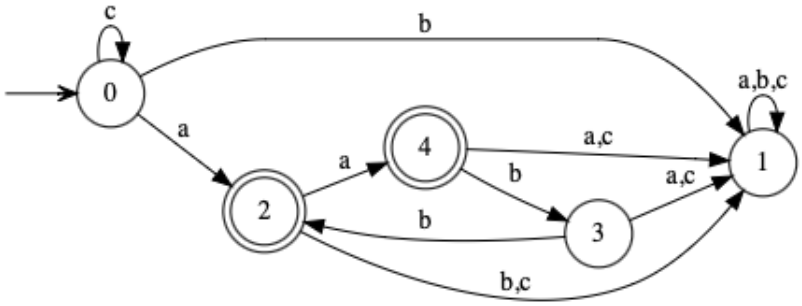
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



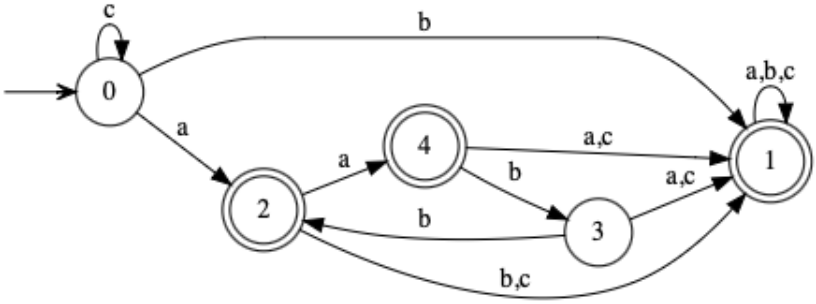
(-i-)



(-ii-)

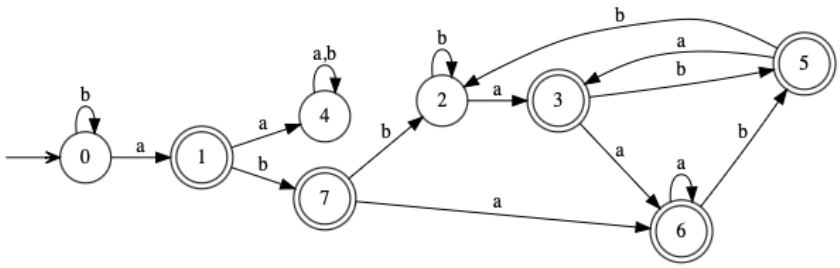


(-iii-)

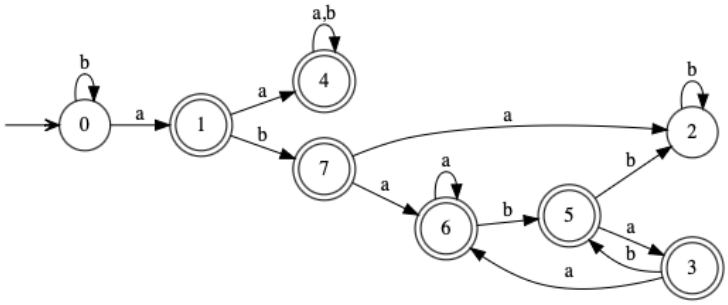


(-iv-)

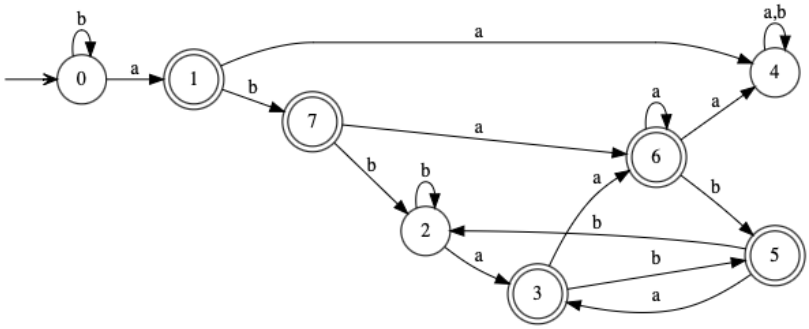
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



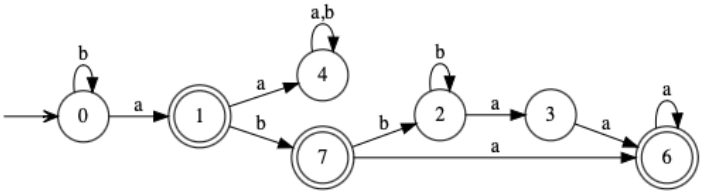
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+111/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e ■

Question 3 : a ■ ■ d e f ■ h i

Question 4 : a ■ c d e f

Question 5 : ■ b c d e f

Question 6 : a b c ■ ■ ■ g ■ i j

Question 7 : a b c ■ e f

Question 8 : a b c d ■ f g h

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : a b ■ d e

Question 11 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 32 états [c] 20 états [d] 16 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[b] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[g] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 6 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 2 états [b] 6 états [c] 8 états ■ 4 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 8 états [c] 32 états ■ 16 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[d] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

[e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[f] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[g] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

[h] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

[i] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

[j] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

[b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

[d] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

[■] La longueur du mot vide est 0.

[f] La longueur du mot vide est 1.

[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

[b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

[c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-iv-. [■] la Figure 2-iii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-ii-. [d] la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- b la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i-
d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe e la Figure 3-ii-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 7 b 1 c 0 d 6 e 3 f 5 ■ 4 h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

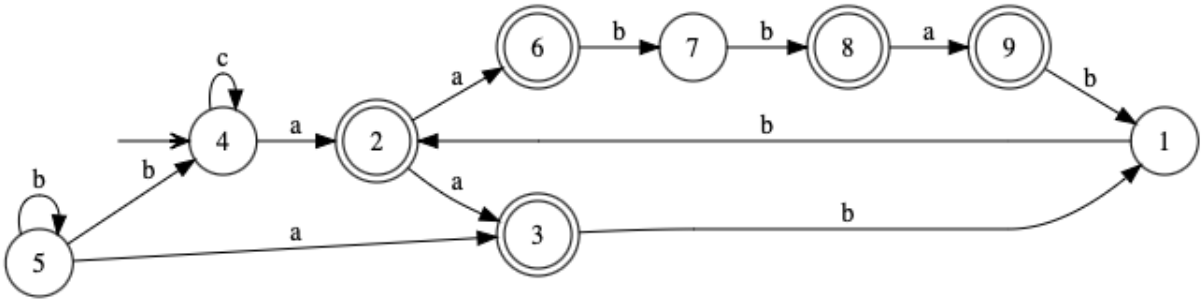
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

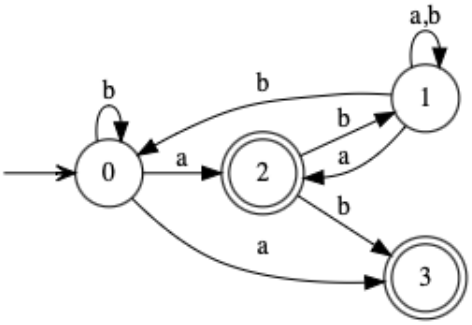
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

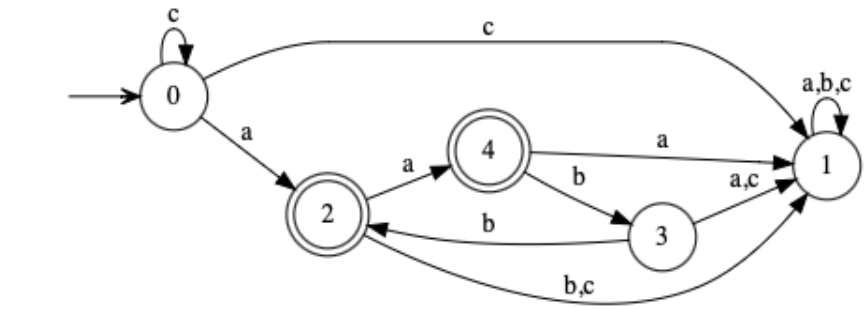


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

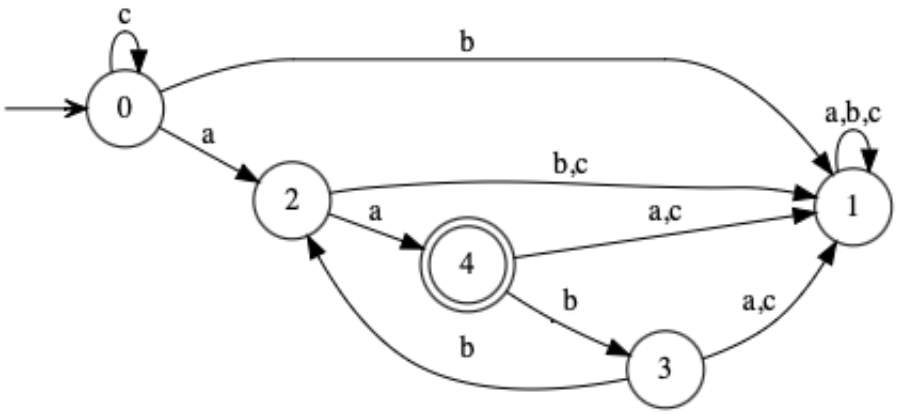


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

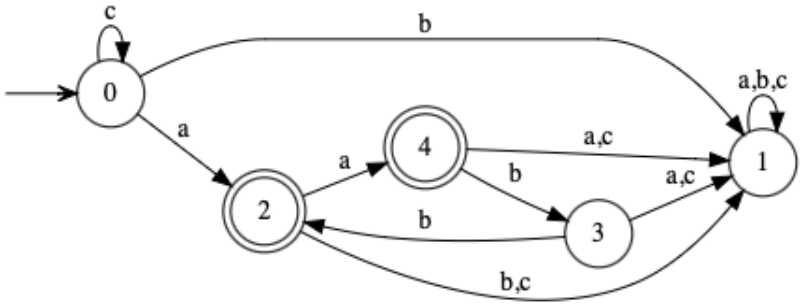
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



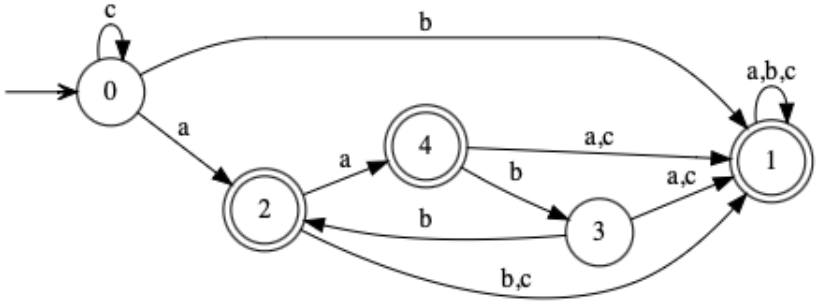
(-i-)



(-ii-)

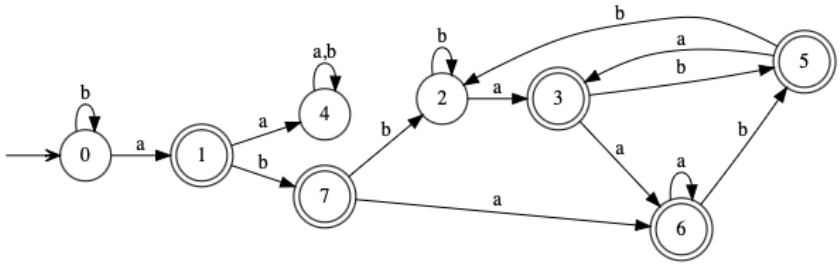


(-iii-)

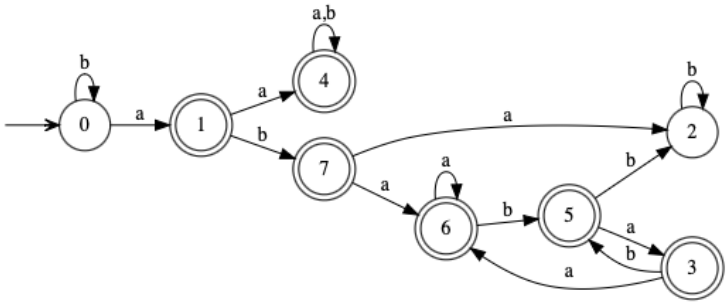


(-iv-)

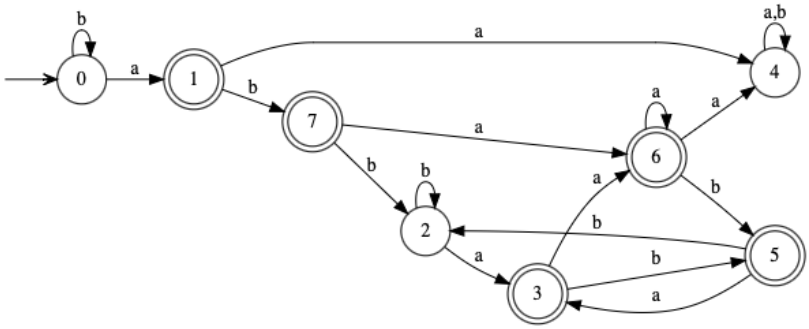
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



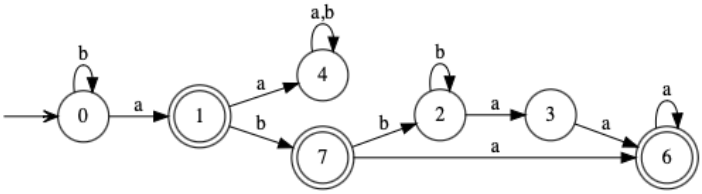
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+112/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e f g h

Question 3 : a b c d e ■

Question 4 : a b ■ d ■ ■ g ■ i j

Question 5 : a ■ c d e

Question 6 : a b c ■ e f

Question 7 : a b c ■ e f

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : a ■ c d e f

Question 10 : a b ■ d ■ f ■ h i

Question 11 : a b c ■ e f

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b c d e f ■ h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 32 états c 20 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 16 états c 32 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
c Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
d Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
f Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
g Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
i Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
j Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 6 états c 2 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
b Les langages dénotés par A et B sont identiques.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

c Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

d Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

f Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

g Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La longueur du mot vide est 0.

b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

c La longueur du mot vide est 1.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

f Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-iii-

c la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i- e la Figure 3-iv-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 1 c 0 d 7 e 2 f 3 g 6 h 5

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

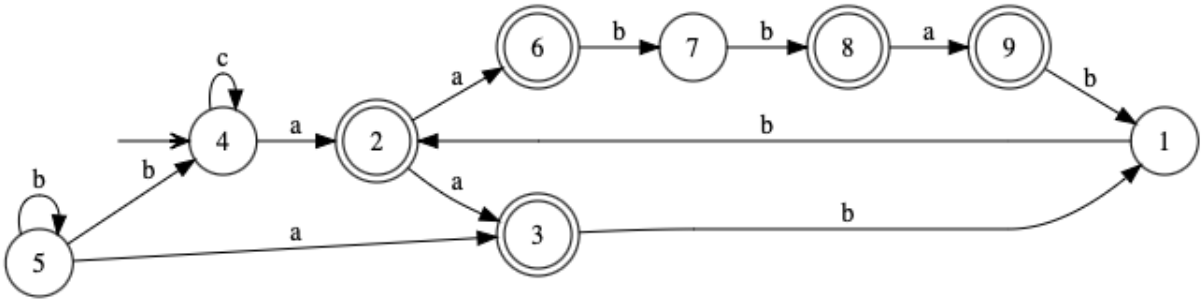
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

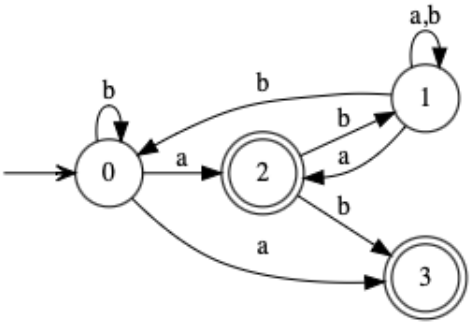
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

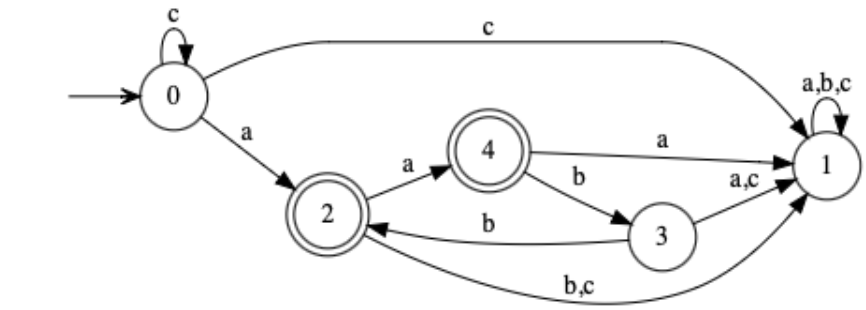


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

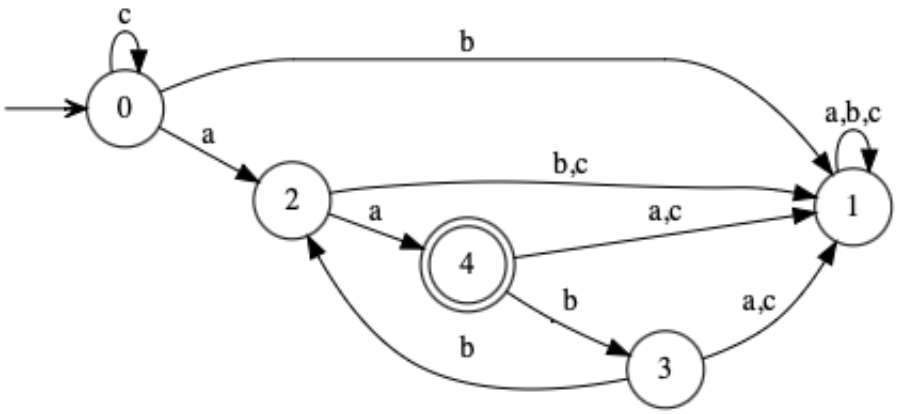


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

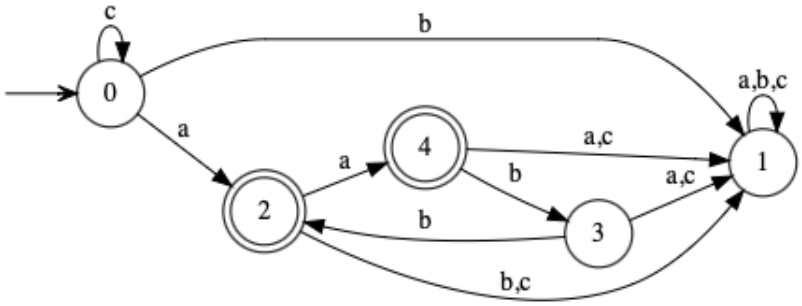
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



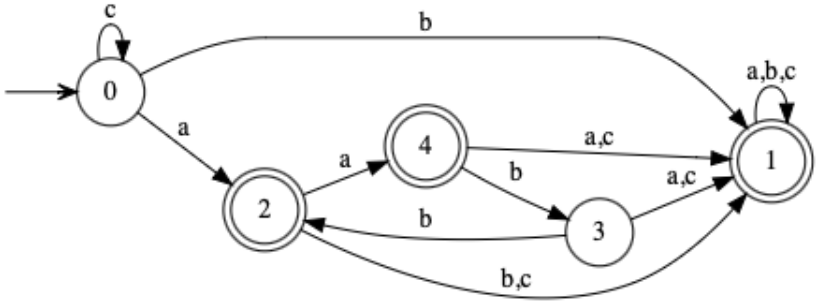
(-i-)



(-ii-)

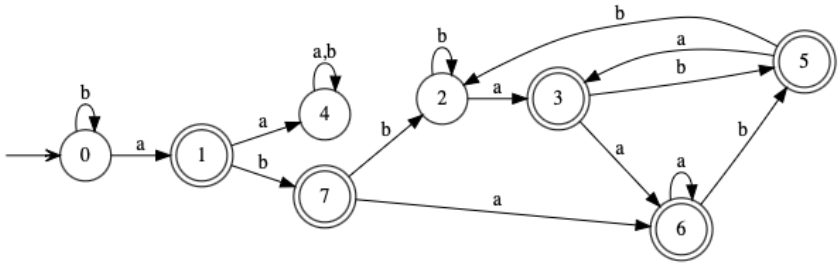


(-iii-)

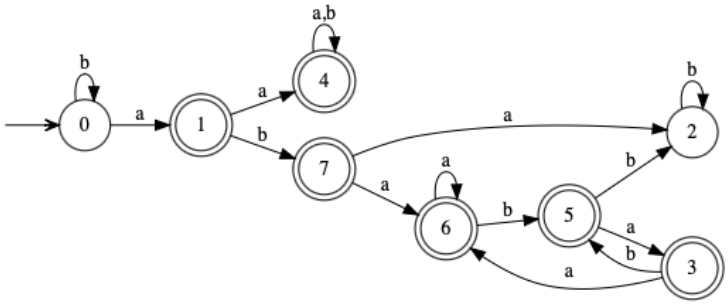


(-iv-)

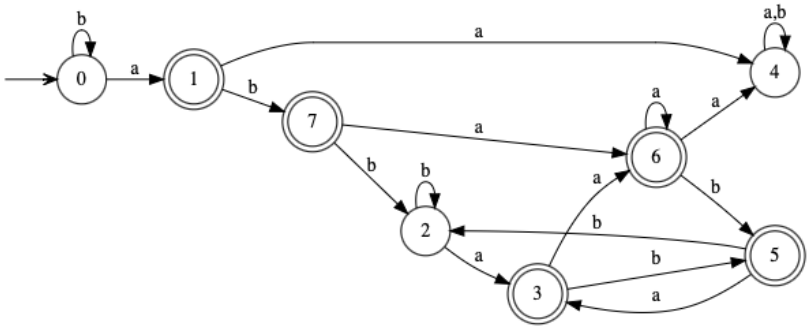
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



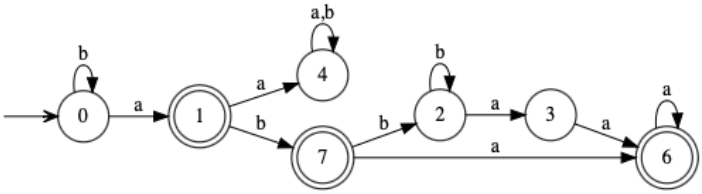
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+113/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c ■ e f

Question 3 : a b ■ d e

Question 4 : ■ b c d e f

Question 5 : a b c d e ■

Question 6 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 7 : ■ b c d e f

Question 8 : a b ■ d e f

Question 9 : ■ ■ c d ■ f g ■ i j

Question 10 : ■ b c ■ ■ f g h i

Question 11 : a b ■ d e f g h

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab ■ *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [b] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [g] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [h] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [b] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [c] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

g Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

h Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

i Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

j Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont identiques.

b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 8 états b 16 états c 20 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

[b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

[c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

[g] La longueur du mot vide est 1.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états ■ 16 états [c] 8 états [d] 20 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 2 états [b] 6 états [c] 8 états ■ 4 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

[d] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-ii-. [b] la Figure 2-i-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

[c] la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i- [c] la Figure 3-iv-

[d] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [e] la Figure 3-iii-

[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 3 ☐ b 7 ☐ c 2 ☐ d 1 ■ 4 ☐ f 5 ☐ g 0 ☐ h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

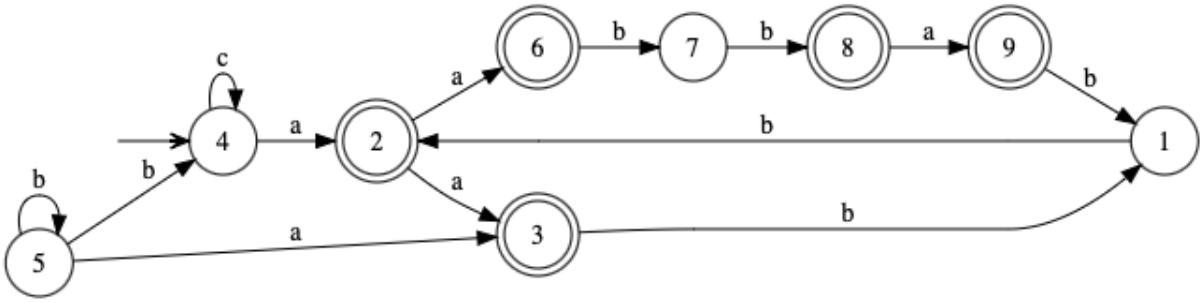
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

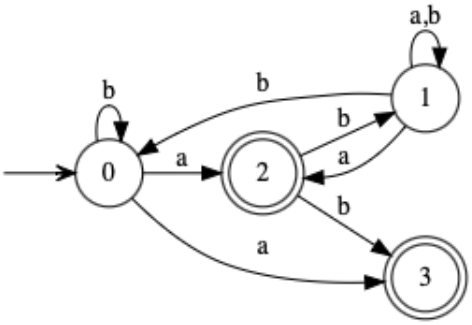
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

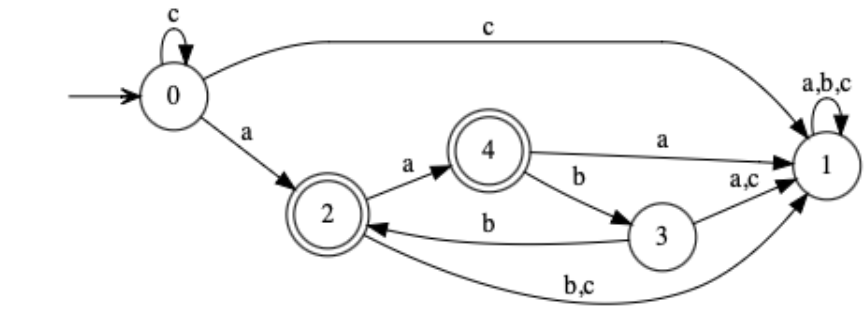


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

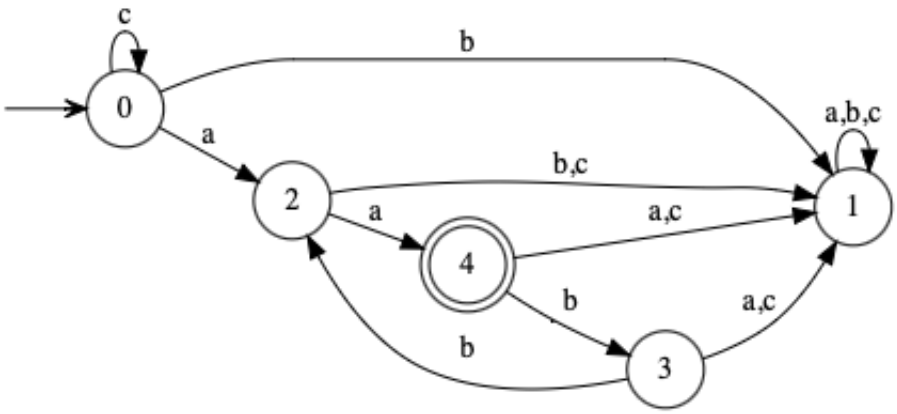


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

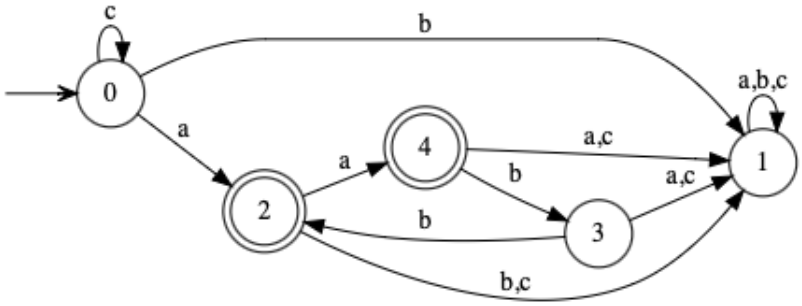
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



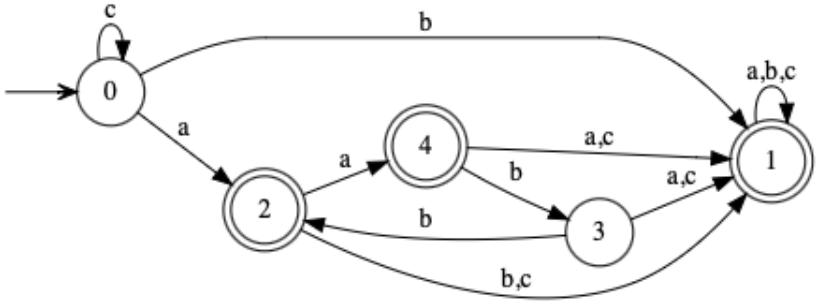
(-i-)



(-ii-)

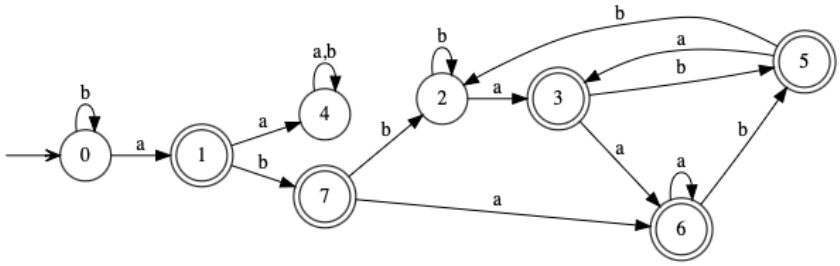


(-iii-)

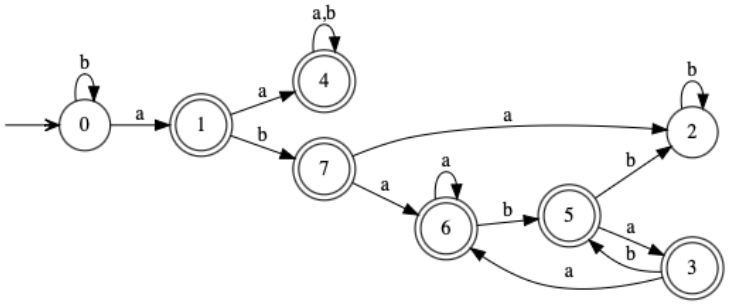


(-iv-)

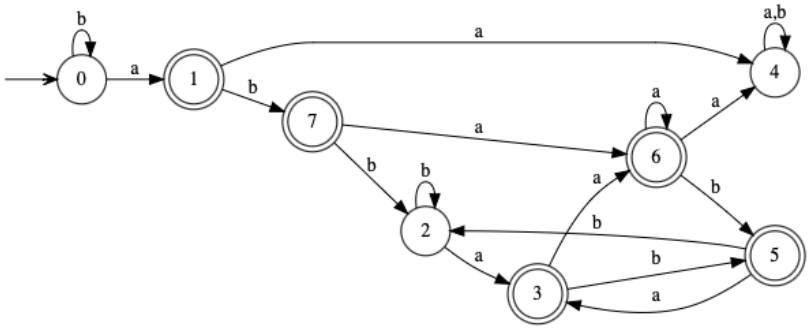
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



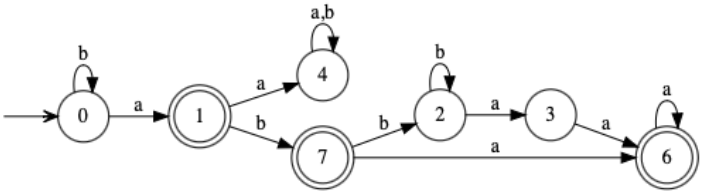
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+114/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ ■ ■ ■ g h i j

Question 3 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 4 : a b c ■ e f

Question 5 : a b c d e ■

Question 6 : ■ b c d e f

Question 7 : ■ b c d e

Question 8 : a b c ■ ■ ■ g h i

Question 9 : a ■ c d e f

Question 10 : a b c ■ e f

Question 11 : a ■ c d e f g h

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [b] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [c] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [d] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [e] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [f] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [i] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [j] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 6 états [b] 8 états [■] 4 états [d] 2 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
[d] La longueur du mot vide est 1.
[e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
[f] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
[■] La longueur du mot vide est 0.
[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
[b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
[c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
[c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 20 états [c] 16 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[b] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[d] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[e] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[g] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états [b] 20 états [c] 32 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-iv-. [b] la Figure 2-ii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
■ la Figure 2-iii-. [d] la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-ii- [b] la Figure 3-iii- [c] la Figure 3-iv-
[d] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 3 c 6 d 7 e 0 f 1 g 2 h 5

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

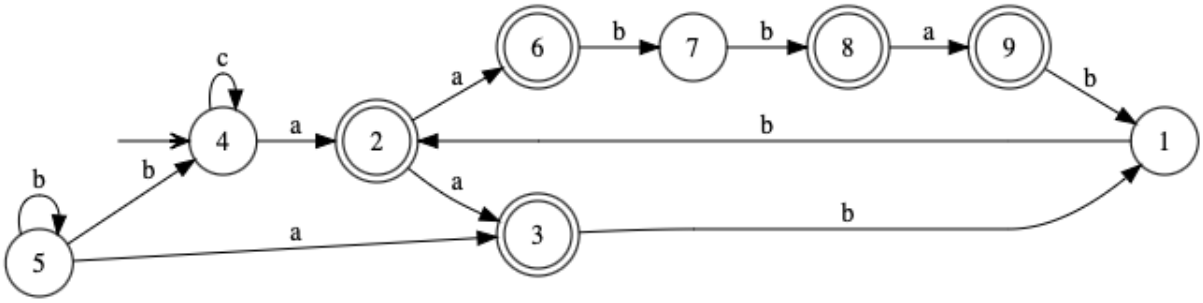
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

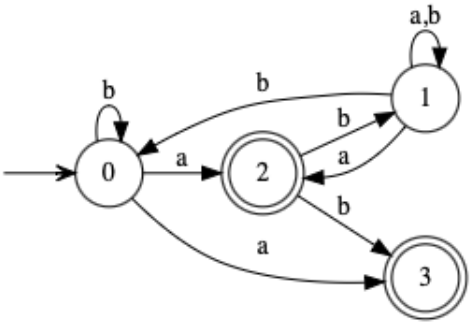
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

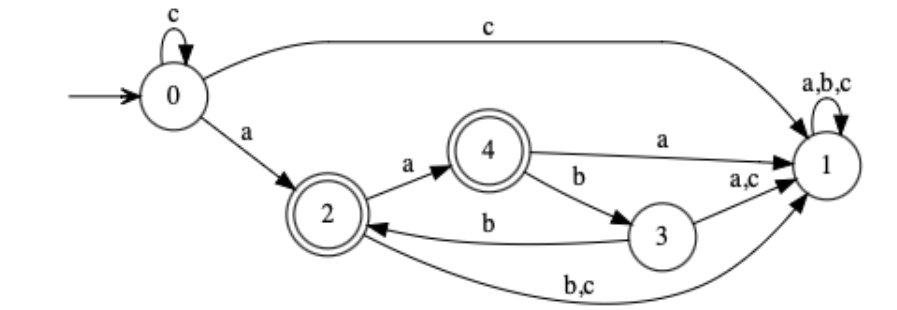


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

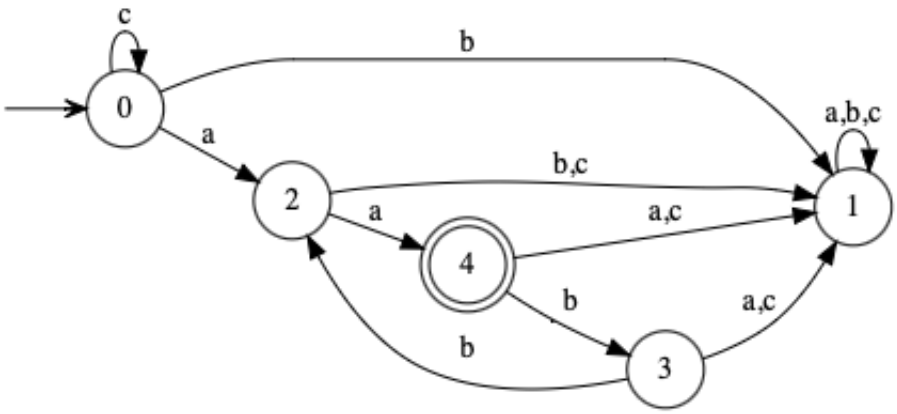


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

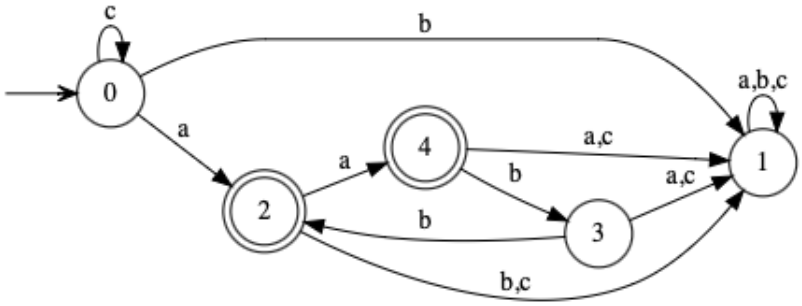
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



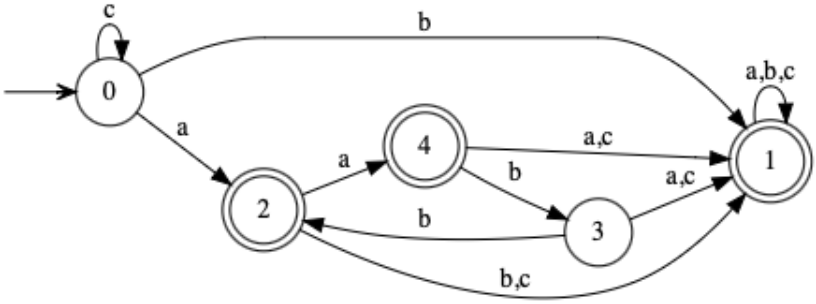
(-i-)



(-ii-)

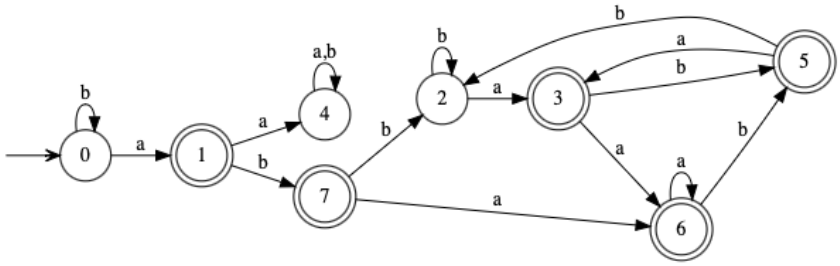


(-iii-)

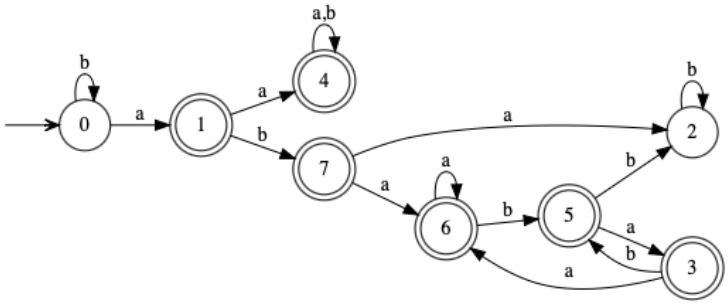


(-iv-)

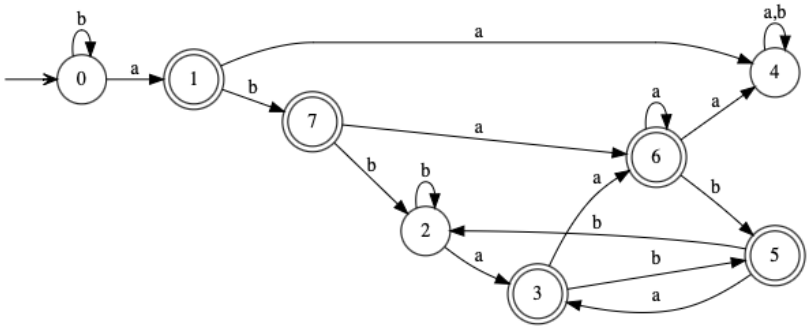
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



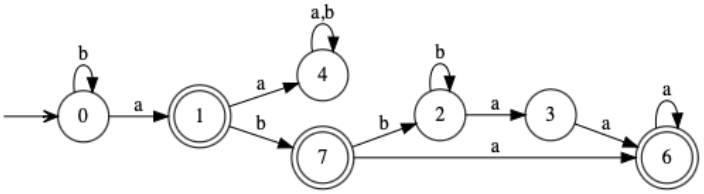
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+115/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 3 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] [■] [l]

Question 4 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 5 : [a] [■] [■] [d] [e] [f] [■] [h] [i]

Question 6 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 7 : [a] [■] [c] [d] [e]

Question 8 : [a] [b] [c] [d] [e] [■] [g] [h]

Question 9 : [a] [b] [c] [d] [e] [■]

Question 10 : [■] [b] [■] [d] [e] [■] [g] [■] [i] [j]

Question 11 : [■] [b] [c] [d] [e] [f]

Question 12 : [a] [b] [■] [d] [e]

Question 13 : [a] [b] [c] [d] [■] [f]

Question 14 : [■] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

- [a] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
- [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
- [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
- [d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
- [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
- [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [c] La longueur du mot vide est 1.
- [d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

g Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

d Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

e Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

g Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

j Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 6 états c 2 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 32 états c 8 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [b] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [c] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [d] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [h] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 32 états [c] 20 états [d] 8 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-i-. [■] la Figure 2-iii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-iv-. [d] la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- [b] la Figure 3-ii- [c] la Figure 3-iii-
[d] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [e] la Figure 3-iv-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

[a] 1 [b] 3 [c] 2 ■ 4 [e] 6 [f] 7 [g] 5 [h] 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

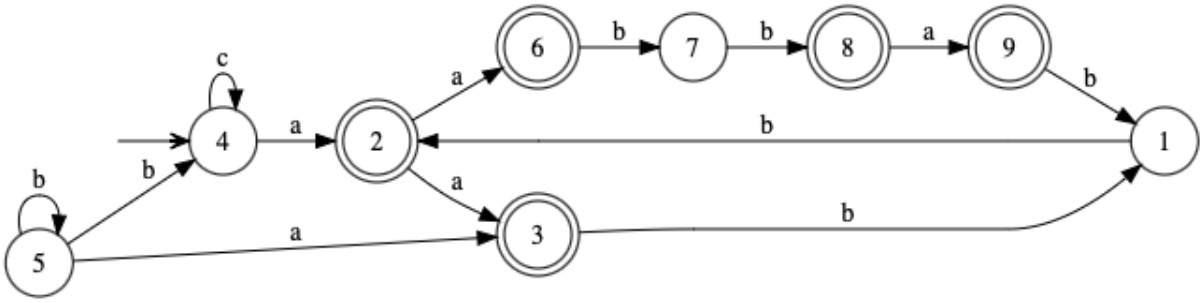
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

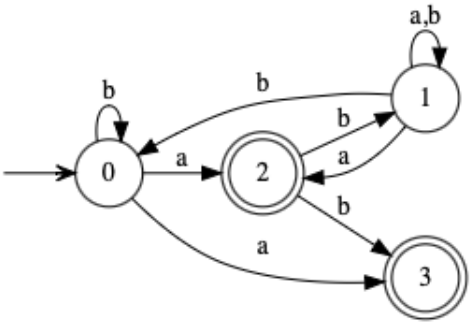
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

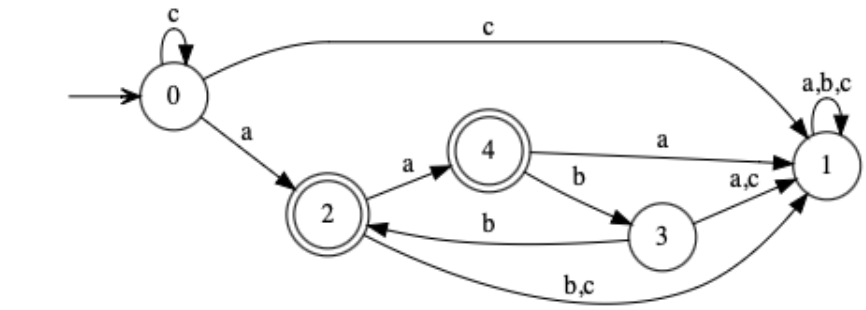


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

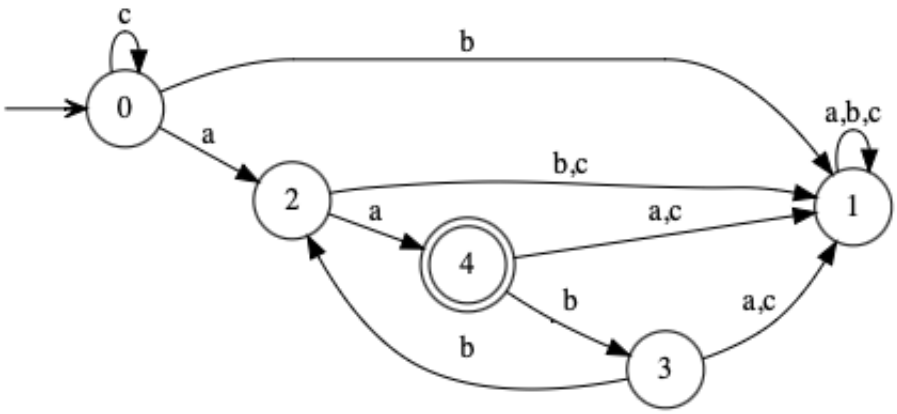


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

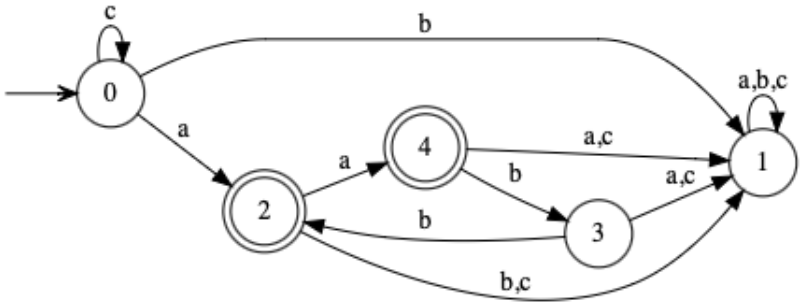
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



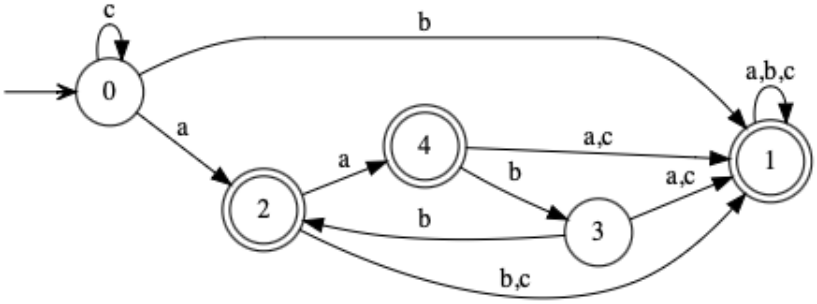
(-i-)



(-ii-)

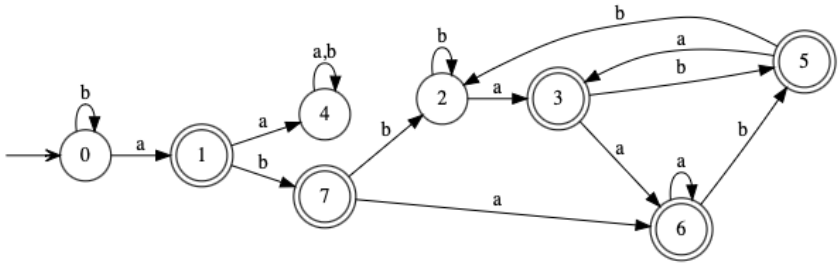


(-iii-)

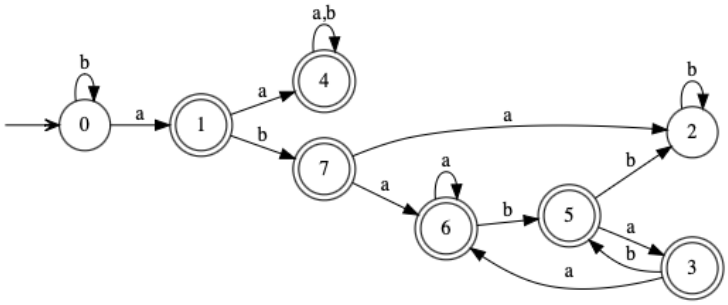


(-iv-)

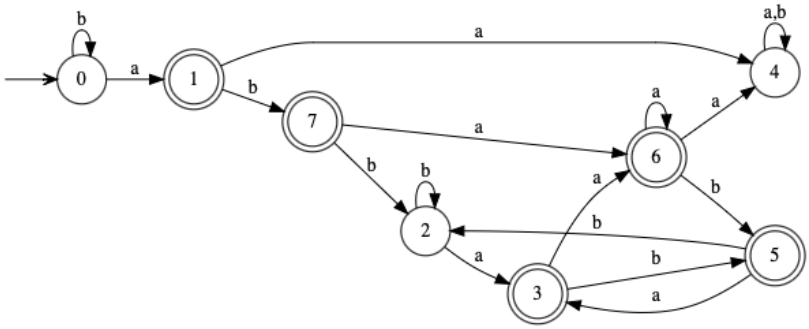
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



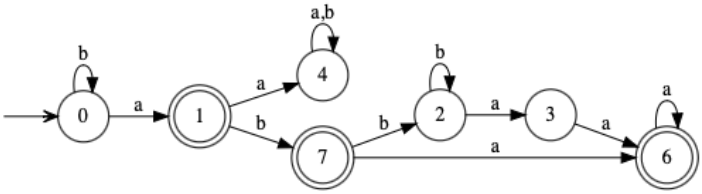
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+116/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e f g h

Question 3 : a b c ■ e f

Question 4 : ■ ■ c d e ■ g h i

Question 5 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 6 : a b ■ d e f

Question 7 : a b c ■ e f

Question 8 : ■ b c d e f

Question 9 : a ■ c d e

Question 10 : ■ b c d ■ ■ ■ h i j

Question 11 : a b c d e ■

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La longueur du mot vide est 1.
- [b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [c] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 20 états c 32 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états b 8 états c 6 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 32 états c 20 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

b Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

d Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

h Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

b Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

c Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

i Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

j Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe

c la Figure 3-ii- d la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 6 ☐ b 3 ■ 4 ☐ d 2 ☐ e 0 ☐ f 5 ☐ g 1 ☐ h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

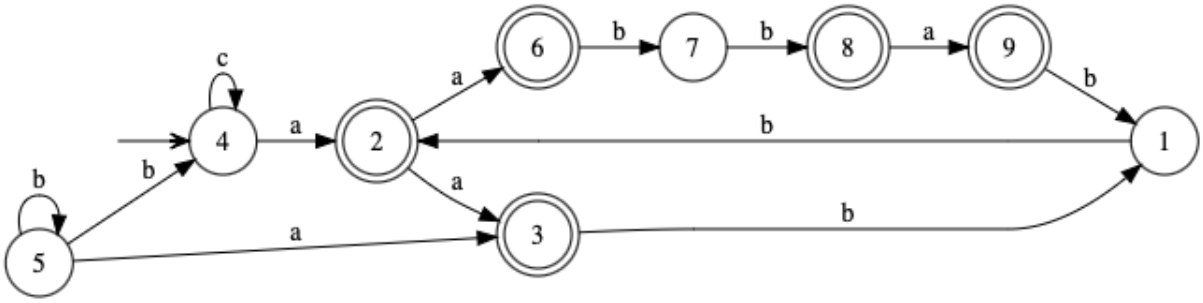
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

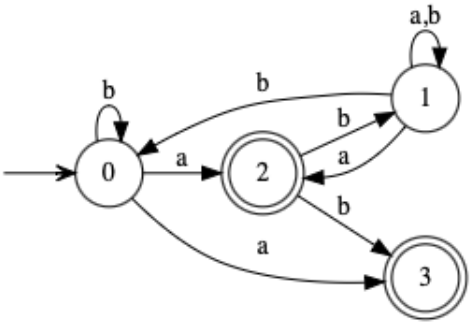
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

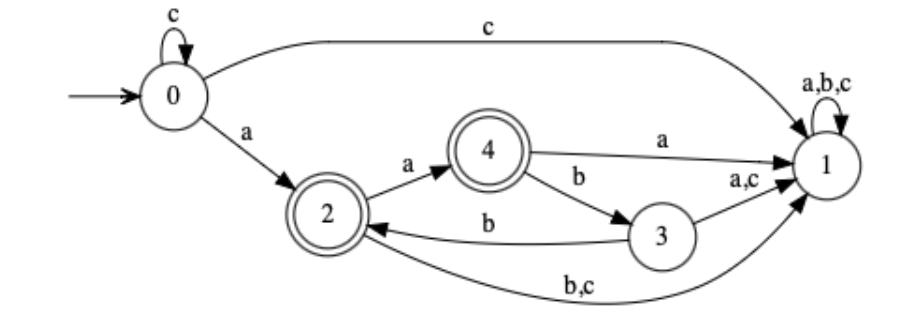


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

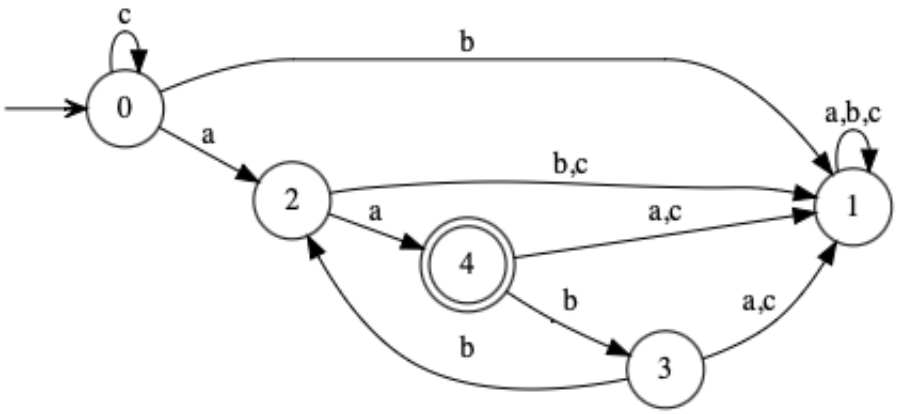


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

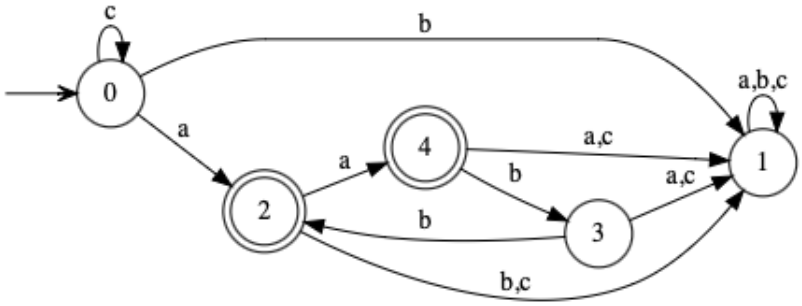
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



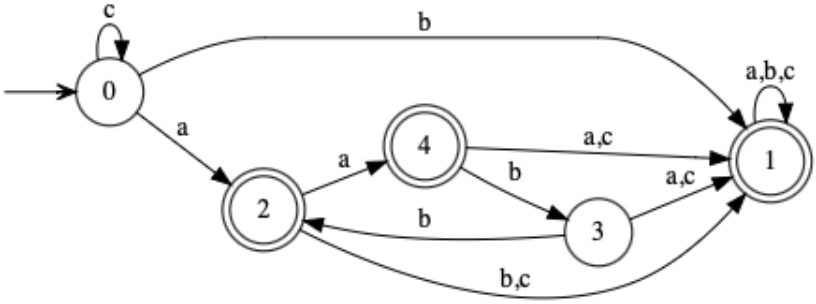
(-i-)



(-ii-)

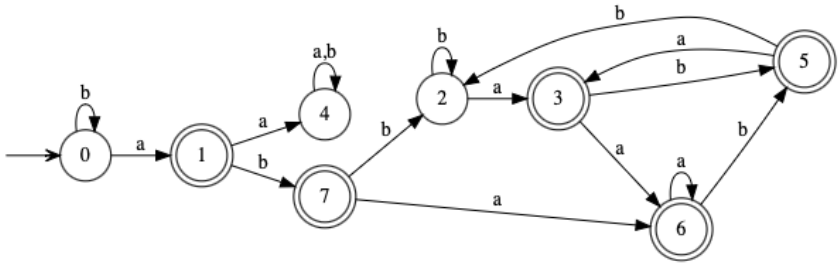


(-iii-)

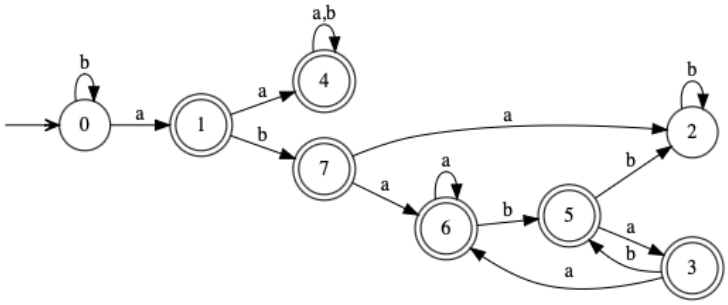


(-iv-)

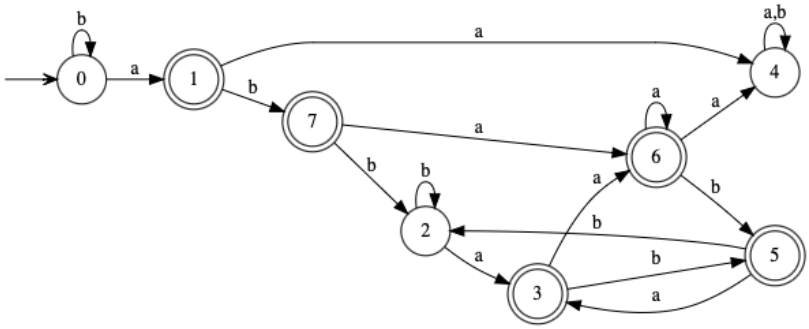
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



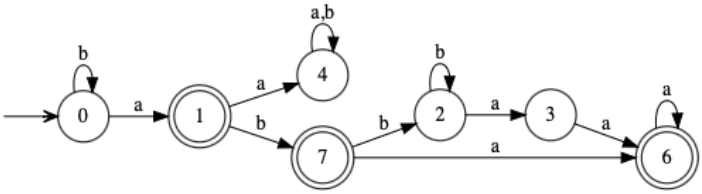
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+117/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d ■ ■ ■ h i

Question 3 : a b c ■ e f

Question 4 : ■ b c d e f

Question 5 : ■ b c d e f

Question 6 : a b c ■ e f

Question 7 : ■ b c d e

Question 8 : a b c d e ■

Question 9 : a b ■ d ■ ■ ■ h i j

Question 10 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 11 : a b c d ■ f g h

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab ■ *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [b] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [f] La longueur du mot vide est 1.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
[■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [b] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [d] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [e] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [f] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [g] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [h] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états [■] 16 états [c] 8 états [d] 20 états

- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
- [f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [b] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [e] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [f] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 32 états [c] 16 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 2 états [b] 8 états [■] 4 états [d] 6 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-i-. [■] la Figure 2-iii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-iv-. [d] la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-ii- [b] la Figure 3-iv- [c] la Figure 3-iii-
[d] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [■] la Figure 3-i-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 5 ☐ b 3 ☐ c 0 ☐ d 6 ☐ e 1 ☐ f 2 ■ 4 ☐ h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

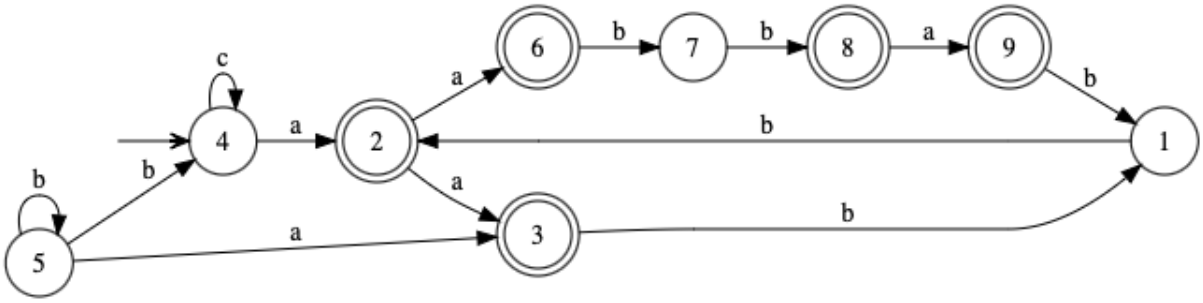
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

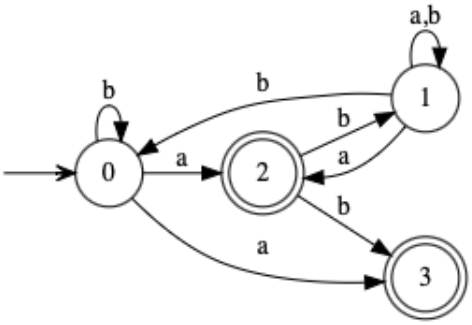
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

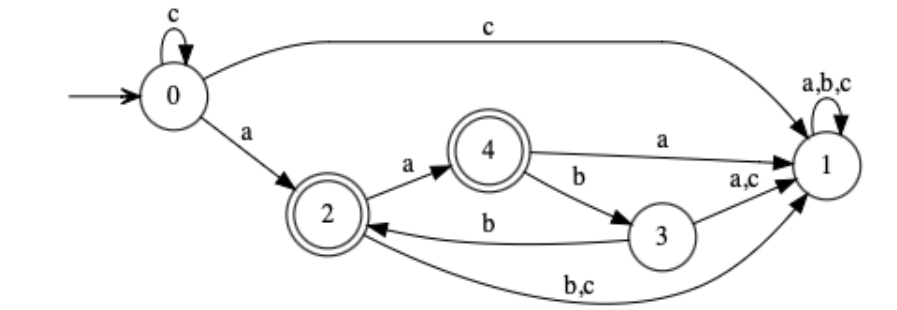


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

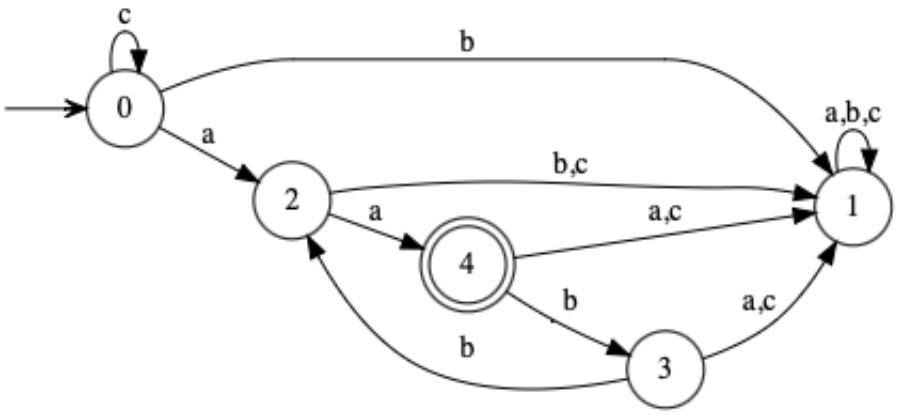


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

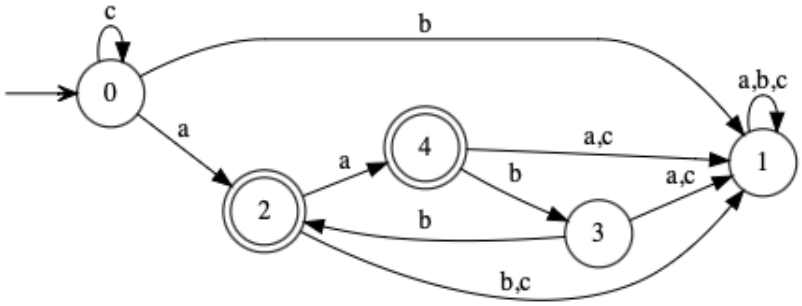
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



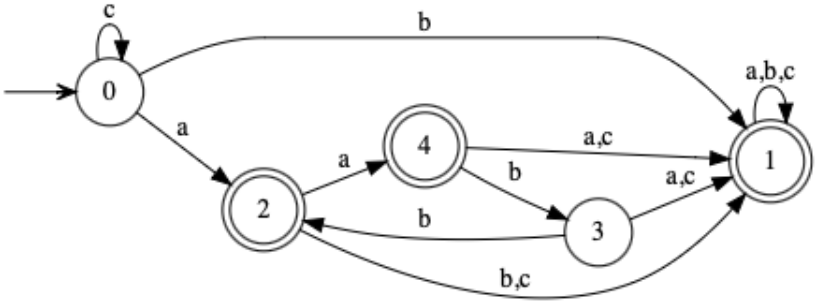
(-i-)



(-ii-)

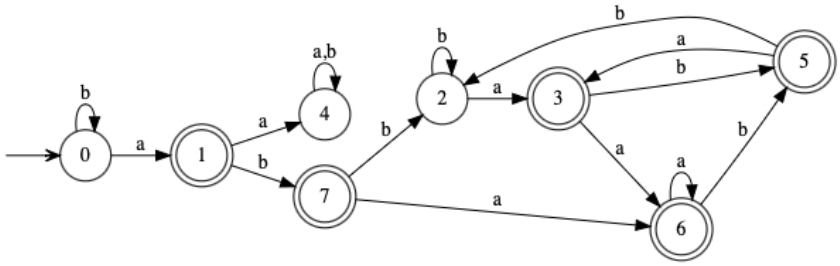


(-iii-)

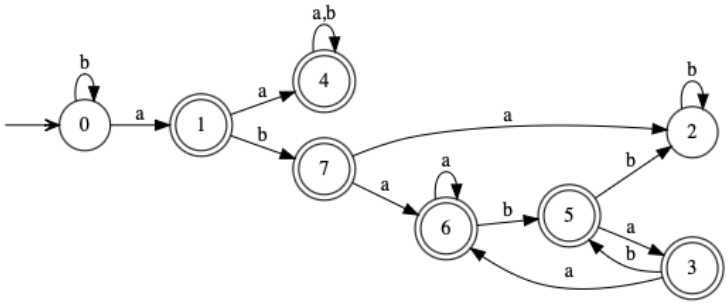


(-iv-)

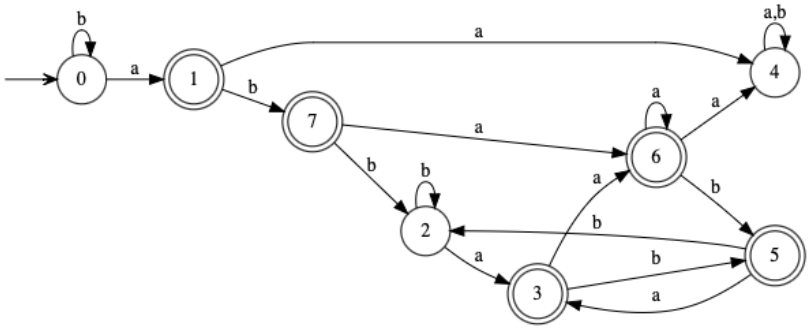
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



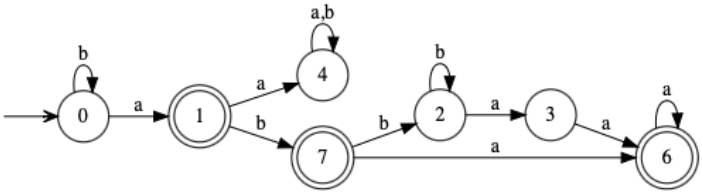
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+118/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b ■ d e f ■ h i

Question 3 : a b ■ d e f

Question 4 : a b c ■ e f

Question 5 : a b c ■ e f g h

Question 6 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 7 : a b ■ d e

Question 8 : a ■ c d e f

Question 9 : a b ■ ■ e f ■ ■ i j

Question 10 : a b c d e ■

Question 11 : a b ■ d e f

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d e f ■ h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

☐ a 32 états ☐ b 20 états ☐ c 16 états ☐ d 8 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états ☐ b 32 états ☐ c 8 états ☐ d 20 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
☐ f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
☐ b Les langages dénotés par A et B sont identiques.
☐ c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
☐ d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
d Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 8 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 2 états ■ 4 états d 6 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
b Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
c Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
d Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
f Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
g Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
i Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
j Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

[c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

[d] La longueur du mot vide est 1.

[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

[f] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

[■] La longueur du mot vide est 0.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[b] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[f] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[g] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[h] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-i-. [b] la Figure 2-iv-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[■] la Figure 2-iii-. [d] la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-ii- [■] la Figure 3-i- [c] la Figure 3-iv-
[d] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [e] la Figure 3-iii-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 0 ■ 4 ☐ c 7 ☐ d 1 ☐ e 6 ☐ f 2 ☐ g 3 ☐ h 5

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

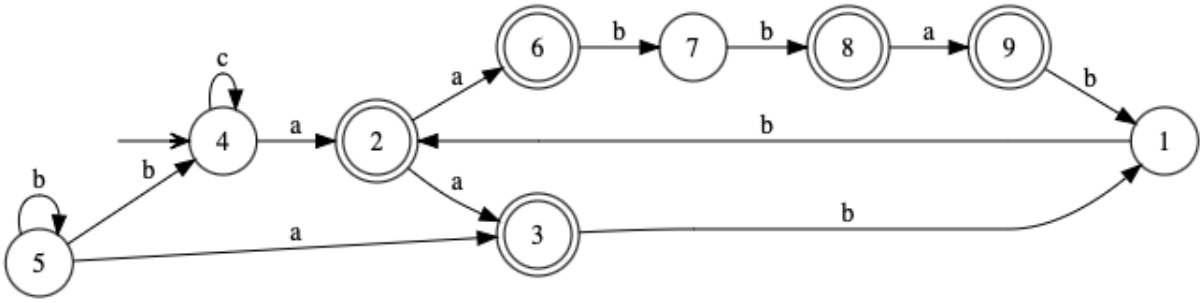
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

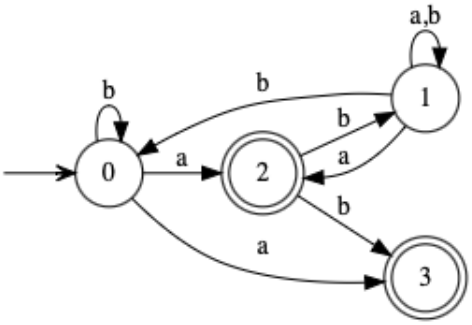
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

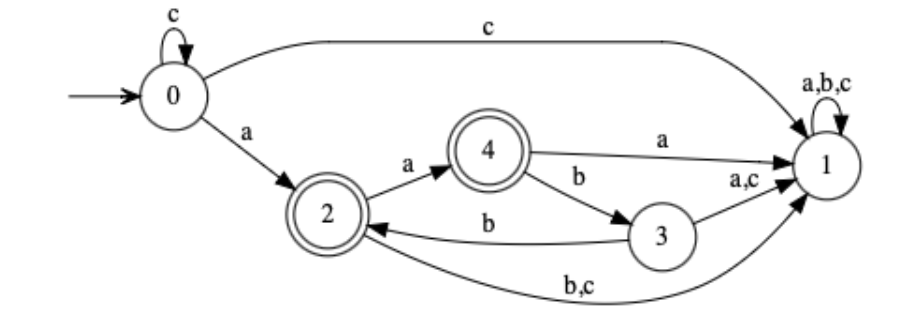


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

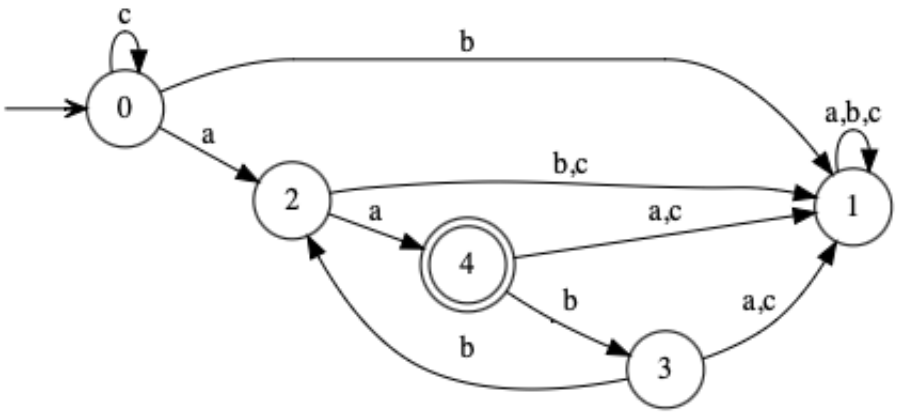


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

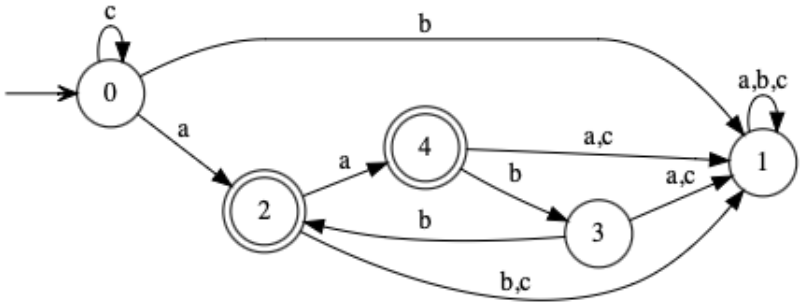
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



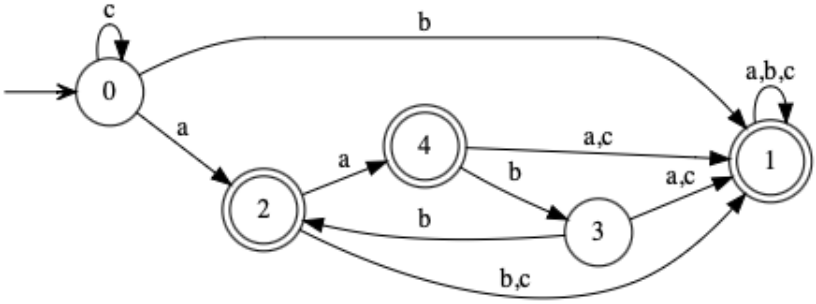
(-i-)



(-ii-)

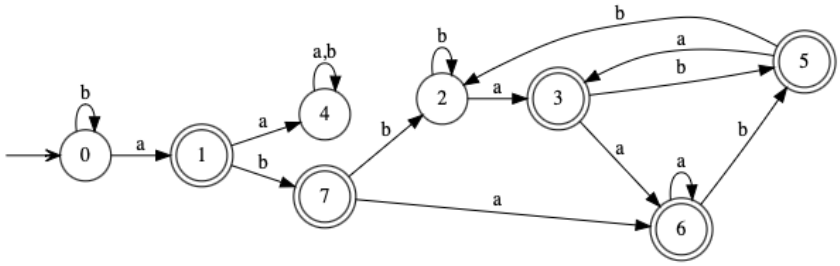


(-iii-)

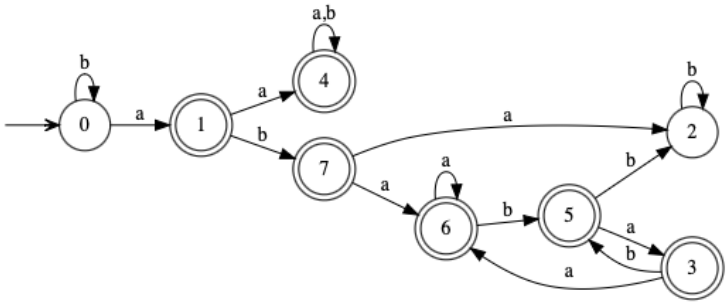


(-iv-)

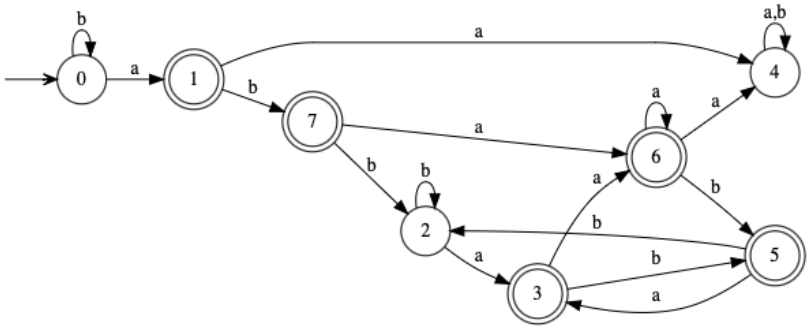
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



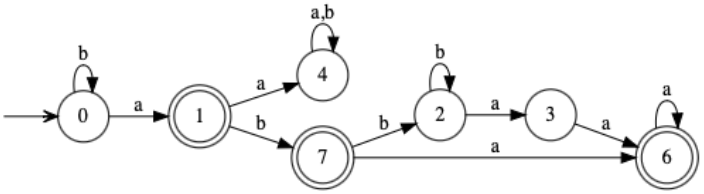
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+119/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e ■

Question 3 : ■ b c d e f

Question 4 : ■ b c d e f

Question 5 : ■ b c d e f g h

Question 6 : a b ■ d e f

Question 7 : ■ b c d e

Question 8 : a b ■ d e f

Question 9 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 10 : a ■ c d ■ f ■ h i

Question 11 : ■ b ■ ■ ■ f g h i j

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a ■ c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- ■ La longueur du mot vide est 0.
- [b] La longueur du mot vide est 1.
- [c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- ■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- ■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [g] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états [b] 8 états [c] 20 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

c Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

g Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

i Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

j Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

b Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états ■ 4 états c 8 états d 2 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 20 états [c] 16 états [d] 8 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [d] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [e] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [f] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-i-. [■] la Figure 2-iii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-ii-. [d] la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- [b] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
[c] la Figure 3-iii- [d] la Figure 3-iv- [e] la Figure 3-ii-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

[a] 0 ■ 4 [c] 5 [d] 2 [e] 3 [f] 6 [g] 1 [h] 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

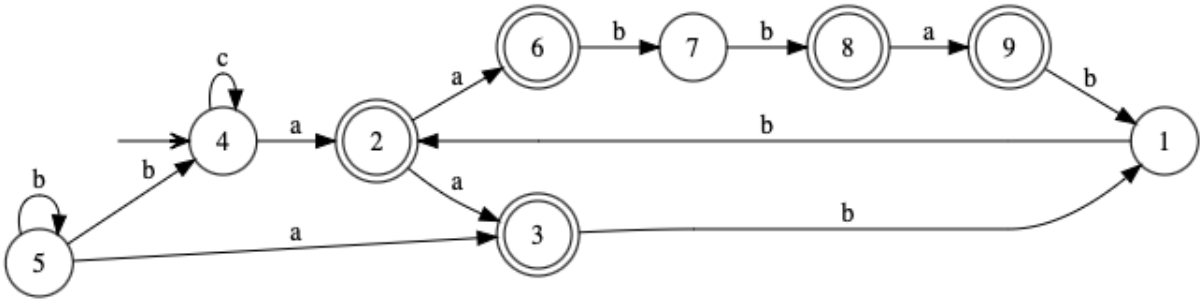
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

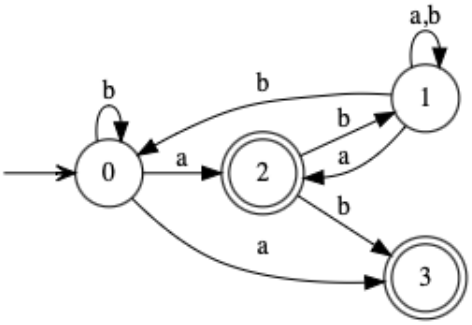
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

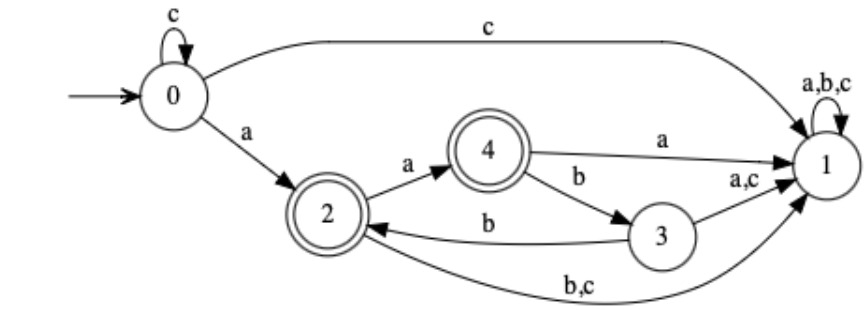


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

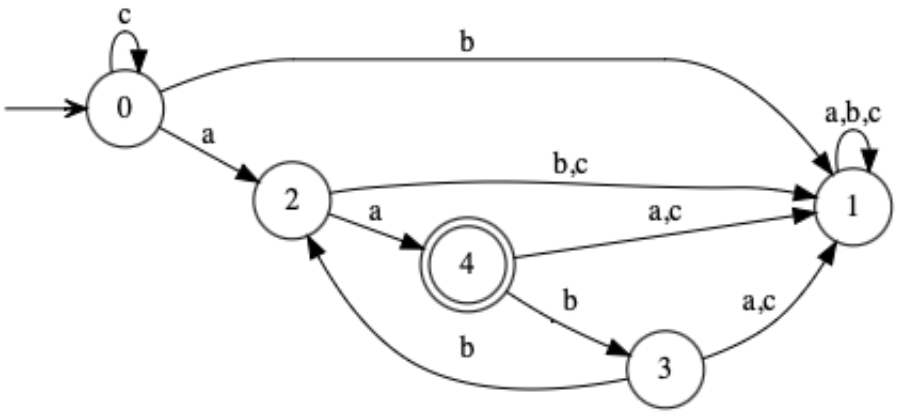


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

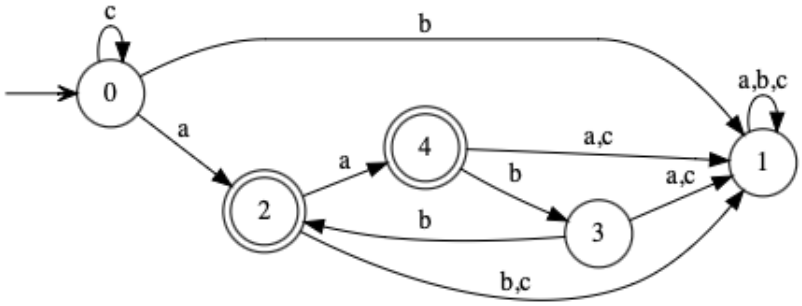
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



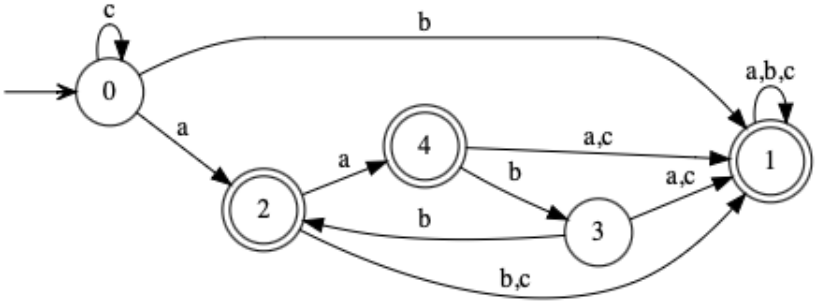
(-i-)



(-ii-)

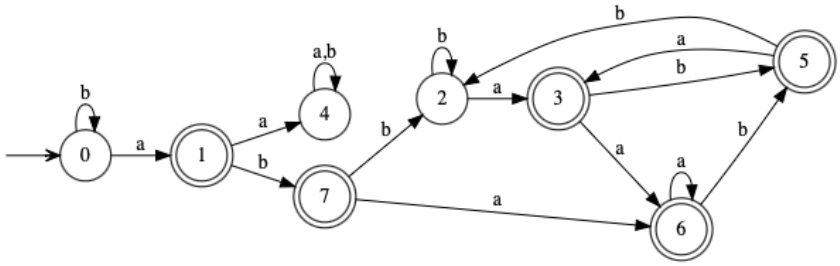


(-iii-)

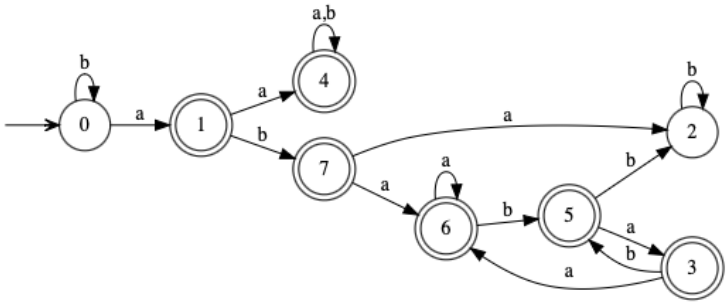


(-iv-)

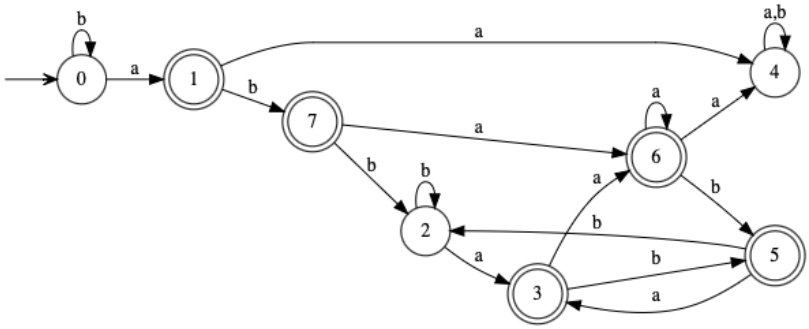
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



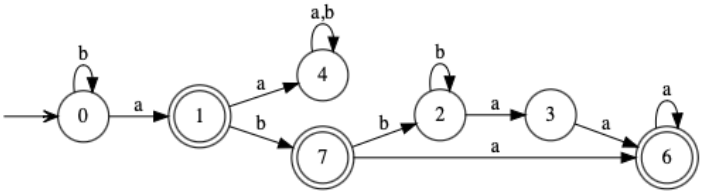
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+120/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c ■ e ■ g h i

Question 3 : ■ b c d e f

Question 4 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 5 : a b ■ d e

Question 6 : a b c ■ e f

Question 7 : a ■ c d e f g h

Question 8 : a ■ c d e f

Question 9 : a b ■ d e f

Question 10 : a b c d e ■

Question 11 : ■ ■ c d e f ■ ■ i j

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a ■ c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [b] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [d] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [e] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $\mathrm{A} = (01^* + 10^*)^*$ et $\mathrm{B} = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [b] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 16 états c 8 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

b Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

c Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

d Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

e Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 8 états ■ 16 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

b Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

d La longueur du mot vide est 1.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

[f] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La longueur du mot vide est 0.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[c] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

[d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 6 états ■ 4 états [c] 8 états [d] 2 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

[c] la Figure 2-i-. [d] la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iii- [b] la Figure 3-iv- [c] la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i-

[e] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 5 ☐ b 6 ☐ c 2 ☐ d 7 ■ 4 ☐ f 1 ☐ g 0 ☐ h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

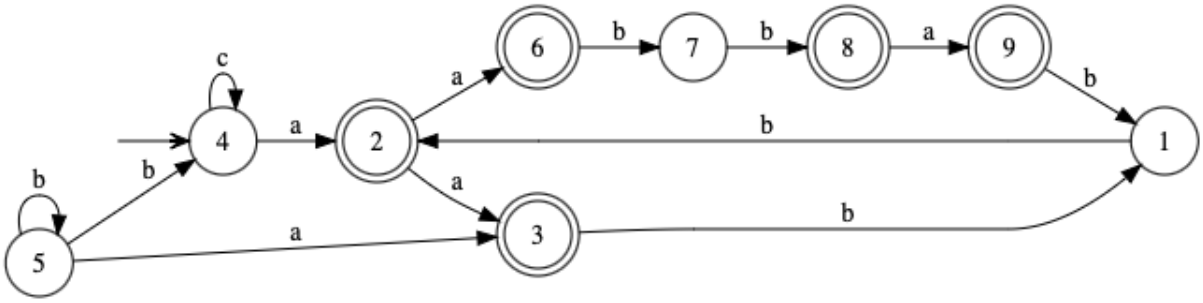
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

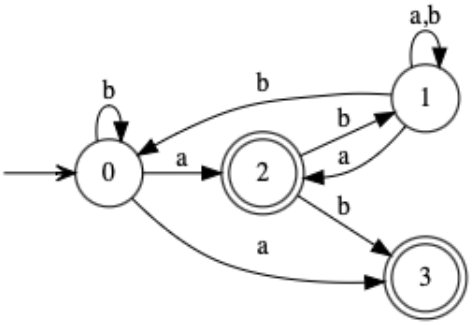
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

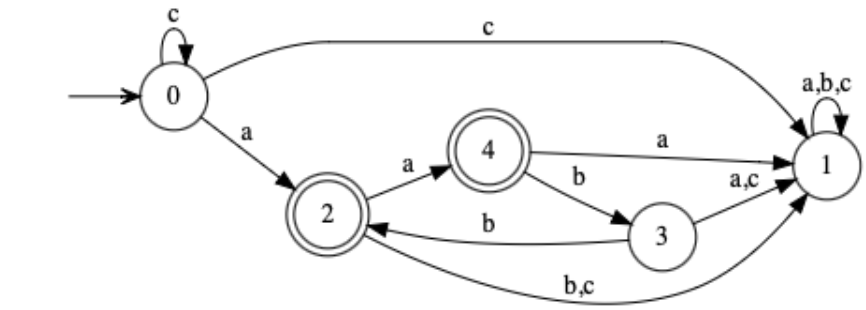


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

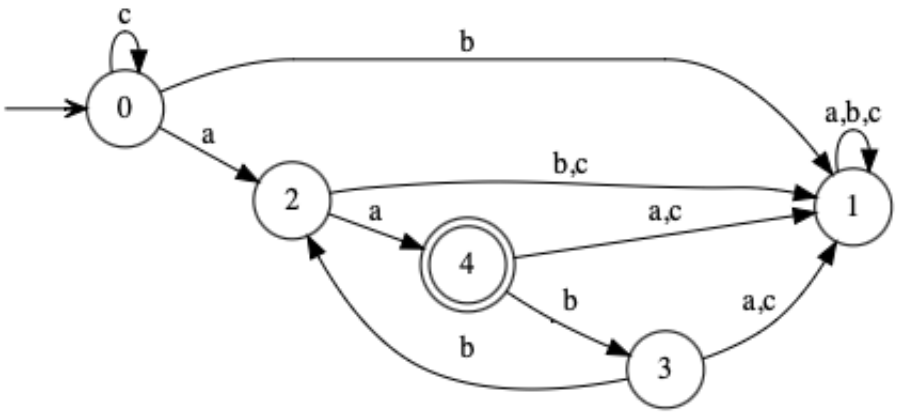


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

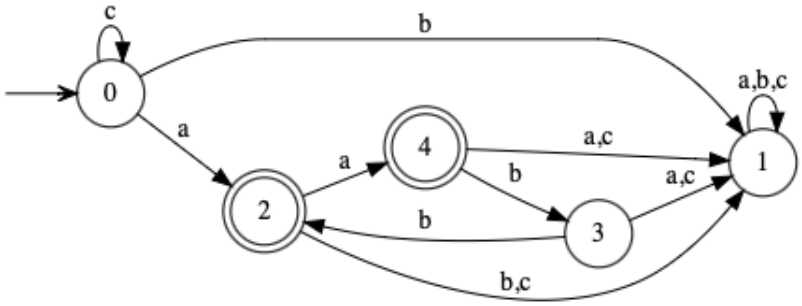
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



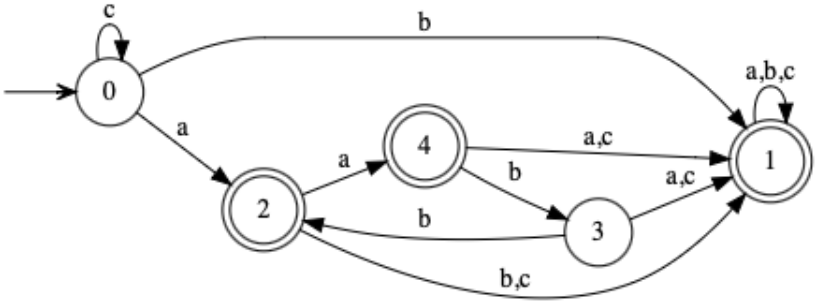
(-i-)



(-ii-)

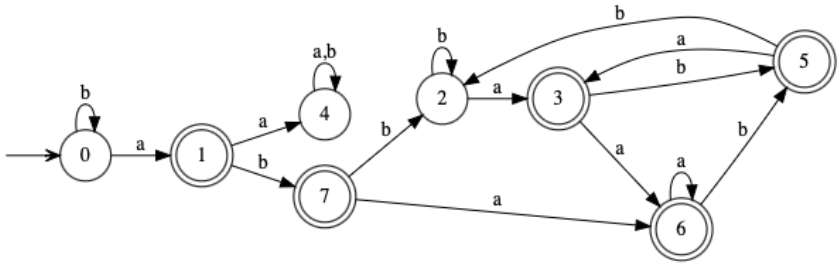


(-iii-)

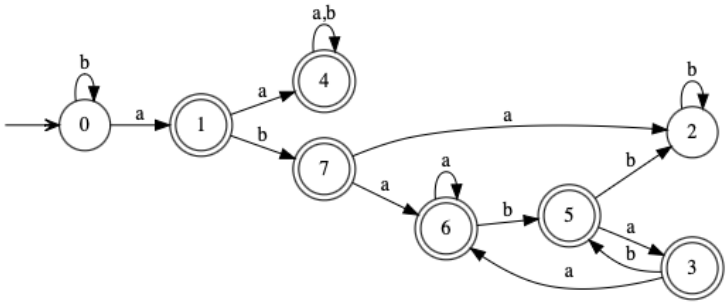


(-iv-)

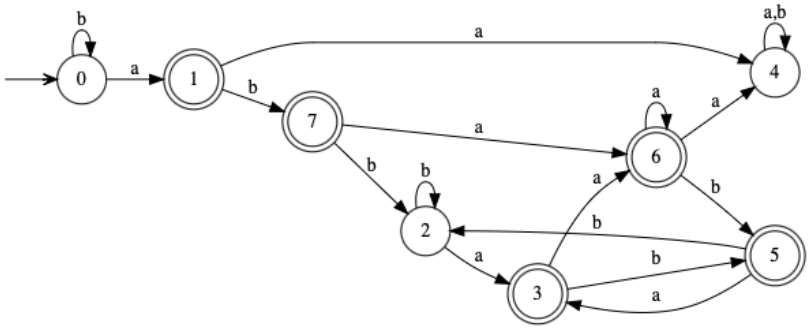
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



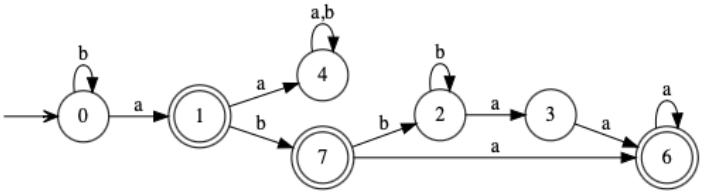
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+121/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e ■ ■ ■ i j

Question 3 : a b ■ d e f

Question 4 : a b c d e ■

Question 5 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 6 : a b ■ d e f

Question 7 : ■ b c d e f g h

Question 8 : ■ b c d ■ f ■ h i

Question 9 : a ■ c d e f

Question 10 : a ■ c d e

Question 11 : a ■ c d e f

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [b] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 32 états [■] 16 états [d] 20 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 8 états c 2 états d 6 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 8 états c 16 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

b Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

c Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

d Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

e Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

b La longueur du mot vide est 1.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^*+10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
[c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
[d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[c] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[e] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[f] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[g] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. [b] la Figure 2-ii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-i-. [d] la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-ii- [b] la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i-
[d] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [e] la Figure 3-iv-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 0 ☐ b 6 ■ 4 ☐ d 1 ☐ e 5 ☐ f 3 ☐ g 2 ☐ h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

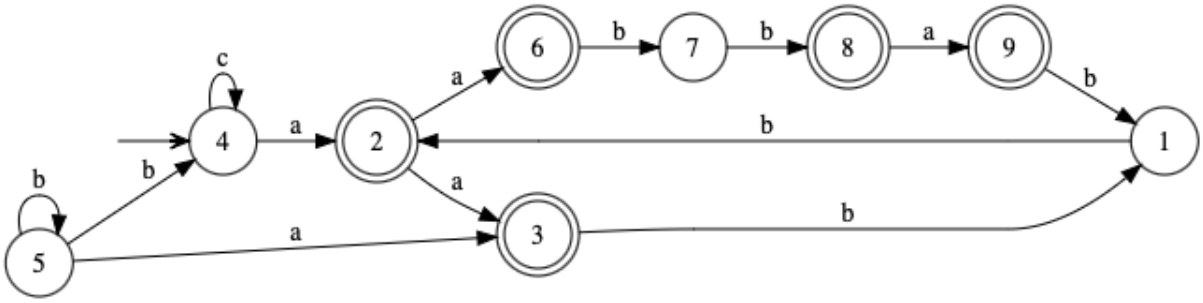
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

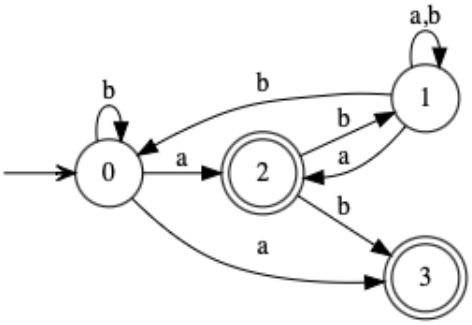
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

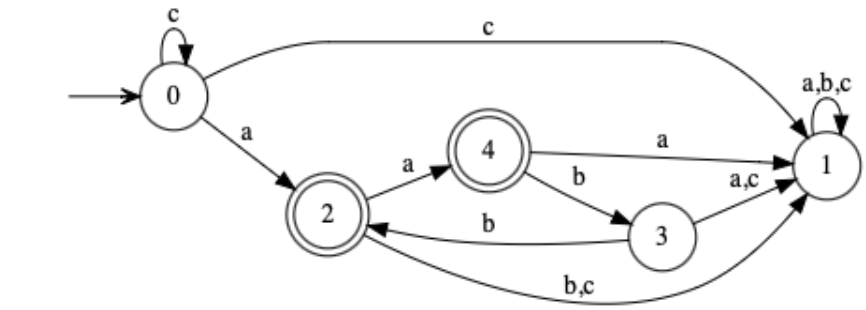


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

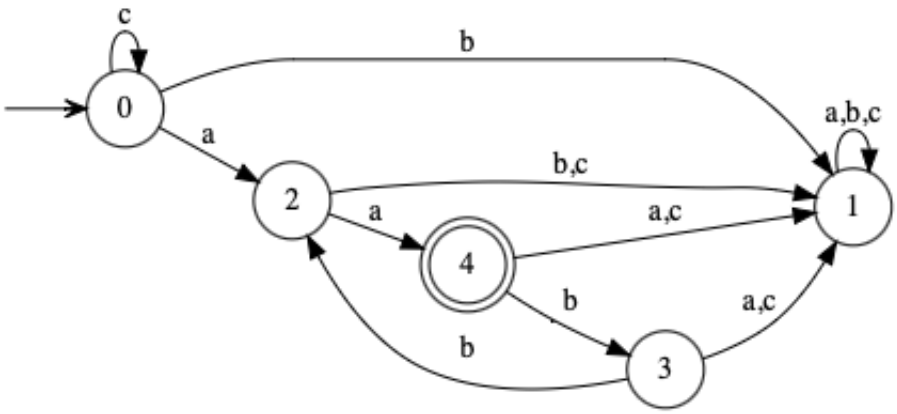


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

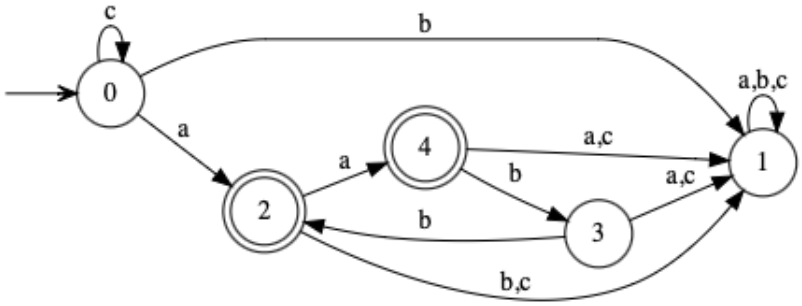
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



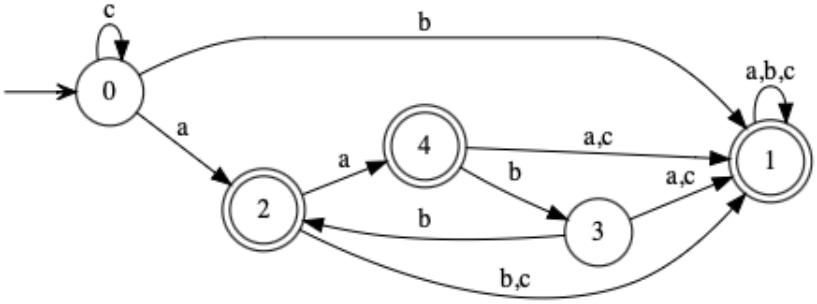
(-i-)



(-ii-)

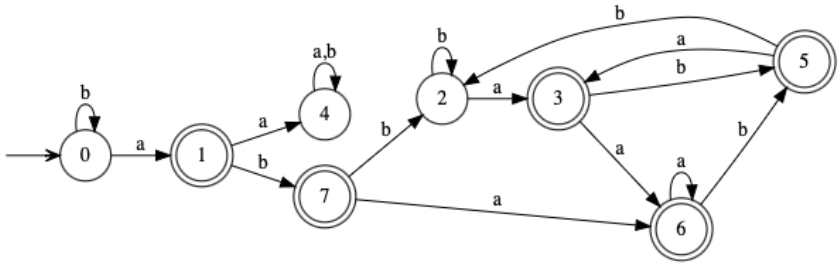


(-iii-)

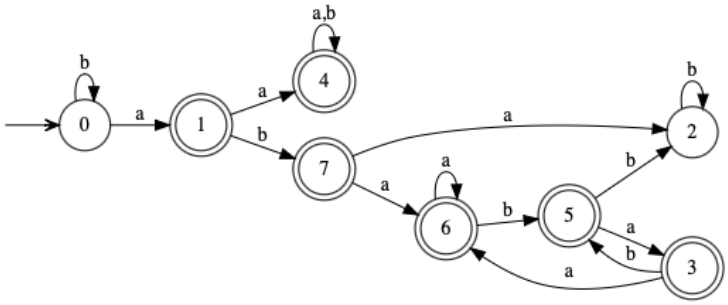


(-iv-)

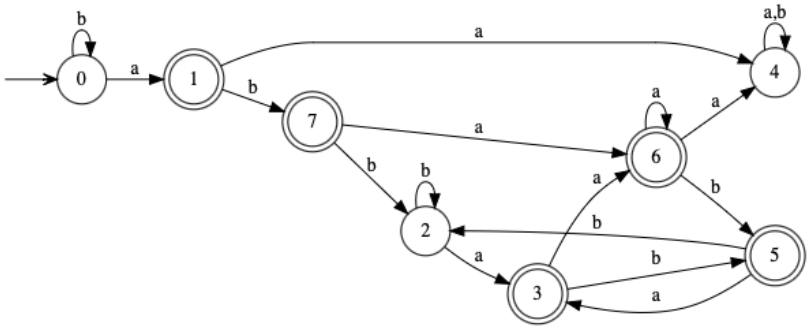
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



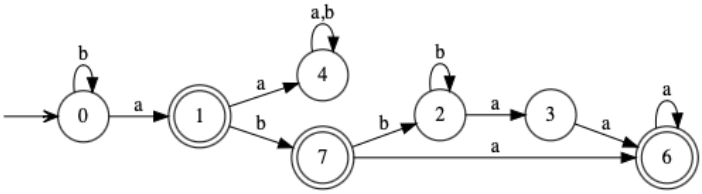
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+122/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e f

Question 3 : a b ■ d e f

Question 4 : a b ■ d e

Question 5 : ■ b c d e f

Question 6 : a b c d e ■

Question 7 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 8 : a b ■ ■ e ■ g h i

Question 9 : a b c ■ e f g h

Question 10 : a ■ c d e f

Question 11 : ■ ■ c ■ e f g ■ i j

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 2 états [b] 6 états [c] 8 états [■] 4 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
[b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 20 états [c] 16 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 20 états [■] 16 états [c] 8 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
[b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
[c] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
[d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[b] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
[c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[d] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[e] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
[f] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
[g] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
[h] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
[j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[b] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[e] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[f] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[h] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La longueur du mot vide est 0.

[c] La longueur du mot vide est 1.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

[e] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

[f] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

[d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-ii-. [b] la Figure 2-i-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

[c] la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i-

[c] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [d] la Figure 3-iv-

[e] la Figure 3-ii- [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 0 ■ 4 ☐ c 5 ☐ d 6 ☐ e 1 ☐ f 3 ☐ g 7 ☐ h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

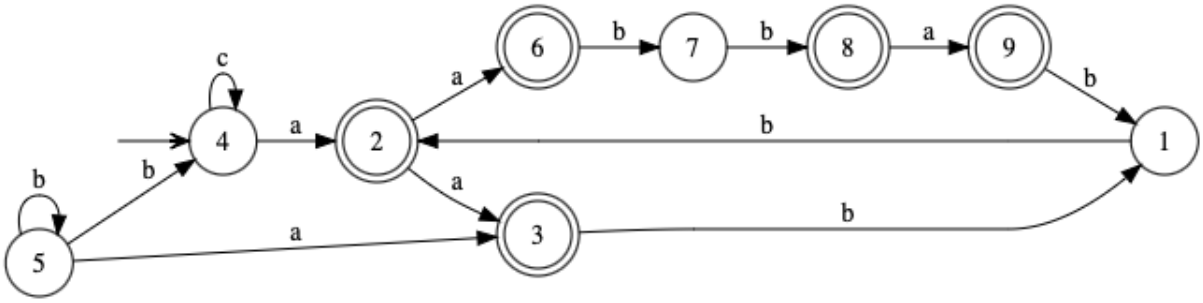
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

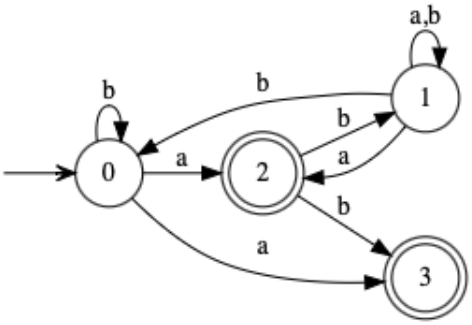
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

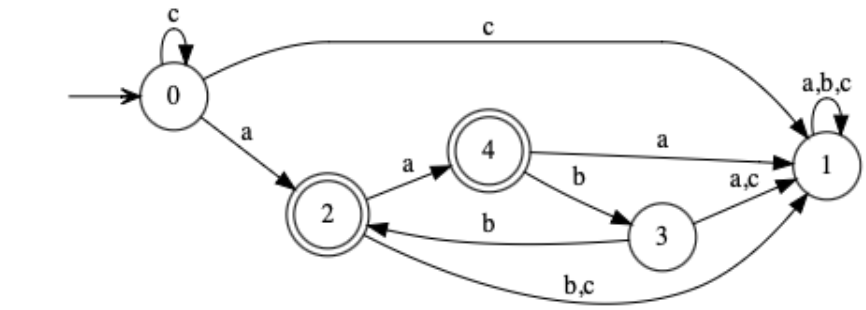


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

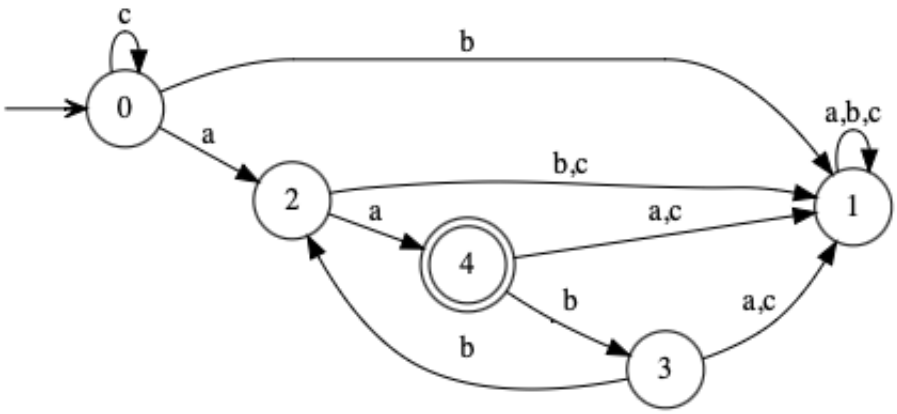


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

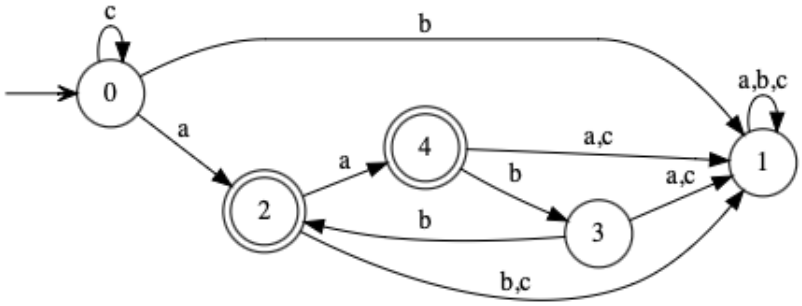
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



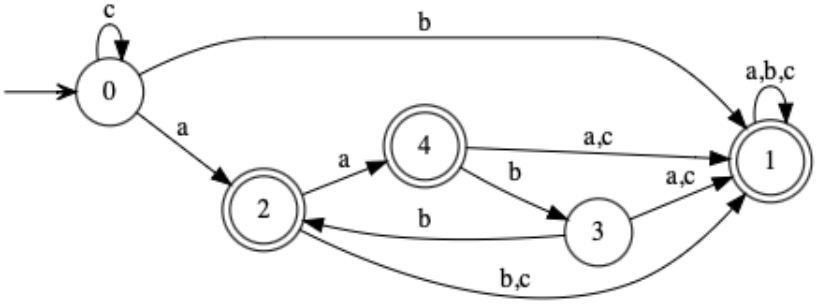
(-i-)



(-ii-)

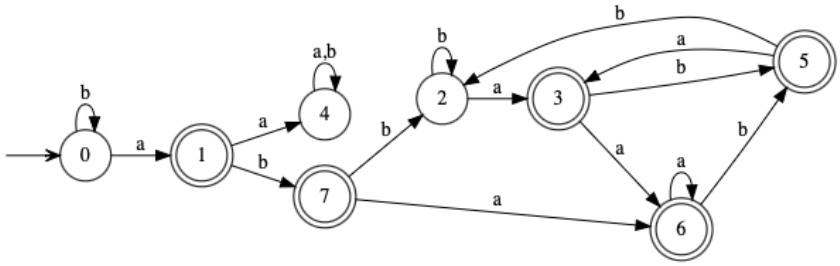


(-iii-)

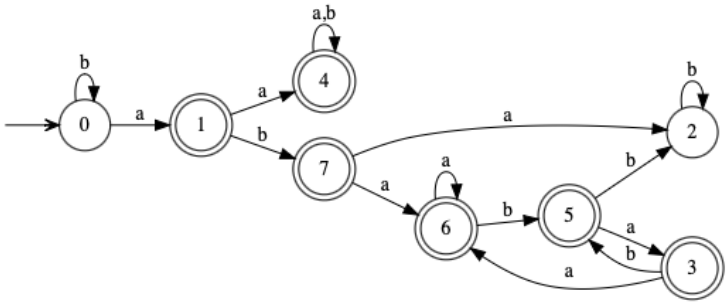


(-iv-)

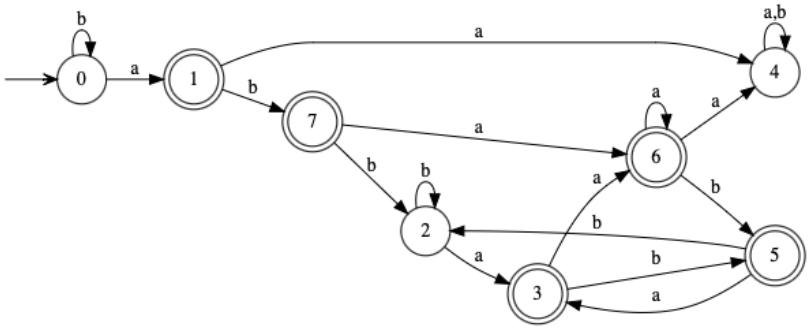
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



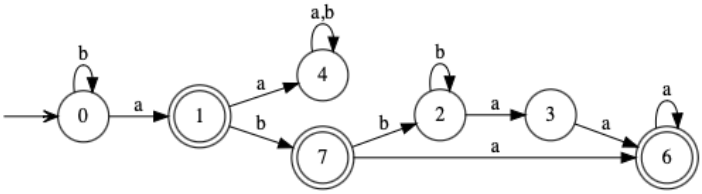
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+123/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c ■ e f

Question 3 : a b ■ d e

Question 4 : a b c d e ■

Question 5 : a ■ c d e f

Question 6 : ■ b c d e f

Question 7 : a ■ c d e f

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : ■ b ■ ■ e f ■ h i j

Question 10 : a ■ c ■ e f ■ h i

Question 11 : a ■ c d e f g h

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a ■ c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 2 états [b] 6 états [c] 8 états [■] 4 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

b Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

d Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

g Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

h Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 8 états c 32 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états ■ 16 états c 32 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

b Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

c Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

d Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

g Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

j Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

d La longueur du mot vide est 1.

e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-iv-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- b la Figure 3-ii-
c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe d la Figure 3-iii-
■ la Figure 3-i- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 3 ☐ b 0 ☐ c 7 ☐ d 5 ☐ e 1 ☐ f 2 ☐ g 6 ■ 4

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

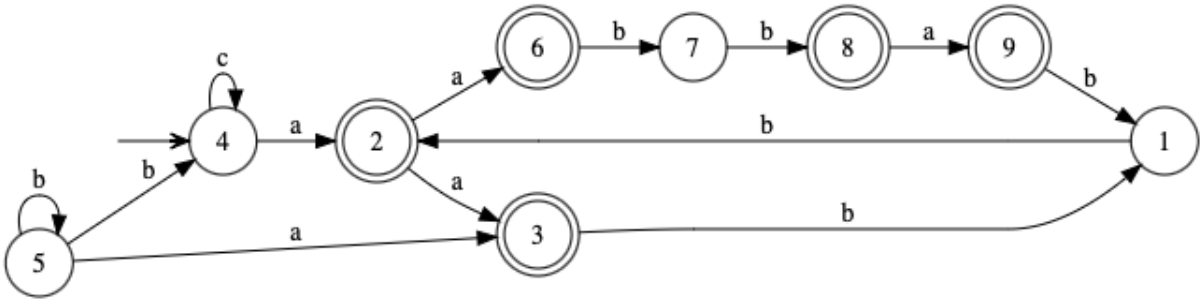
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

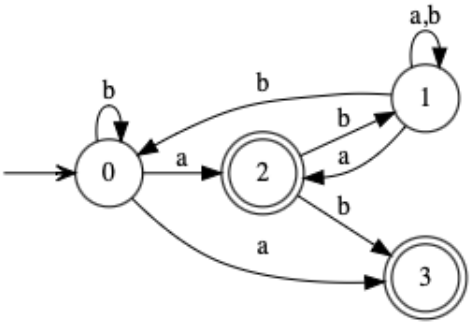
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

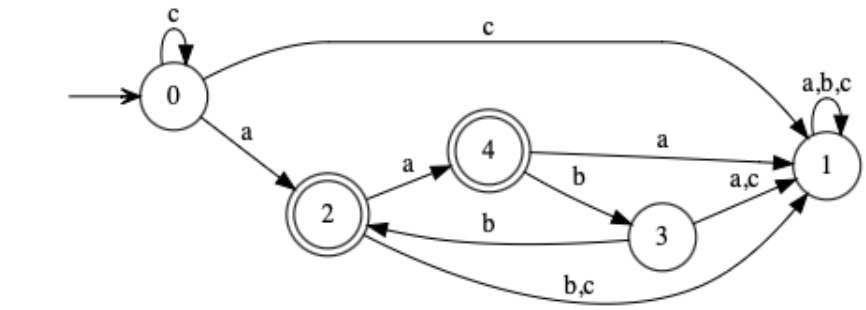


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

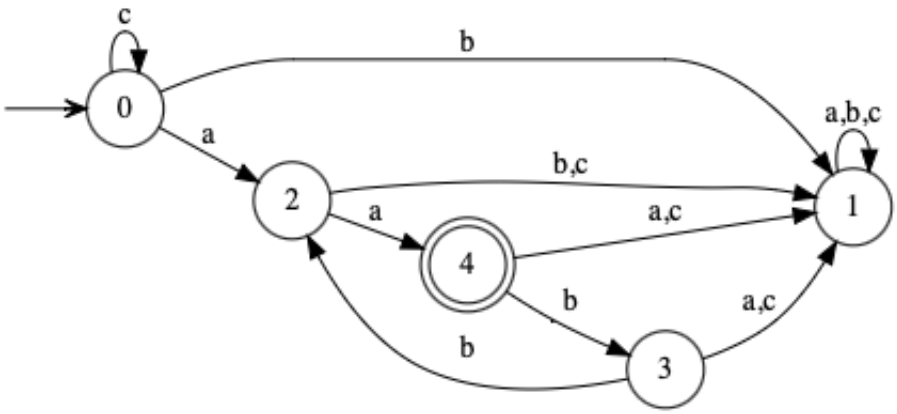


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

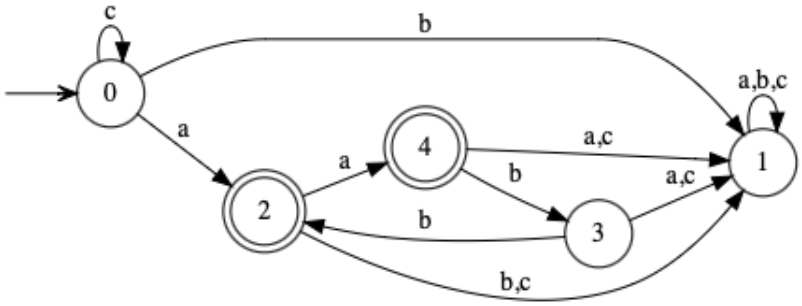
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



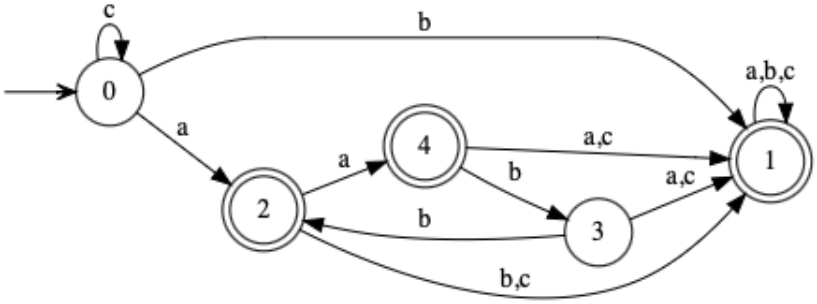
(-i-)



(-ii-)

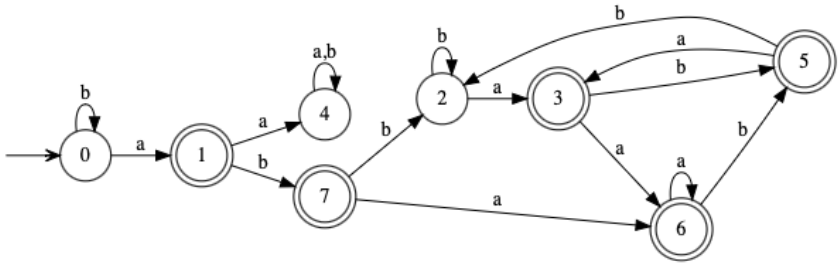


(-iii-)

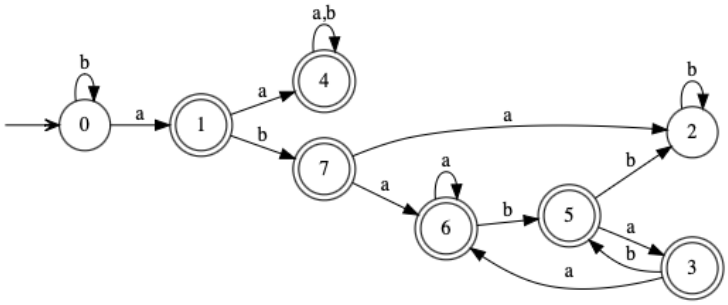


(-iv-)

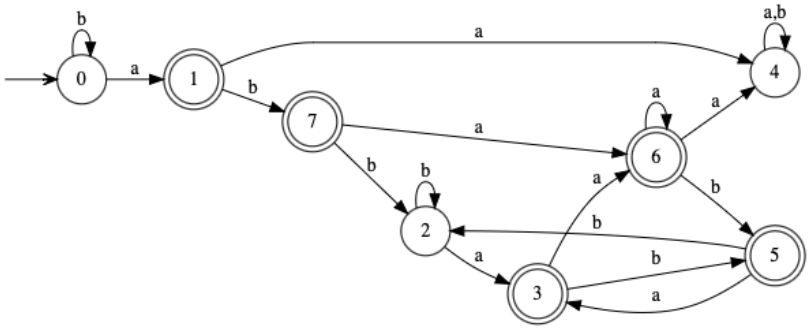
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



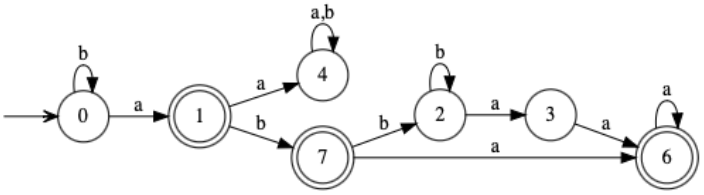
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+124/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e f

Question 3 : a b c ■ e f

Question 4 : a b ■ d e

Question 5 : ■ b ■ d ■ ■ g h i j

Question 6 : a b c d e ■

Question 7 : a b ■ d e f g h

Question 8 : a ■ c d e f

Question 9 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 10 : a ■ c d e ■ ■ h i

Question 11 : a b ■ d e f

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d e f g ■

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [b] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [■] 4 états [c] 6 états [d] 2 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [d] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

g Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

j Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états b 8 états c 20 états ■ 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

f Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

g La longueur du mot vide est 1.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

b Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

e Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

h Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 10 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 16 états c 32 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-iv-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- b la Figure 3-iv- c la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i-

e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 6 ☐ b 7 ☐ c 0 ☐ d 2 ☐ e 1 ☐ f 5 ☐ g 3 ■ 4

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

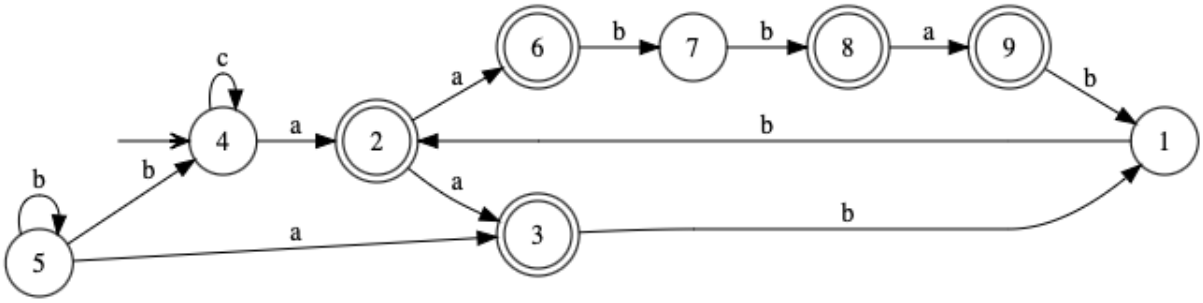
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

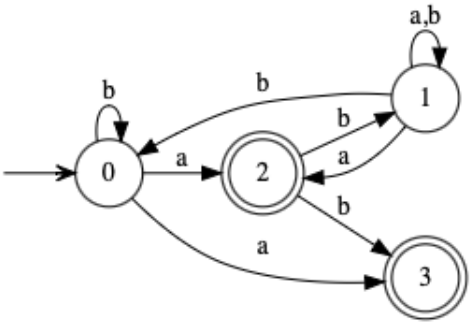
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

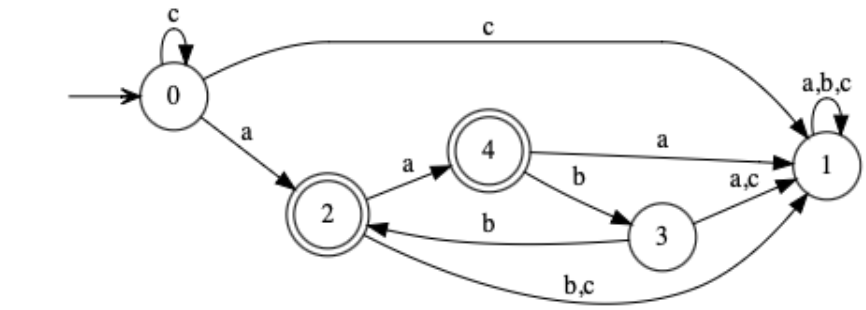


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

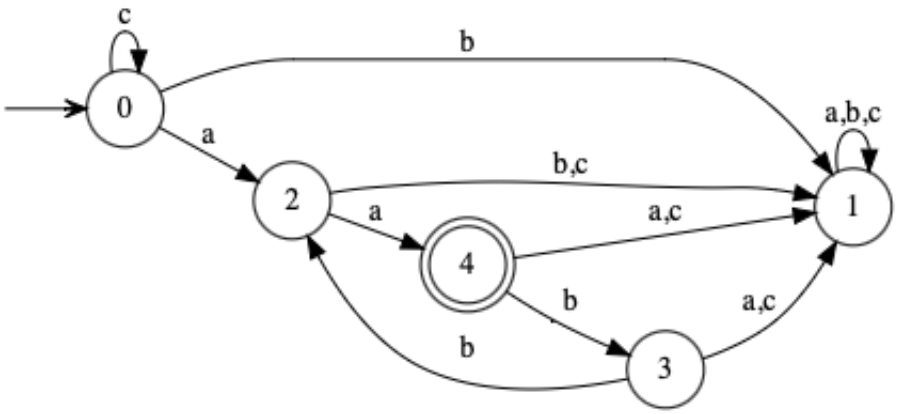


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

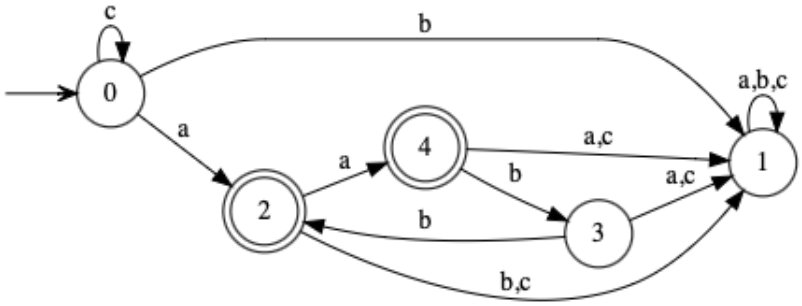
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



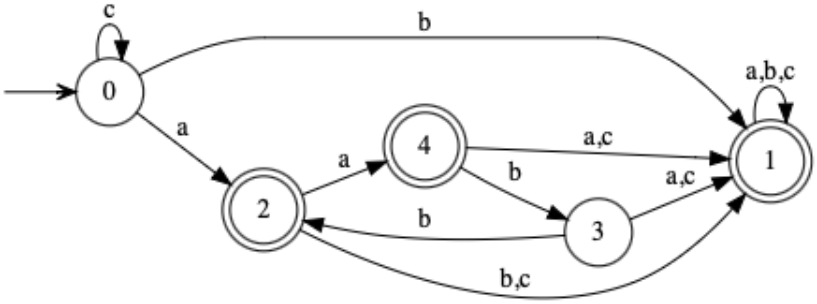
(-i-)



(-ii-)

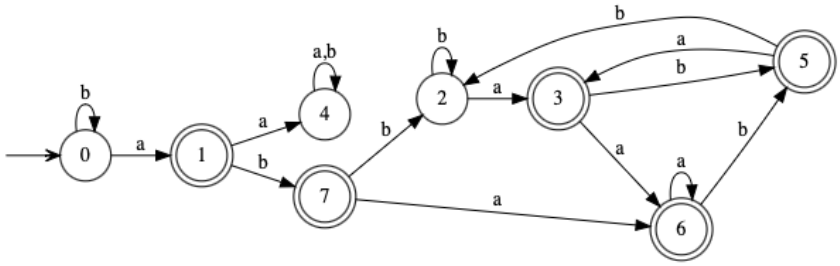


(-iii-)

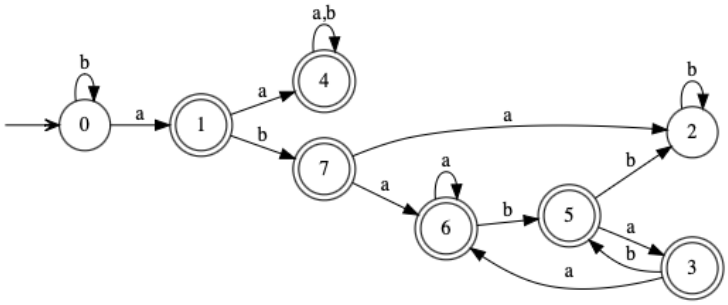


(-iv-)

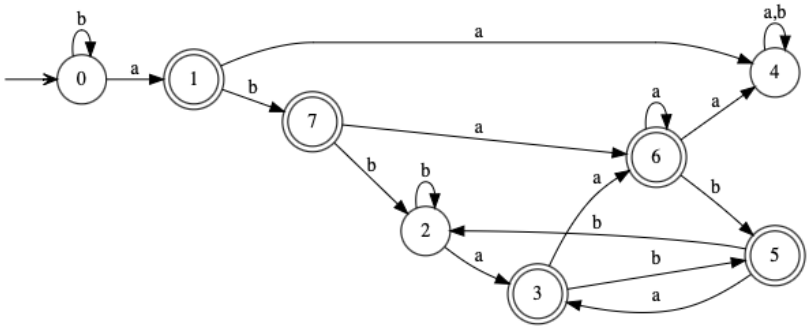
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



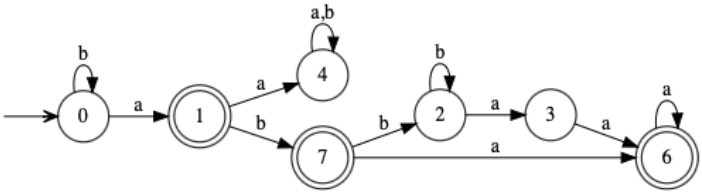
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+125/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e f

Question 3 : a ■ c d e f

Question 4 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 5 : a b c ■ e f

Question 6 : a b ■ d e

Question 7 : a b c ■ e f

Question 8 : ■ b c ■ ■ f g h i

Question 9 : a b ■ ■ e ■ ■ h i j

Question 10 : a b c d e ■

Question 11 : ■ b c d e f g h

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b c d e f g ■

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [c] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [f] La longueur du mot vide est 1.
- [g] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
[■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[■] 4 états [b] 6 états [c] 8 états [d] 2 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 16 états [c] 8 états [d] 20 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [b] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [d] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [g] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

☐ a 32 états ☐ b 8 états ■ 16 états ☐ d 20 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
☐ f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

☐ a Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
☐ b Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
☐ c Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
☐ d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
☐ e Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
☐ f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
☐ g Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
☐ h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
☐ i Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
☐ j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
☐ l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^*+10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

☐ a Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
☐ b Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
☐ c Les langages dénotés par A et B sont identiques.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
☐ f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. ☐ b la Figure 2-iv-. ☐ e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
☐ c la Figure 2-ii-. ☐ d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iii- [b] la Figure 3-ii-
[c] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [d] la Figure 3-iv-
■ la Figure 3-i- [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 [b] 7 [c] 3 [d] 0 [e] 5 [f] 6 [g] 1 [h] 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

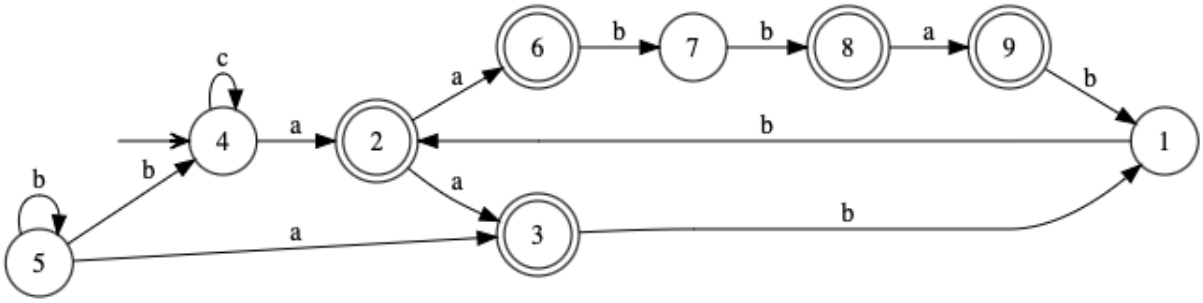
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

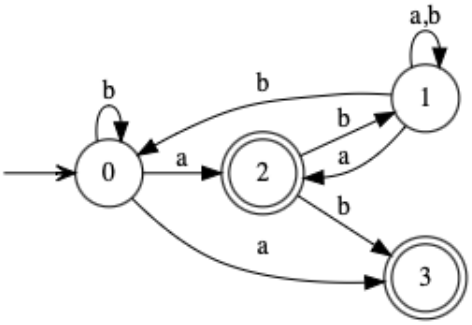
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

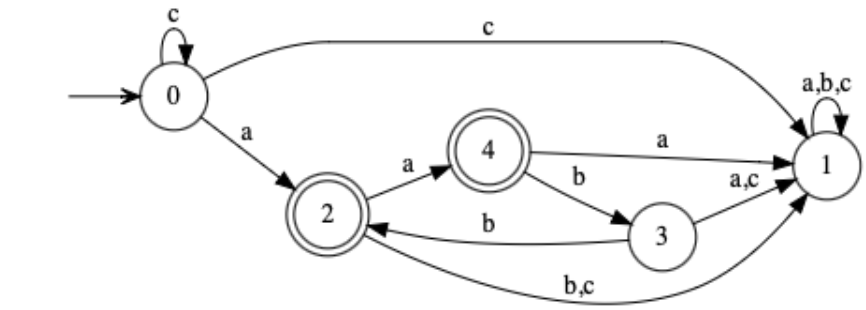


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

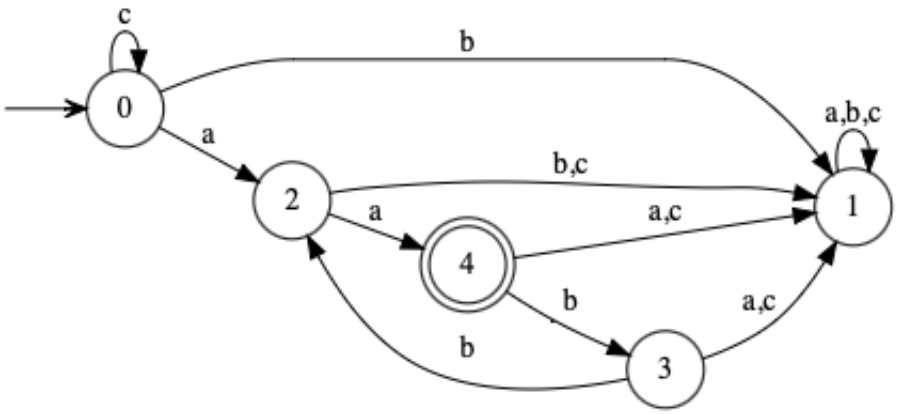


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

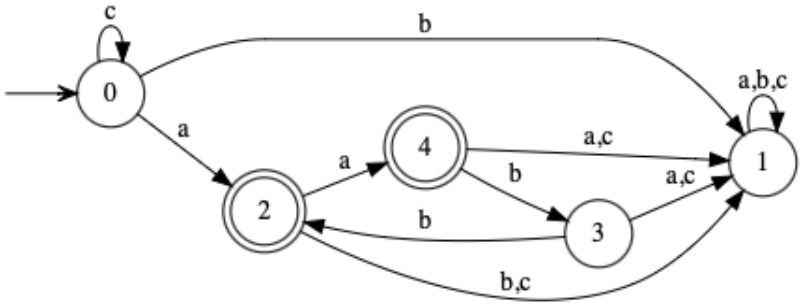
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



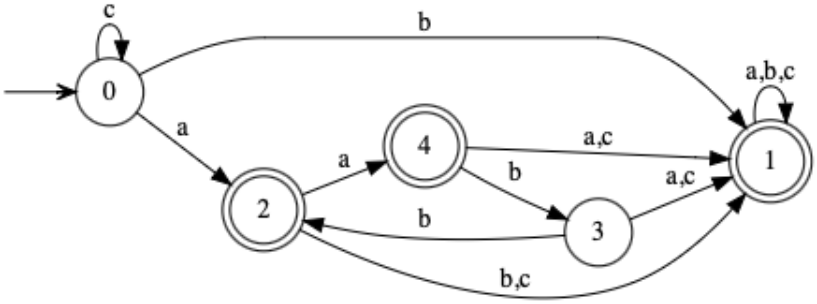
(-i-)



(-ii-)

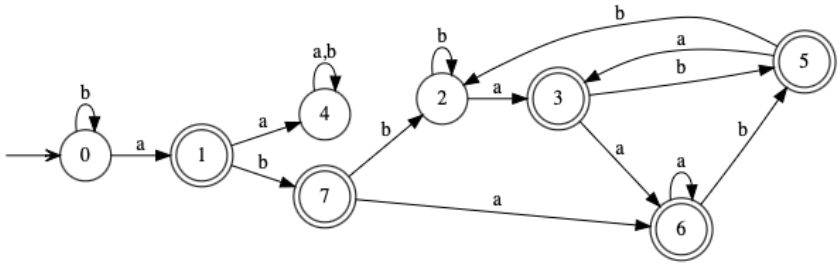


(-iii-)

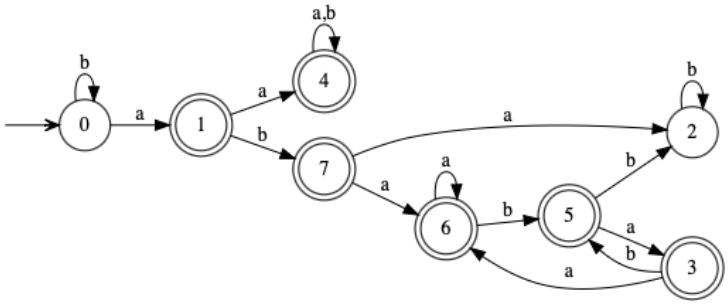


(-iv-)

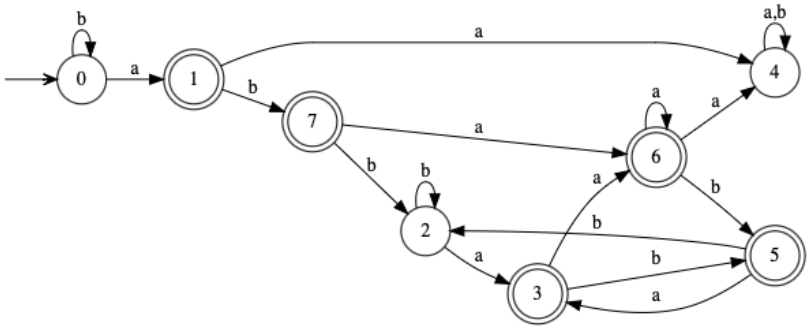
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



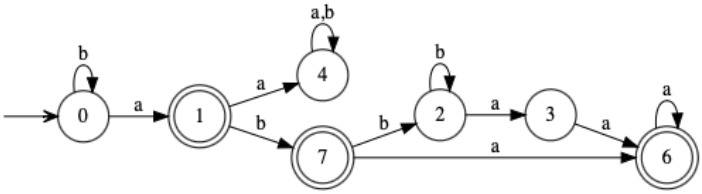
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+126/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ ■ c ■ e f g h i

Question 3 : ■ b c d e

Question 4 : a ■ c d e f

Question 5 : a b c ■ e f g h

Question 6 : ■ b c d e f

Question 7 : a b c d e ■

Question 8 : a b ■ d ■ ■ g ■ i j

Question 9 : a b ■ d e f

Question 10 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 11 : a b c ■ e f

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [c] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [e] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [g] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [h] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

[e] La longueur du mot vide est 1.

[f] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

[b] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[c] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 8 états [c] 20 états [d] 16 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[b] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

[c] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

[d] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

[e] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[g] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[i] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

[j] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 2 états ■ 4 états d 6 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 32 états c 8 états d 20 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-iv-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- b la Figure 3-iii- c la Figure 3-iv- d la Figure 3-ii-
e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 5 ☐ b 2 ■ 4 ☐ d 1 ☐ e 6 ☐ f 0 ☐ g 3 ☐ h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

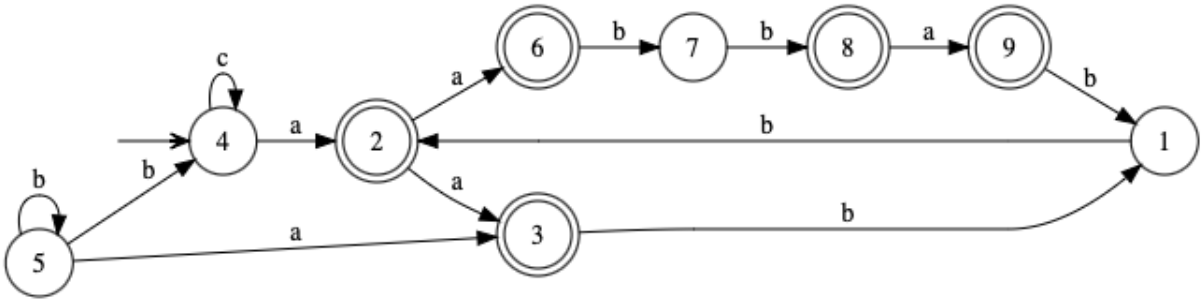
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

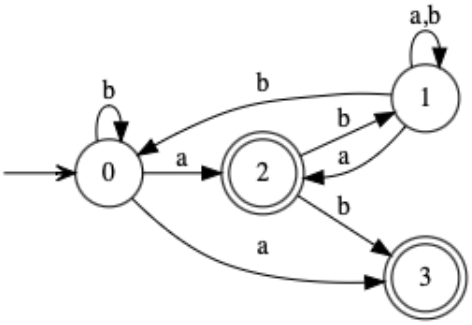
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

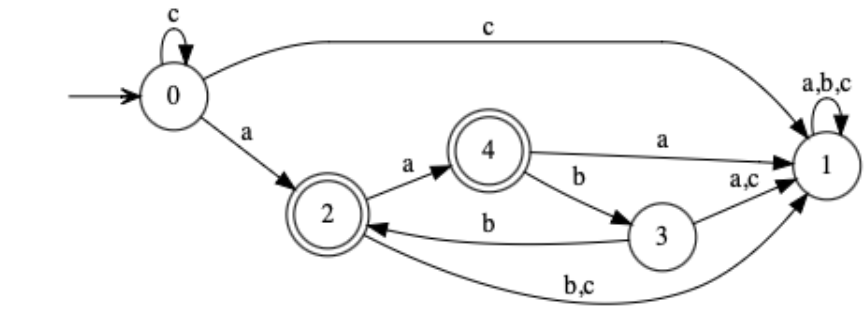


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

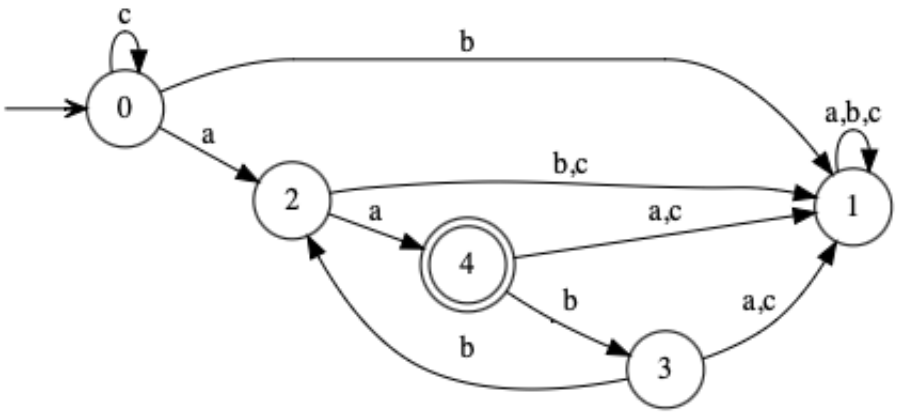


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

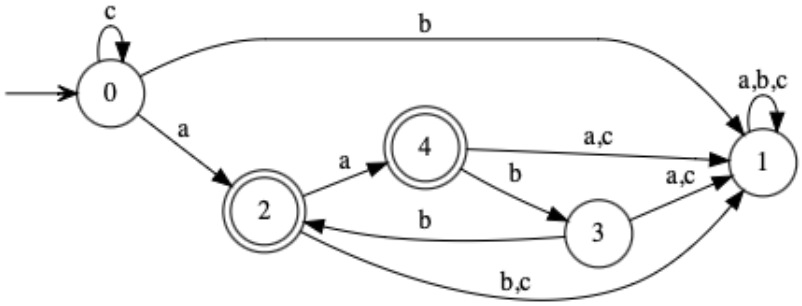
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



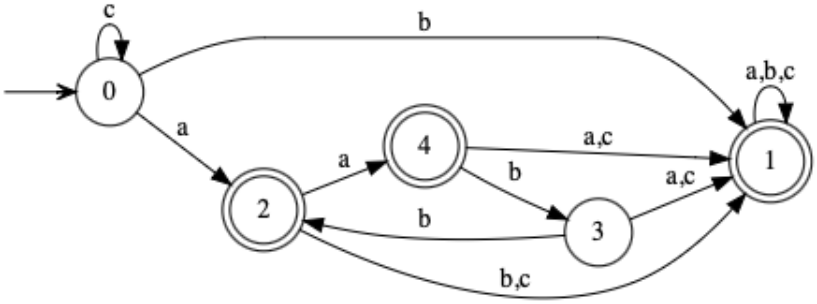
(-i-)



(-ii-)

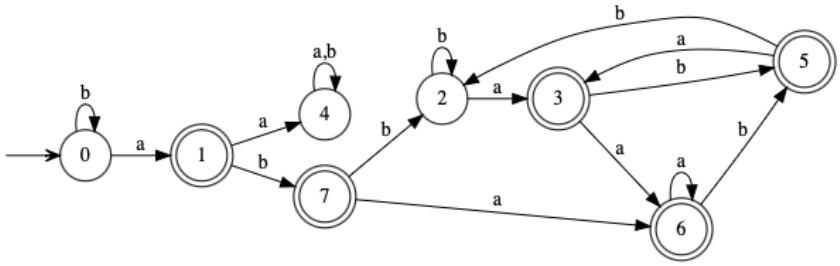


(-iii-)

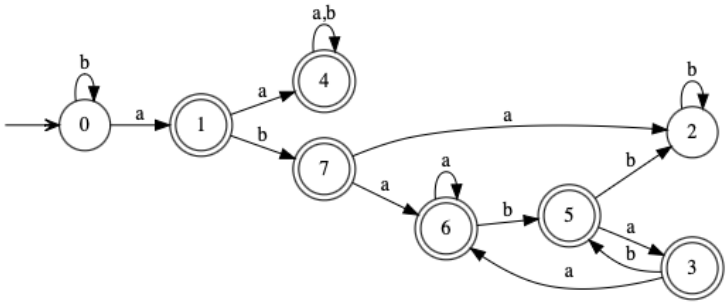


(-iv-)

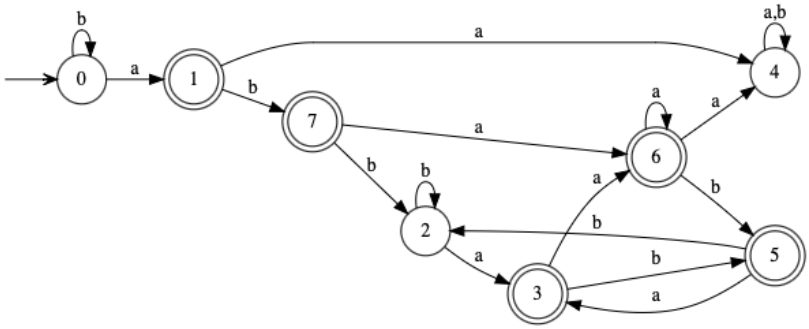
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



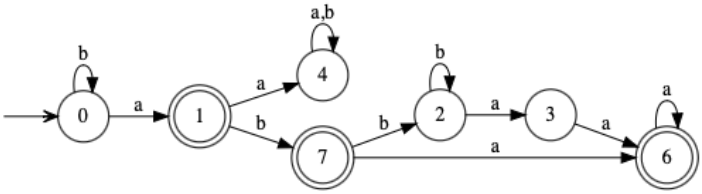
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+127/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ ■ c ■ e ■ g h i j

Question 3 : a ■ c ■ e f ■ h i

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : a b c ■ e f

Question 6 : a b c d e ■

Question 7 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 8 : a b c ■ e f g h

Question 9 : ■ b c d e

Question 10 : a b ■ d e f

Question 11 : ■ b c d e f

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

c Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

e Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

f Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

h Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

c Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

d Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

h Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

i Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

j Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 7 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La longueur du mot vide est 1.

b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

d Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 8 états c 6 états d 2 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 32 états c 8 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états b 20 états c 8 états ■ 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-iv-

■ la Figure 3-i- d la Figure 3-iii- e la Figure 3-ii-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 7 ■ 4 ☐ c 3 ☐ d 5 ☐ e 1 ☐ f 0 ☐ g 6 ☐ h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

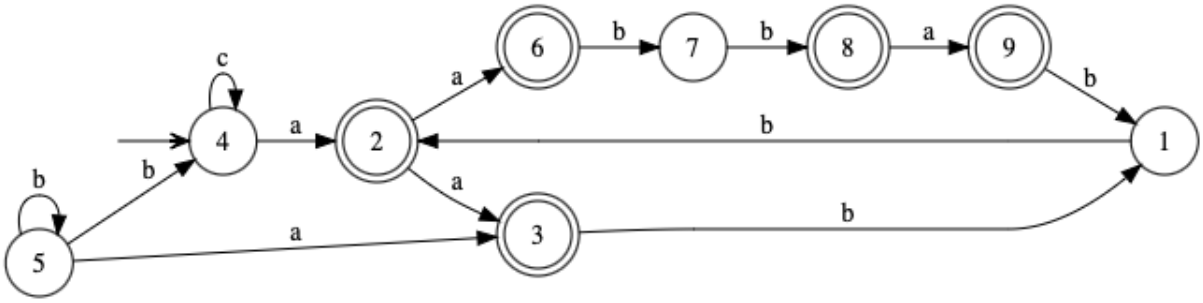
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

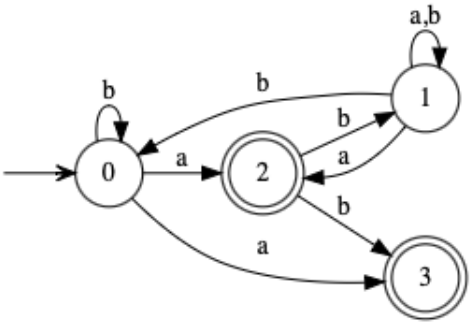
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

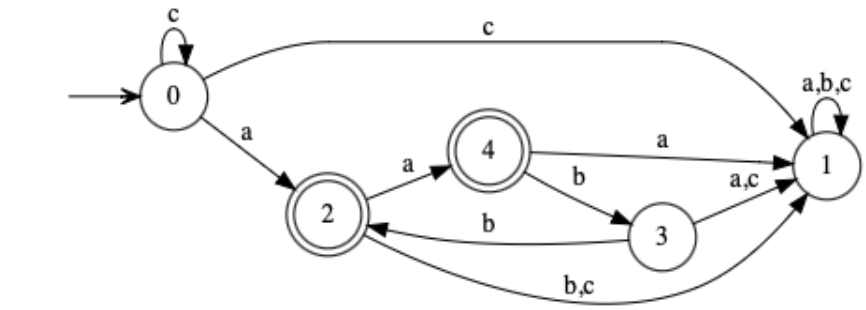


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

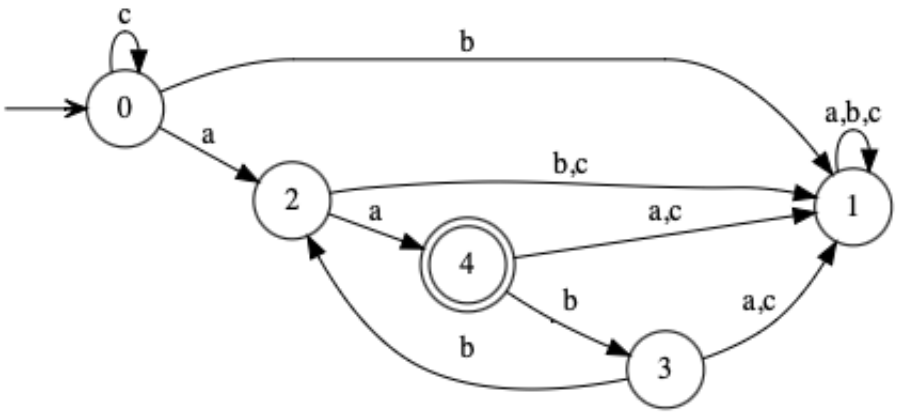


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

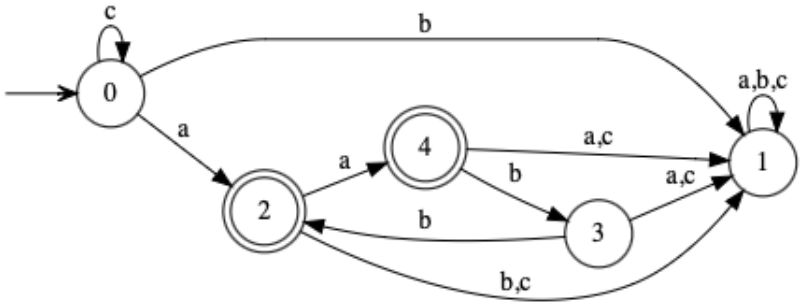
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



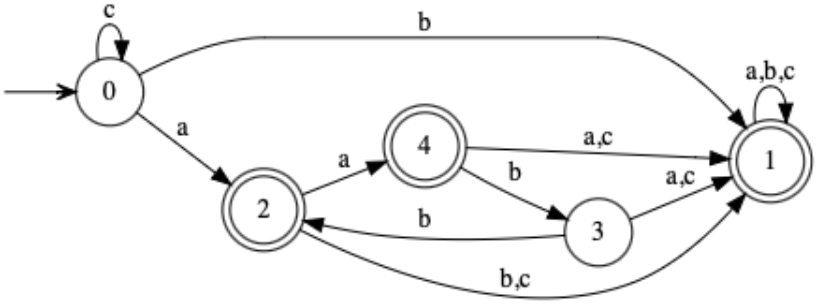
(-i-)



(-ii-)

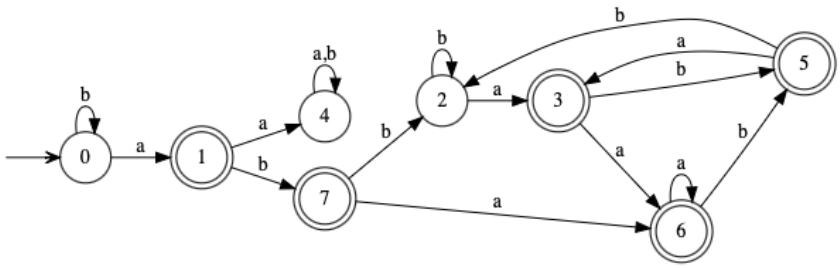


(-iii-)

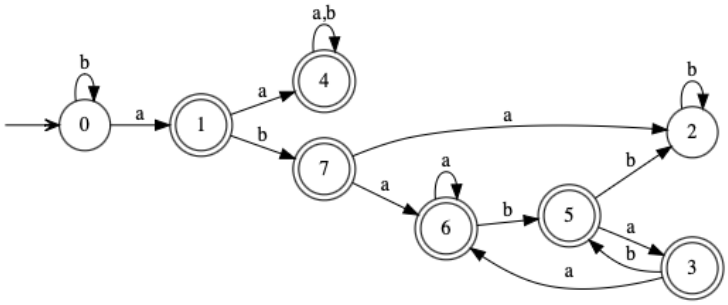


(-iv-)

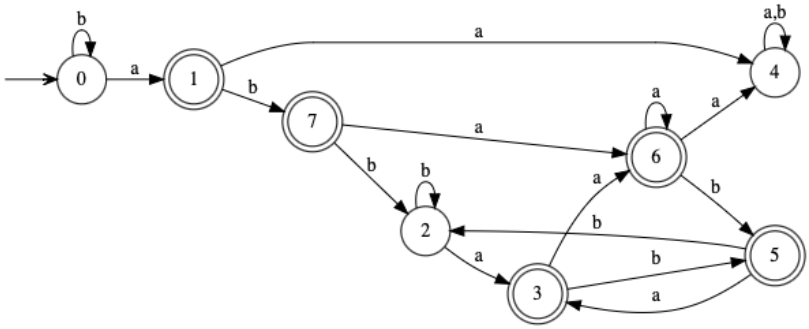
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



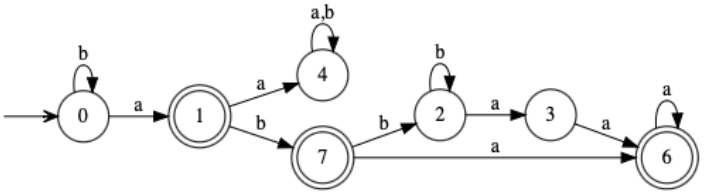
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+128/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e f

Question 3 : a b ■ d e f

Question 4 : ■ ■ c ■ e f ■ h i j

Question 5 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 6 : a ■ c d e

Question 7 : a b ■ d e ■ ■ h i

Question 8 : ■ b c d e f

Question 9 : a ■ c d e f g h

Question 10 : a b c d e ■

Question 11 : a b c ■ e f

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a ■ c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états [b] 8 états [c] 20 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[a] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[e] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[g] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[h] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 4 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 6 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 8 états c 6 états d 2 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

b Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

c Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

i Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

j Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 32 états [c] 20 états [d] 16 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[b] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] La longueur du mot vide est 1.

[b] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

[e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

[g] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-ii-. [b] la Figure 2-i-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

■ la Figure 2-iii-. [d] la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iv- [b] la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i-

[d] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [e] la Figure 3-ii-

[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 7 ☐ b 0 ☐ c 3 ☐ d 5 ☐ e 1 ■ 4 ☐ g 2 ☐ h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

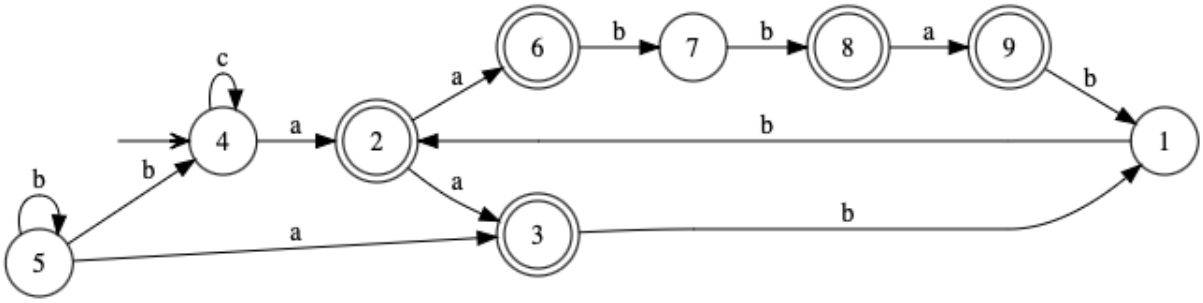
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

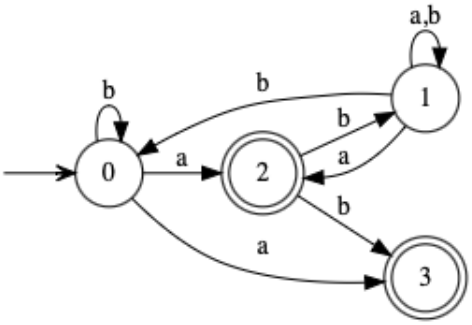
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

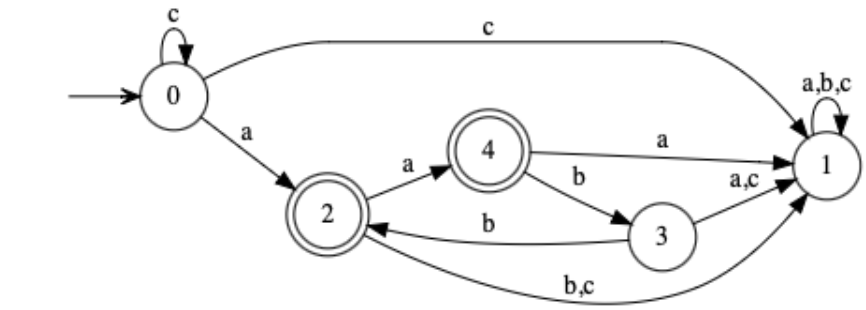


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

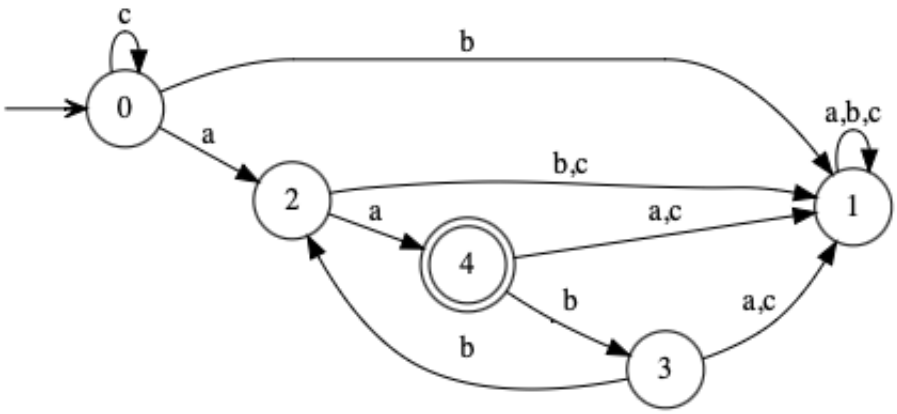


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

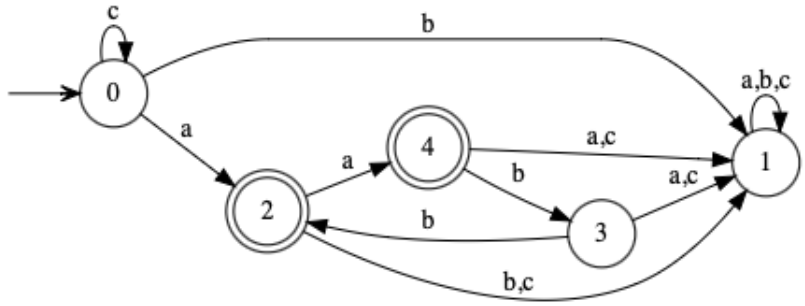
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



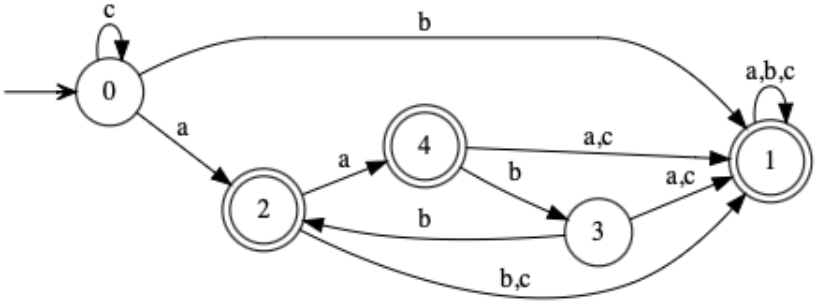
(-i-)



(-ii-)

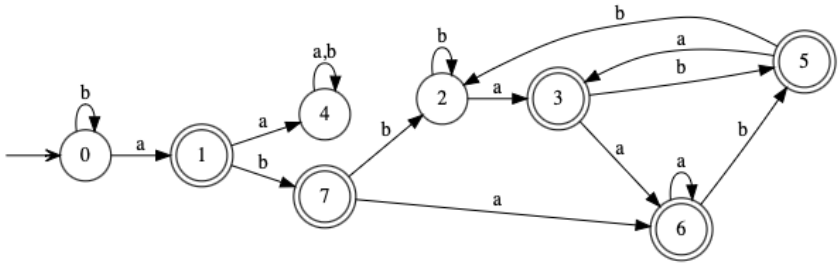


(-iii-)

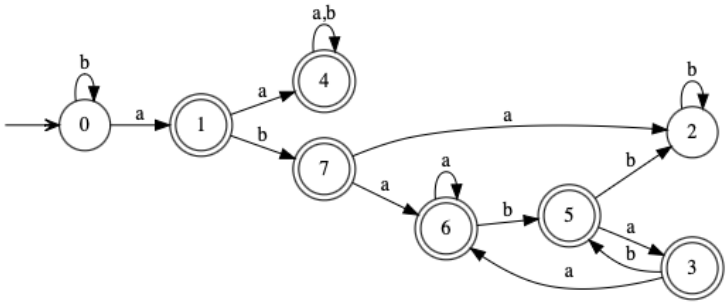


(-iv-)

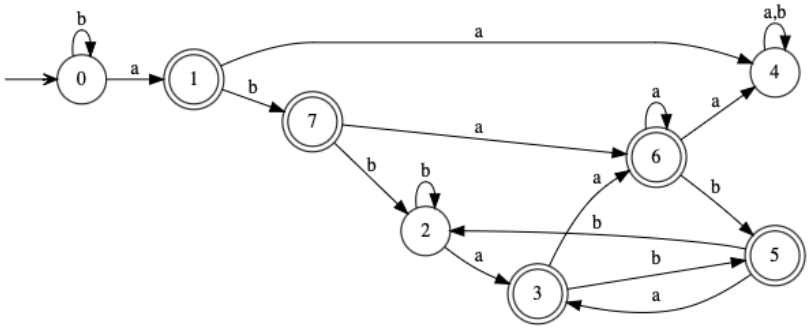
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



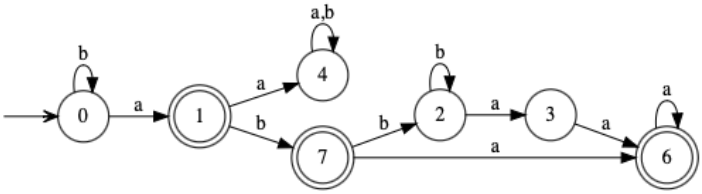
(-i-)



(-ii-)

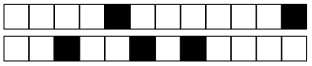


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+129/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f

Question 3 : a ■ ■ ■ e ■ g h i j

Question 4 : a b ■ d e

Question 5 : a ■ c d e f g h

Question 6 : ■ b c d e f

Question 7 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 8 : a b c ■ e f

Question 9 : a b c d e ■

Question 10 : a b ■ d e f

Question 11 : a b ■ ■ e ■ g h i

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b c d e ■ g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 6 états [b] 8 états [■] 4 états [d] 2 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[■] La longueur du mot vide est 0.
[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
[c] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
[d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
[e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
[g] La longueur du mot vide est 1.
[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[b] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

c Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

d Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

e Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

g Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 6 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 20 états ■ 16 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont identiques.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 8 états [c] 32 états [d] 20 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[a] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[d] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[f] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[h] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-i-. [b] la Figure 2-iv-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iv- [b] la Figure 3-ii- [c] la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i-
[e] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 6 ☐ b 7 ☐ c 5 ■ 4 ☐ e 2 ☐ f 3 ☐ g 0 ☐ h 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

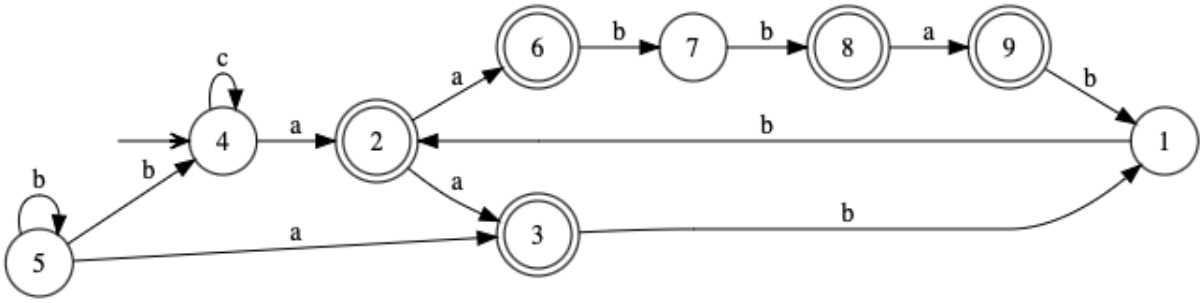
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

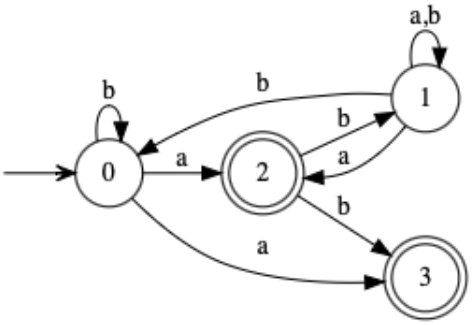
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

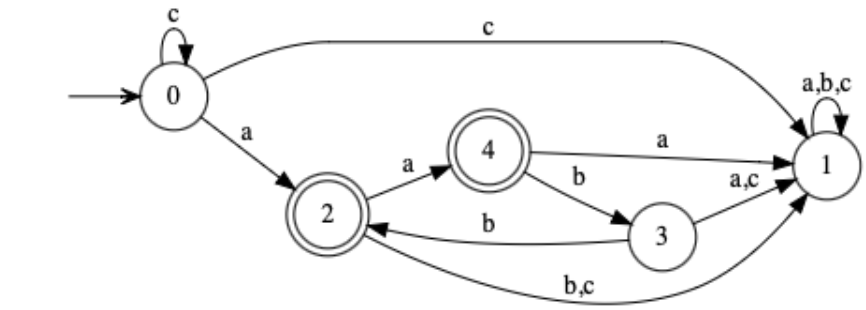


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

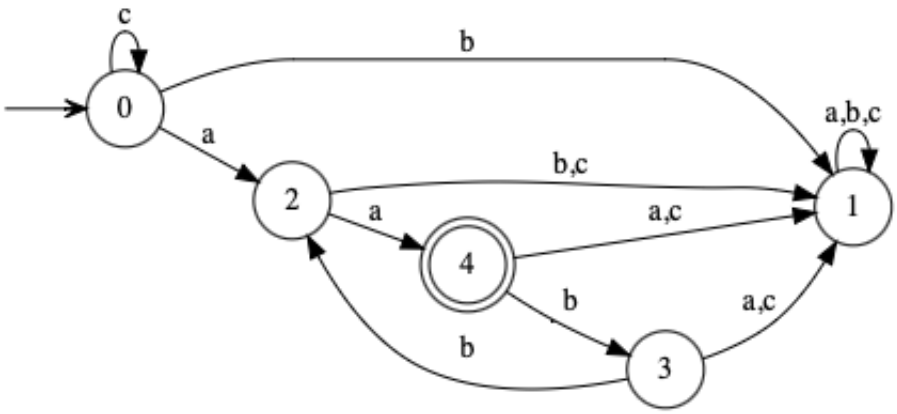


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

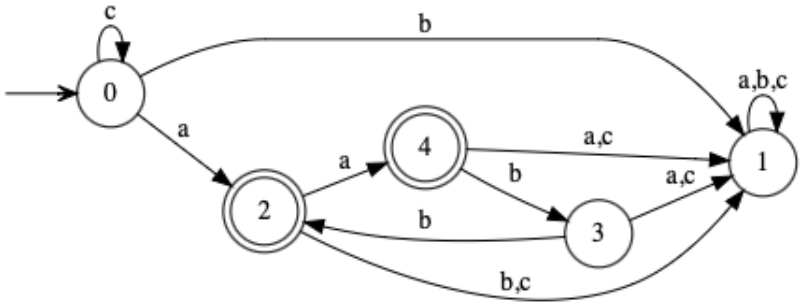
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



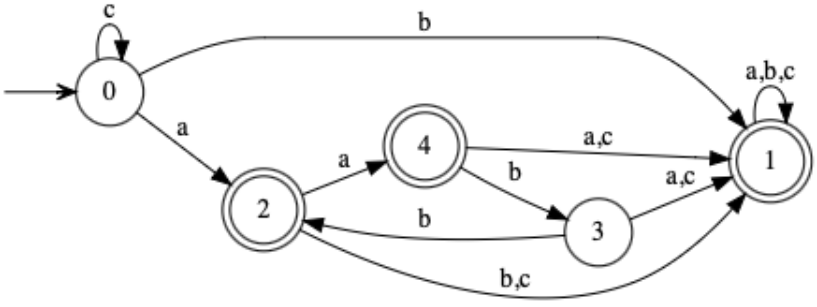
(-i-)



(-ii-)

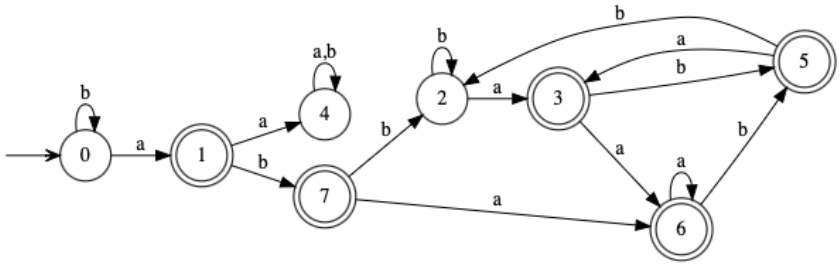


(-iii-)

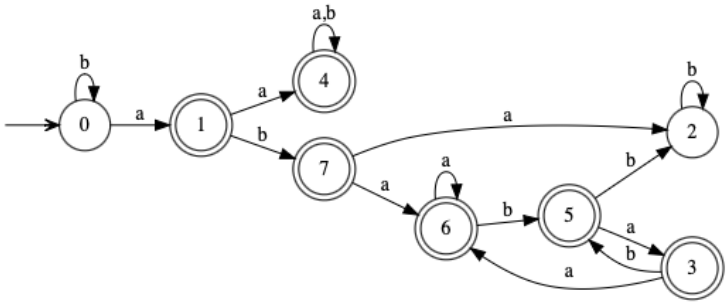


(-iv-)

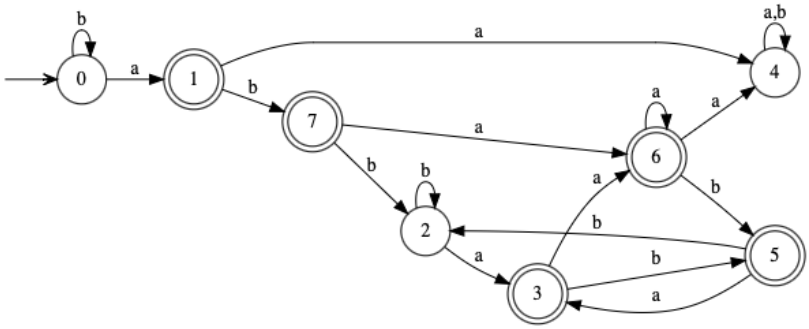
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



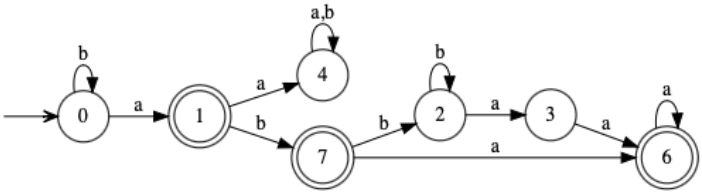
(-i-)



(-ii-)

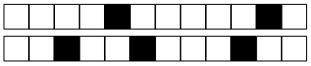


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+130/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e f

Question 3 : ■ ■ c d e ■ g h i

Question 4 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 5 : a ■ c d e

Question 6 : a b ■ d e f

Question 7 : a ■ c d e f

Question 8 : a b c ■ e f g h

Question 9 : a b c d e ■

Question 10 : a ■ ■ d ■ f ■ h i j

Question 11 : ■ b c d e f

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 8 états [c] 16 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [■] 16 états [c] 20 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [d] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [f] La longueur du mot vide est 1.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [d] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

f Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

g Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

d Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

g Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

h Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

i Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 8 états c 6 états d 2 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i-

c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe d la Figure 3-iv-

e la Figure 3-ii- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 7 c 5 d 3 e 1 f 6 g 0 h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

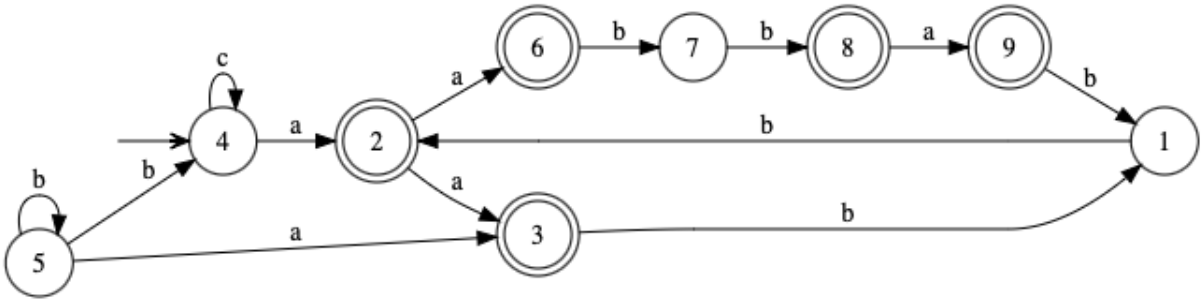
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

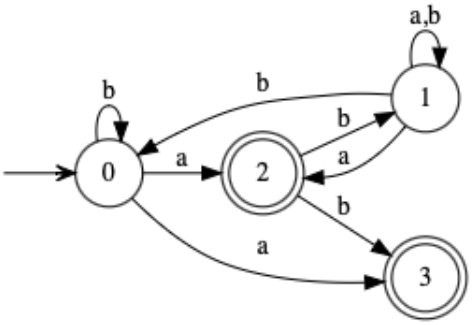
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

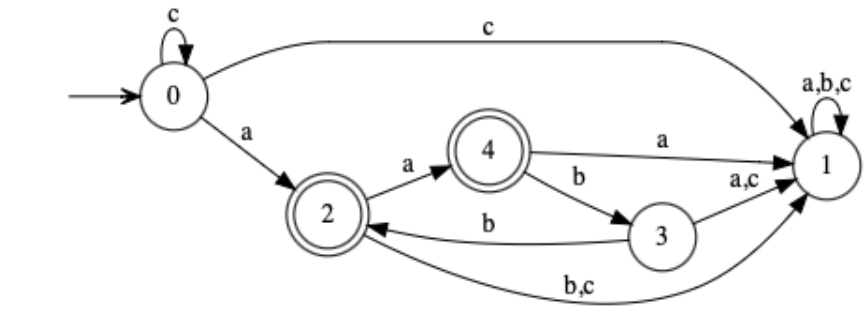


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

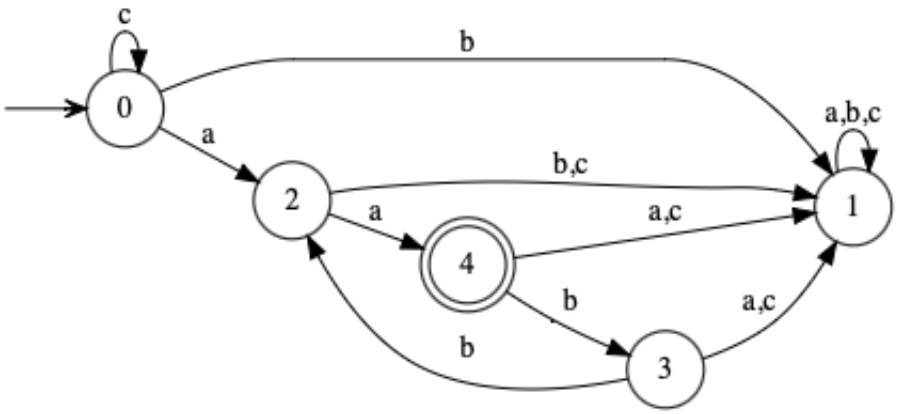


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

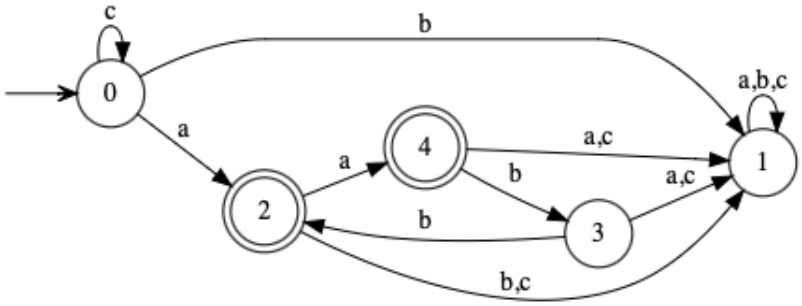
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



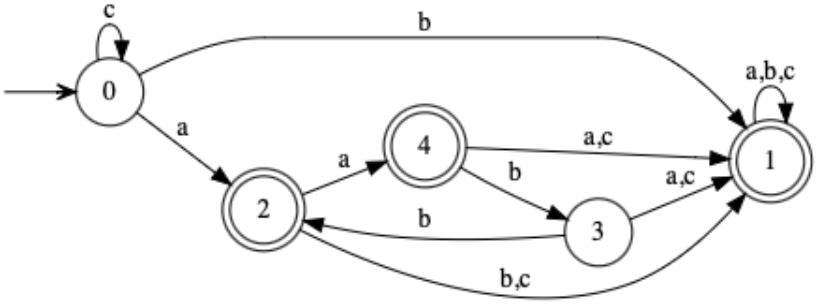
(-i-)



(-ii-)

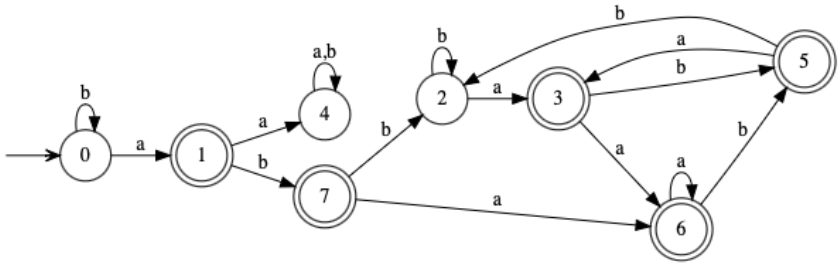


(-iii-)

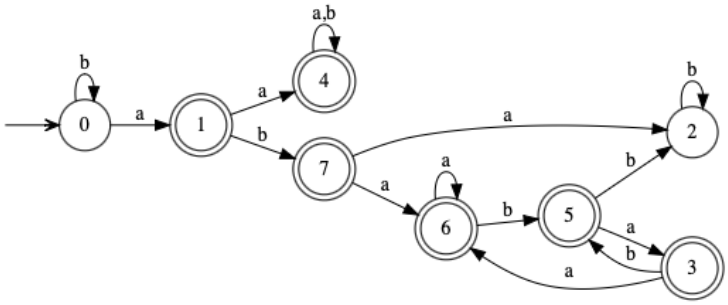


(-iv-)

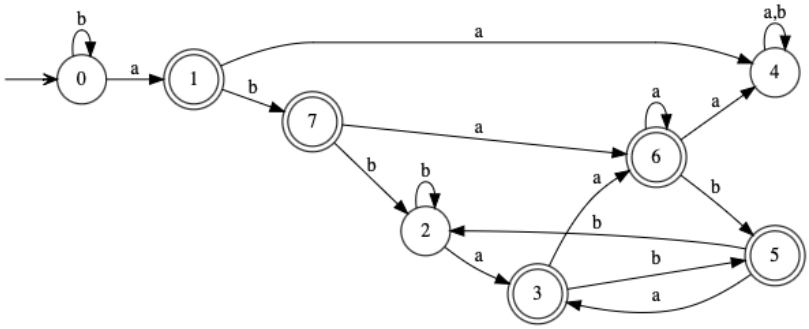
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



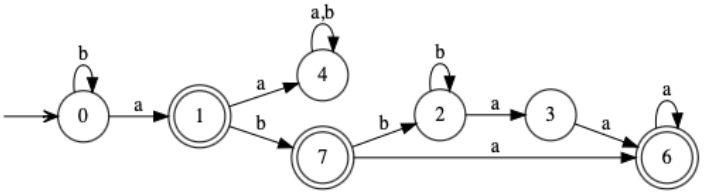
(-i-)



(-ii-)

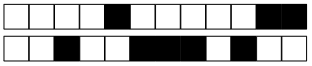


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+131/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e

Question 3 : a b c d e ■

Question 4 : a ■ c d e f

Question 5 : a b ■ d e f

Question 6 : a b c ■ e f

Question 7 : a ■ c d e f g h

Question 8 : ■ b ■ d e f ■ h i

Question 9 : a ■ ■ d ■ f g ■ i j

Question 10 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 11 : ■ b c d e f

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [c] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [e] La longueur du mot vide est 1.
- [f] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [b] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [c] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [d] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [e] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [f] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [g] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [h] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [i] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 32 états [c] 20 états [d] 8 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 20 états [■] 16 états [c] 32 états [d] 8 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

g Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

h Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états ■ 4 états c 2 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i- c la Figure 3-ii- d la Figure 3-iii-

e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 6 c 2 d 1 e 7 f 0 g 5 h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

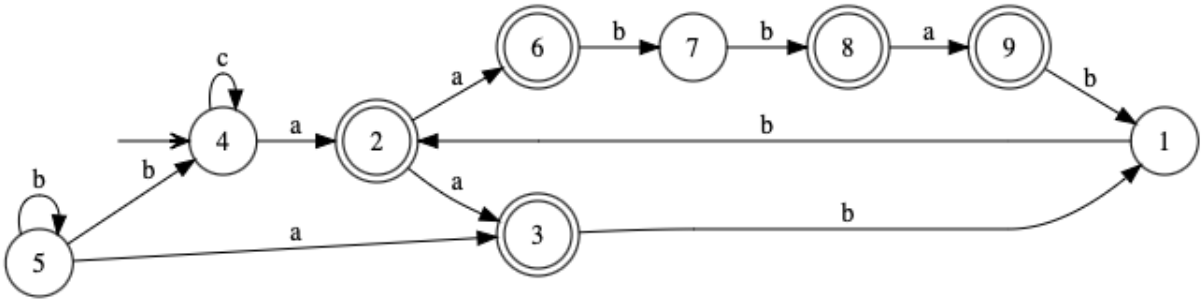
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

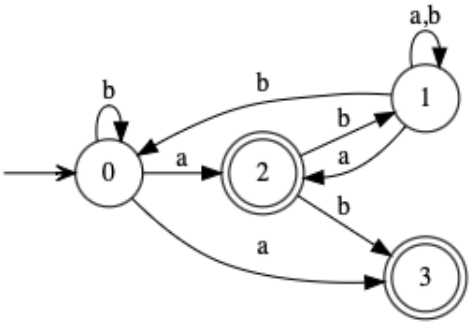
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

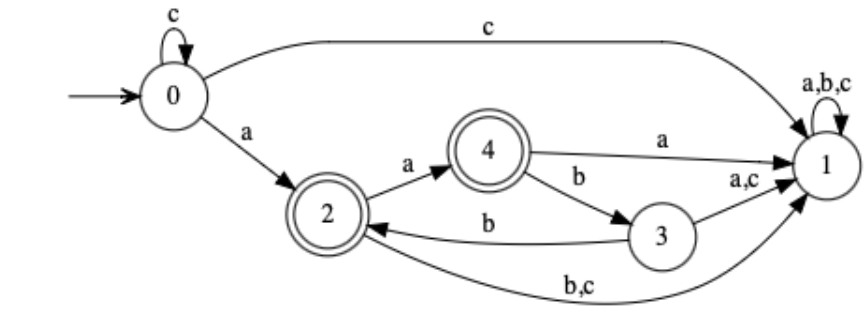


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

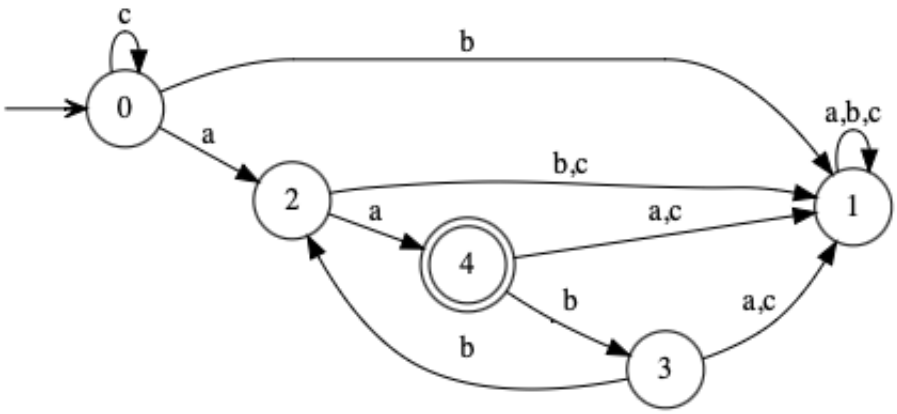


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

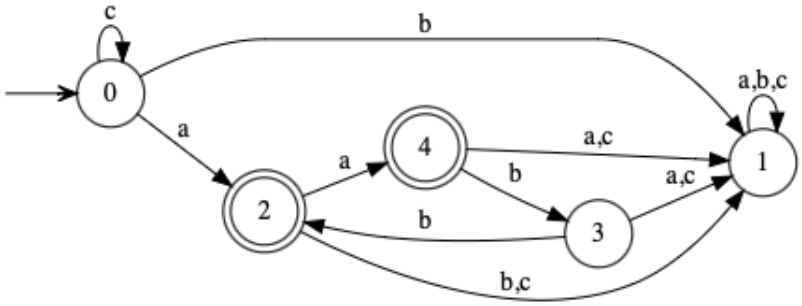
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



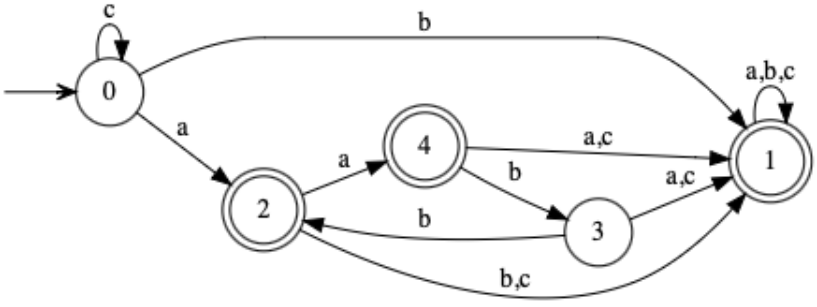
(-i-)



(-ii-)

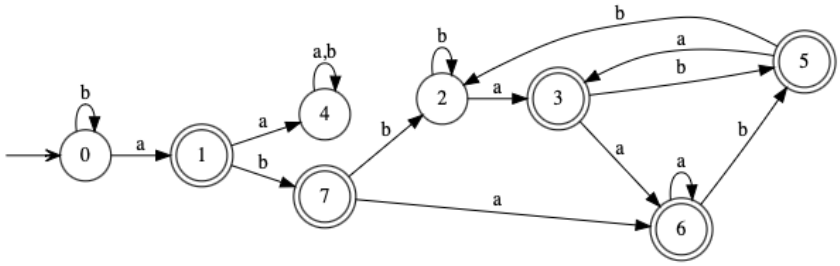


(-iii-)

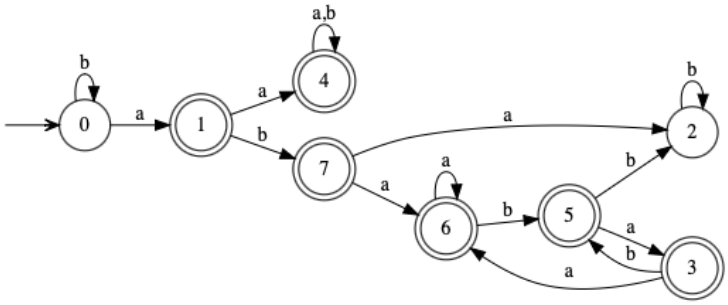


(-iv-)

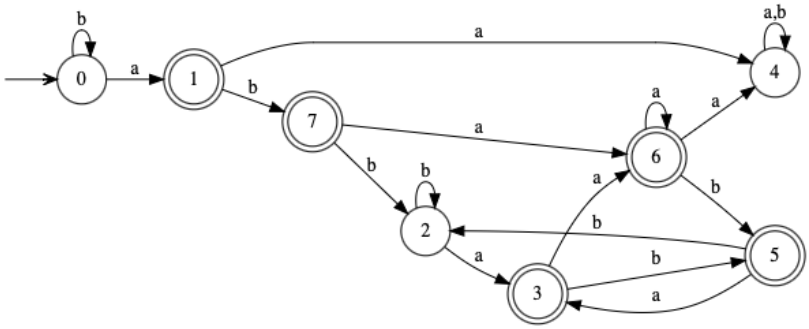
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



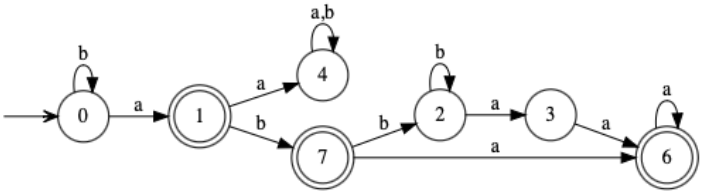
(-i-)



(-ii-)

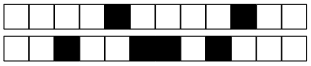


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+132/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e

Question 3 : a ■ c ■ e f ■ h i

Question 4 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 5 : a b c ■ e f

Question 6 : a b c d e ■

Question 7 : a ■ c d e f

Question 8 : a ■ c ■ ■ ■ g h i j

Question 9 : a b c d ■ f g h

Question 10 : a ■ c d e f

Question 11 : a ■ c d e f

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab ■ *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [c] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [d] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [e] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [g] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [j] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 20 états [c] 8 états [■] 16 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[c] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[■] 4 états [b] 8 états [c] 6 états [d] 2 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

[b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

[■] La longueur du mot vide est 0.

[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

[f] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

[g] La longueur du mot vide est 1.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 8 états [c] 32 états [d] 20 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[a] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[c] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[f] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

g Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

c Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

d Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-ii-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- b la Figure 3-iv- c la Figure 3-iii- d la Figure 3-ii-

e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 1 ☐ b 5 ☐ c 0 ☐ d 2 ☐ e 3 ☐ f 7 ■ 4 ☐ h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

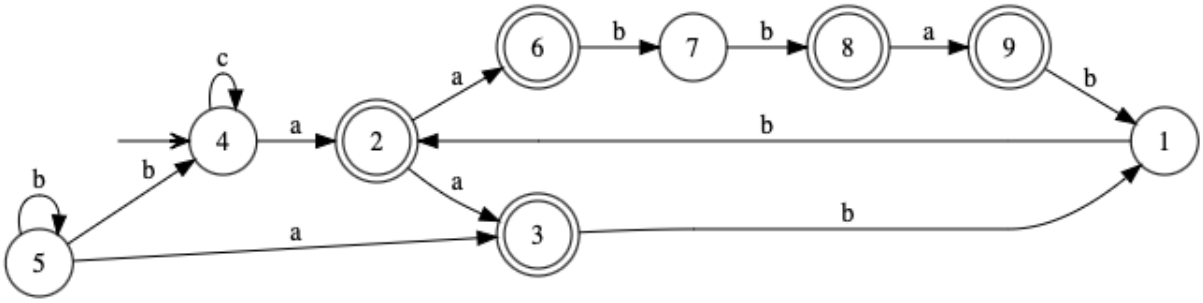
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

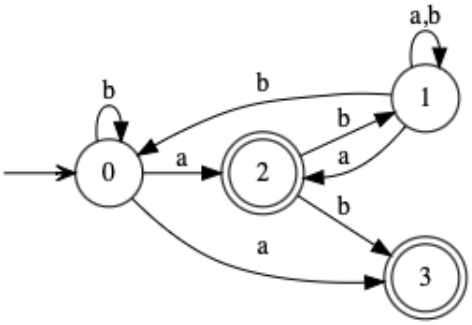
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

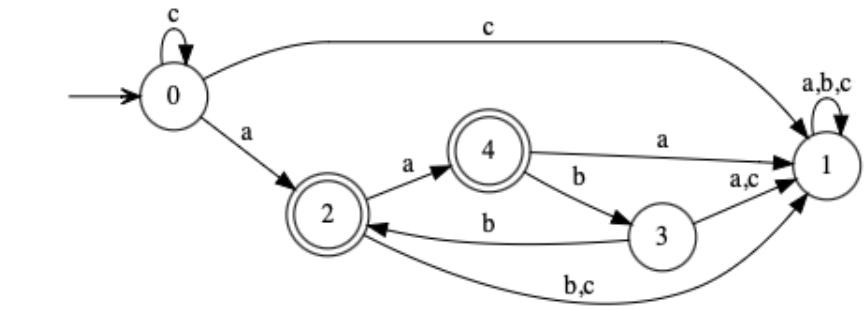


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

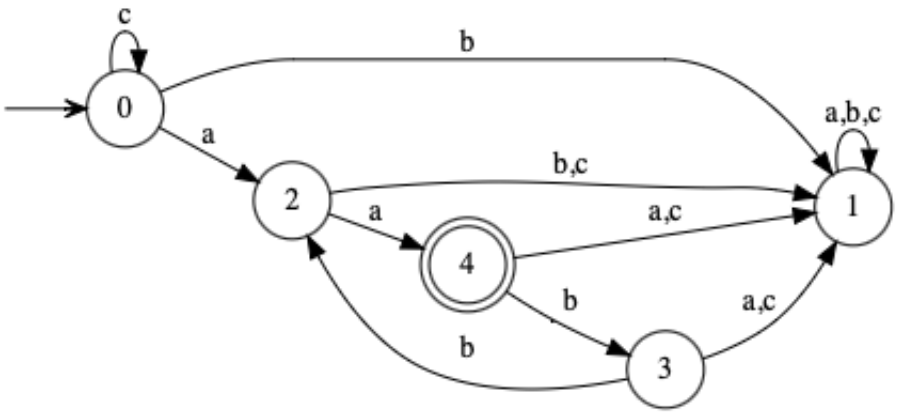


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

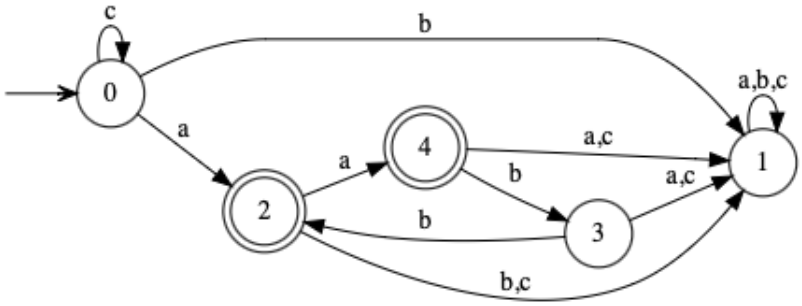
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



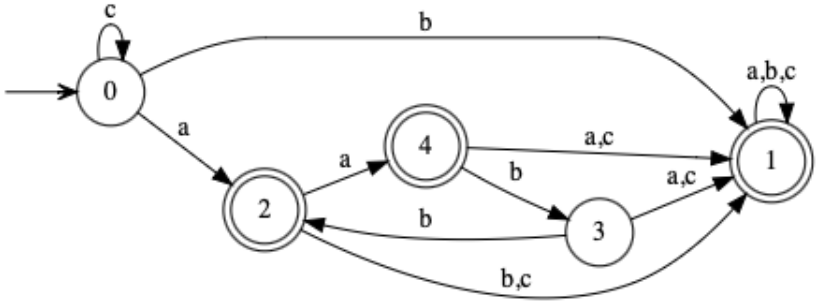
(-i-)



(-ii-)

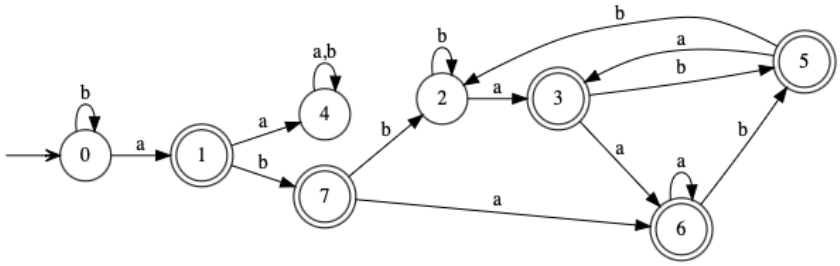


(-iii-)

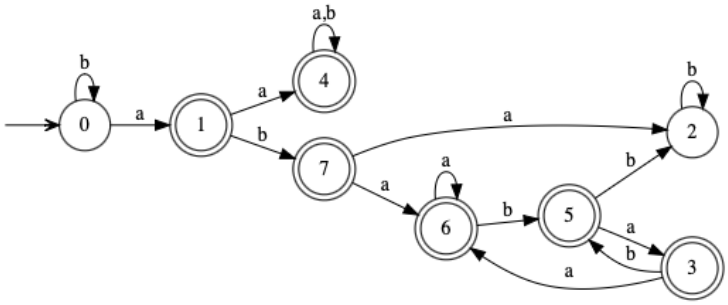


(-iv-)

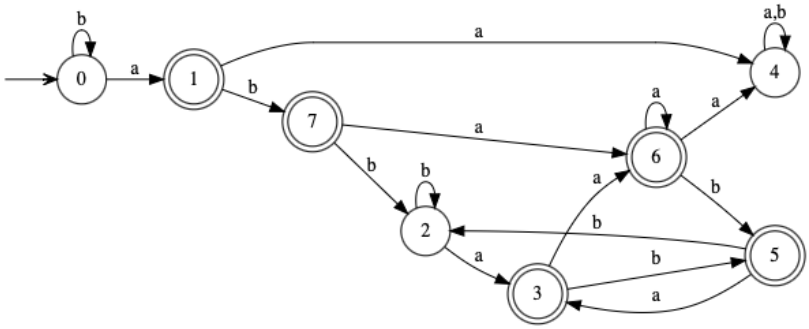
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



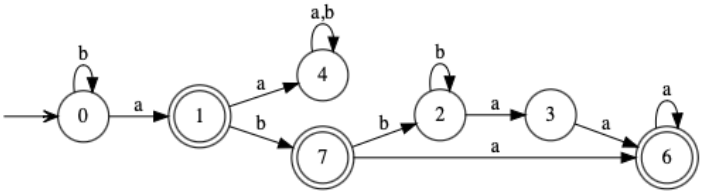
(-i-)



(-ii-)

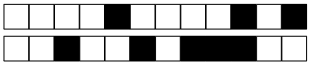


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+133/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 3 : a b c ■ e f

Question 4 : a b c ■ e f

Question 5 : ■ b c d e f

Question 6 : a b ■ ■ ■ f g h i

Question 7 : a b c d e ■

Question 8 : a ■ c ■ ■ f g ■ i j

Question 9 : a b c ■ e f g h

Question 10 : a b ■ d e

Question 11 : a ■ c d e f

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a b c d e f ■ h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [c] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [d] La longueur du mot vide est 1.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [f] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [g] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [b] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [e] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [f] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [h] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 20 états [■] 16 états [c] 32 états [d] 8 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 20 états [c] 16 états [d] 32 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [b] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [c] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [d] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

g Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 10 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 2 états c 6 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-ii-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-
c la Figure 3-ii- d la Figure 3-iv- e la Figure 3-iii-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 0 ☐ b 6 ☐ c 5 ☐ d 1 ☐ e 2 ☐ f 3 ■ 4 ☐ h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

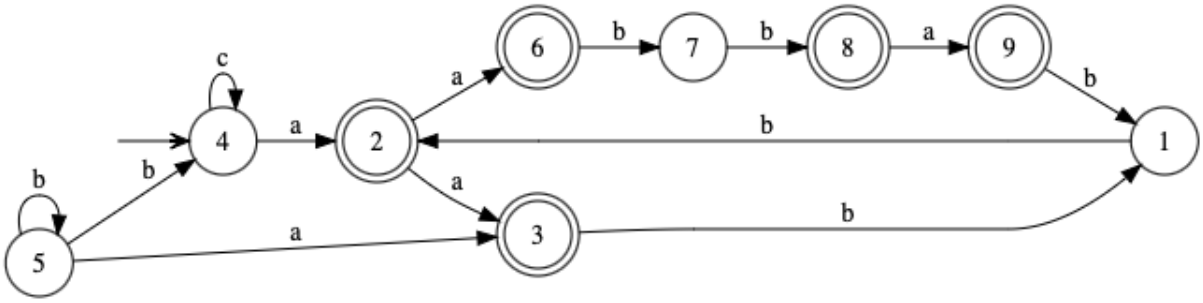
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

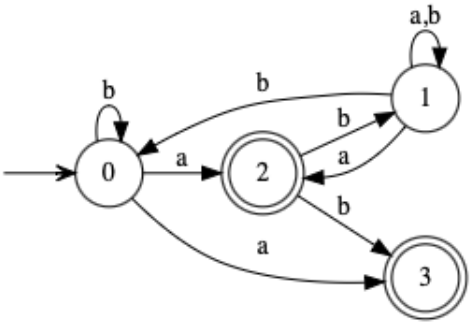
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

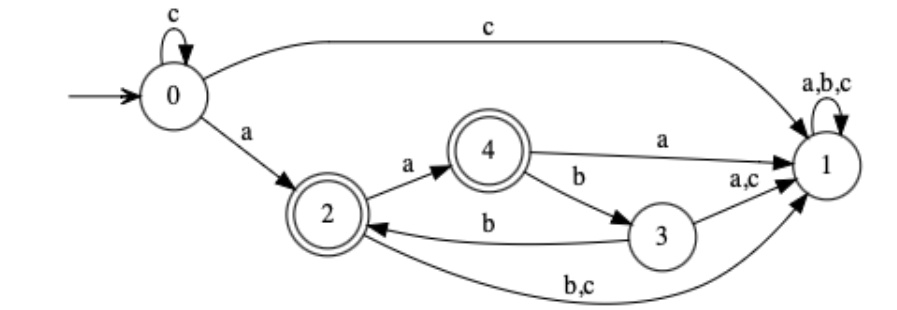


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

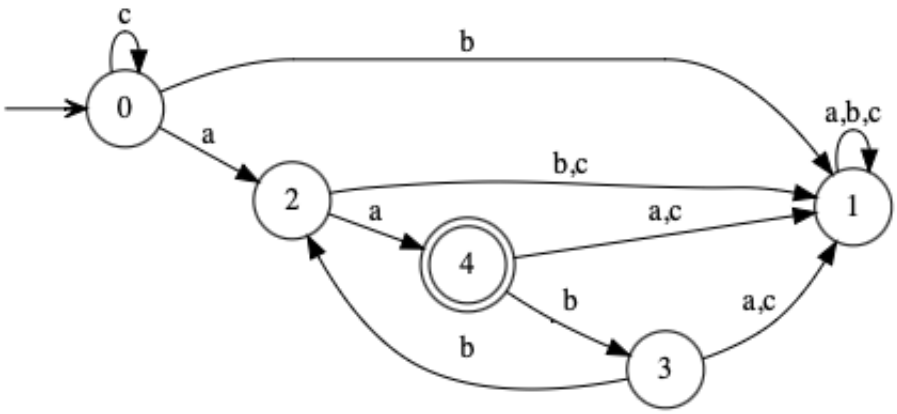


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

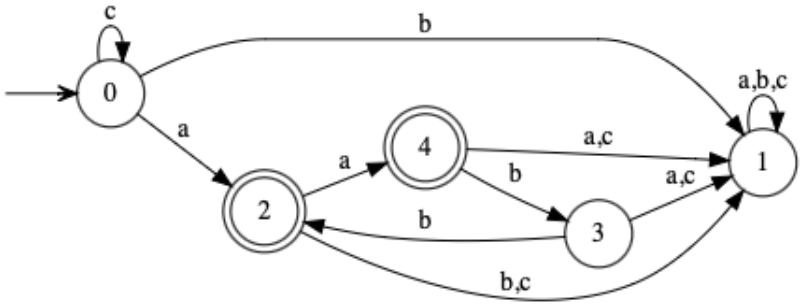
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



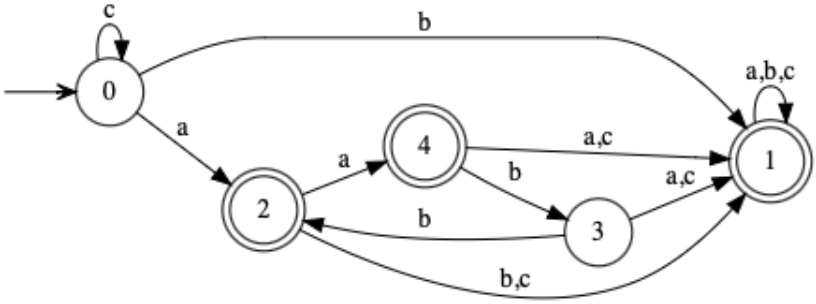
(-i-)



(-ii-)

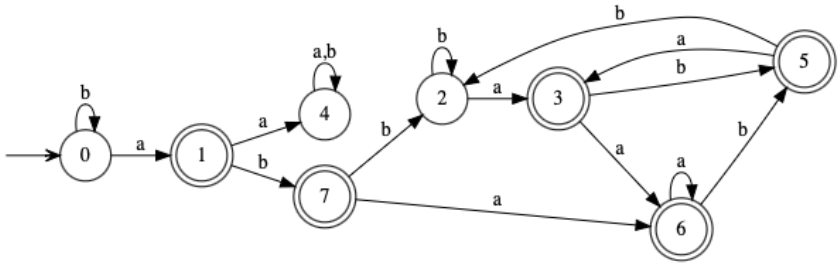


(-iii-)

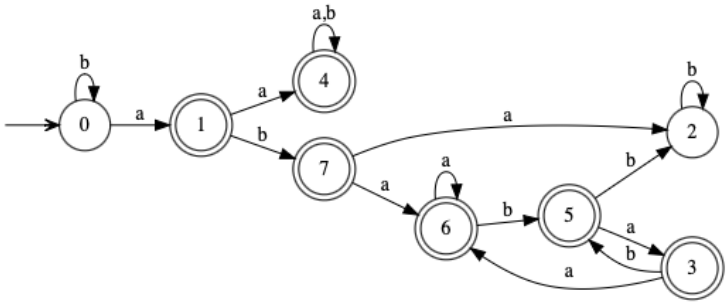


(-iv-)

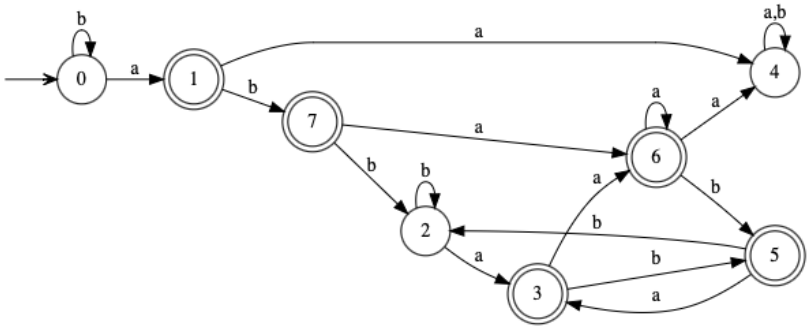
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



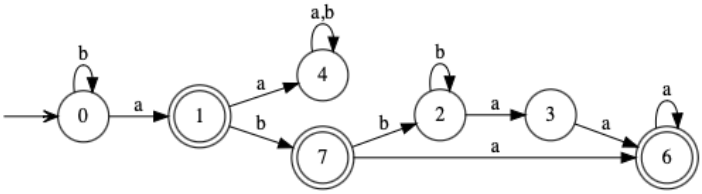
(-i-)



(-ii-)

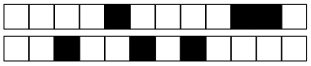


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+134/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ ■ c d ■ f g h i

Question 3 : a ■ c d e f

Question 4 : a b c ■ e f

Question 5 : ■ ■ c ■ e f ■ h i j

Question 6 : a ■ c d e f

Question 7 : a b c d e ■

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : a b ■ d e f g h

Question 10 : a b c ■ e f

Question 11 : a b ■ d e

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c d e f ■ h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
[c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
[b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
[c] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états b 8 états c 6 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états ■ 16 états c 8 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

b Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

c Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

e Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

g Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

c Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

e Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

f Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

g Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

h Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

i Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

j Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

c Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

d Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 8 états b 16 états c 32 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

c La longueur du mot vide est 1.

d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

e Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 3-iv-

c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-

e la Figure 3-ii- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 7 ☐ b 0 ☐ c 5 ☐ d 6 ■ 4 ☐ f 1 ☐ g 2 ☐ h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

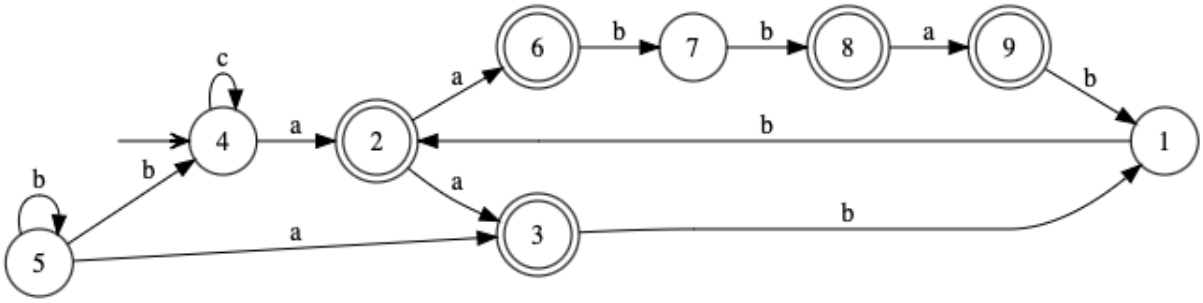
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

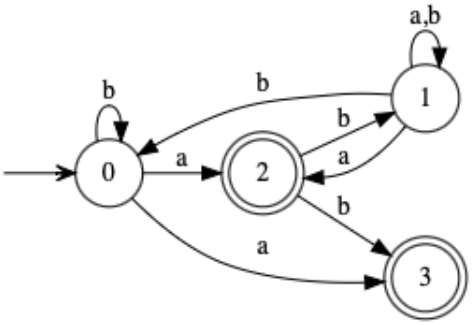
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

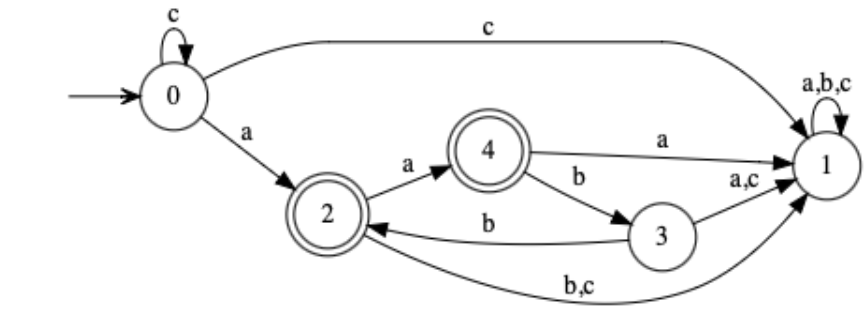


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

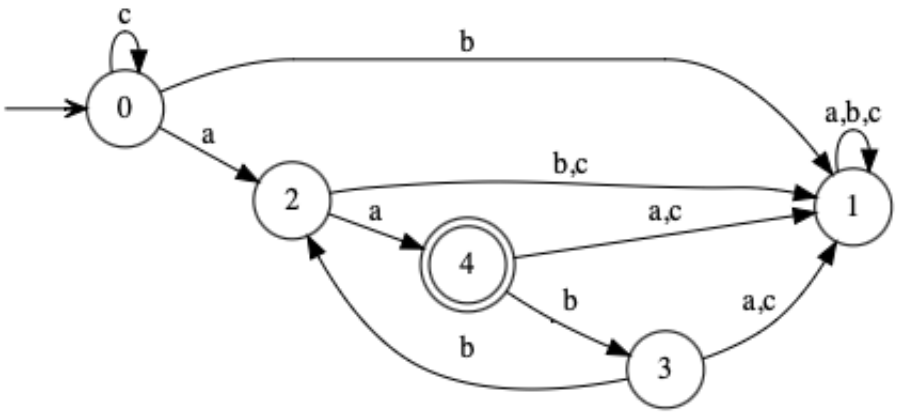


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

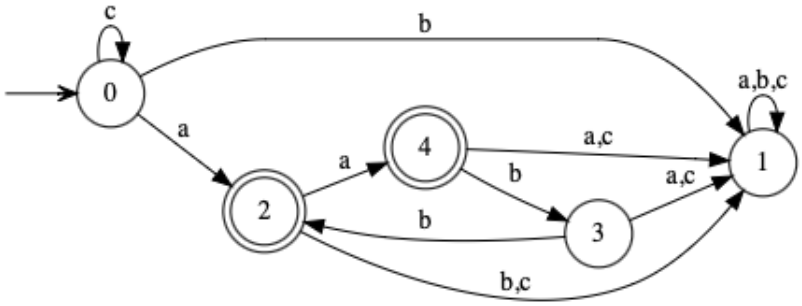
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



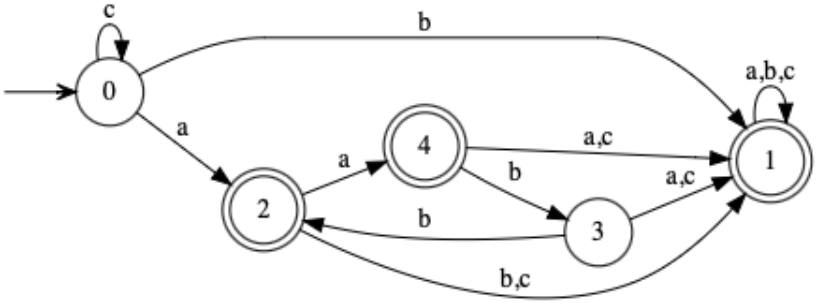
(-i-)



(-ii-)

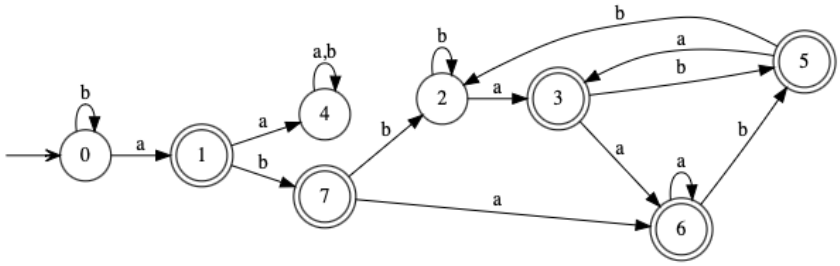


(-iii-)

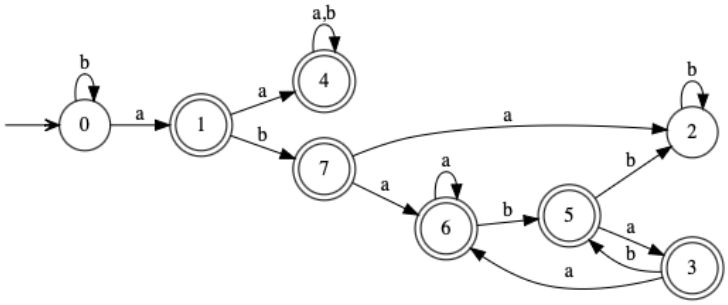


(-iv-)

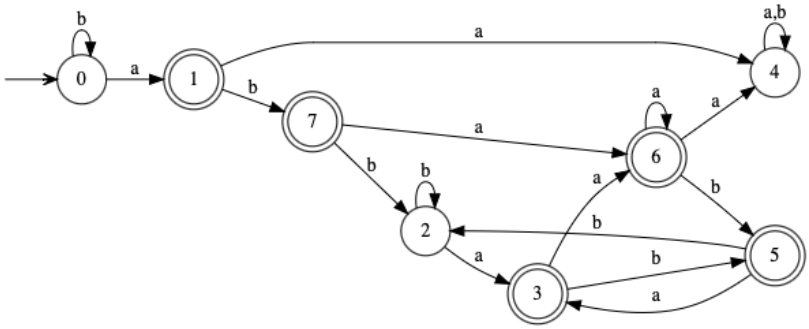
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



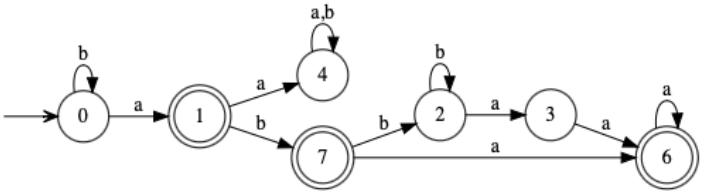
(-i-)



(-ii-)

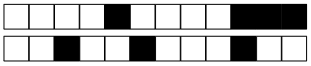


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+135/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e f g h

Question 3 : a ■ c d e

Question 4 : a b c ■ e f

Question 5 : a b c ■ e f

Question 6 : a ■ c d e f

Question 7 : ■ b c ■ e ■ g ■ i j

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : a ■ c d e f

Question 10 : a b c d e ■

Question 11 : ■ b c d e ■ ■ h i

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- ■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- ■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- ■ La longueur du mot vide est 0.
- [e] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [f] La longueur du mot vide est 1.
- [g] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

- [a] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
- [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
- [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
- [d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
- [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
- ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états ■ 4 états c 8 états d 2 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

d Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

f Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

g Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 20 états c 16 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 8 états c 20 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

b Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

c Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

g Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

h Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

[b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

[d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-i-. [■] la Figure 2-iii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-ii-. [d] la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
c la Figure 3-iv- d la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 0 b 1 c 2 ■ 4 e 3 f 5 g 6 h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

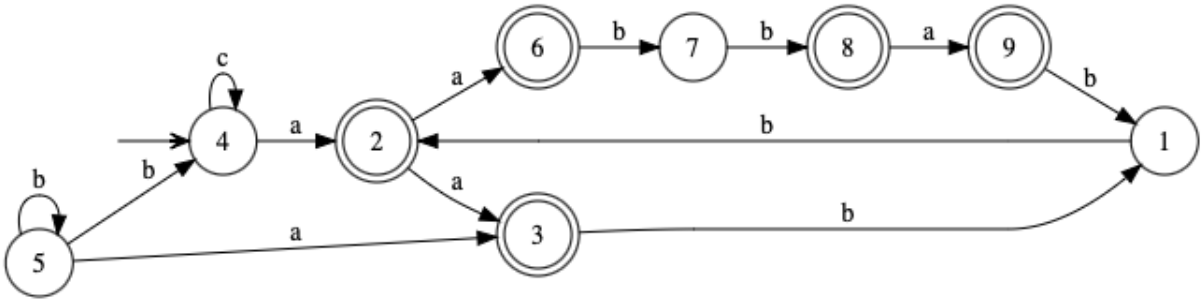
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

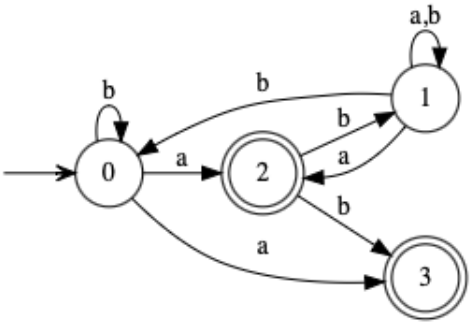
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

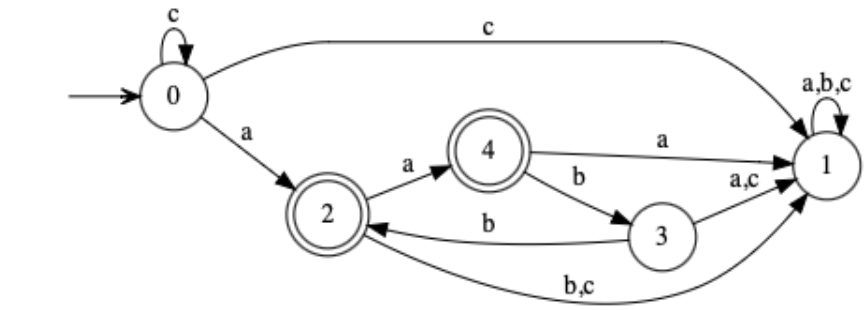


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

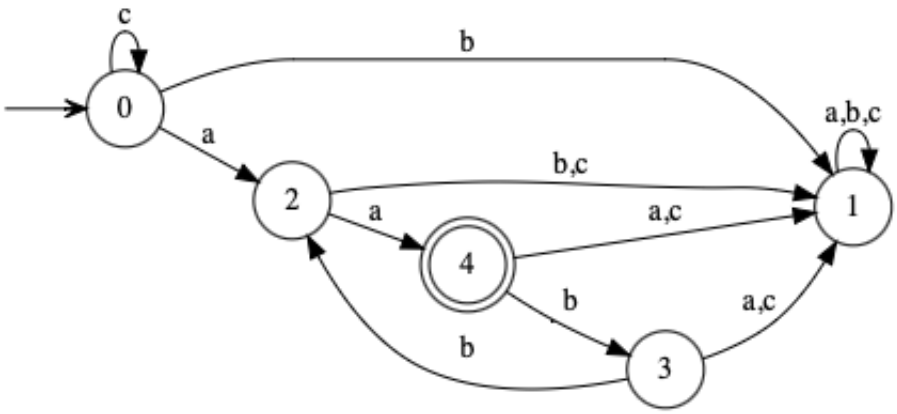


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

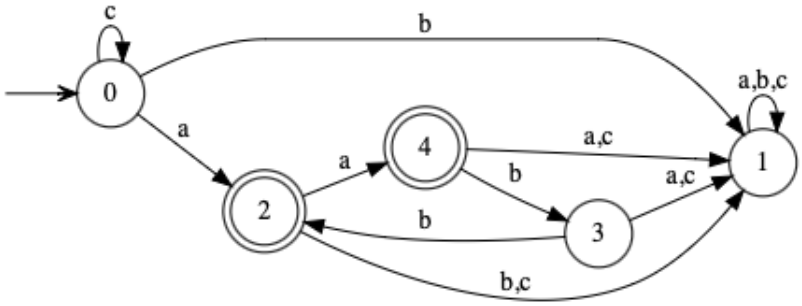
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



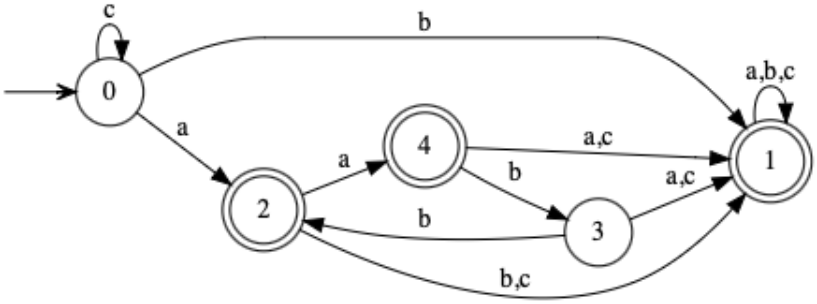
(-i-)



(-ii-)

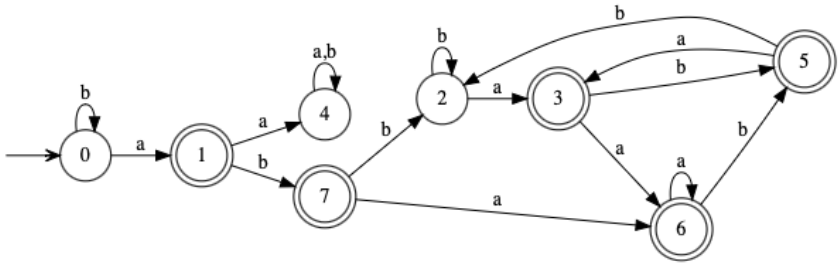


(-iii-)

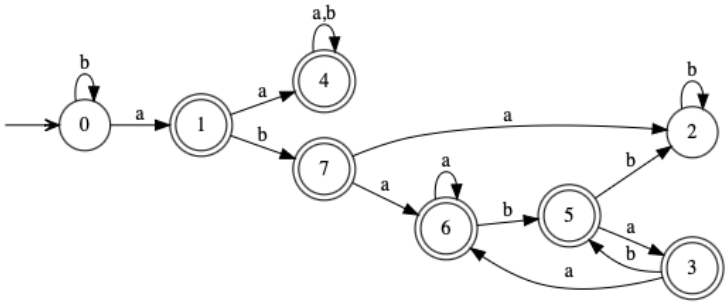


(-iv-)

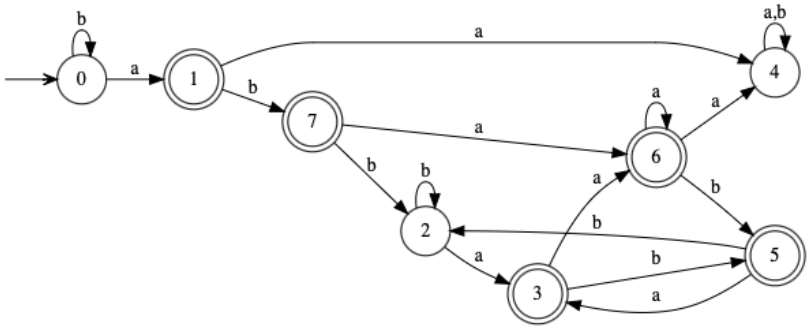
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



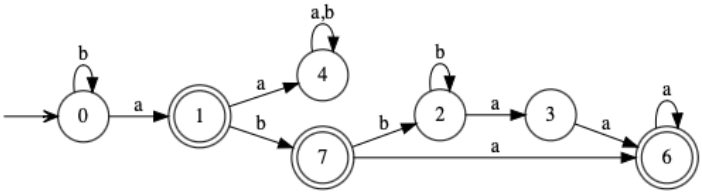
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+136/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ ■ c ■ e f g h i

Question 3 : a b c d e ■ g h

Question 4 : a ■ c d e f

Question 5 : a ■ ■ d ■ f g ■ i j

Question 6 : a b c d e ■

Question 7 : ■ b c d e f

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : a b ■ d e

Question 10 : a ■ c d e f

Question 11 : a ■ c d e f

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab ■ *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états ■ 16 états [c] 20 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
[b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
[d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
■ La longueur du mot vide est 0.
[c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
[d] La longueur du mot vide est 1.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

f Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 8 états b 20 états c 32 états d 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

b Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

d Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

e Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états ■ 4 états c 2 états d 6 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
[b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[b] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[c] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
[d] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
[e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[h] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
[i] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
[j] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
[■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-ii-. [b] la Figure 2-iv-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-i-. [■] la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iii- [b] la Figure 3-ii- [■] la Figure 3-i-
[d] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [e] la Figure 3-iv-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 0 ☐ b 5 ☐ c 1 ☐ d 3 ■ 4 ☐ f 2 ☐ g 7 ☐ h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

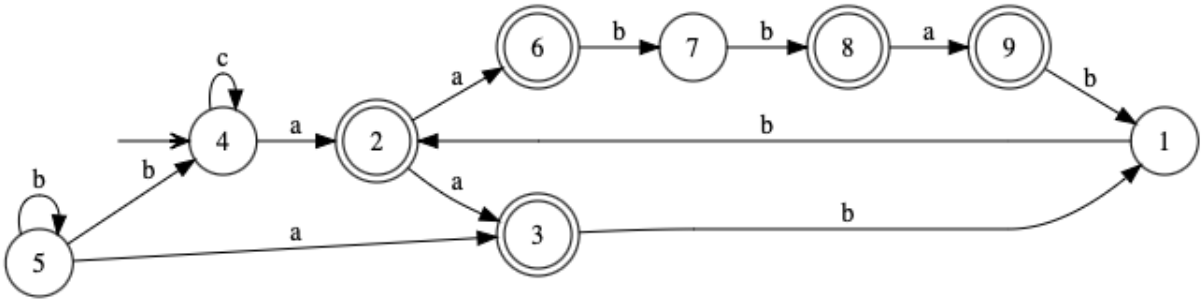
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

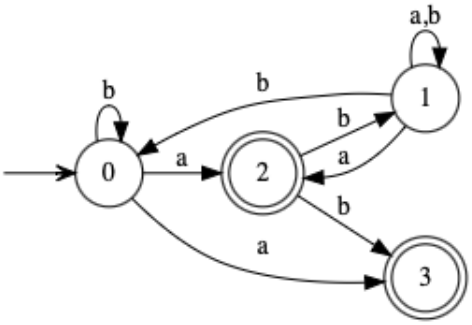
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

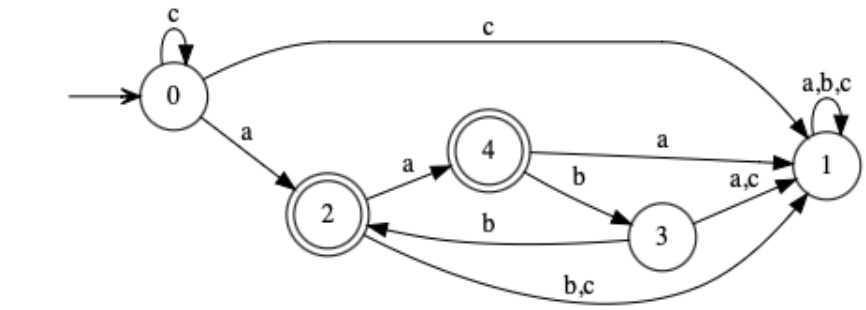


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

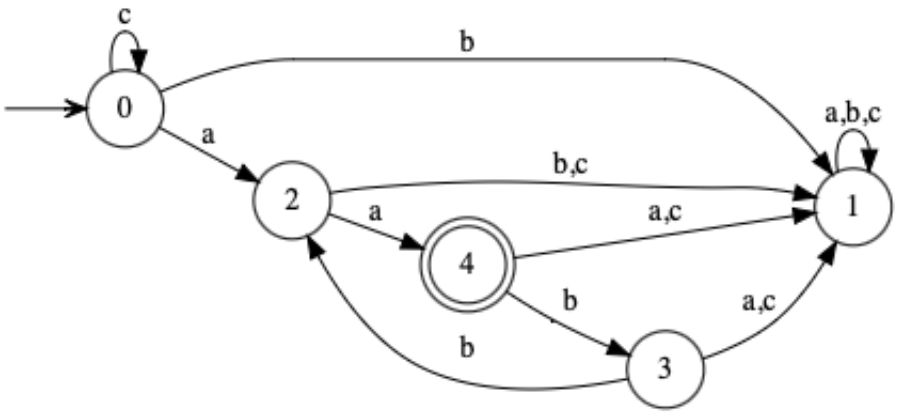


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

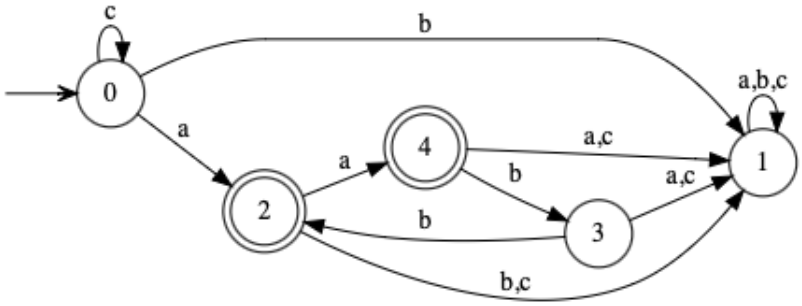
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



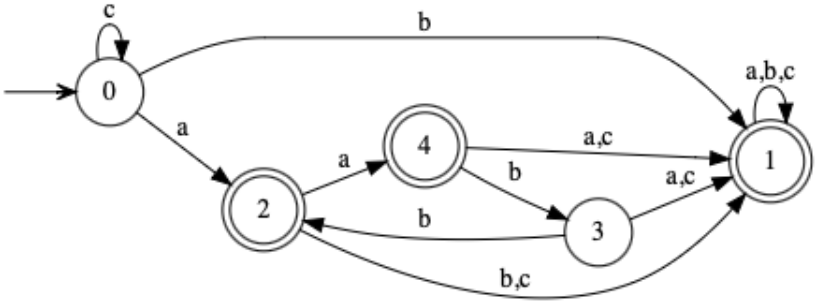
(-i-)



(-ii-)

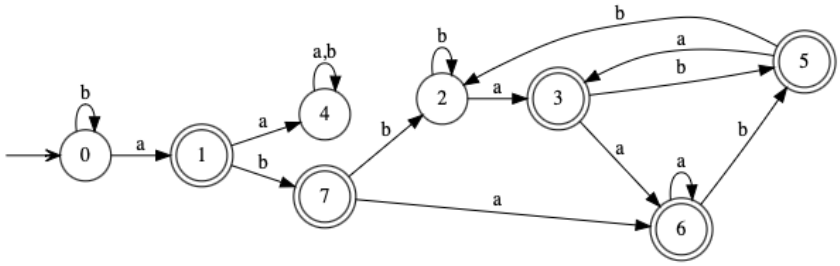


(-iii-)

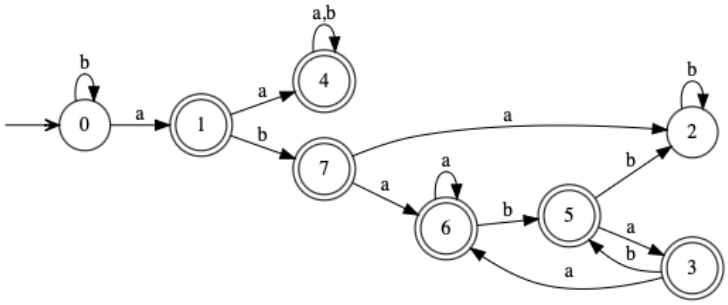


(-iv-)

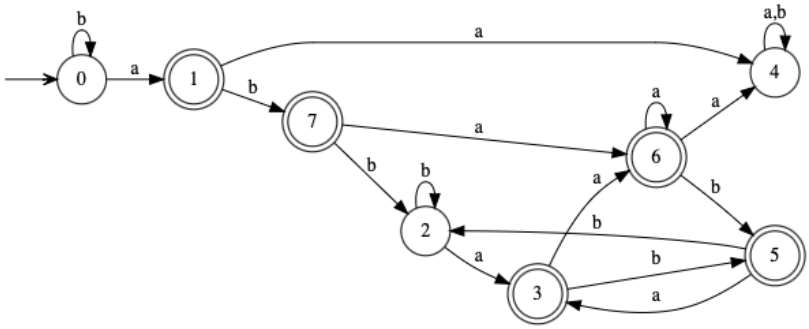
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



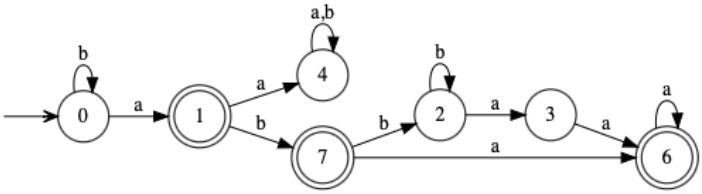
(-i-)



(-ii-)

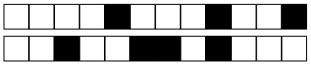


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+137/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e f

Question 3 : a b ■ d e f

Question 4 : ■ ■ c d ■ f g h i

Question 5 : a b c d e ■

Question 6 : a ■ c d e

Question 7 : a b ■ d e ■ ■ ■ i j

Question 8 : a ■ c d e f

Question 9 : a ■ c d e f g h

Question 10 : a b c ■ e f

Question 11 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
[■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[■] 4 états [b] 6 états [c] 8 états [d] 2 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
[c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

☐ a 8 états ☐ b 32 états ☐ c 20 états ☐ d 16 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

☐ a 32 états ■ 16 états ☐ c 8 états ☐ d 20 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
☐ f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

☐ a Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
☐ c Les langages dénotés par A et B sont identiques.
☐ d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
☐ f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

☐ a Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
☐ b Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
☐ c Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
☐ d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
☐ e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
☐ f Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
☐ g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
☐ h Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
☐ i Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
☐ j Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
☐ l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La longueur du mot vide est 0.
☐ b La longueur du mot vide est 1.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
☐ d Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
☐ e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

b Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

e Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

h Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-i-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
■ la Figure 3-i- d la Figure 3-iv- e la Figure 3-ii-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 6 b 3 c 2 ■ 4 e 0 f 7 g 1 h 5

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

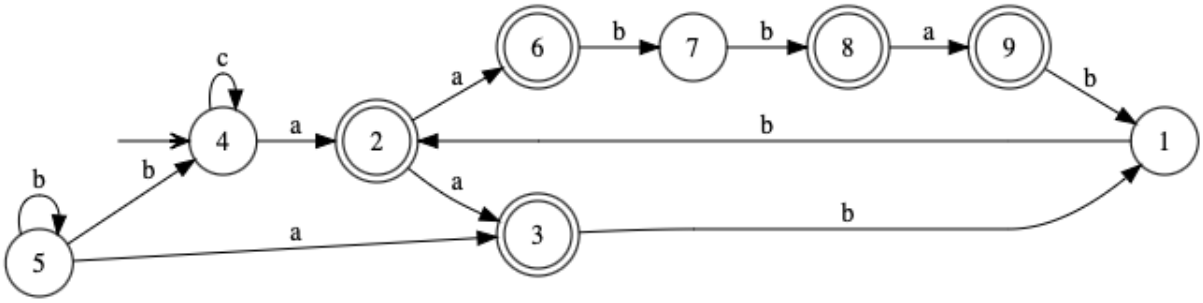
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

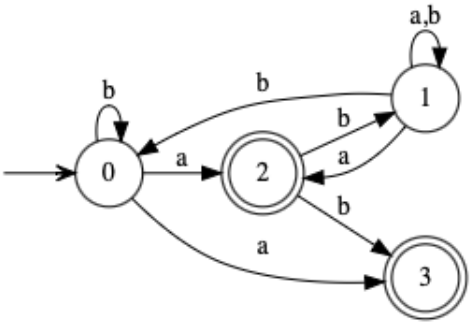
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

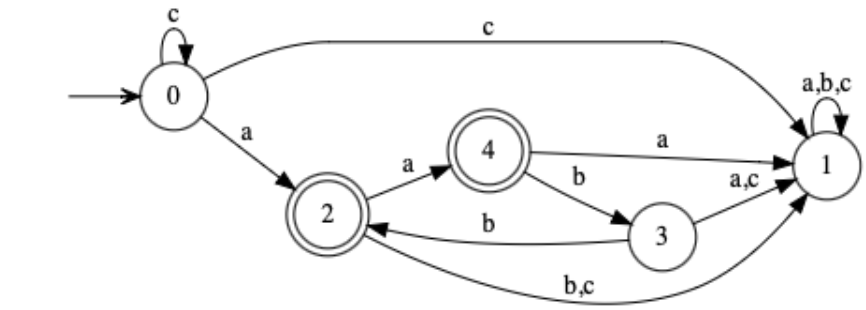


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

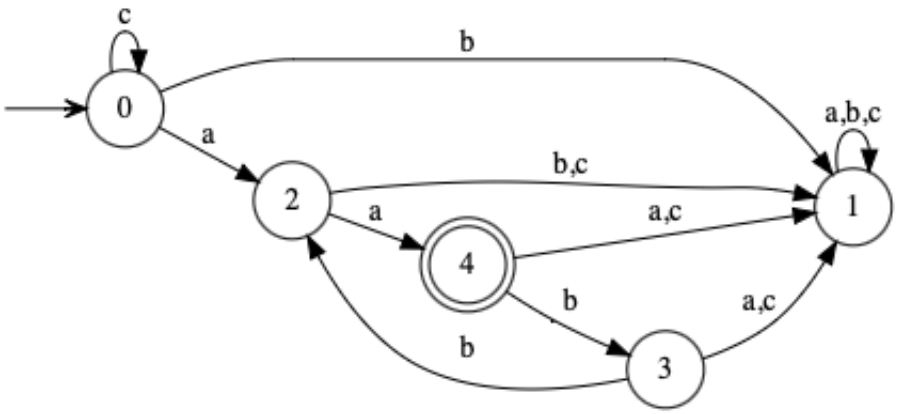


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

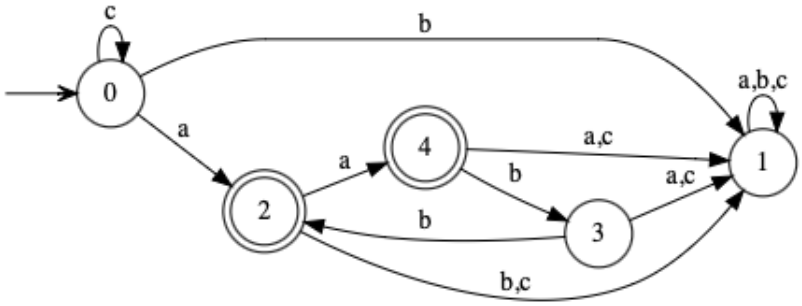
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



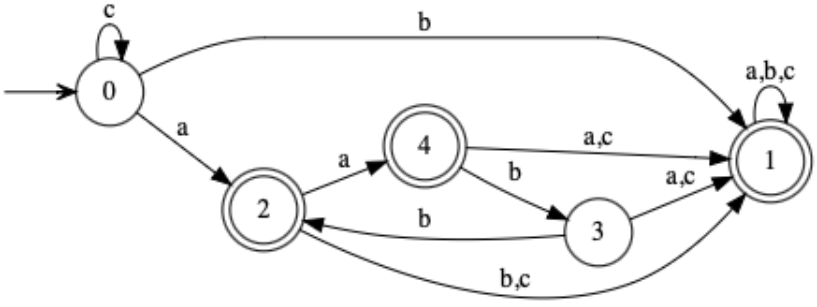
(-i-)



(-ii-)

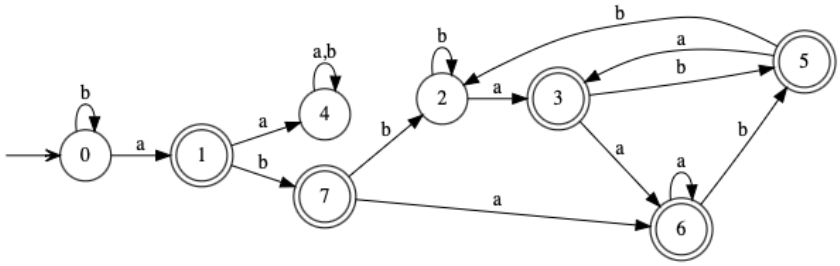


(-iii-)

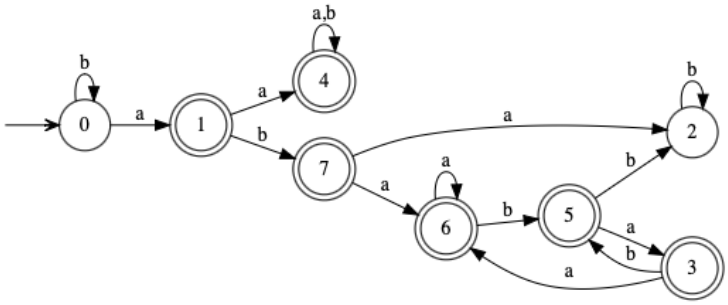


(-iv-)

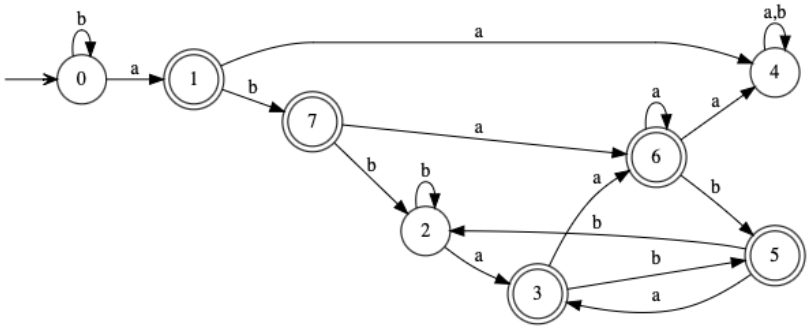
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



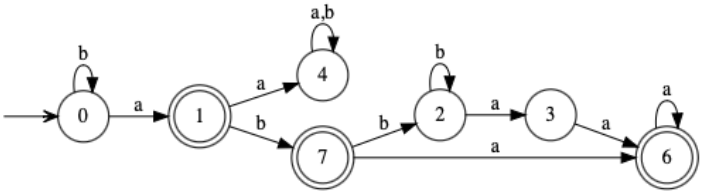
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c ■ e f g h

Question 3 : ■ b c d e f

Question 4 : a b c ■ e f

Question 5 : a b c d e ■

Question 6 : a ■ c d e f

Question 7 : a ■ c d e f

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : ■ b ■ d e f ■ h i

Question 10 : a b ■ ■ e ■ ■ h i j

Question 11 : a ■ c d e

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab ■ *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

- [a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
- [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
- [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
- [d] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
- [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
- [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [e] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [f] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [g] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [h] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [b] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [c] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [e] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [f] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [■] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [h] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [i] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [j] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[■] 16 états [b] 32 états [c] 8 états [d] 20 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 8 états c 20 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La longueur du mot vide est 1.

b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

g Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 11 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 2 états ■ 4 états d 6 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-iv-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- b la Figure 3-iii-

c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe d la Figure 3-iv-

■ la Figure 3-i- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 2 ☐ b 5 ■ 4 ☐ d 3 ☐ e 1 ☐ f 6 ☐ g 7 ☐ h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

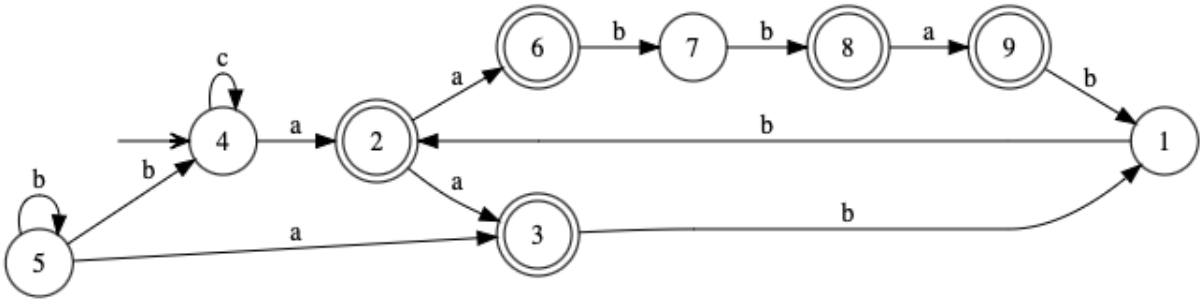
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

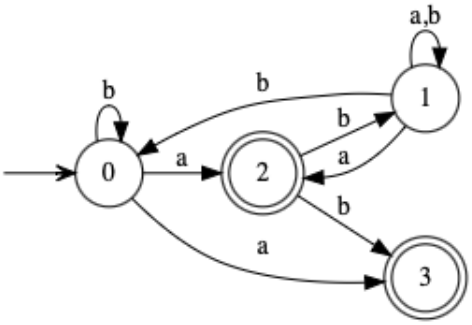
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

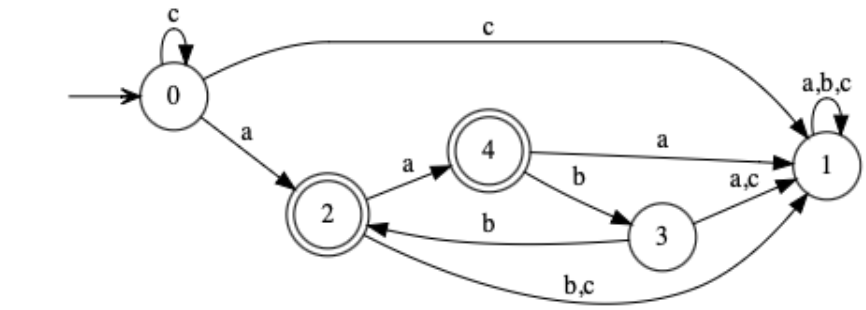


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

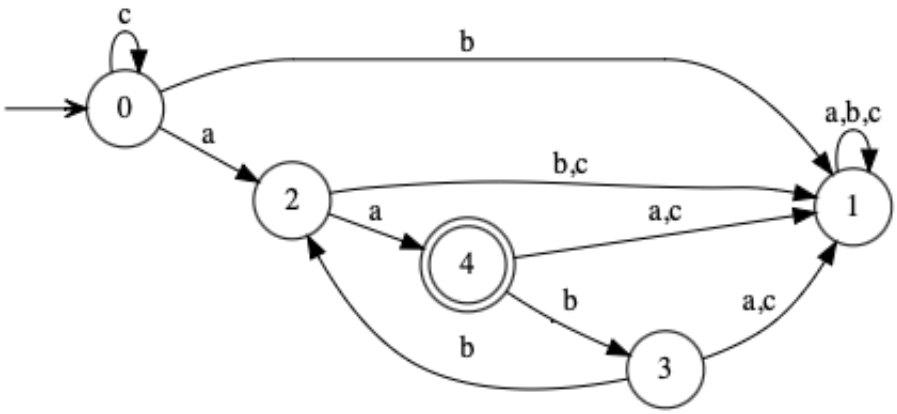


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

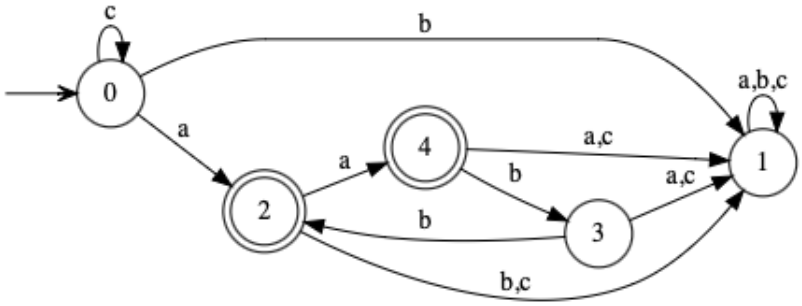
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



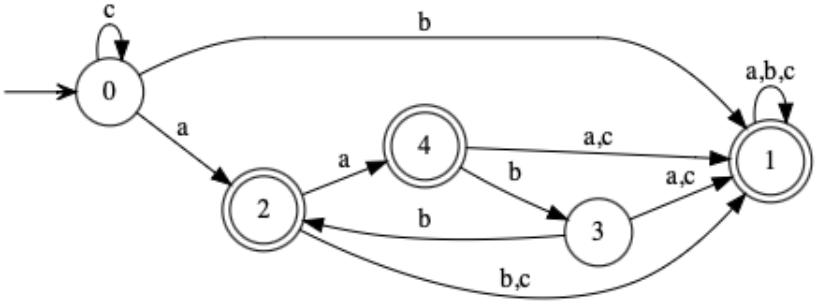
(-i-)



(-ii-)

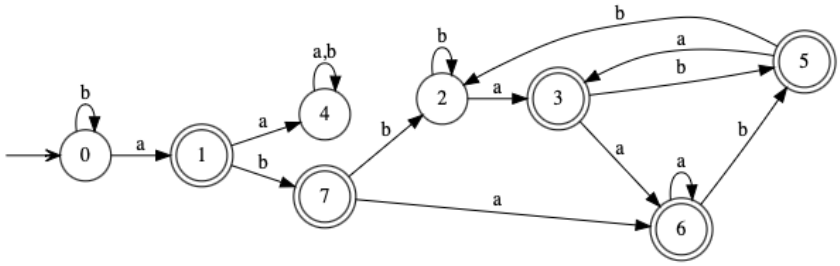


(-iii-)

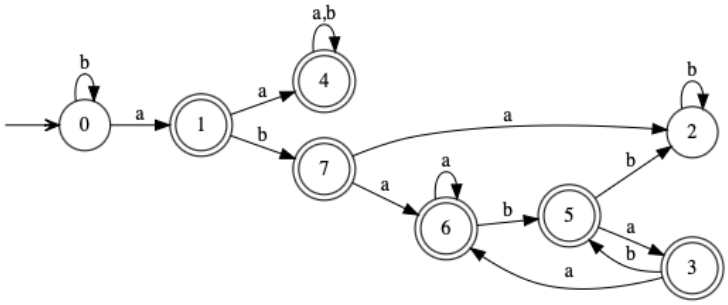


(-iv-)

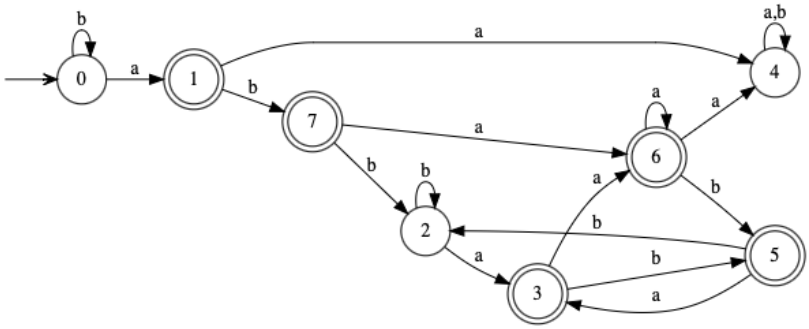
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



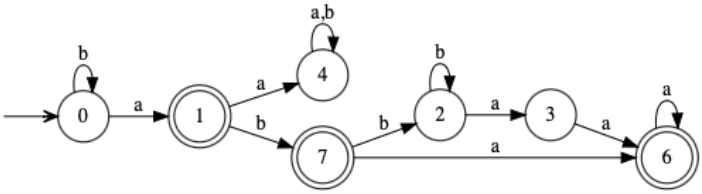
(-i-)



(-ii-)

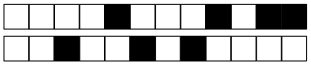


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+139/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [■] [c] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 3 : [■] [■] [■] [■] [e] [f] [g] [h] [i] [j]

Question 4 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] [■] [l]

Question 5 : [■] [b] [c] [d] [e] [f]

Question 6 : [■] [b] [c] [d] [e]

Question 7 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 8 : [a] [b] [c] [d] [e] [■]

Question 9 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 10 : [a] [b] [■] [■] [■] [f] [g] [h] [i]

Question 11 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 12 : [a] [■] [c] [d] [e]

Question 13 : [a] [b] [c] [d] [■] [f]

Question 14 : [a] [b] [■] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [b] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [d] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [g] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [h] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [b] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [c] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

g Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

h Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

i Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

e Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

g La longueur du mot vide est 1.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 5 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 2 états c 6 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 20 états c 16 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 8 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 8 états ■ 16 états c 20 états d 32 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
b Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
c Les langages dénotés par A et B sont identiques.
d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i- c la Figure 3-iii- d la Figure 3-ii-
e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 0 ☐ b 6 ☐ c 2 ☐ d 1 ☐ e 7 ☐ f 5 ■ 4 ☐ h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

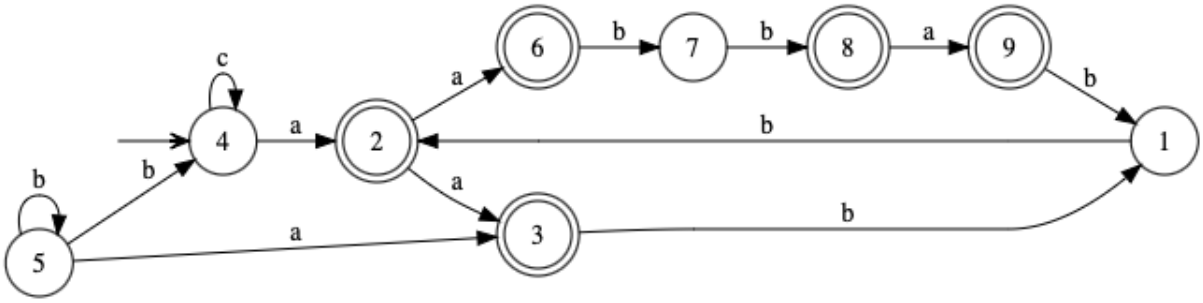
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

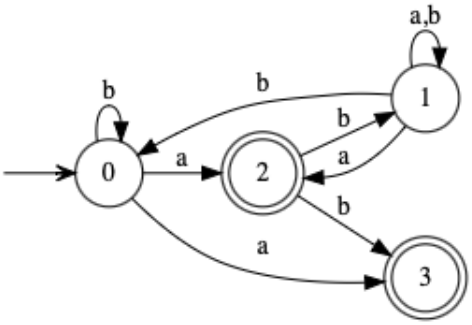
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

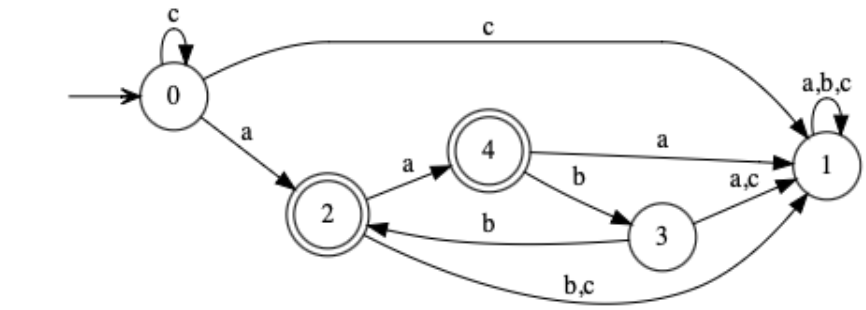


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

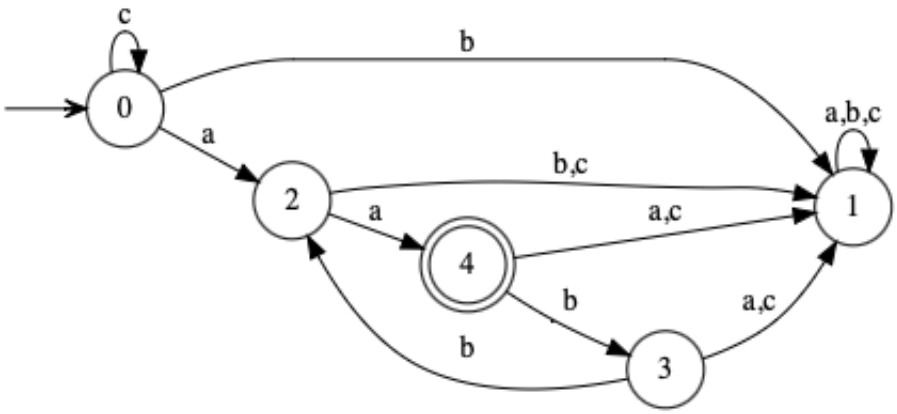


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

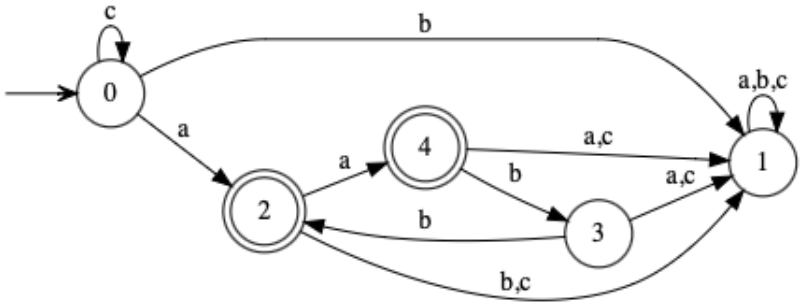
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



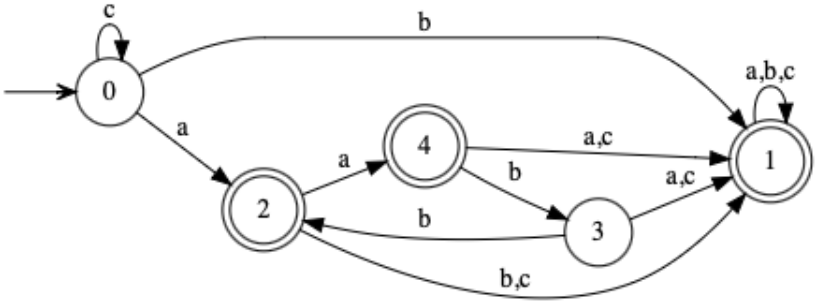
(-i-)



(-ii-)

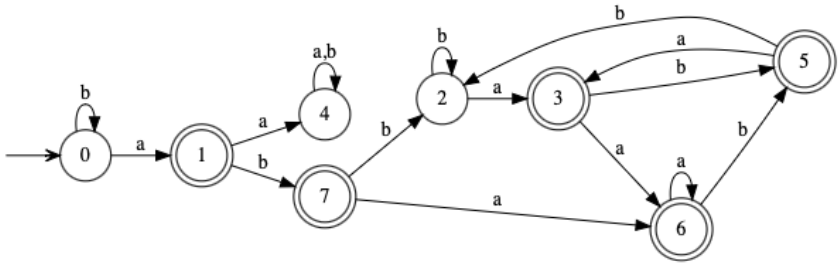


(-iii-)

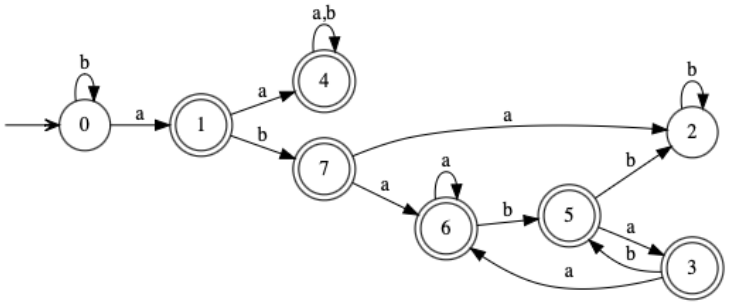


(-iv-)

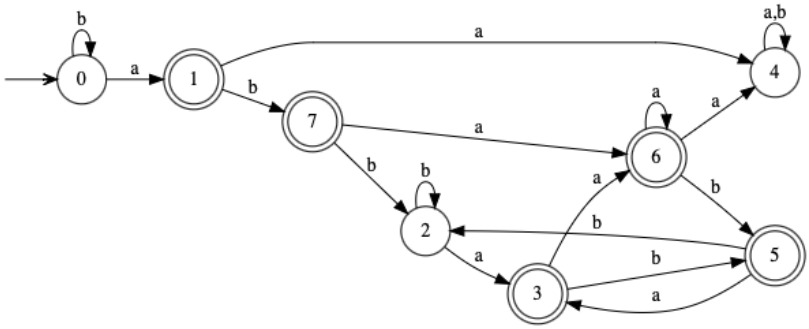
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



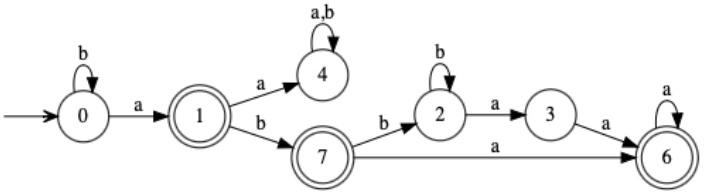
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+140/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b ■ d ■ ■ g h i j

Question 3 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 4 : a b ■ ■ e ■ g h i

Question 5 : a b c ■ e f

Question 6 : a b c d e ■

Question 7 : a b ■ d e f g h

Question 8 : a ■ c d e f

Question 9 : ■ b c d e f

Question 10 : ■ b c d e

Question 11 : ■ b c d e f

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c d e f ■ h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [b] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [f] La longueur du mot vide est 1.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

- [a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
- [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
- [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
- [d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
- [e] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
- [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 6 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 32 états c 8 états d 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états b 2 états ■ 4 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

c Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

d Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

e Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

h Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

i Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal

équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 8 états [c] 32 états [■] 16 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

[■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[b] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[f] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[g] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[h] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-ii-. [■] la Figure 2-iii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-i-. [d] la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iv- [b] la Figure 3-iii- [■] la Figure 3-i-
[d] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [e] la Figure 3-ii-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 0 ☐ b 7 ☐ c 6 ☐ d 5 ☐ e 1 ■ 4 ☐ g 3 ☐ h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

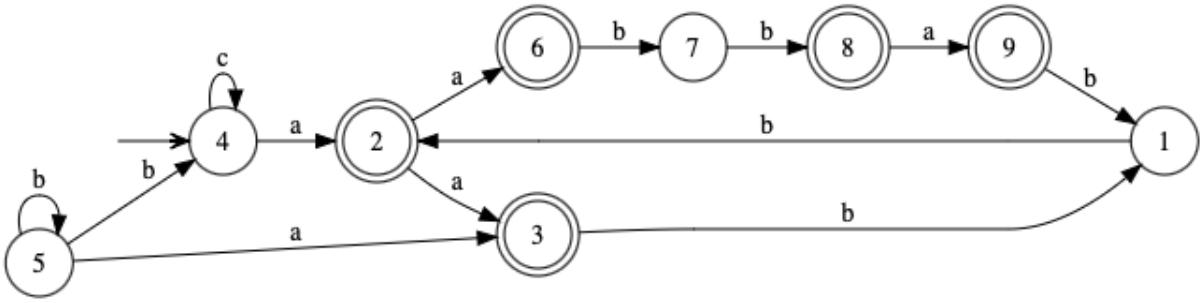
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

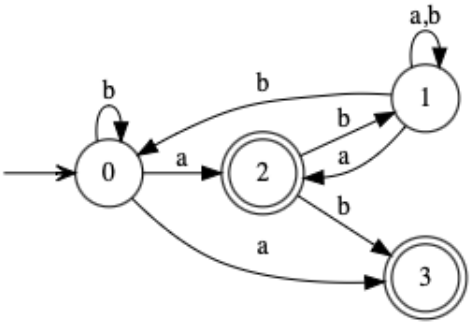
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

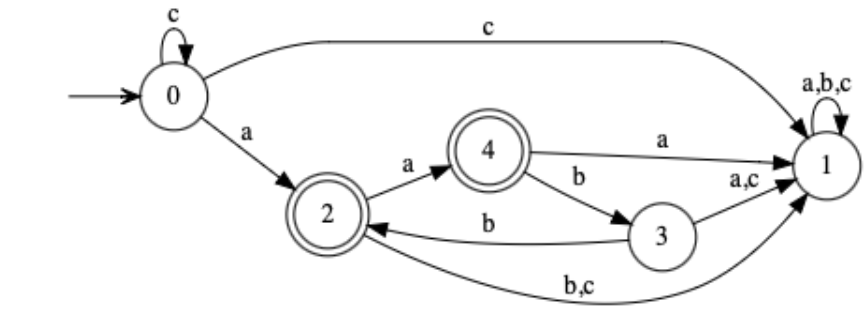


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

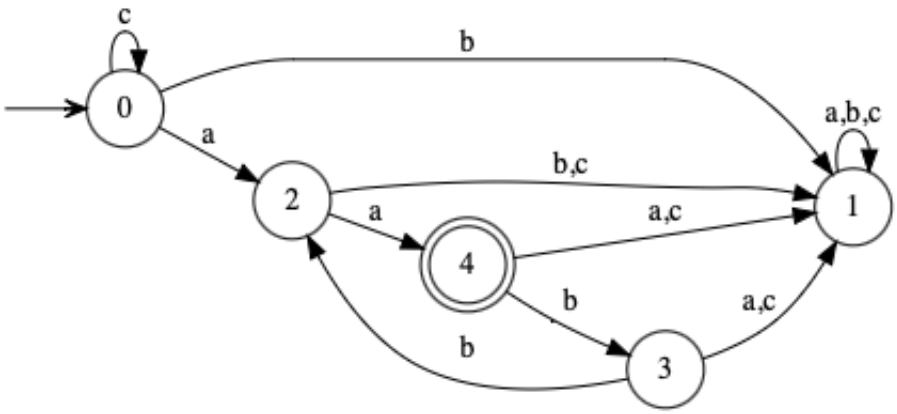


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

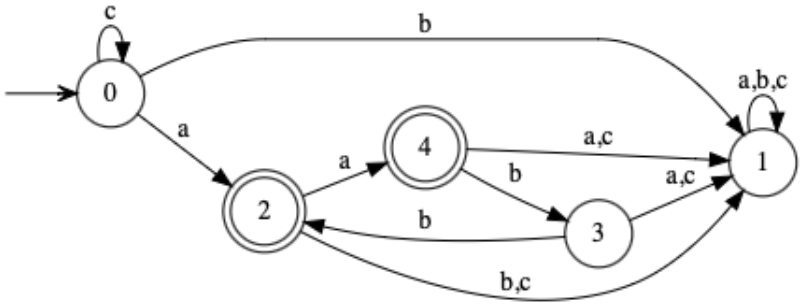
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



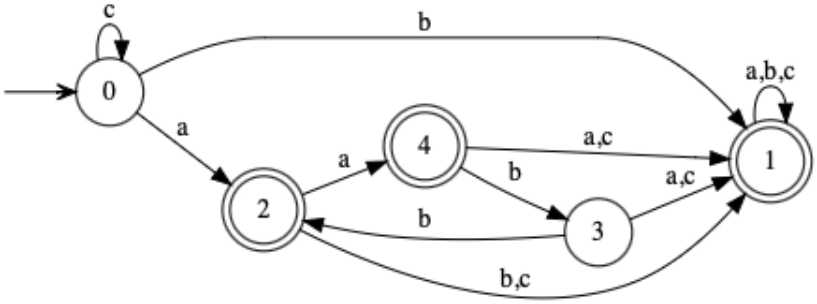
(-i-)



(-ii-)

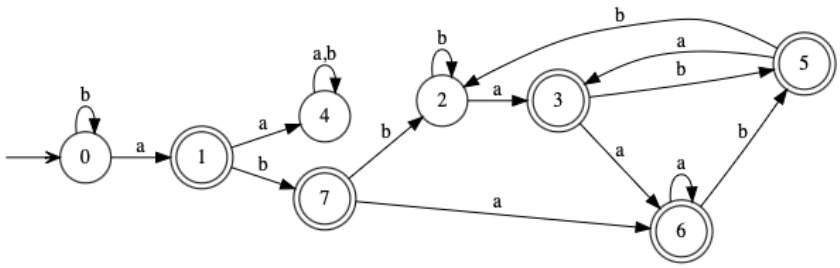


(-iii-)

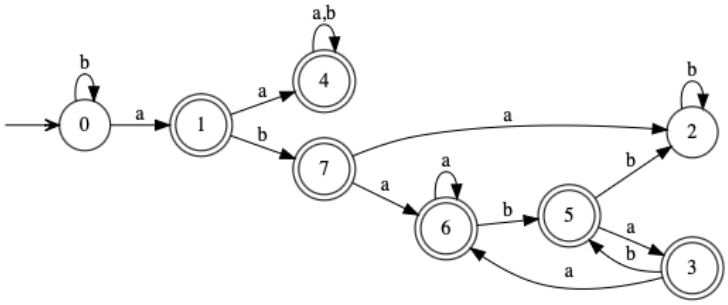


(-iv-)

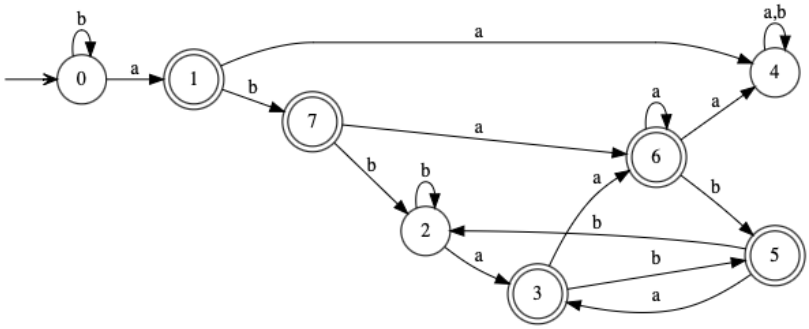
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



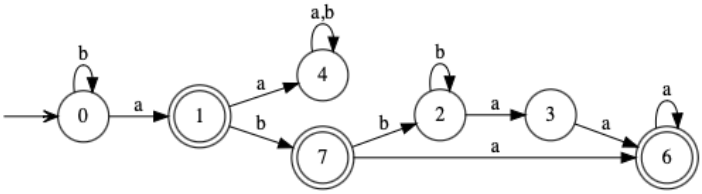
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+141/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c ■ ■ f ■ h i

Question 3 : a b ■ d e f g h

Question 4 : a b c ■ e f

Question 5 : ■ b c d e

Question 6 : a b c d e ■

Question 7 : a b ■ d e f

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : ■ b ■ ■ ■ f g h i j

Question 11 : a ■ c d e f

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b c d e ■ g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 32 états [c] 8 états [d] 20 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[b] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[c] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[d] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[g] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
[b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
[■] La longueur du mot vide est 0.
[d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
[e] La longueur du mot vide est 1.
[f] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
[c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
[d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[b] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
[c] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
[d] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
[e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

g Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

h Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 10 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états b 20 états ■ 16 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 6 états ■ 4 états d 2 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-iv-

c la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i- e la Figure 3-ii-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 1 ☐ b 6 ☐ c 3 ☐ d 5 ☐ e 2 ☐ f 7 ■ 4 ☐ h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

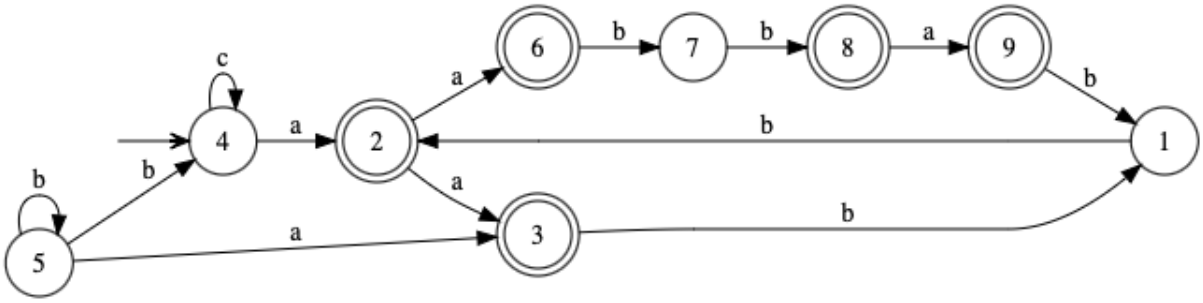
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

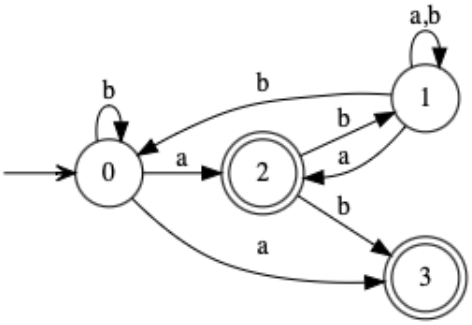
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

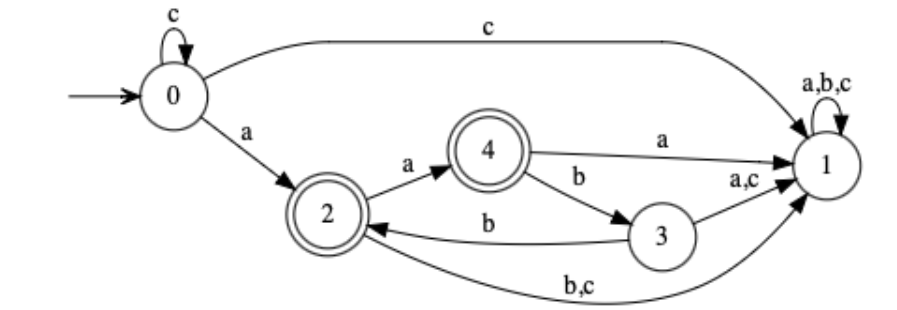


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

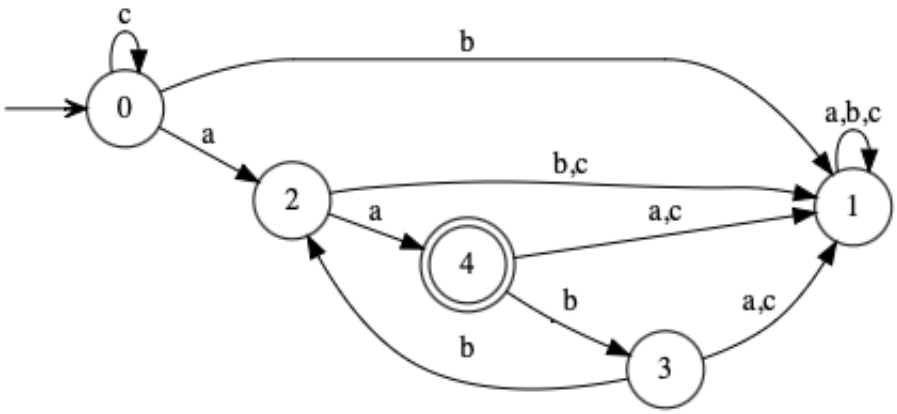


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

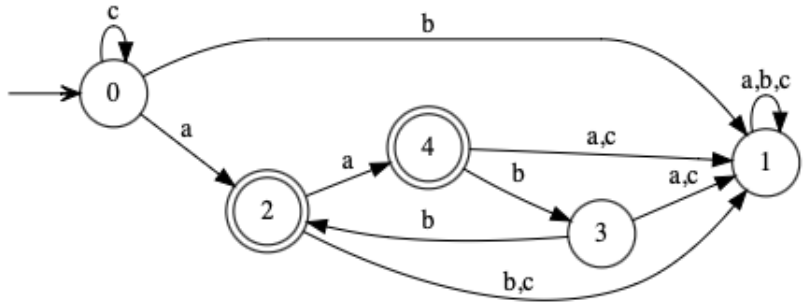
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



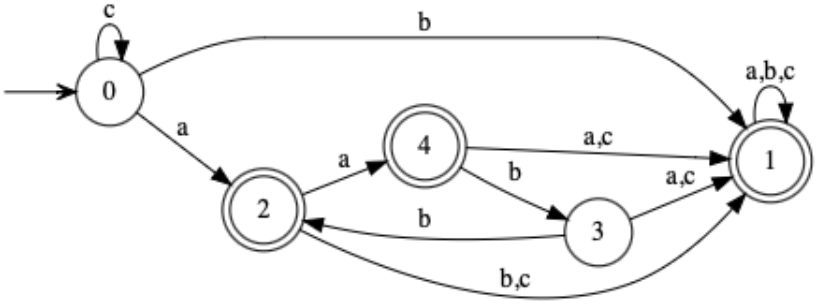
(-i-)



(-ii-)

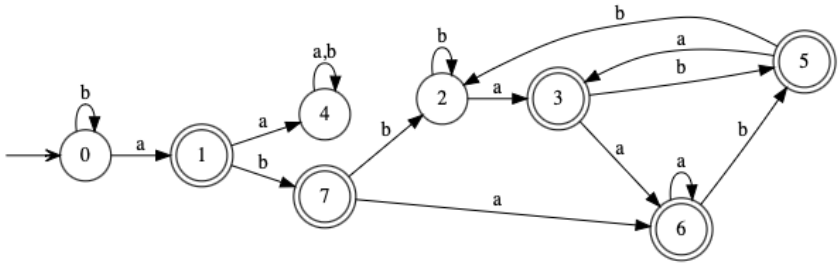


(-iii-)

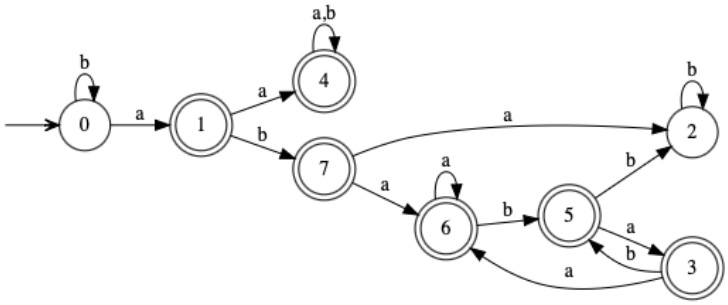


(-iv-)

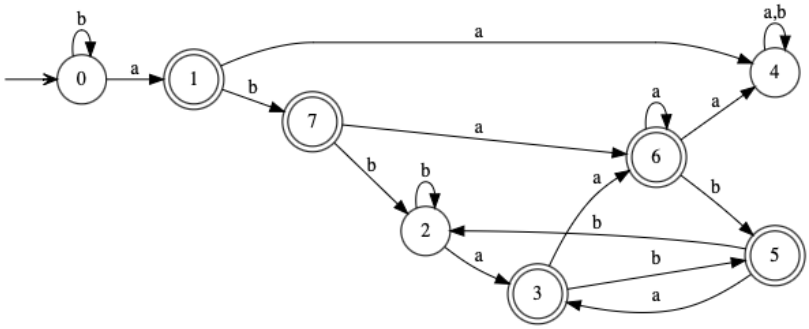
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



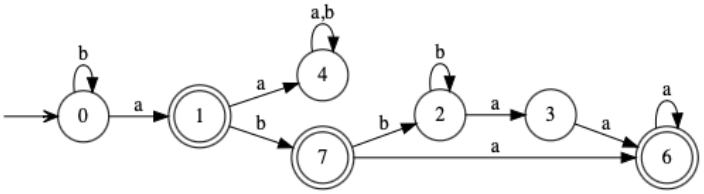
(-i-)



(-ii-)

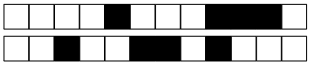


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+142/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e ■

Question 3 : ■ b c d ■ ■ g ■ i j

Question 4 : a b c d ■ f g h

Question 5 : a b ■ d e f

Question 6 : ■ b ■ d e f ■ h i

Question 7 : a ■ c d e f

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : a ■ c d e

Question 10 : a b ■ d e f

Question 11 : a b ■ d e f

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b c d e f ■ h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [c] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

c La longueur du mot vide est 1.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

f Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 20 états c 32 états ■ 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 8 états c 16 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 2 états ■ 4 états d 6 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [e] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [f] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [b] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [c] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [e] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [f] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [g] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [j] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

- [■] la Figure 2-iii-.
- [b] la Figure 2-i-.
- [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
- [c] la Figure 2-ii-.
- [d] la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
c la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i- e la Figure 3-iii-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 2 b 1 c 7 d 5 e 6 f 0 ■ 4 h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

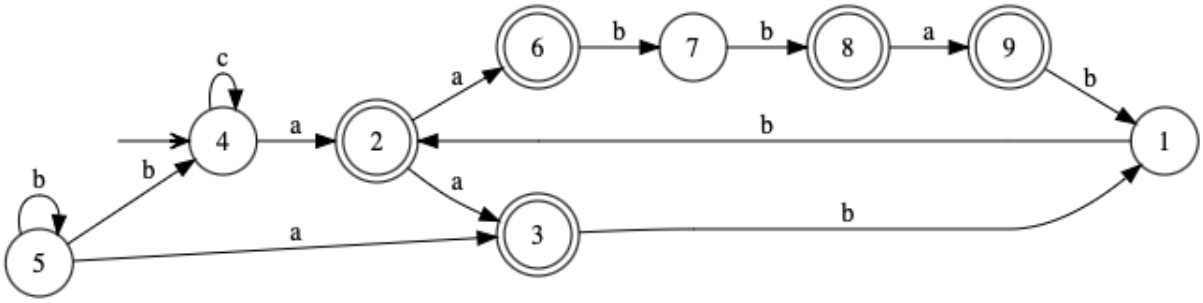
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

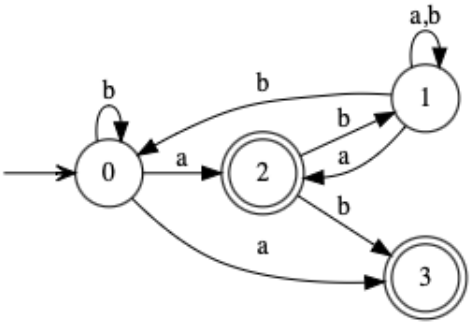
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

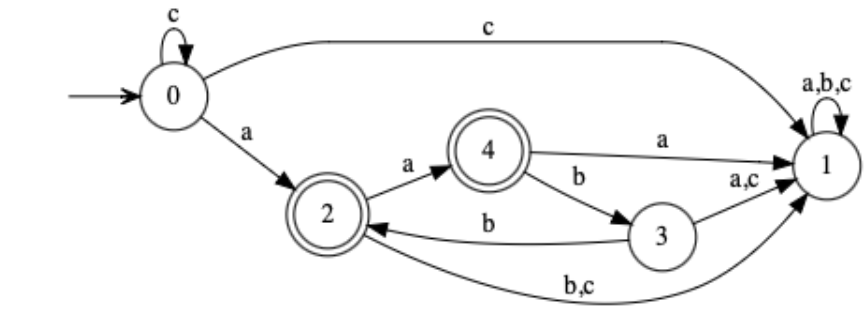


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

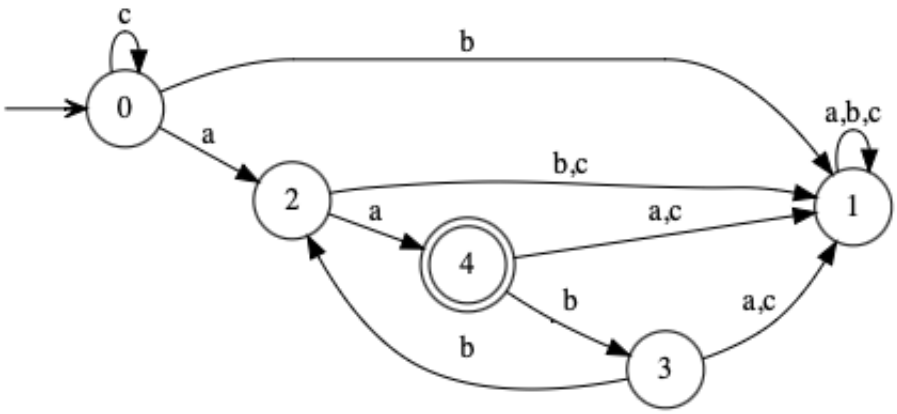


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

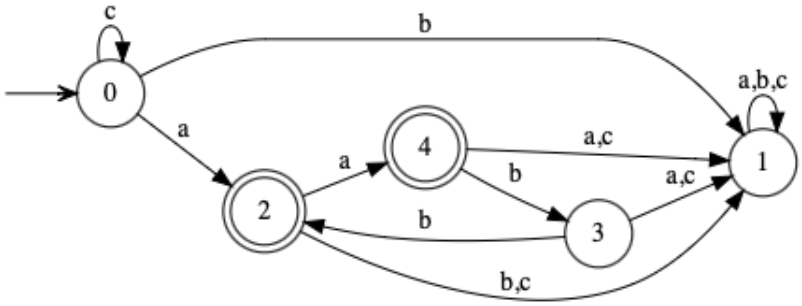
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



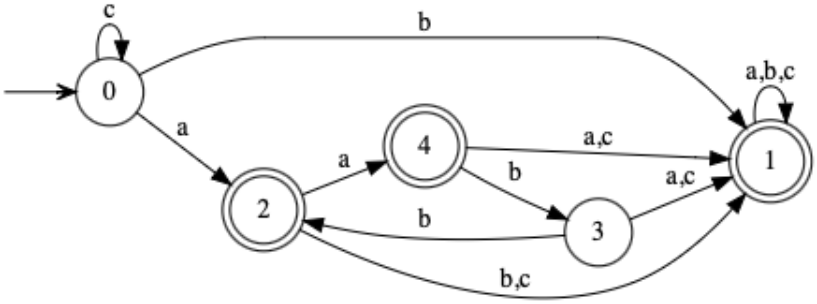
(-i-)



(-ii-)

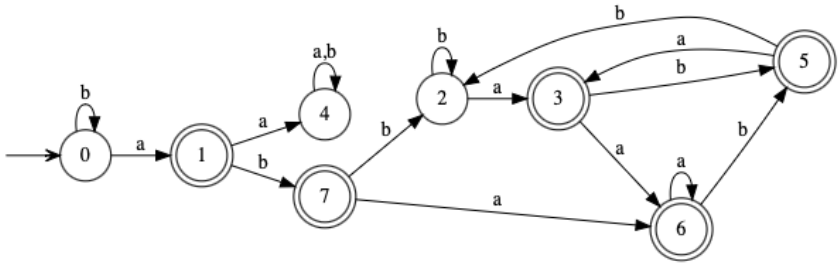


(-iii-)

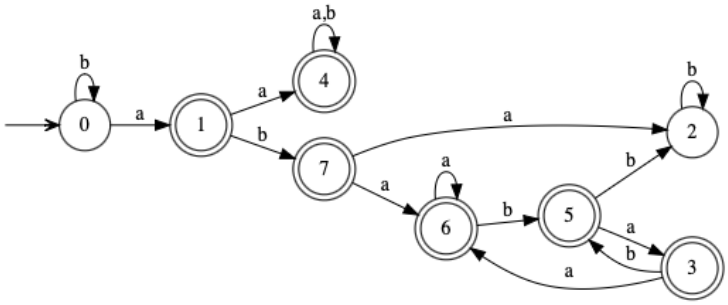


(-iv-)

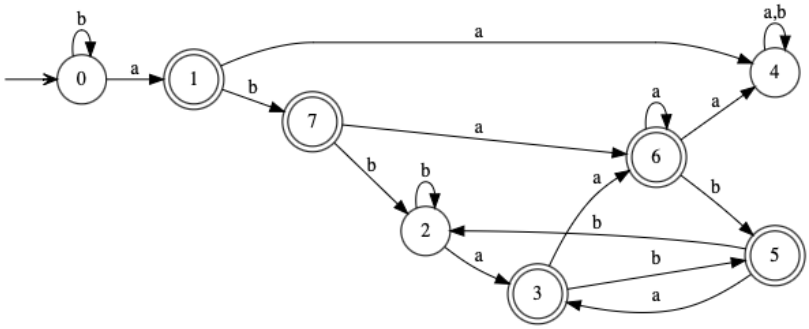
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



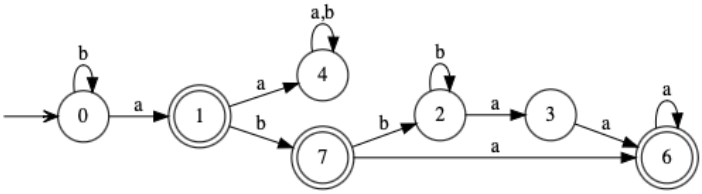
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+143/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e f

Question 3 : ■ b c d e f

Question 4 : ■ b c d e

Question 5 : ■ ■ c ■ e f g h i

Question 6 : a b c ■ e f

Question 7 : a b c d e ■

Question 8 : a b c ■ e f g h

Question 9 : a b ■ d e f

Question 10 : a ■ c ■ e f ■ ■ i j

Question 11 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b c d e f ■ h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 8 états [c] 32 états [■] 16 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

b Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

c Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

d Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

e Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont identiques.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

c Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

d Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

e Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

f Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

i Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La longueur du mot vide est 1.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

d Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 10 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états ■ 4 états c 6 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 8 états c 20 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-iv-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-iii-

c la Figure 3-iv- d la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 5 ☐ b 6 ■ 4 ☐ d 2 ☐ e 0 ☐ f 7 ☐ g 1 ☐ h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

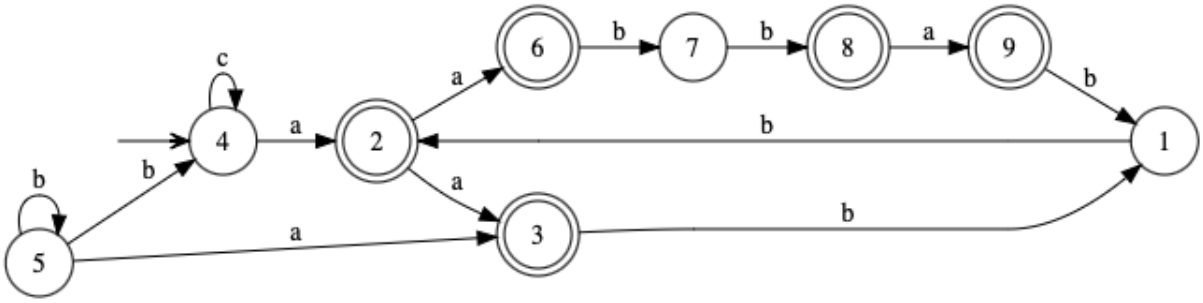
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

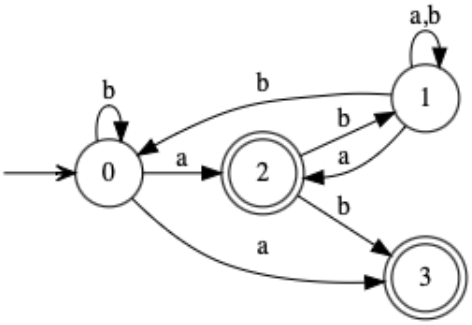
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

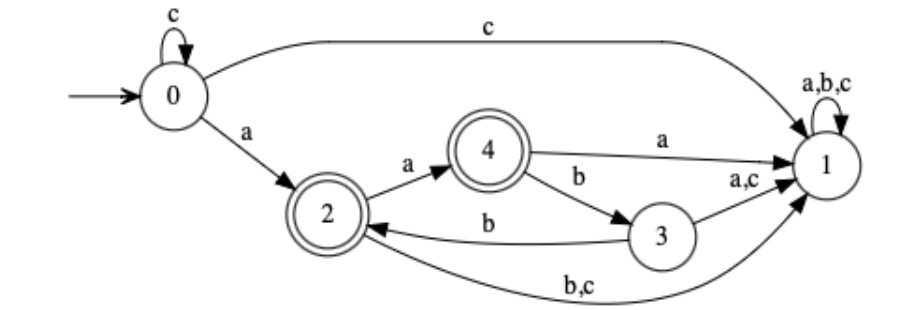


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

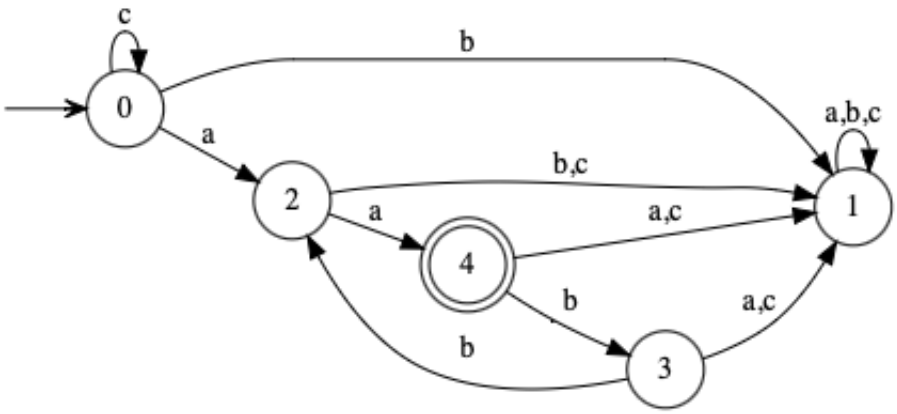


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

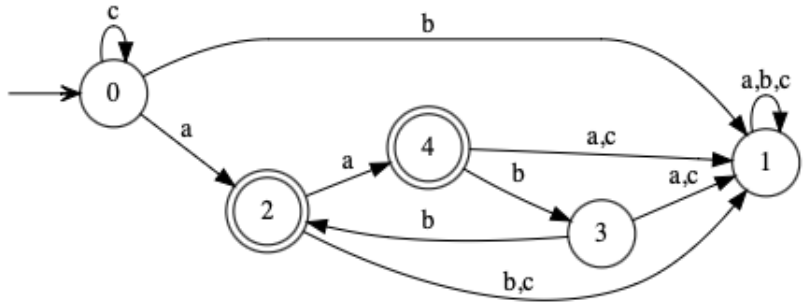
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



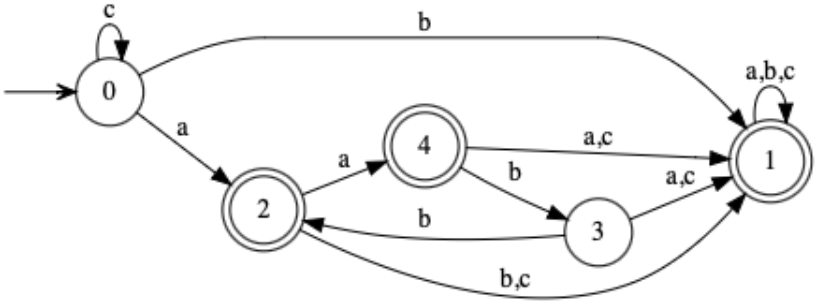
(-i-)



(-ii-)

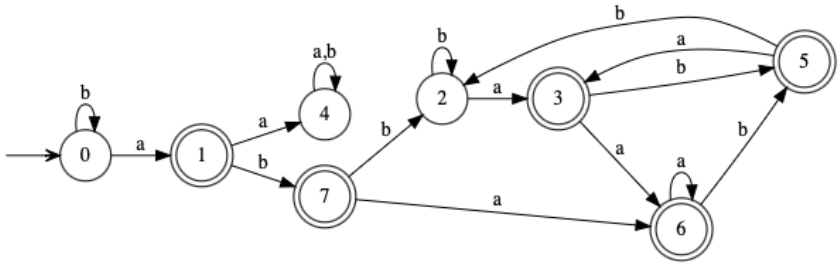


(-iii-)

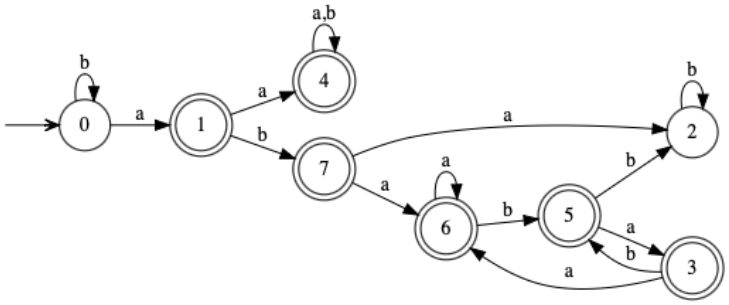


(-iv-)

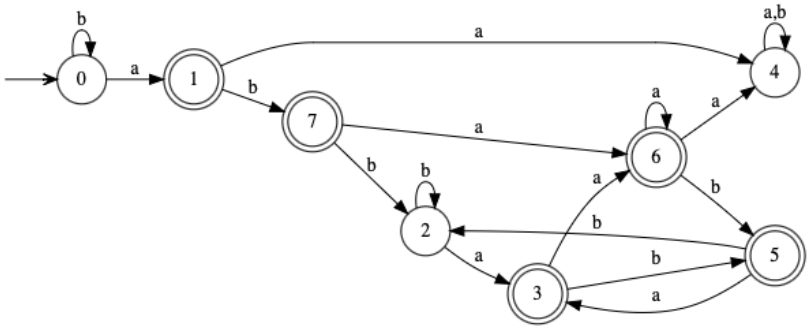
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



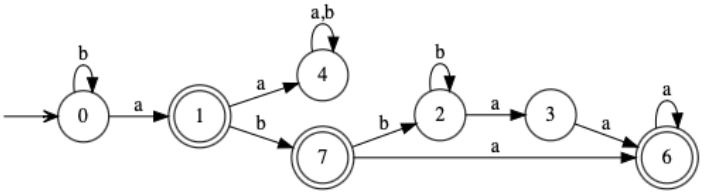
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+144/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e f

Question 3 : a b c ■ e f

Question 4 : a b ■ d e f g h

Question 5 : ■ b c d e ■ ■ ■ i j

Question 6 : a ■ c d e f

Question 7 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 8 : a b ■ d e

Question 9 : a ■ c d e ■ ■ h i

Question 10 : a ■ c d e f

Question 11 : a b c d e ■

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab ■ *Réservé enseignant*

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Question 17 :

f i ab ■ *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 20 états [c] 32 états [■] 16 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
[c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [b] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [f] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [g] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La longueur du mot vide est 1.
- [b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [e] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [■] La longueur du mot vide est 0.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 20 états c 8 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

c Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

g Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

i Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

j Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 8 états c 6 états d 2 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- b la Figure 3-iv-

c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe d la Figure 3-iii-

■ la Figure 3-i- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 5 ☐ b 6 ☐ c 7 ☐ d 3 ☐ e 2 ☐ f 0 ☐ g 1 ■ 4

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

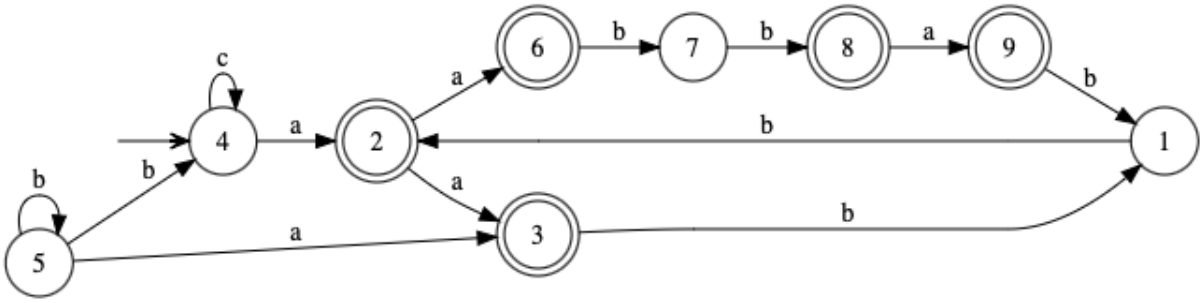
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

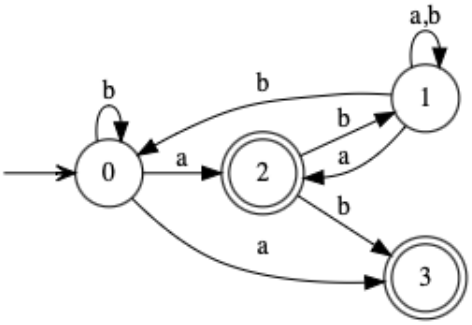
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

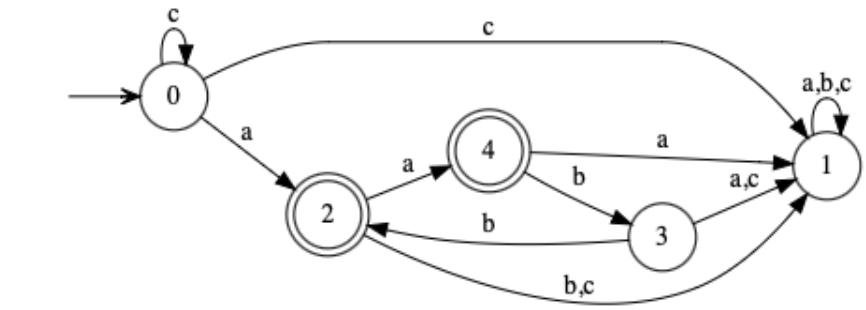


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

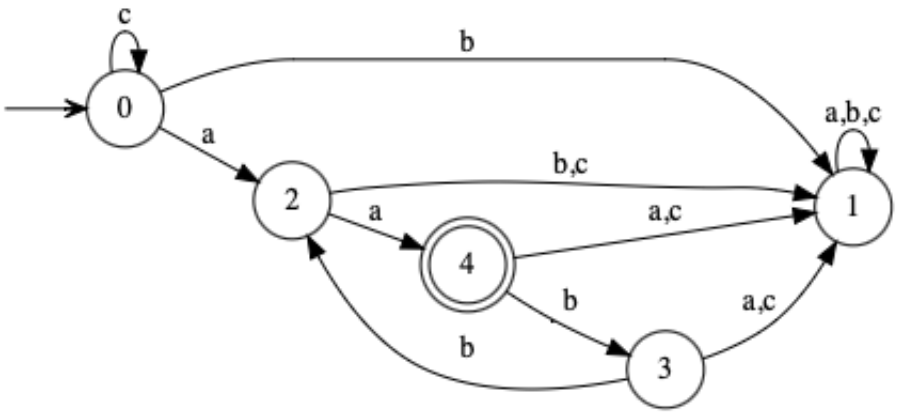


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

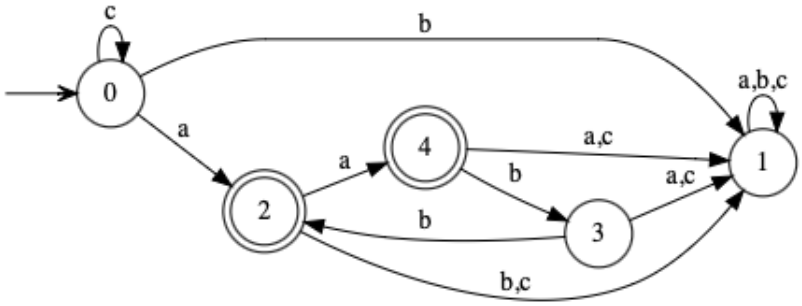
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



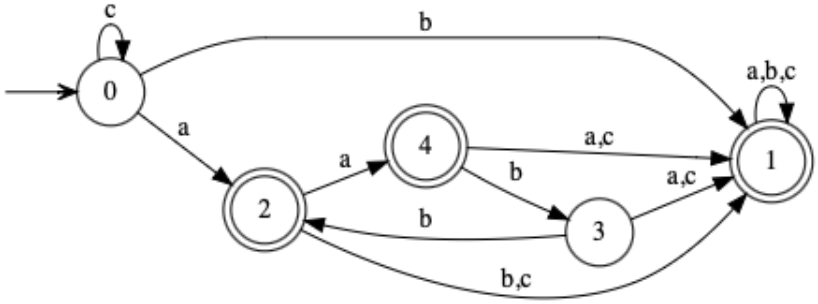
(-i-)



(-ii-)

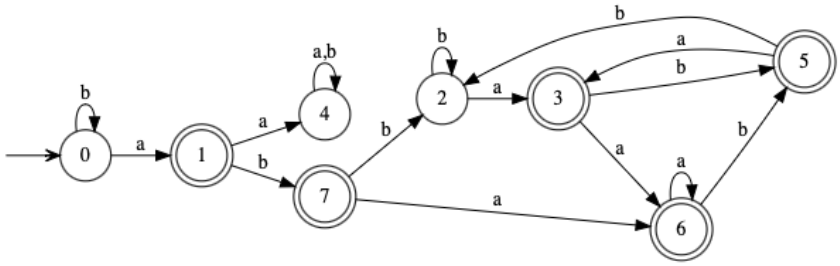


(-iii-)

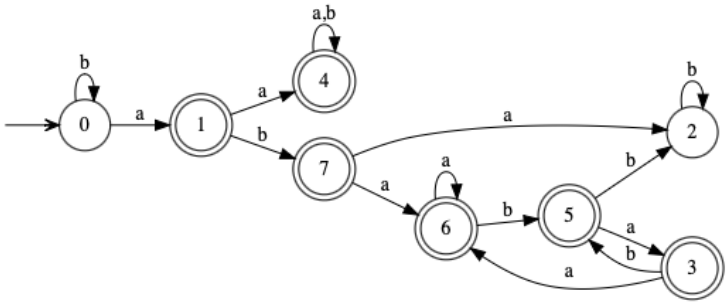


(-iv-)

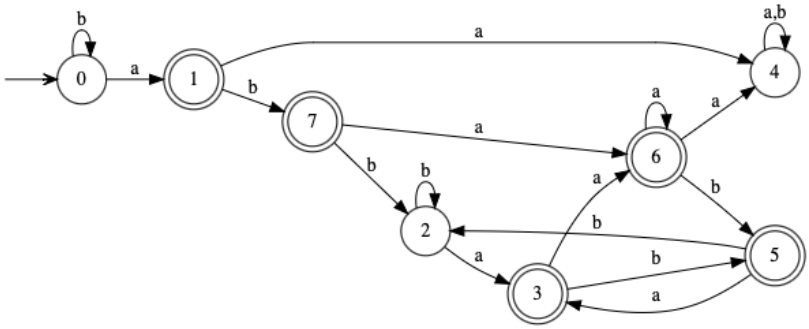
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



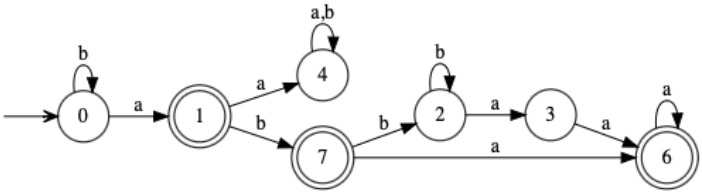
(-i-)



(-ii-)

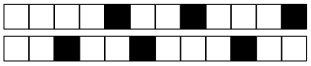


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+145/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c ■ e f

Question 3 : ■ b c d e f g h

Question 4 : a ■ c d e

Question 5 : a b c ■ e f

Question 6 : a b ■ d e f

Question 7 : a b ■ ■ ■ f g ■ i j

Question 8 : a b ■ d e ■ ■ h i

Question 9 : a b c d e ■

Question 10 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 11 : ■ b c d e f

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d e f g ■

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

- [a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
- [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
- [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
- [d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
- [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
- [f] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

- [a] 2 états
- [b] 6 états
- [c] 8 états
- [■] 4 états
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
- [f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [c] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [e] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [g] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [h] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [j] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [c] La longueur du mot vide est 1.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [e] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 32 états ■ 16 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 32 états [c] 20 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[c] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[e] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[f] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[h] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-ii-. [d] la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- [b] la Figure 3-iii- [c] la Figure 3-ii- [d] la Figure 3-iv-
[e] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 0 ☐ b 6 ■ 4 ☐ d 1 ☐ e 2 ☐ f 7 ☐ g 3 ☐ h 5

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

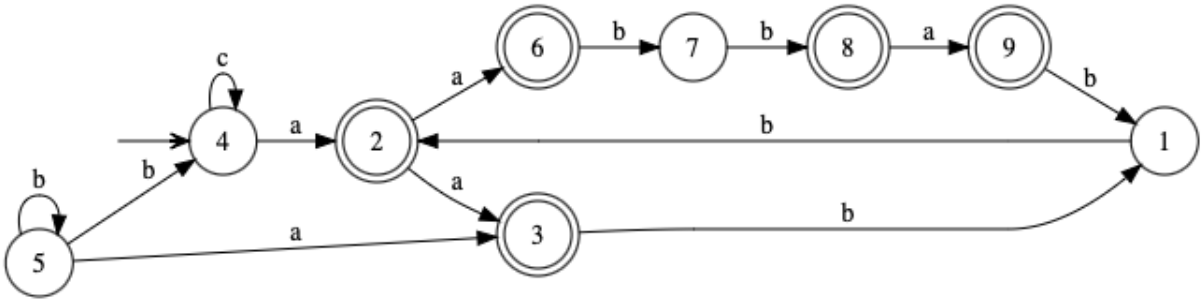
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

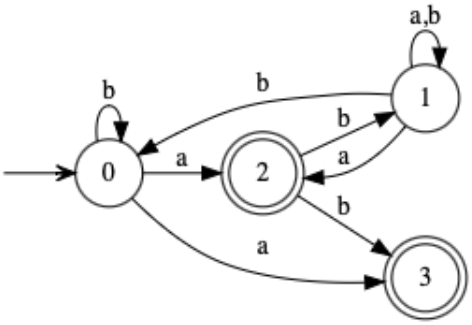
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

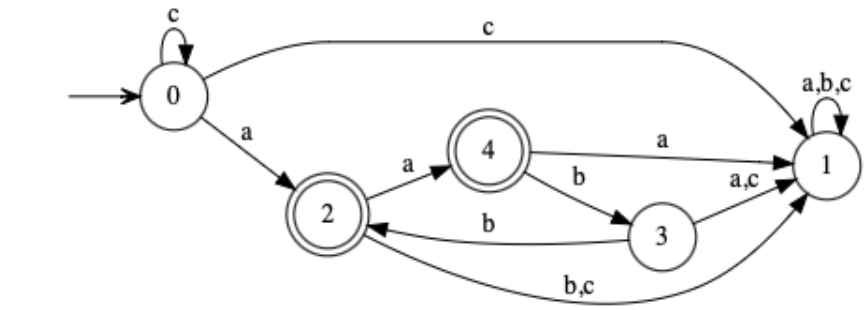


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

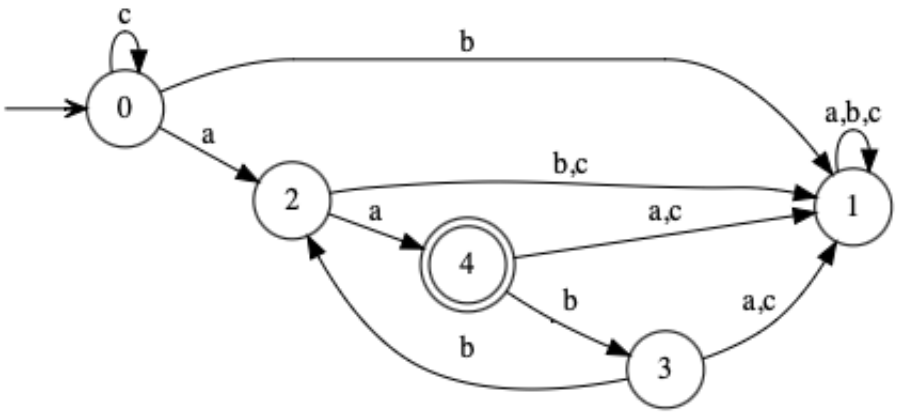


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

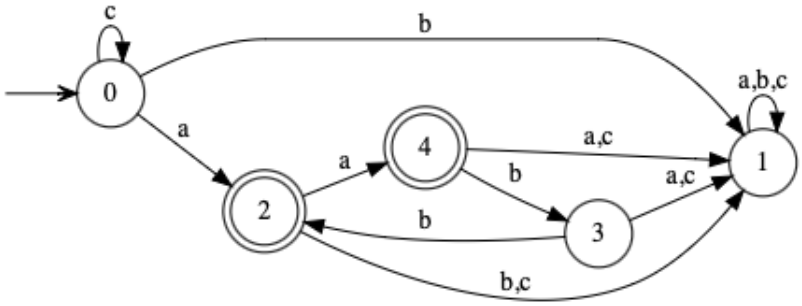
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



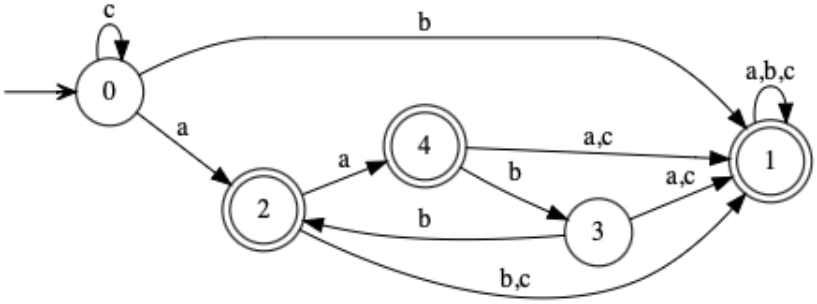
(-i-)



(-ii-)

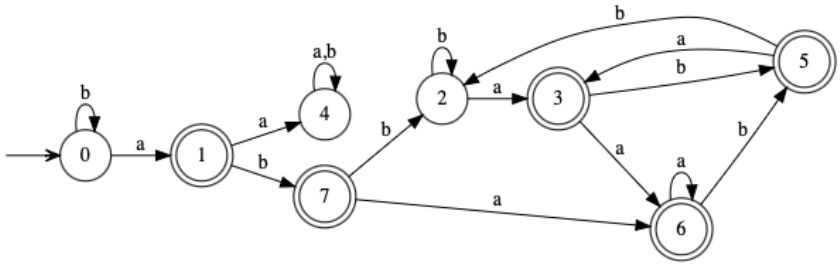


(-iii-)

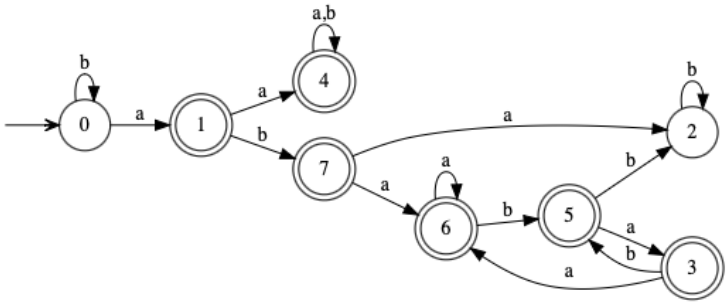


(-iv-)

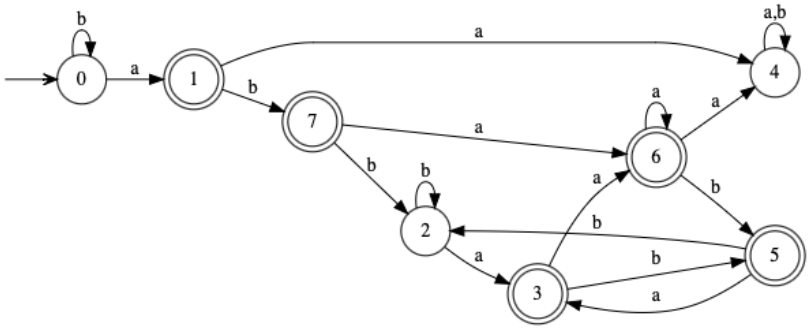
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



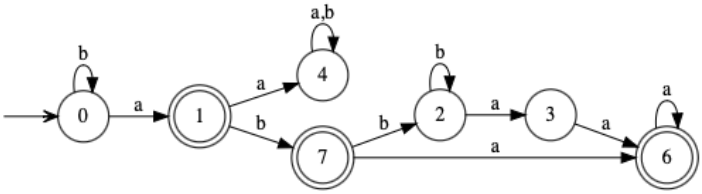
(-i-)



(-ii-)

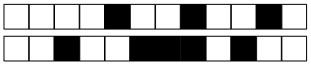


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+146/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [■] [c] [d] [e]

Question 3 : [a] [b] [c] [d] [■] [f] [g] [h]

Question 4 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 5 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 6 : [■] [b] [c] [d] [e] [f]

Question 7 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] [■] [l]

Question 8 : [a] [b] [c] [■] [e] [■] [■] [h] [i]

Question 9 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 10 : [a] [b] [c] [d] [e] [■]

Question 11 : [■] [■] [c] [■] [e] [f] [■] [h] [i] [j]

Question 12 : [a] [■] [c] [d] [e]

Question 13 : [■] [b] [c] [d] [e] [f]

Question 14 : [a] [b] [■] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab ■ *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

☐ a 16 états ☐ b 8 états ☐ c 32 états ☐ d 20 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

☐ a Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
☐ b Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
☐ c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
☐ d Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
☐ e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
☐ f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
☐ g Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
☐ h Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
☐ i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
☐ j Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
☐ l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 8 états [■] 16 états [d] 32 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

[c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 2 états [b] 6 états [c] 8 états [■] 4 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

[■] La longueur du mot vide est 0.

[c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

[d] La longueur du mot vide est 1.

[e] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

[f] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [b] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [f] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [g] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-i-. [b] la Figure 2-iv-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-ii-. [■] la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-
c la Figure 3-iii- d la Figure 3-ii- e la Figure 3-iv-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 6 b 3 ■ 4 d 1 e 5 f 2 g 7 h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

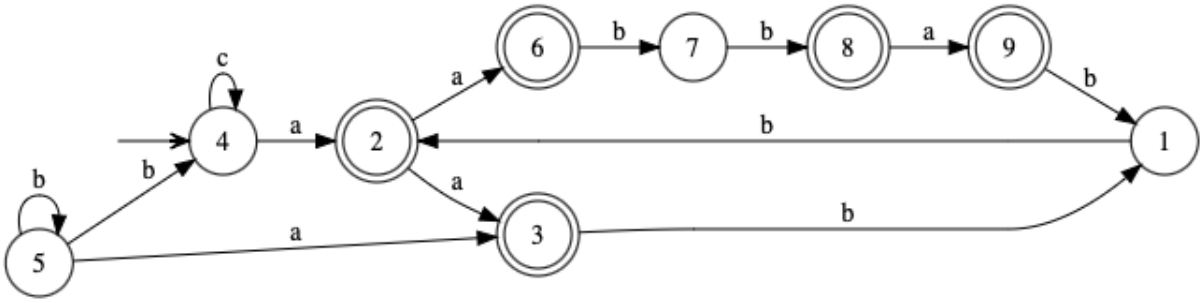
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

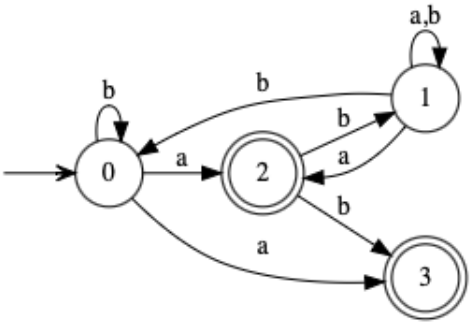
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

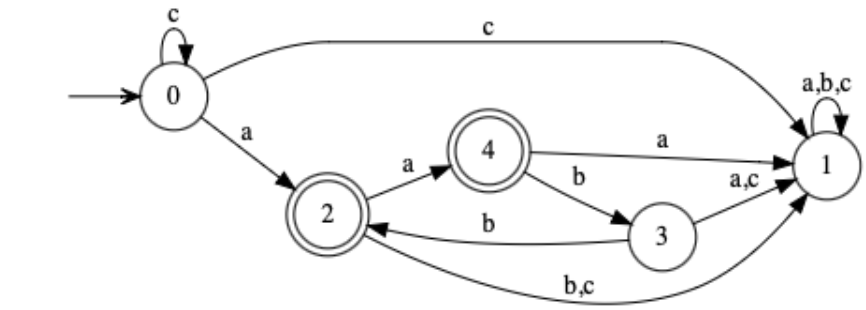


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

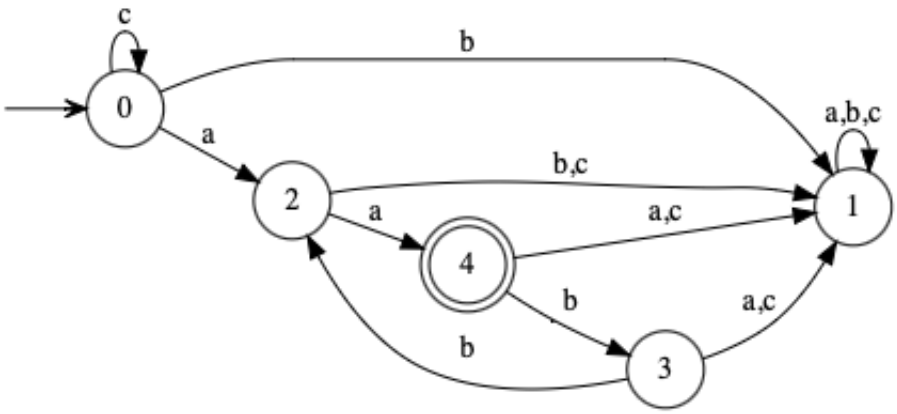


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

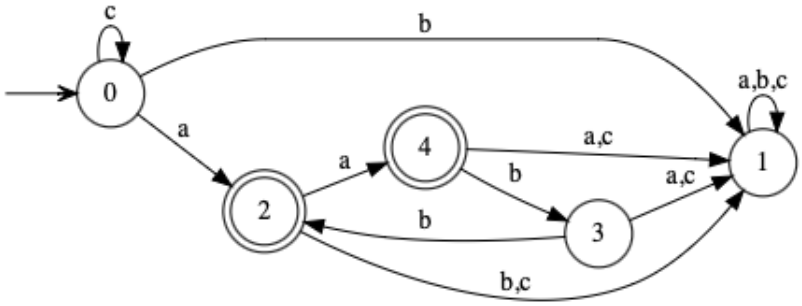
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



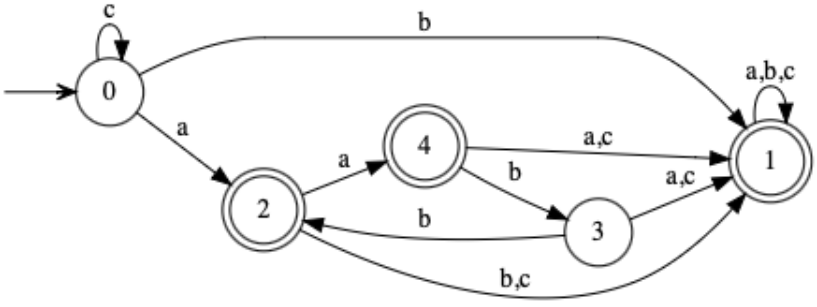
(-i-)



(-ii-)

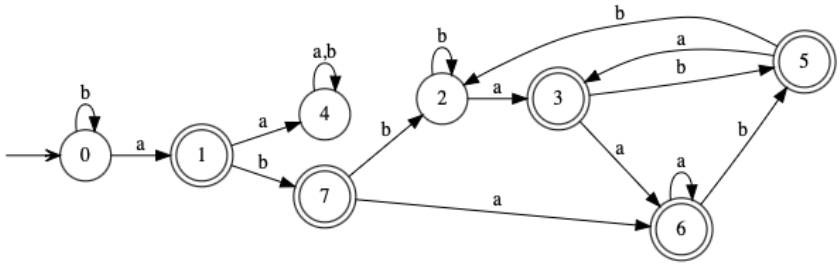


(-iii-)

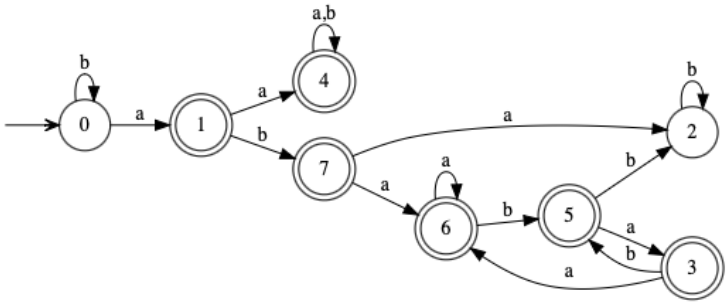


(-iv-)

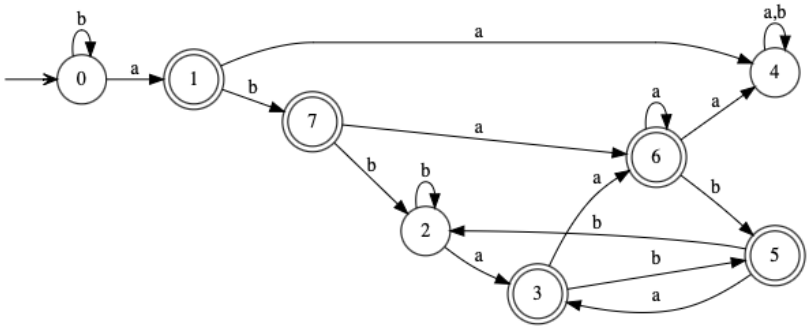
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



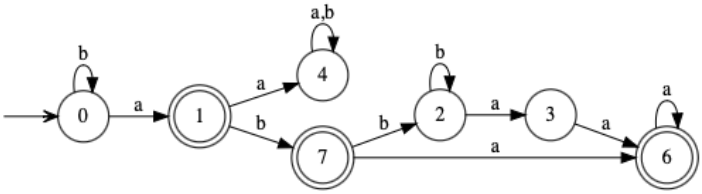
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+147/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e ■

Question 3 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : a b ■ d e f

Question 6 : ■ b c d e

Question 7 : a b c ■ e f

Question 8 : ■ ■ c d e f ■ h i

Question 9 : a b ■ ■ ■ f g ■ i j

Question 10 : a b c ■ e f

Question 11 : a b c d e ■ g h

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 20 états [c] 8 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[a] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[b] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[c] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[e] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 8 états ■ 16 états c 32 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états b 2 états ■ 4 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

b La longueur du mot vide est 1.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

b Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

c Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

f Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

i Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^*+10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- b la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i-
d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe e la Figure 3-iii-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 0 c 2 d 6 e 5 f 7 g 1 h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

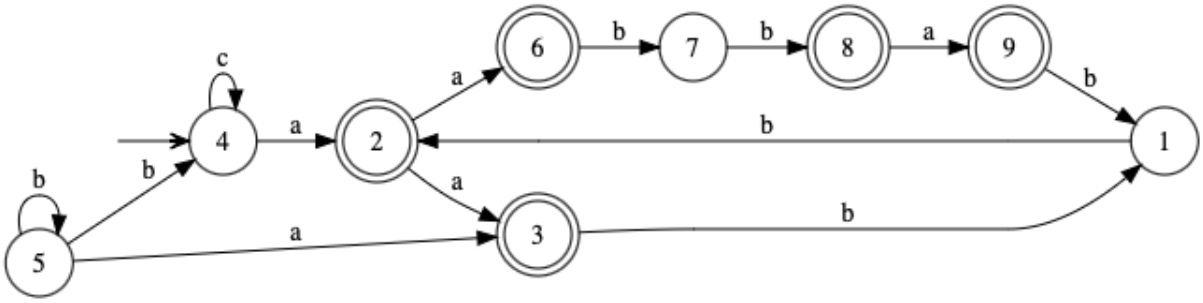
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

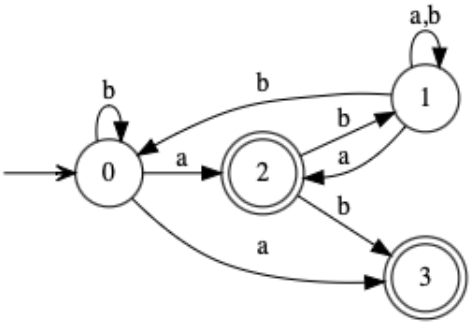
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

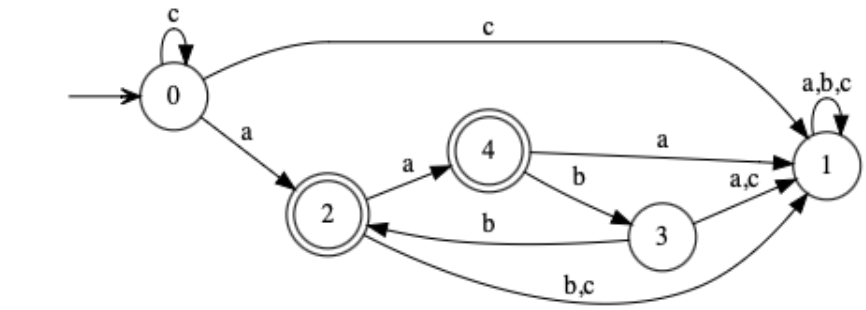


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

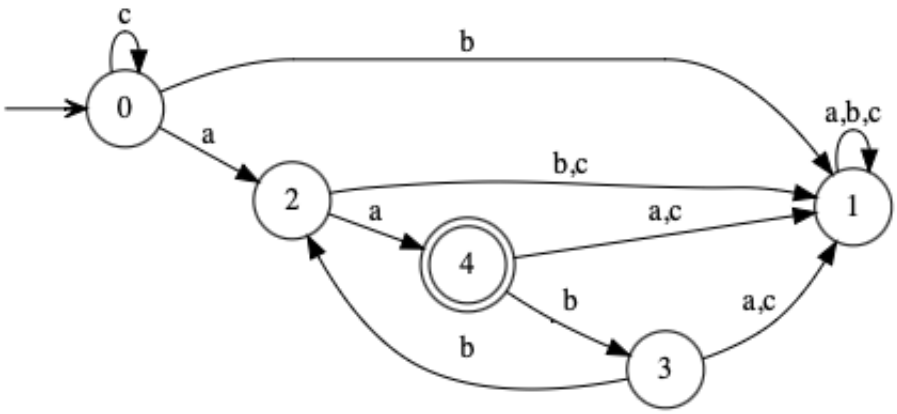


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

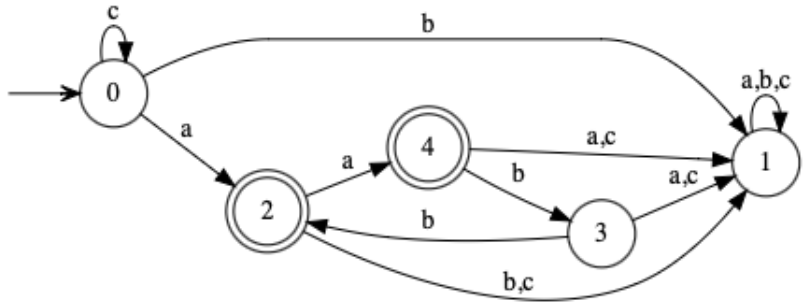
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



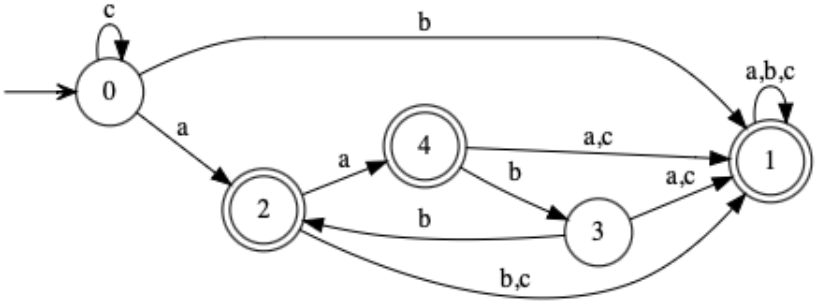
(-i-)



(-ii-)

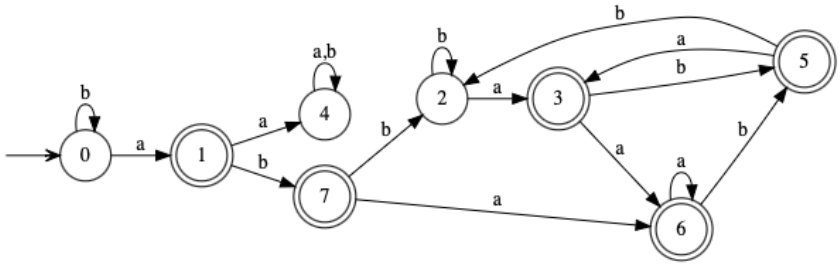


(-iii-)

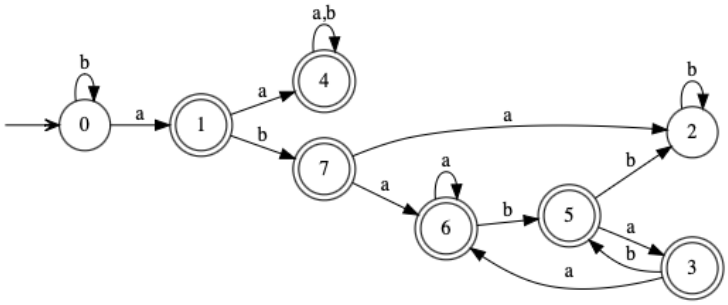


(-iv-)

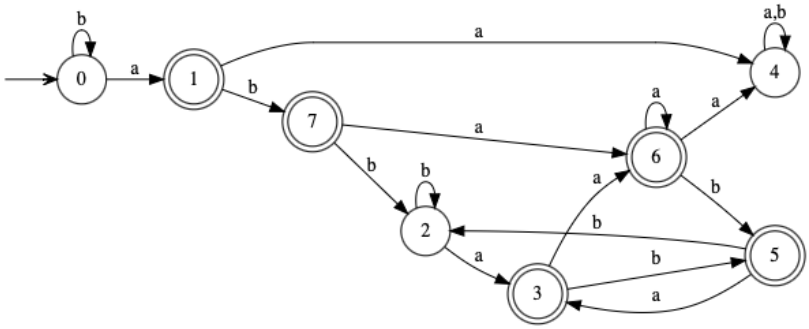
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



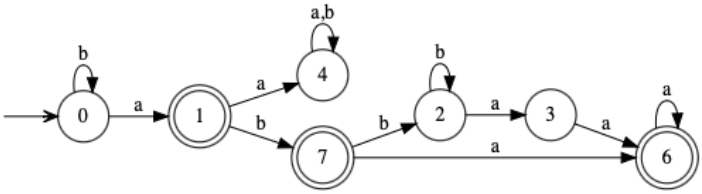
(-i-)



(-ii-)

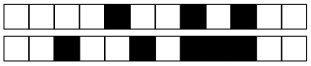


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+148/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e ■

Question 3 : a b c ■ e ■ ■ ■ i j

Question 4 : a ■ c d e f

Question 5 : a b ■ d e f

Question 6 : a b ■ d ■ ■ g h i

Question 7 : a b c d ■ f g h

Question 8 : ■ b c d e f

Question 9 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 10 : a ■ c d e f

Question 11 : ■ b c d e

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

c Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

d Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

f Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

j Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 8 états c 16 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

b Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

c Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

d Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

f Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La longueur du mot vide est 1.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

f Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états ■ 16 états c 8 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 6 états c 8 états d 2 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-ii-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- b la Figure 3-ii- c la Figure 3-iii-

d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe e la Figure 3-iv-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 5 c 1 d 7 e 3 f 6 g 2 h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

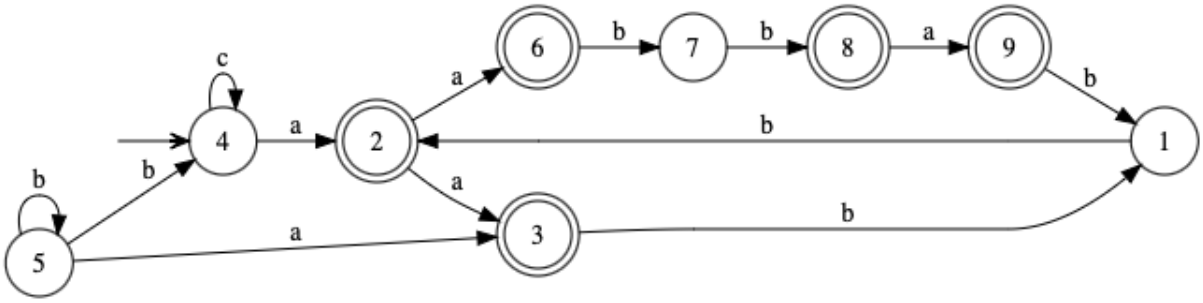
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

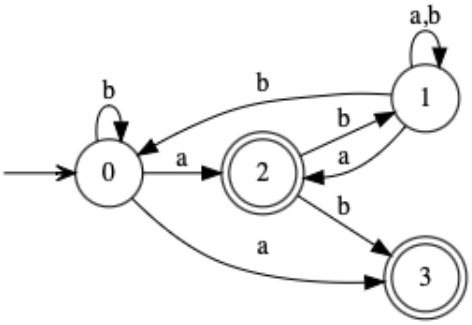
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

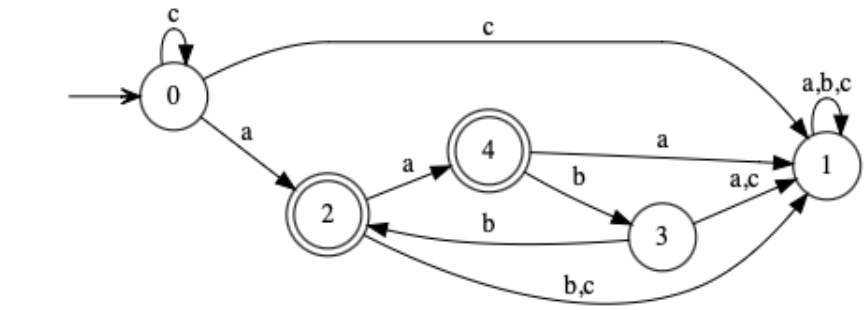


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

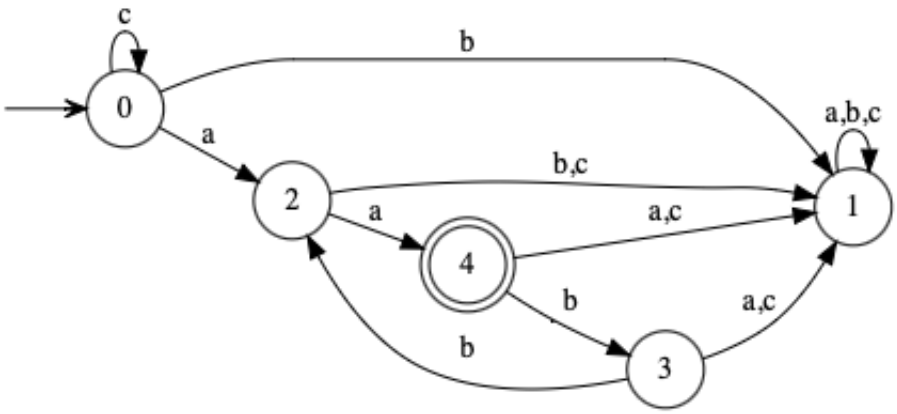


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

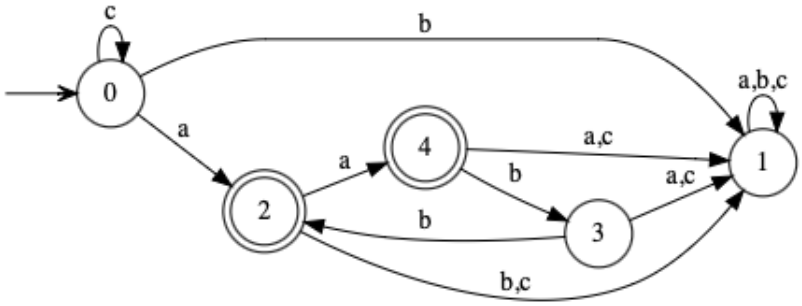
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



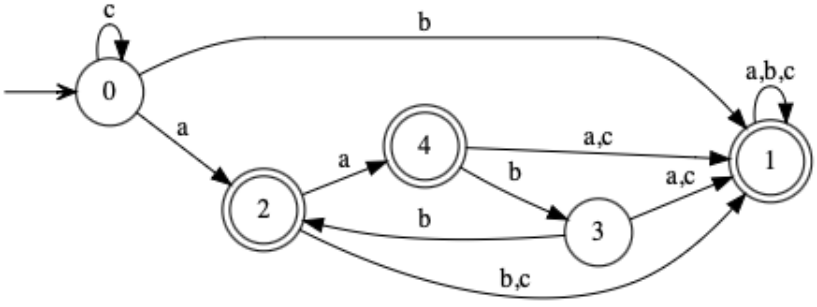
(-i-)



(-ii-)

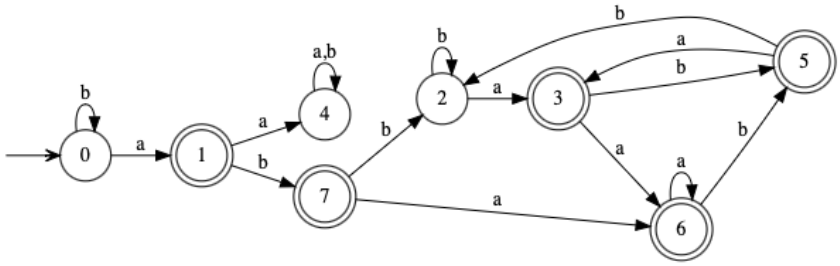


(-iii-)

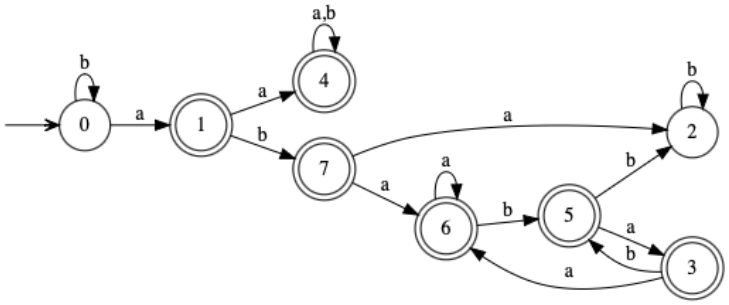


(-iv-)

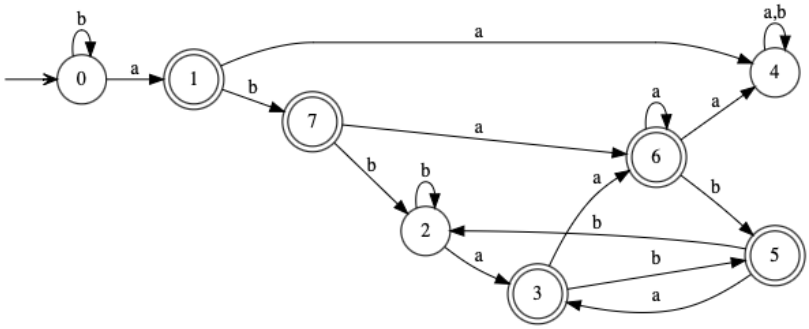
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



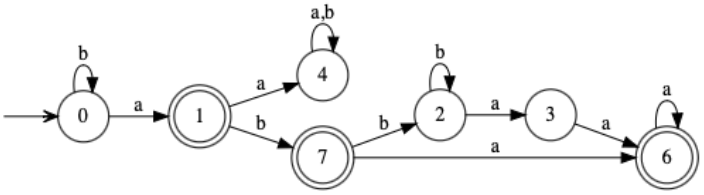
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+149/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e

Question 3 : ■ b c d e f

Question 4 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 5 : a ■ c d e f

Question 6 : a b c d e ■

Question 7 : ■ b c d ■ f ■ ■ i j

Question 8 : a ■ c d ■ f ■ h i

Question 9 : a ■ c d e f

Question 10 : ■ b c d e f

Question 11 : a b c ■ e f g h

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 20 états ■ 16 états [c] 8 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 2 états [b] 6 états [c] 8 états ■ 4 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [b] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [e] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [g] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [c] La longueur du mot vide est 1.
- [d] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [g] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [c] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [e] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [f] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

g Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont identiques.

d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 8 états c 20 états d 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-ii- [b] la Figure 3-iii- [c] la Figure 3-iv-
[d] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [■] la Figure 3-i-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

[■] 4 [b] 2 [c] 7 [d] 0 [e] 3 [f] 5 [g] 6 [h] 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

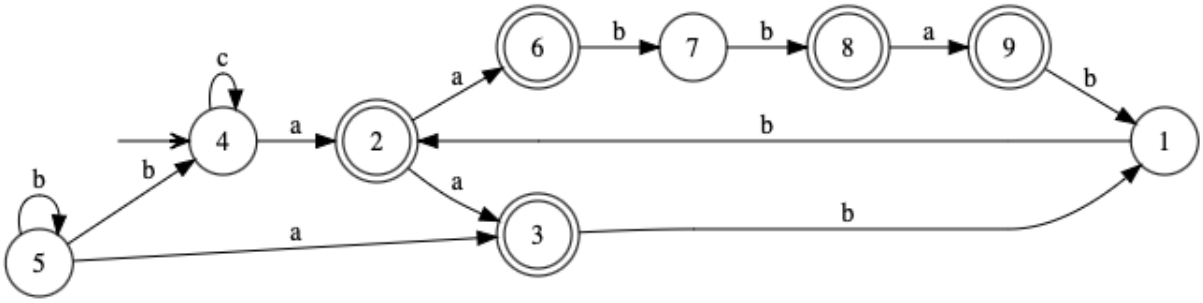
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

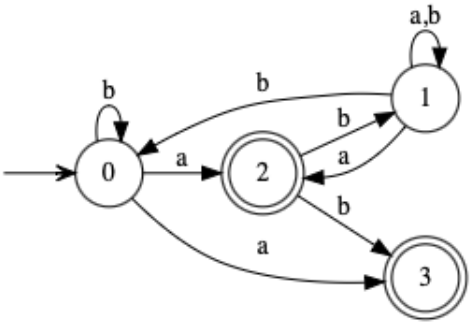
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

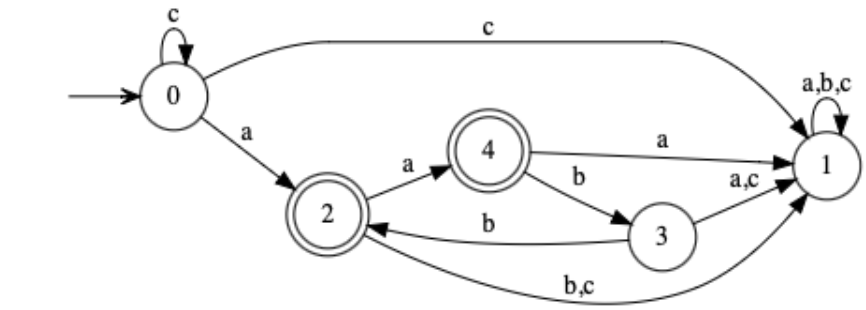


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

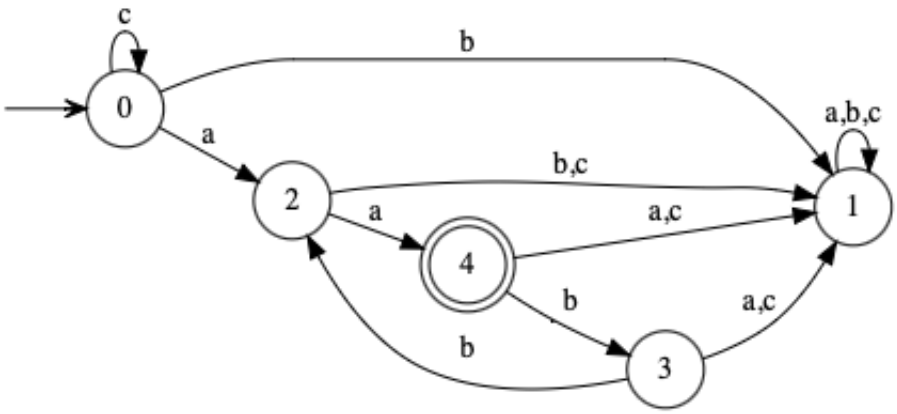


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

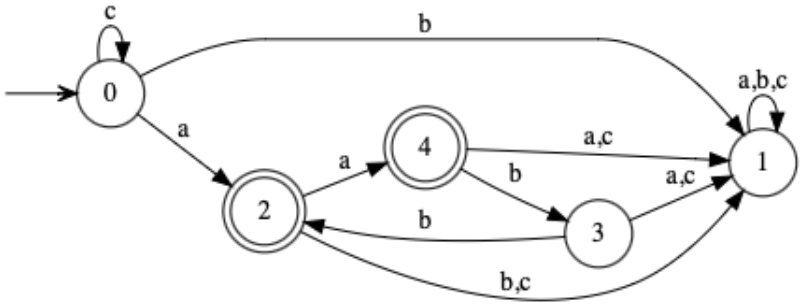
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



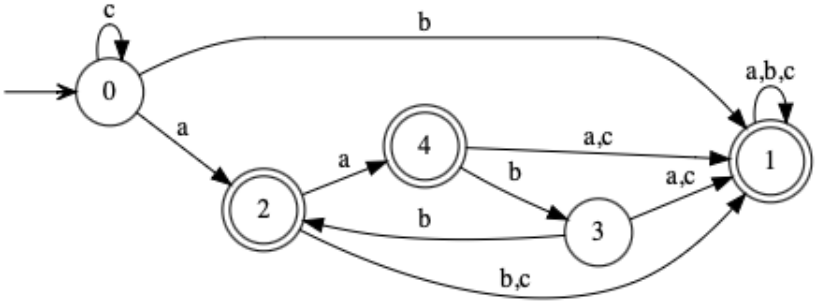
(-i-)



(-ii-)

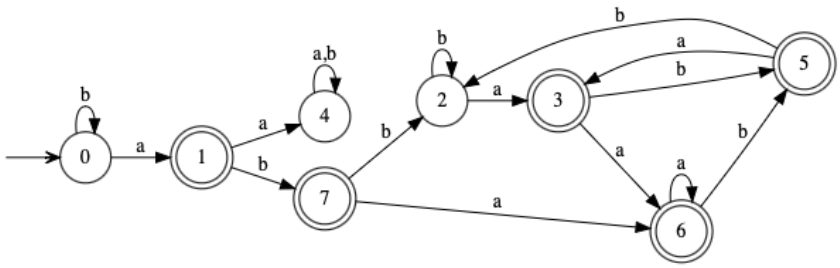


(-iii-)

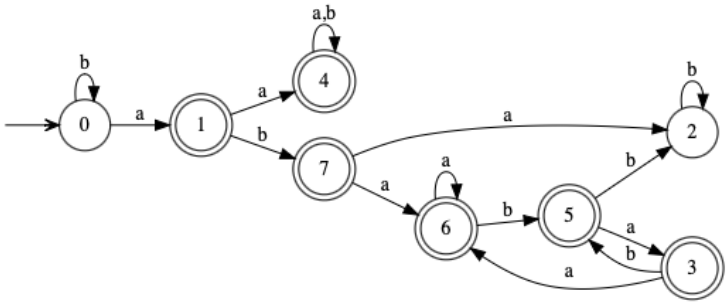


(-iv-)

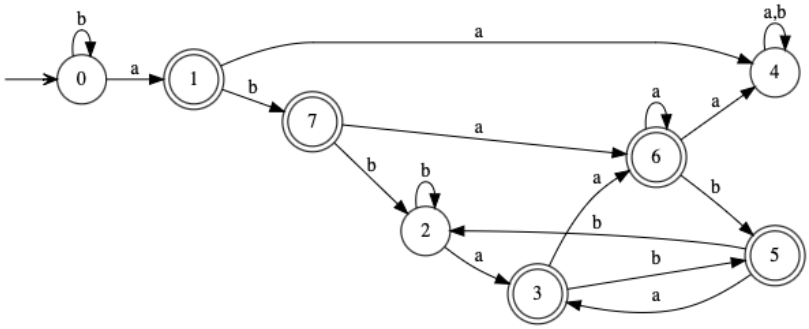
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



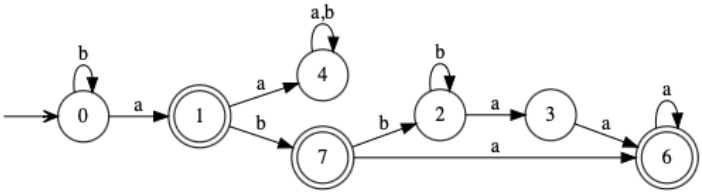
(-i-)



(-ii-)

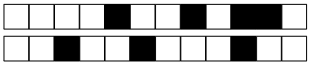


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+150/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f g h

Question 3 : a ■ c d e f

Question 4 : a b c ■ e f

Question 5 : a b ■ ■ e ■ g ■ i j

Question 6 : ■ b c d ■ ■ g h i

Question 7 : a b ■ d e f

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : a ■ c d e f

Question 10 : a ■ c d e

Question 11 : a b c d e ■

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

☐ a 8 états ■ 4 états ☐ c 6 états ☐ d 2 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
☐ f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

☐ a 20 états ☐ b 32 états ■ 16 états ☐ d 8 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
☐ f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

☐ a Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
☐ b Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
☐ c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
☐ d Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
☐ e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
☐ f Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

g Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 16 états c 20 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

c Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

d Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

e La longueur du mot vide est 1.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^*+10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont identiques.

c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

b Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

c Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

d Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

h Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-iii-
c la Figure 3-iv- d la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 0 ☐ b 3 ☐ c 7 ■ 4 ☐ e 5 ☐ f 2 ☐ g 6 ☐ h 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

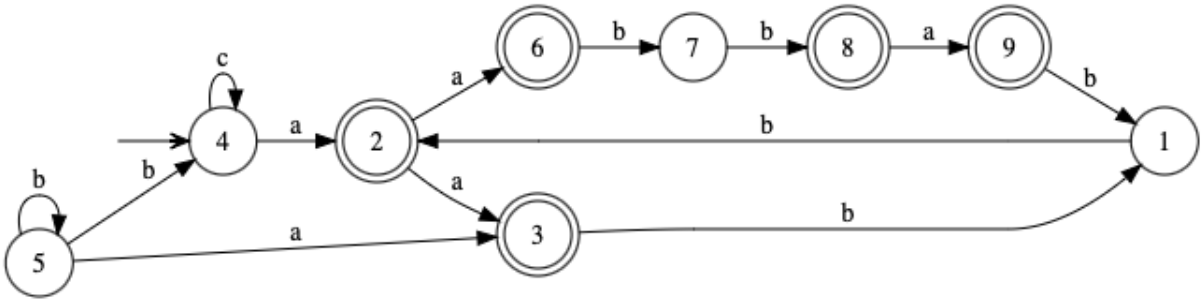
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

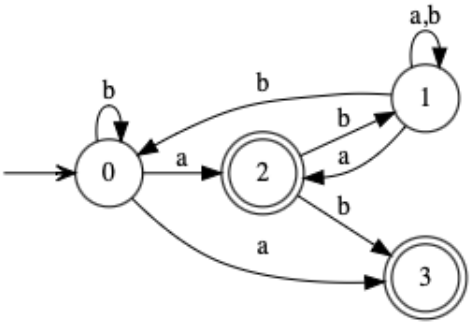
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

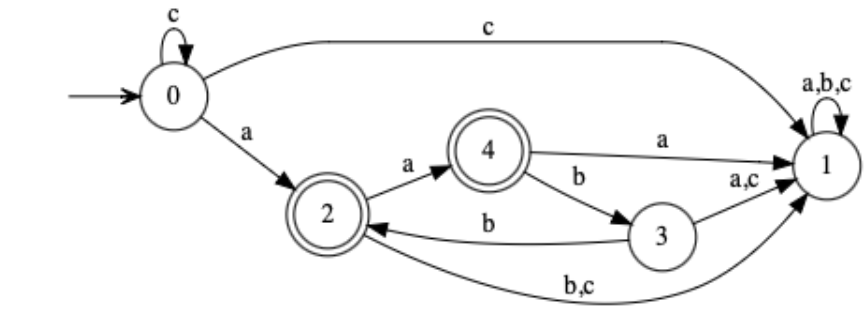


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

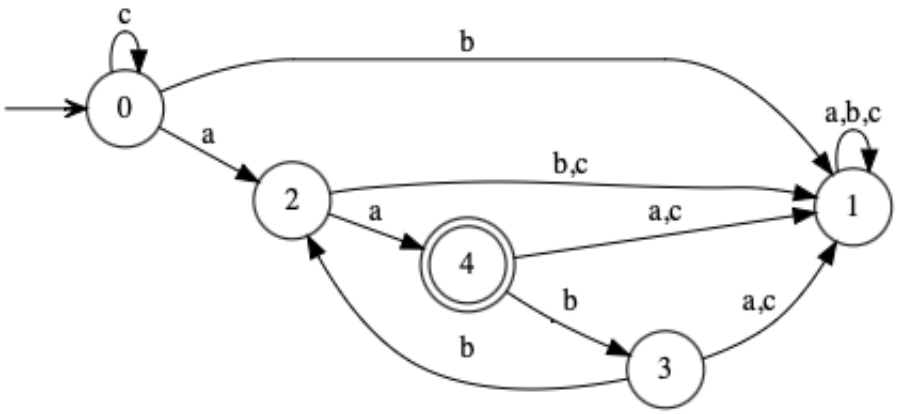


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

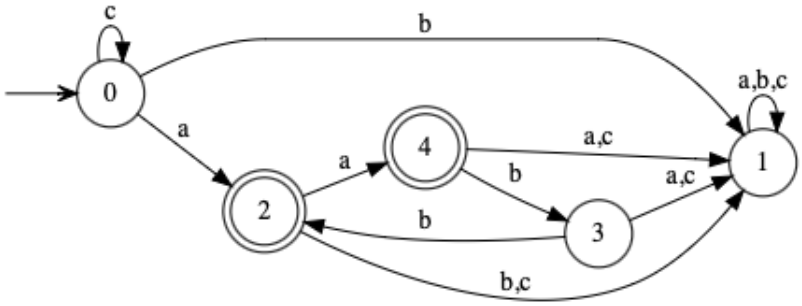
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



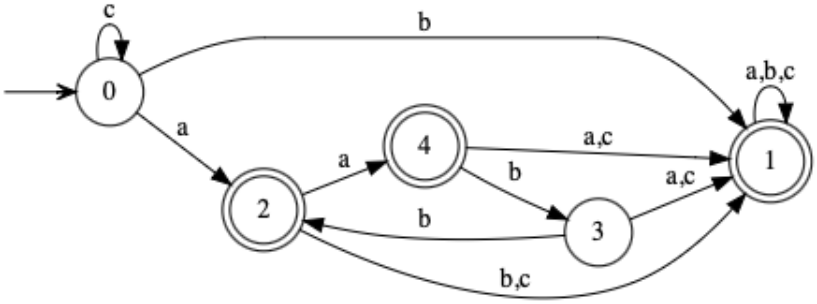
(-i-)



(-ii-)

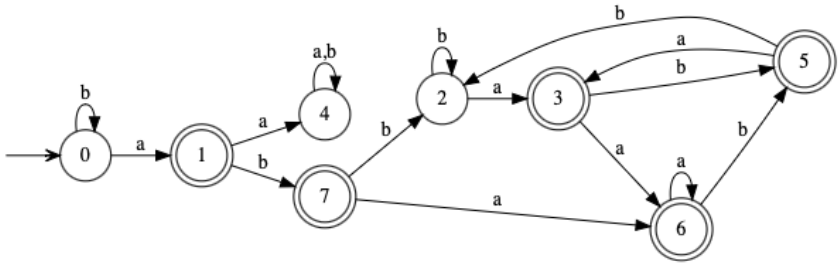


(-iii-)

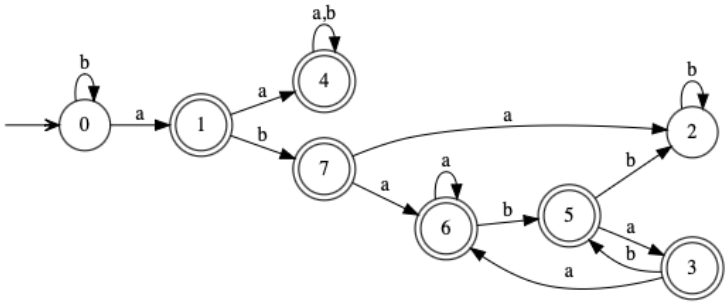


(-iv-)

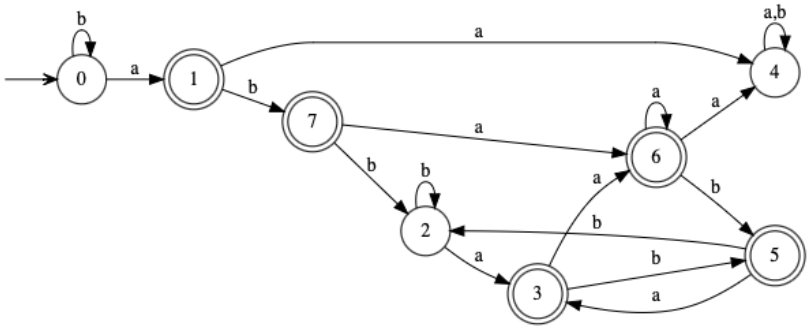
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



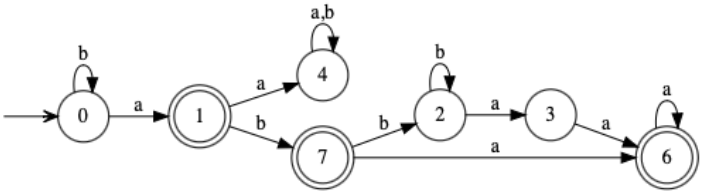
(-i-)



(-ii-)

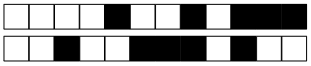


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+151/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e f

Question 3 : a b ■ d e f

Question 4 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 5 : a b c d e ■

Question 6 : a ■ c d e

Question 7 : a ■ c d e f

Question 8 : a b c d ■ f g h

Question 9 : a ■ ■ ■ e f g h i

Question 10 : a b c ■ e f

Question 11 : ■ b c d ■ ■ ■ h i j

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab ■ *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

- [a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
- [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
- [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
- [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
- [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
- [f] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

b Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

c Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

d Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

e Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

g Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

b Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

f La longueur du mot vide est 1.

■ La longueur du mot vide est 0.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 16 états c 8 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

b Les langages dénotés par A et B sont identiques.

c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [f] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [g] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [h] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[■] 4 états [b] 6 états [c] 8 états [d] 2 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 8 états [c] 32 états [■] 16 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[■] la Figure 2-iii-. [b] la Figure 2-i-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-ii-. [d] la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iv- [b] la Figure 3-ii- [■] la Figure 3-i-
[d] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [e] la Figure 3-iii-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 3 ☐ b 1 ■ 4 ☐ d 7 ☐ e 2 ☐ f 0 ☐ g 6 ☐ h 5

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

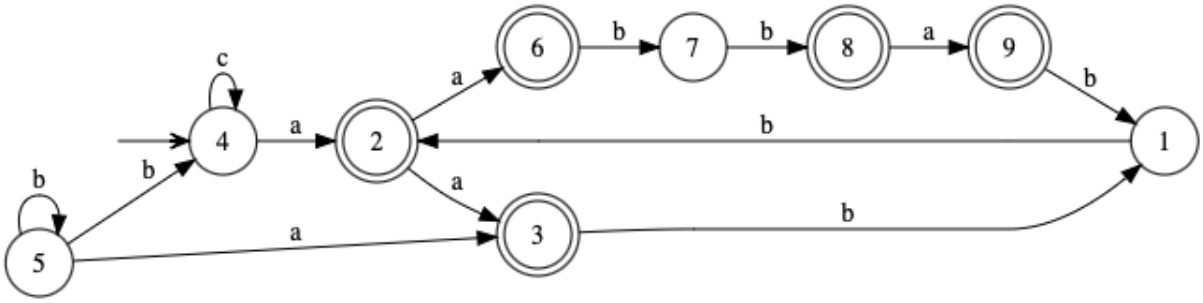
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

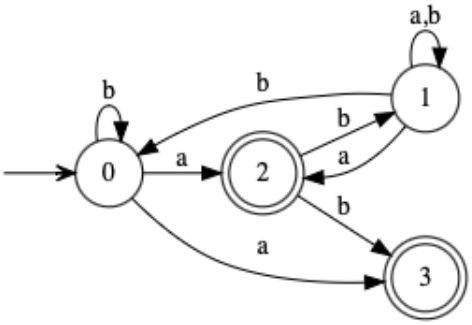
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

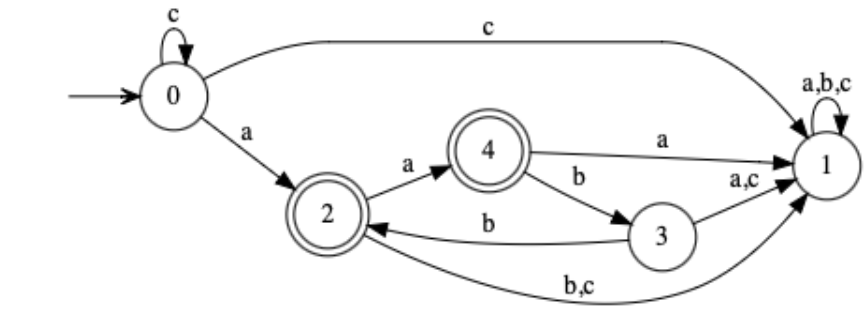


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

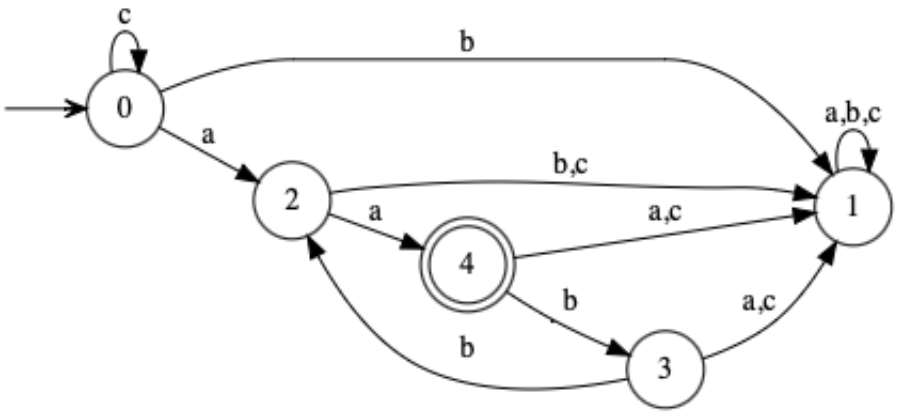


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

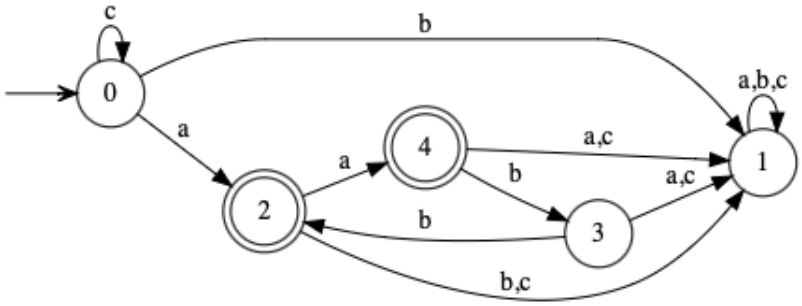
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



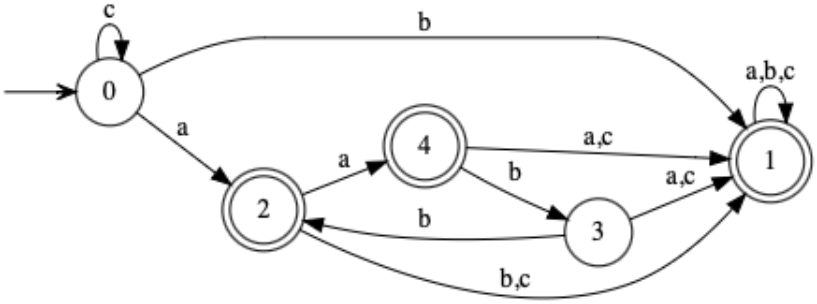
(-i-)



(-ii-)

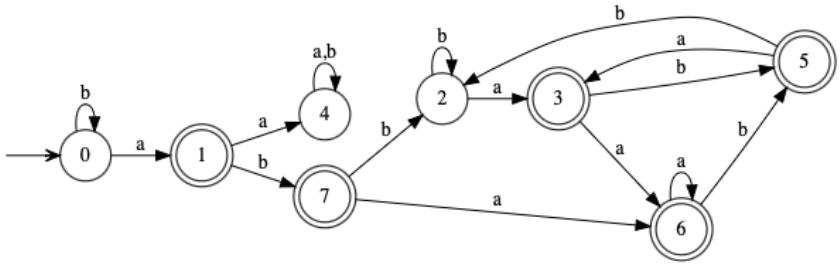


(-iii-)

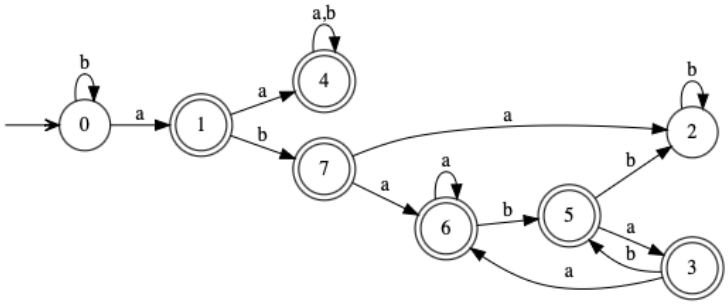


(-iv-)

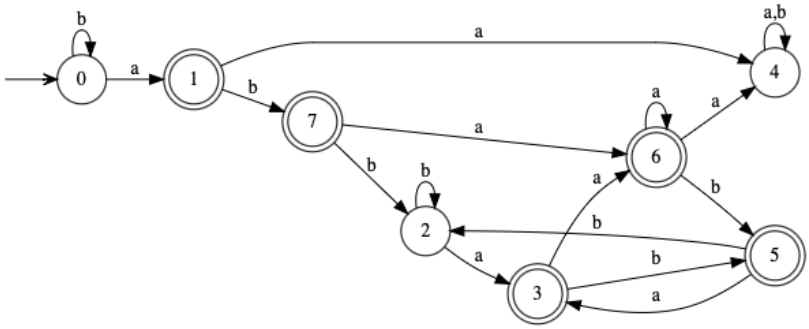
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



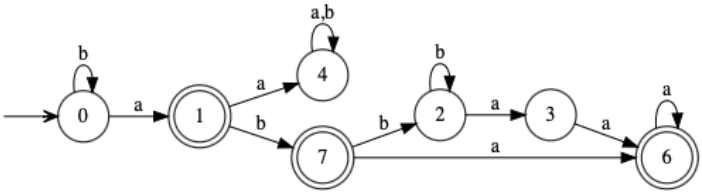
(-i-)



(-ii-)

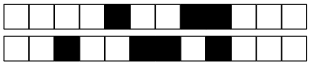


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+152/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e

Question 3 : a b c ■ e f g h

Question 4 : ■ b c d e f

Question 5 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 6 : a b ■ ■ e f ■ h i

Question 7 : a b c d e ■

Question 8 : a b c ■ e f

Question 9 : a ■ ■ ■ ■ f g h i j

Question 10 : ■ b c d e f

Question 11 : a b c ■ e f

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab ■ *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 8 états ■ 16 états d 32 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
b Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
e Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
g Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
h Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
i Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
j Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

☐ a 6 états ☐ b 2 états ☐ c 8 états ■ 4 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
☐ f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

☐ a 20 états ☐ b 16 états ☐ c 8 états ☐ d 32 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
☐ b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
☐ c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
☐ d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
☐ f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

☐ a La longueur du mot vide est 1.
■ La longueur du mot vide est 0.
☐ c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
☐ d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
☐ g Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

☐ a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. ☐ b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ☐ c $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. ☐ e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ☐ f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
☐ g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
☐ h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

☐ a Les langages dénotés par A et B sont identiques.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

- [c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [e] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [h] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

- [a] la Figure 2-i-.
- [■] la Figure 2-iii-.
- [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
- [c] la Figure 2-ii-.
- [d] la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i-
[c] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [d] la Figure 3-iv-
[e] la Figure 3-ii- [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

[a] 2 [b] 6 [c] 3 [d] 7 [e] 1 ■ 4 [g] 0 [h] 5

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

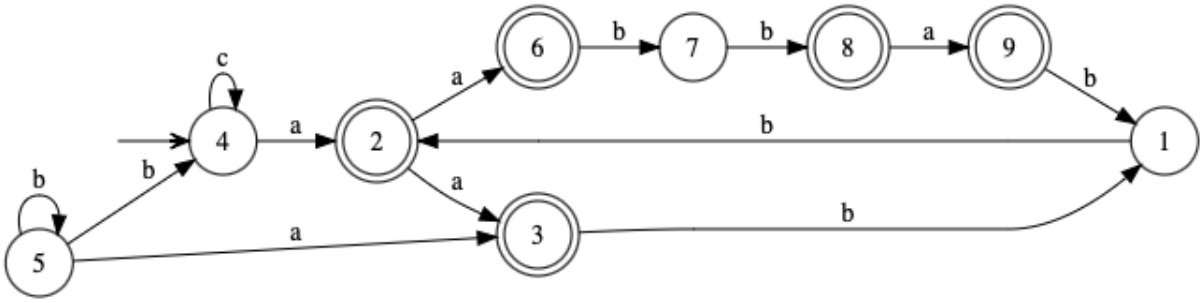
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

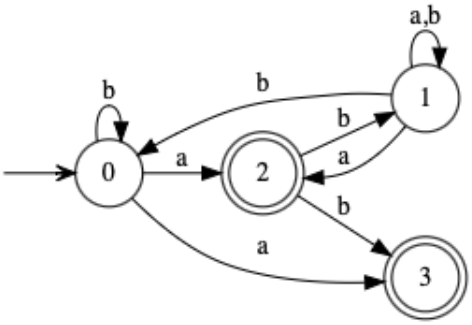
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

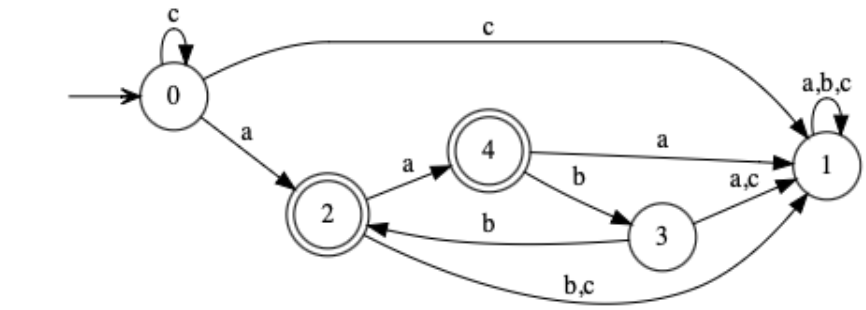


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

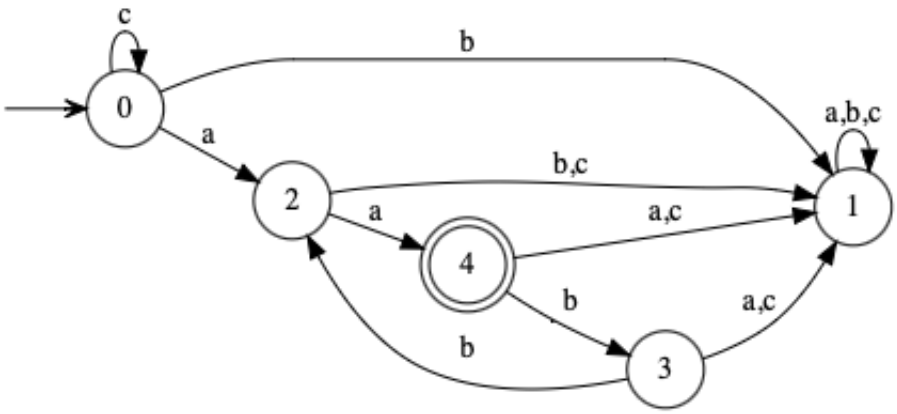


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

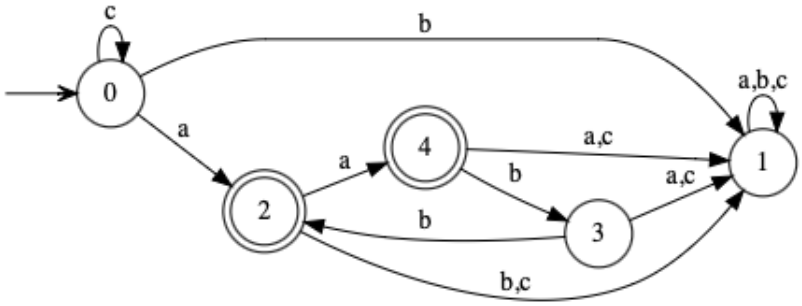
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



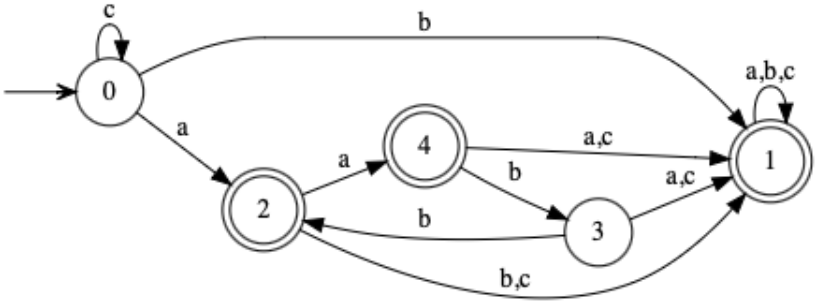
(-i-)



(-ii-)

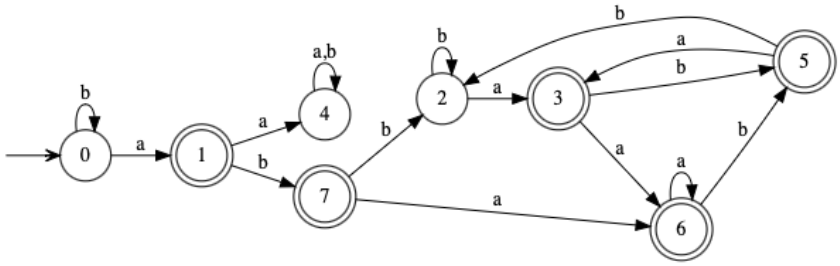


(-iii-)

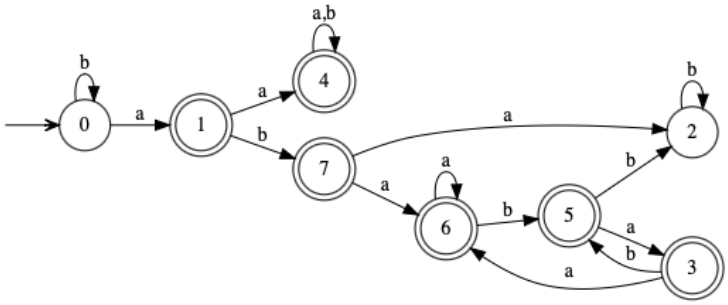


(-iv-)

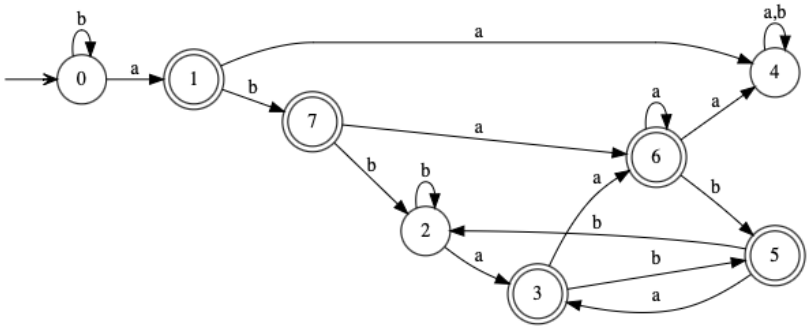
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



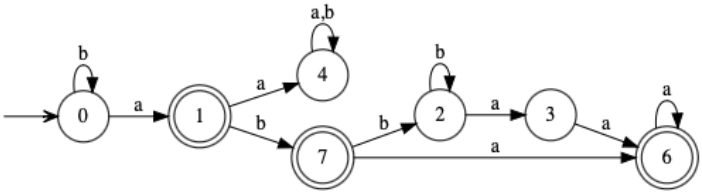
(-i-)



(-ii-)

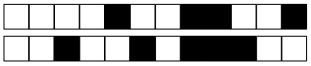


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+153/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e f

Question 3 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 4 : a b c ■ e f

Question 5 : a b c d e ■

Question 6 : ■ b c d e f

Question 7 : a ■ c d ■ ■ g h i

Question 8 : a b c ■ e f g h

Question 9 : a ■ c d e f

Question 10 : a b ■ d e

Question 11 : ■ ■ c d e ■ ■ h i j

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c d e ■ g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 16 états [c] 32 états [d] 20 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[c] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[e] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[g] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 20 états c 32 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
b Les langages dénotés par A et B sont identiques.
c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états b 2 états c 8 états ■ 4 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La longueur du mot vide est 1.
■ La longueur du mot vide est 0.
c Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
c Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
d Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
f Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
g Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
i Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- b la Figure 3-iii-
c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-
e la Figure 3-ii- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 2 ☐ b 0 ☐ c 1 ☐ d 3 ☐ e 5 ☐ f 6 ☐ g 7 ■ 4

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

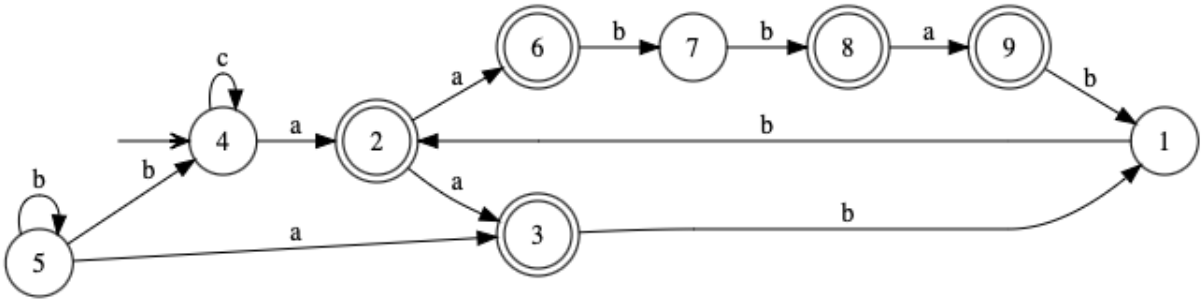
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

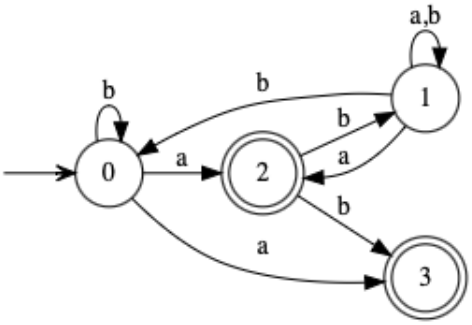
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

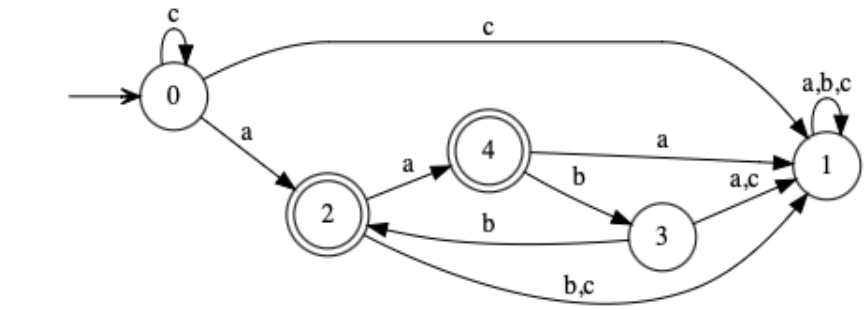


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

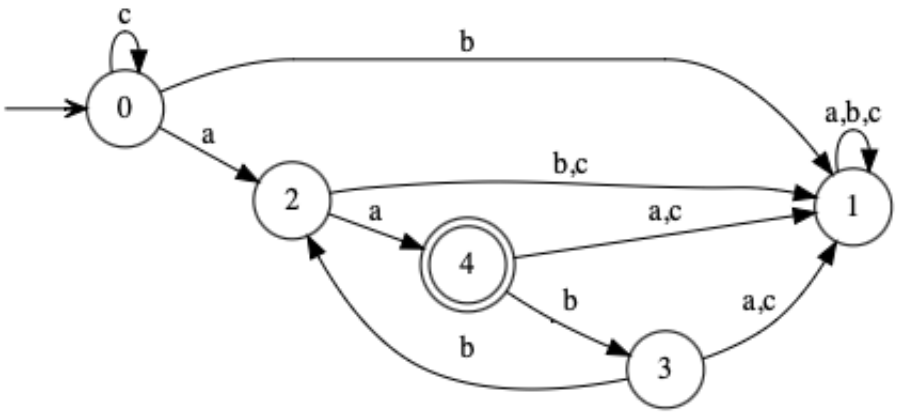


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

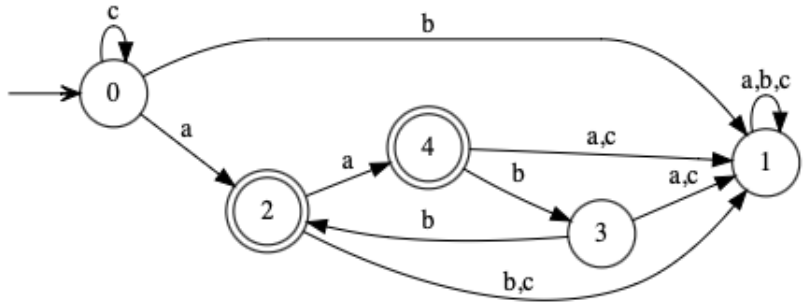
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



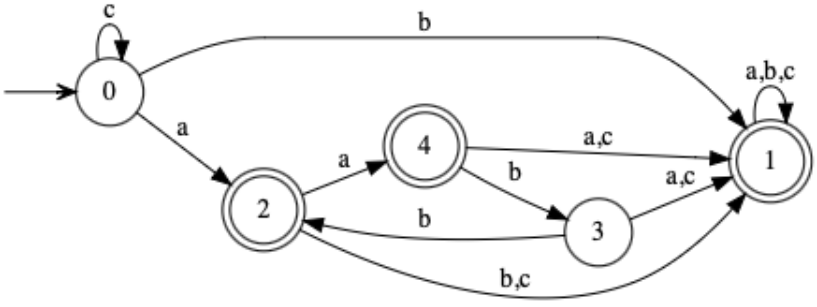
(-i-)



(-ii-)

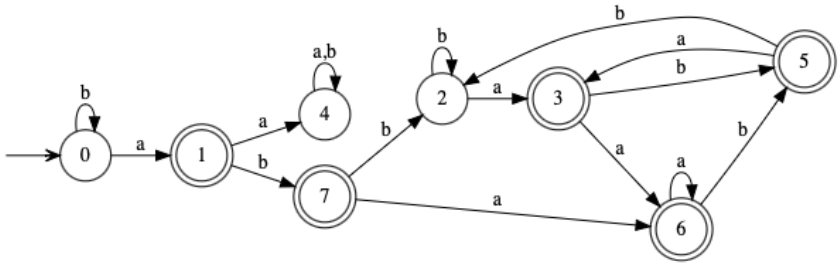


(-iii-)

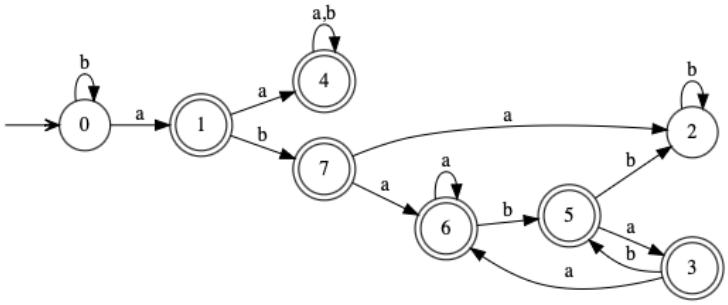


(-iv-)

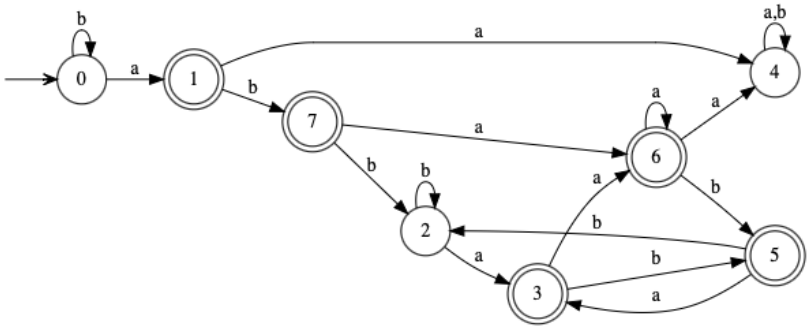
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



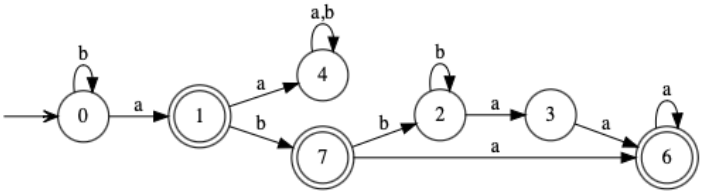
(-i-)



(-ii-)

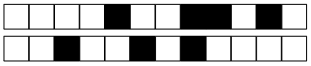


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+154/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e ■

Question 3 : ■ ■ c d e ■ g ■ i j

Question 4 : ■ b c d e f

Question 5 : ■ b c d e f

Question 6 : a b c ■ e f

Question 7 : a ■ c d e f g h

Question 8 : a b ■ d e

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : a ■ c d ■ ■ g h i

Question 11 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b c d e f g ■

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[b] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[d] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[f] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[g] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

e La longueur du mot vide est 1.

f Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 6 états c 2 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 8 états c 32 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

b Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

c Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

g Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

- [i] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [j] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 10 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 20 états [c] 32 états [d] 16 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-ii-. [b] la Figure 2-iv-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-i-. [■] la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-ii- [b] la Figure 3-iv-
[c] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [d] la Figure 3-iii-
[■] la Figure 3-i- [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 7 ☐ b 1 ☐ c 0 ☐ d 2 ☐ e 6 ■ 4 ☐ g 3 ☐ h 5

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

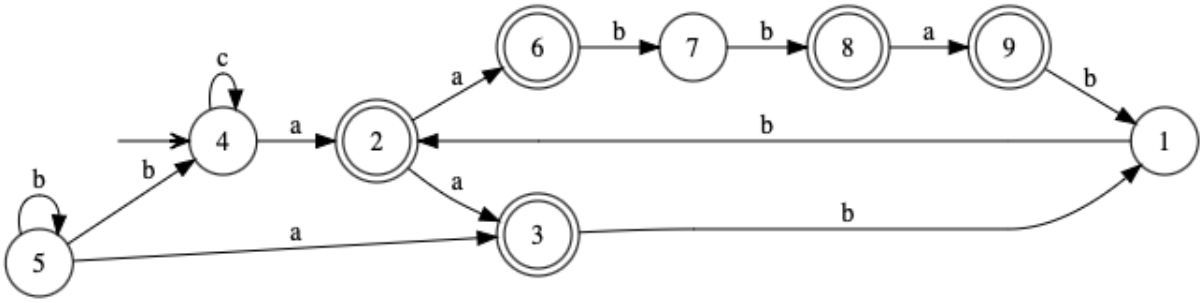
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

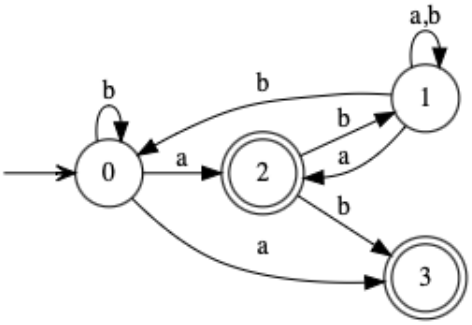
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

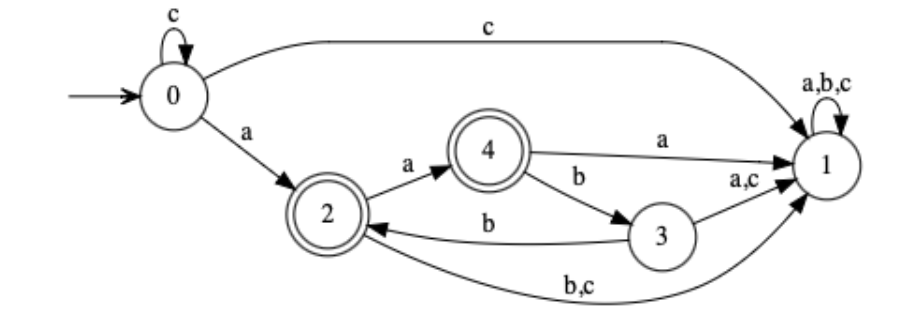


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

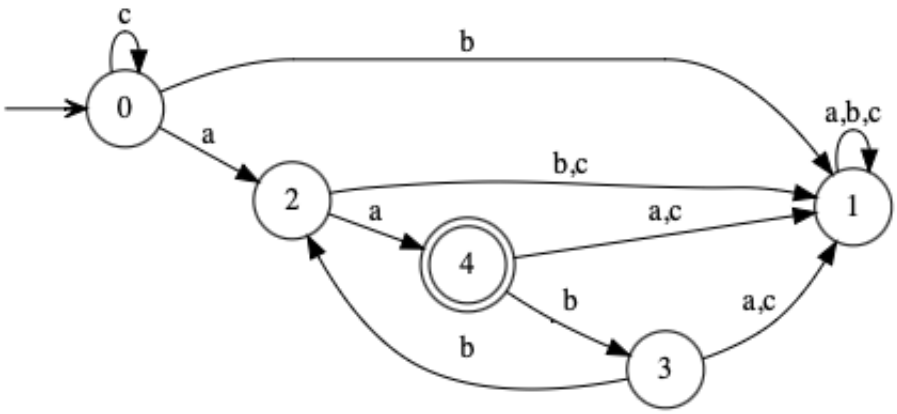


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

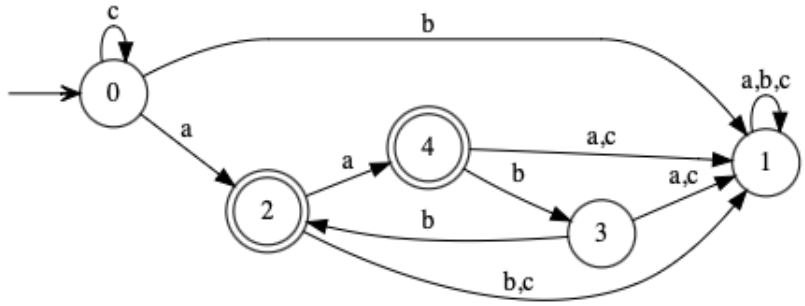
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



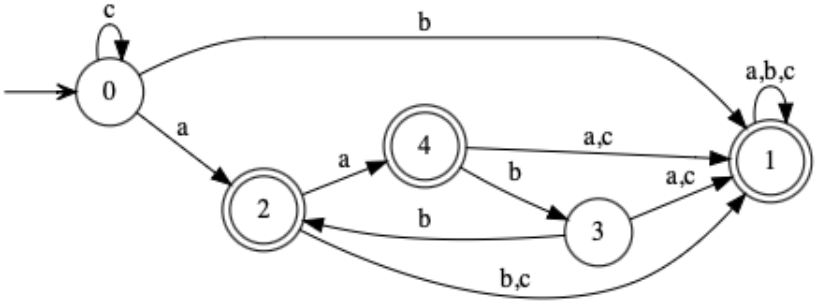
(-i-)



(-ii-)

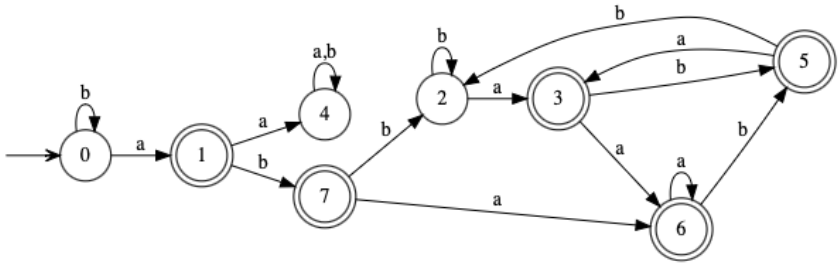


(-iii-)

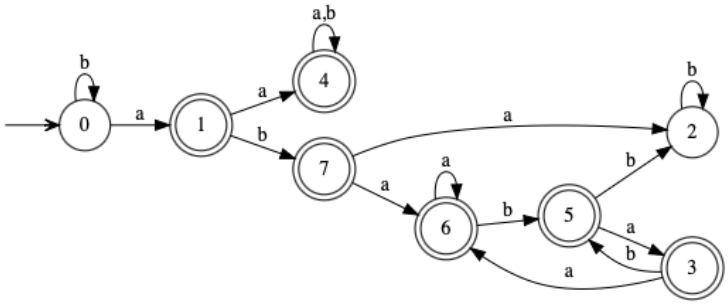


(-iv-)

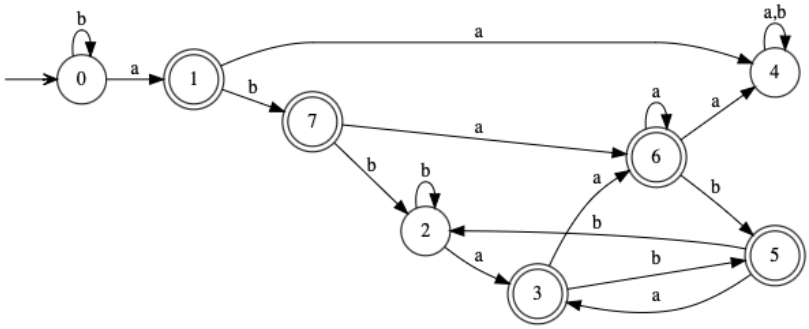
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



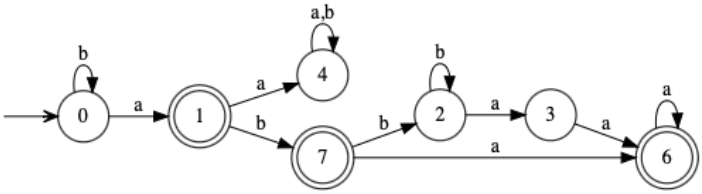
(-i-)



(-ii-)

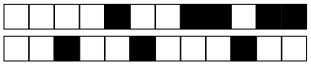


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+155/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f g h

Question 3 : ■ b ■ d ■ f g ■ i j

Question 4 : ■ ■ c ■ e f g h i

Question 5 : a b c ■ e f

Question 6 : ■ b c d e f

Question 7 : ■ b c d e f

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : a b ■ d e

Question 10 : a b c d e ■

Question 11 : a ■ c d e f

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d e ■ g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 20 états [c] 16 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 6 états [b] 8 états ■ 4 états [d] 2 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
[b] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
[d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La longueur du mot vide est 1.
- [b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [e] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [f] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [b] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [d] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [f] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [g] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [b] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [c] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [d] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

f Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

j Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états ■ 16 états c 32 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-

c la Figure 3-ii- d la Figure 3-iii- e la Figure 3-iv-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 5 c 2 d 3 e 1 f 0 g 7 h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

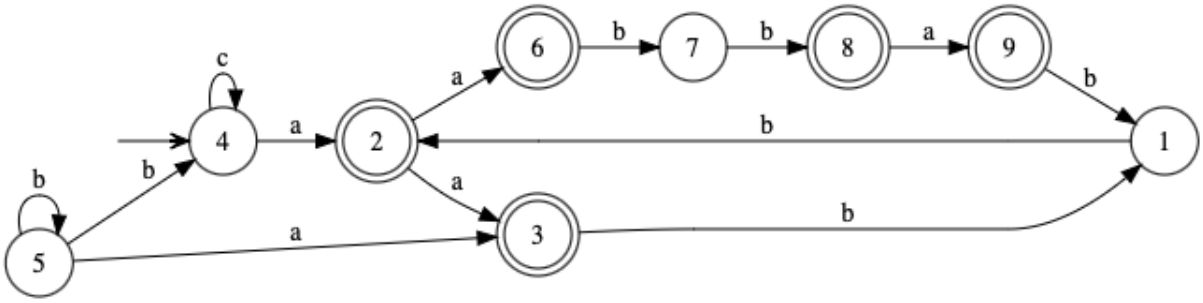
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

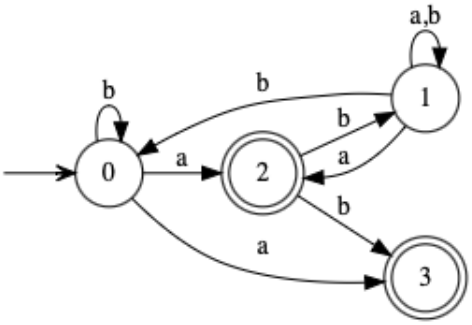
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

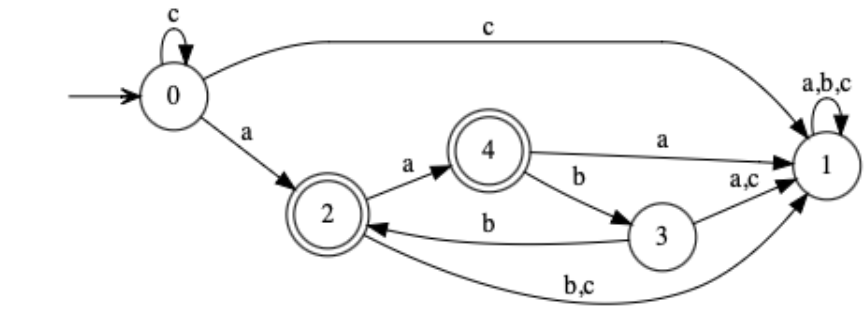


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

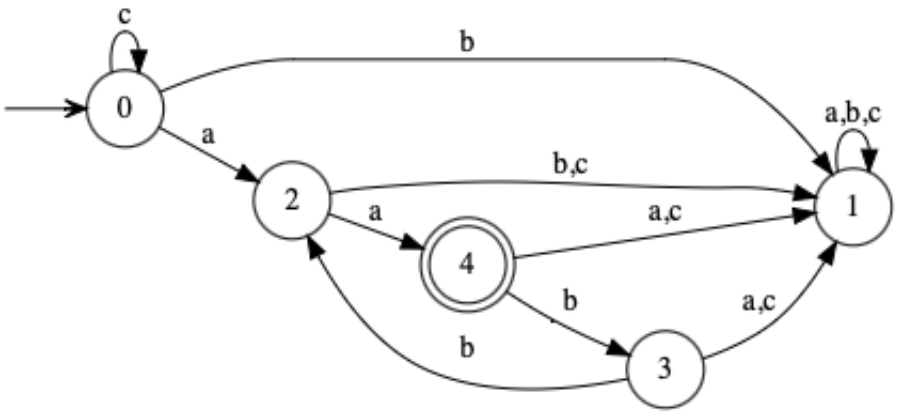


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

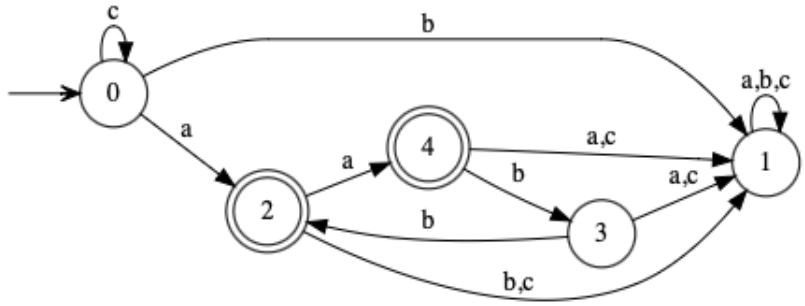
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



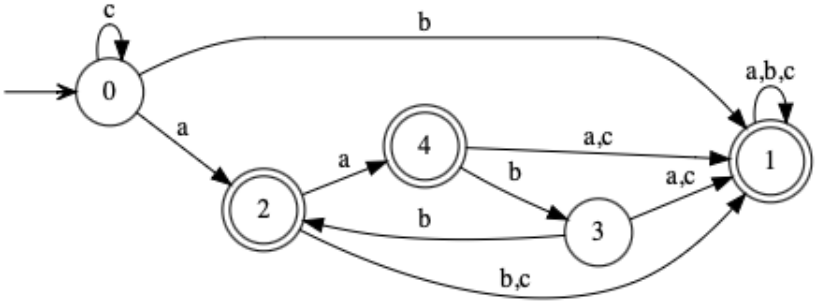
(-i-)



(-ii-)

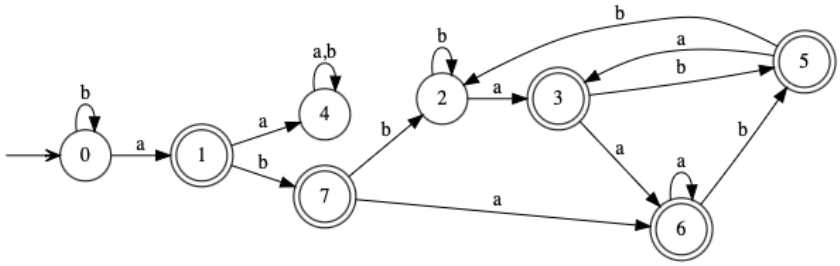


(-iii-)

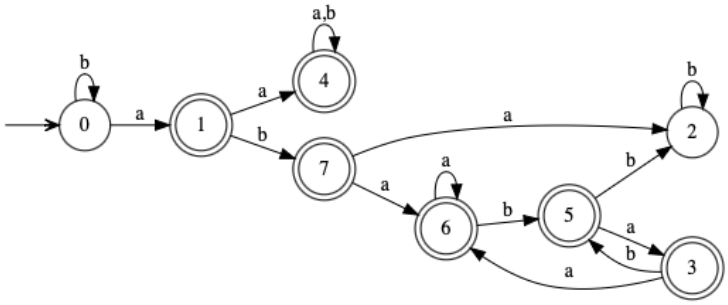


(-iv-)

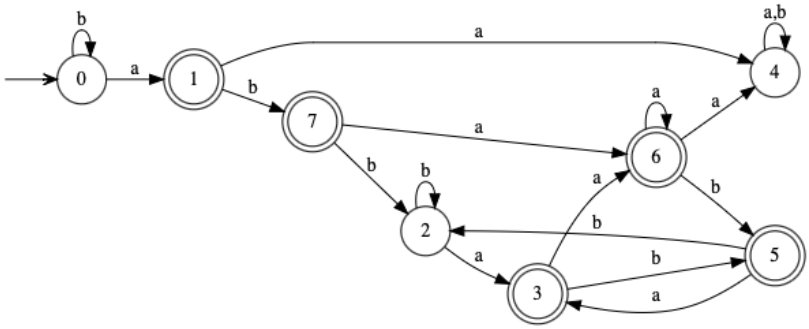
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



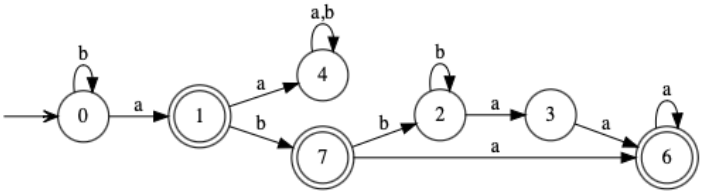
(-i-)



(-ii-)

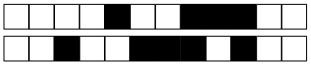


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+156/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e ■

Question 3 : a b ■ d e f

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : a b ■ d e f

Question 6 : a b ■ ■ e f ■ h i

Question 7 : ■ b ■ d ■ f g ■ i j

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : a ■ c d e f

Question 10 : a b c ■ e f g h

Question 11 : ■ b c d e

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 32 états ■ 16 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

c Les langages dénotés par A et B sont identiques.

d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

b Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

c Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

d Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

e Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

f Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

i Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 6 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 16 états c 32 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La longueur du mot vide est 0.

e La longueur du mot vide est 1.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

g Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[e] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[g] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[h] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 6 états ■ 4 états [c] 8 états [d] 2 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

[d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-i-. [d] la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i- [c] la Figure 3-ii- [d] la Figure 3-iii-
[e] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 1 ☐ b 6 ☐ c 5 ☐ d 7 ■ 4 ☐ f 3 ☐ g 2 ☐ h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

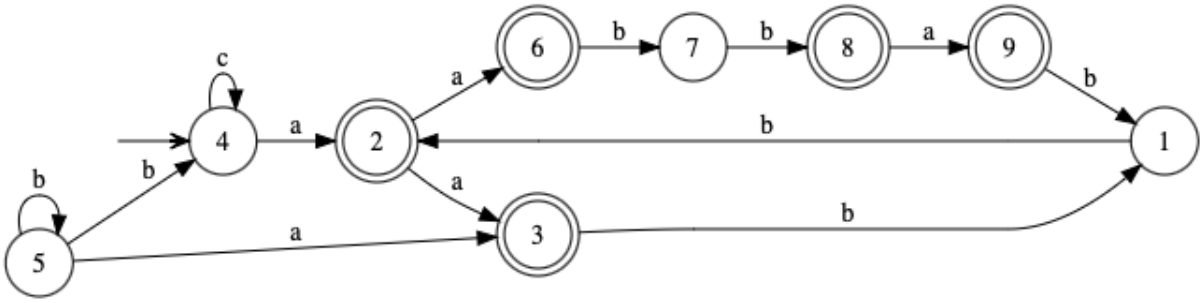
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

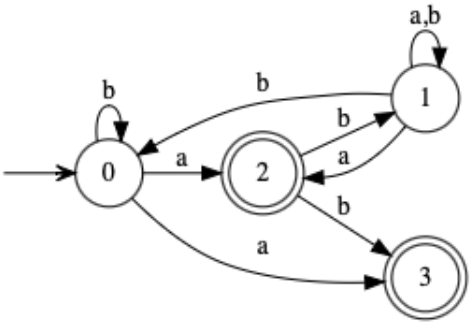
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

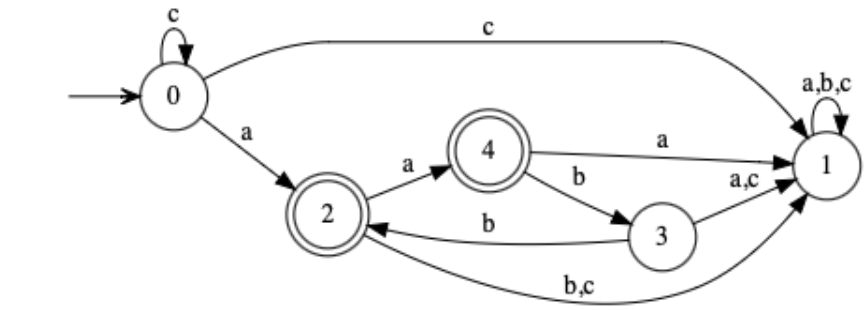


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

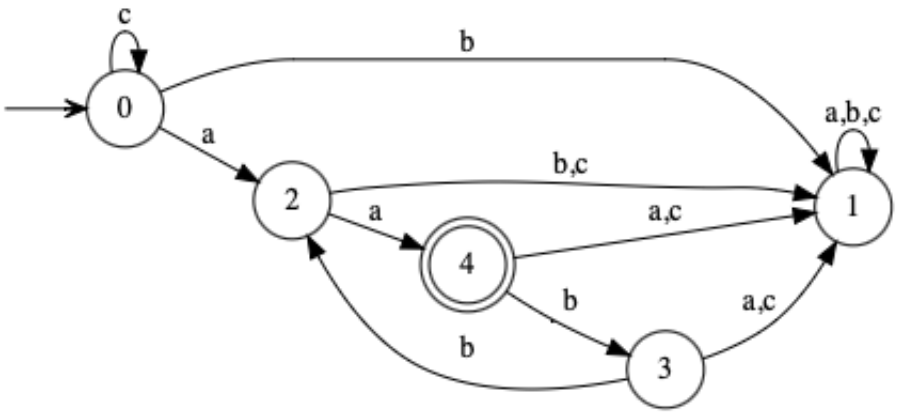


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

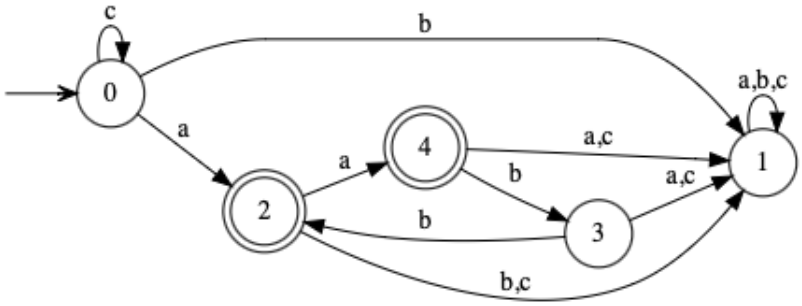
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



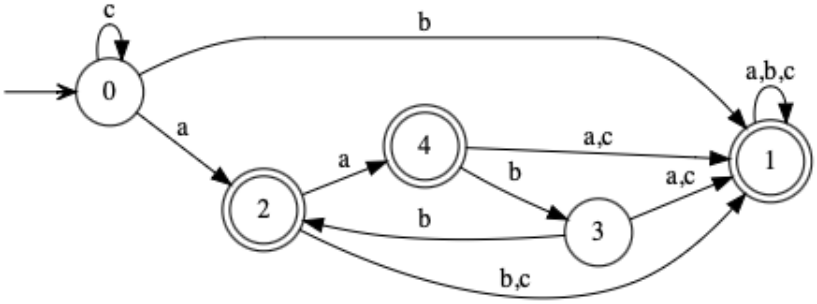
(-i-)



(-ii-)

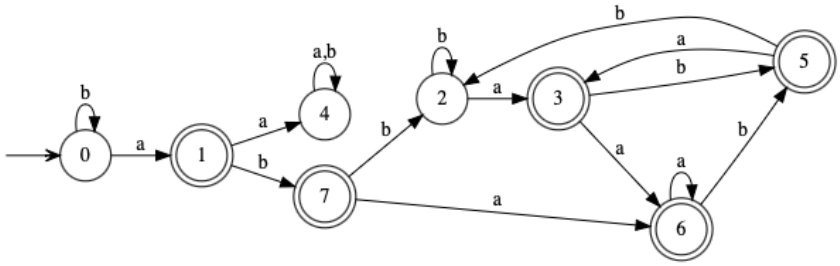


(-iii-)

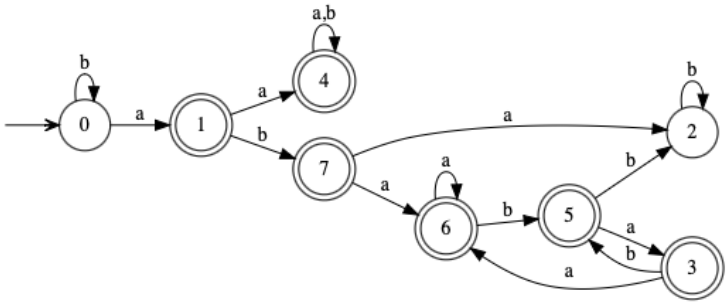


(-iv-)

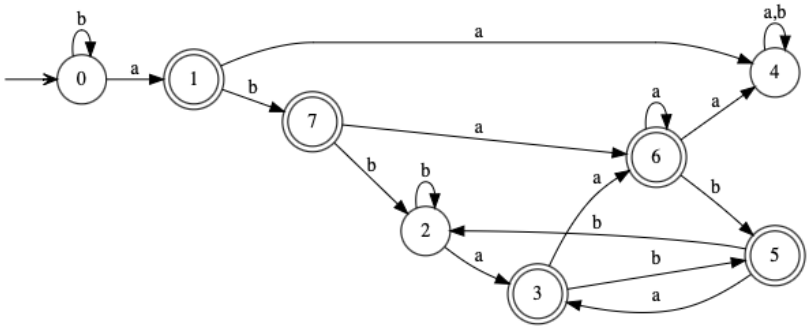
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



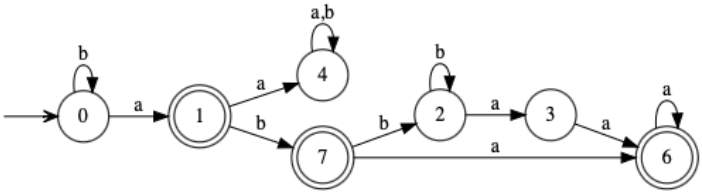
(-i-)



(-ii-)

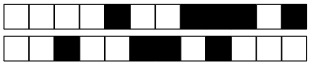


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+157/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e f

Question 3 : a b ■ d e

Question 4 : ■ b c d e f

Question 5 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 6 : a b c d e ■

Question 7 : ■ b c ■ e ■ g h i

Question 8 : a ■ c d e f g h

Question 9 : ■ ■ ■ d e ■ g h i j

Question 10 : a ■ c d e f

Question 11 : a ■ c d e f

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [e] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [g] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [h] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états [b] 20 états [c] 8 états [d] 32 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

[b] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

[c] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

[d] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[g] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

[h] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[i] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[j] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] La longueur du mot vide est 1.

[b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

[d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

[f] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états ■ 4 états c 2 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 10 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 16 états c 20 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-i-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

☐ a la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i- ☐ c la Figure 3-iii- ☐ d la Figure 3-ii-
☐ e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ☐ f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 3 ☐ b 7 ■ 4 ☐ d 1 ☐ e 5 ☐ f 2 ☐ g 0 ☐ h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

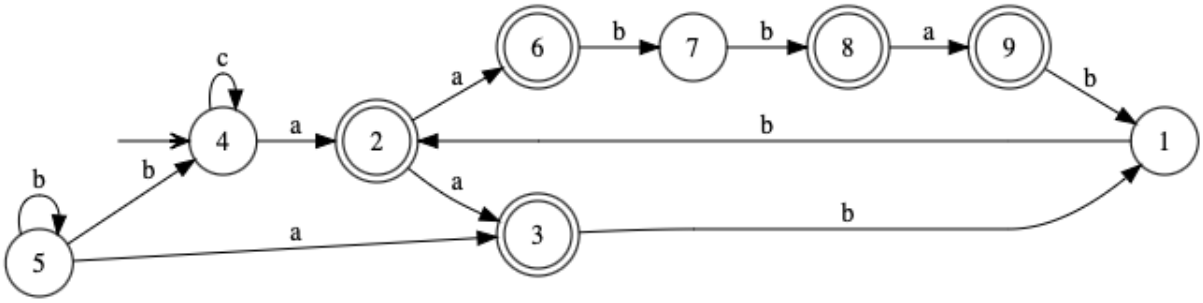
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

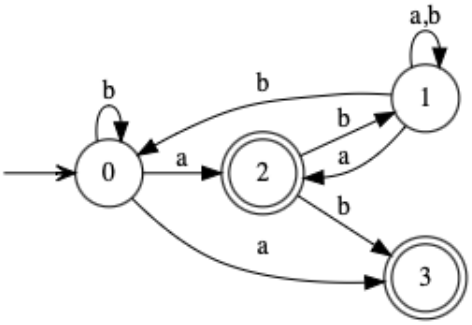
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

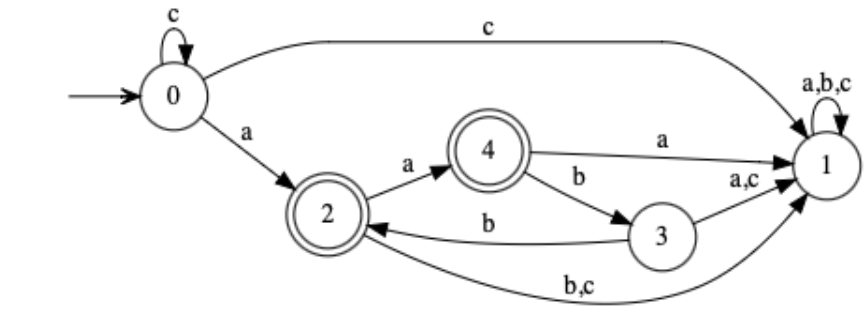


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

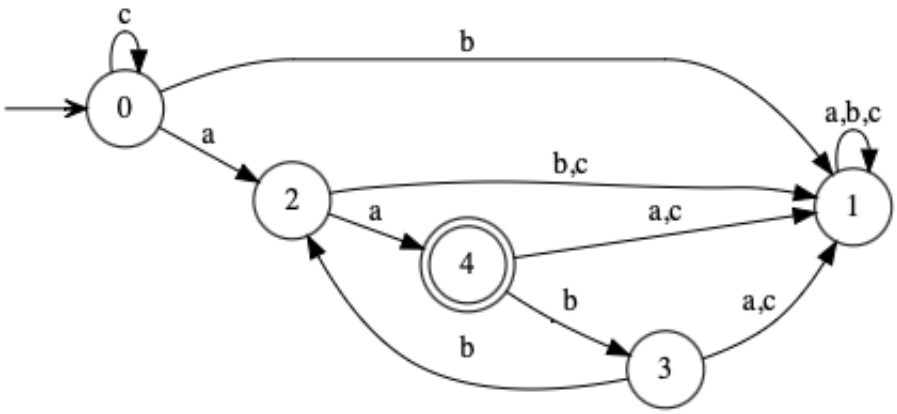


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

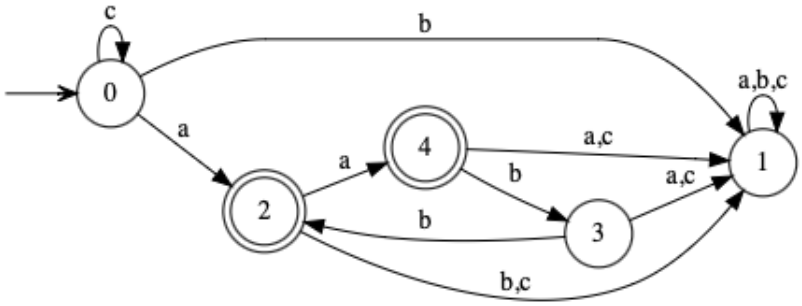
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



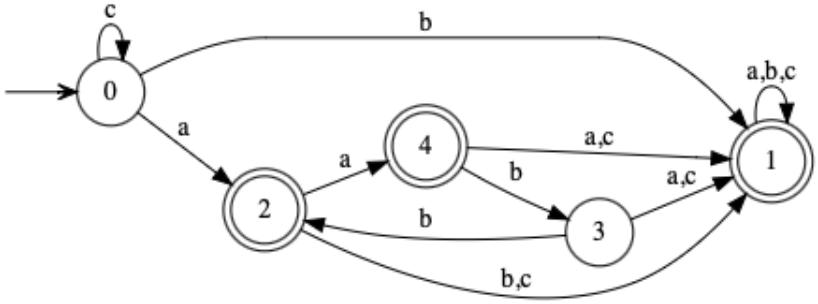
(-i-)



(-ii-)

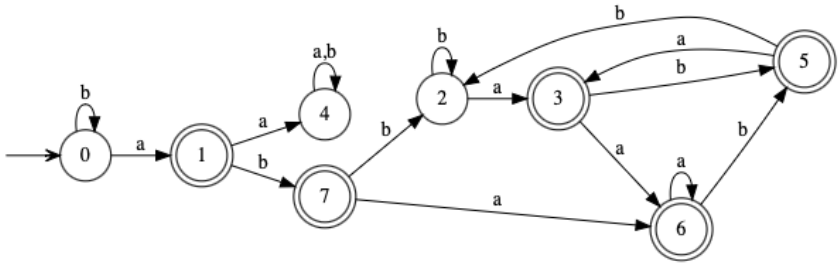


(-iii-)

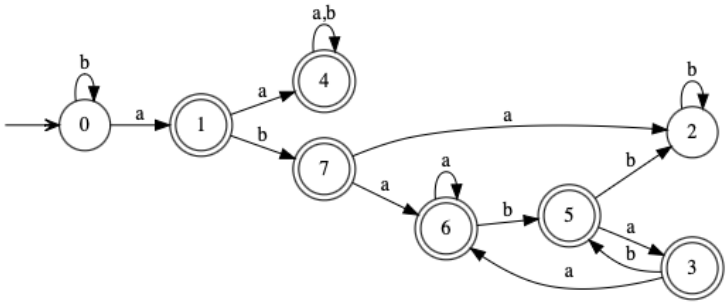


(-iv-)

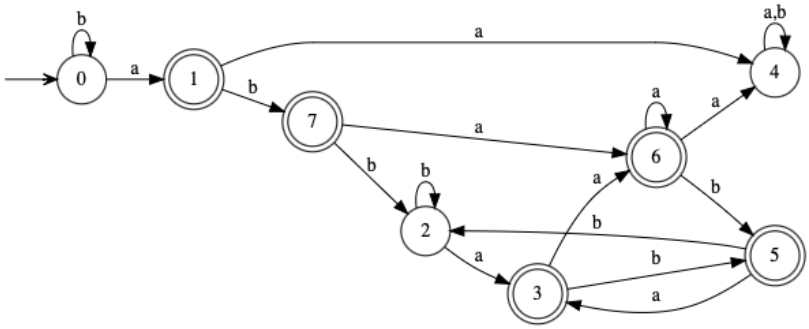
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



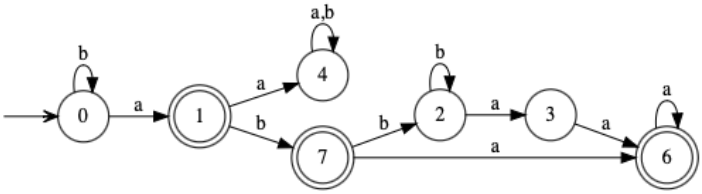
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+158/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ ■ c ■ e ■ g h i j

Question 3 : ■ b c d e f

Question 4 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 5 : a b ■ d ■ f ■ h i

Question 6 : a b ■ d e f

Question 7 : a ■ c d e f

Question 8 : ■ b c d e f g h

Question 9 : a ■ c d e

Question 10 : a b c d e ■

Question 11 : a b ■ d e f

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 : f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

c La longueur du mot vide est 1.

d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La longueur du mot vide est 0.

f Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

c Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

d Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

h Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 6 états c 2 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 8 états c 32 états ■ 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 20 états [c] 8 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[d] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
[e] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
[f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[g] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
[h] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
[i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[j] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. [b] la Figure 2-i-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-iv-. [d] la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i- [c] la Figure 3-iv-
[d] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [e] la Figure 3-ii-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 3 ☐ b 5 ■ 4 ☐ d 2 ☐ e 6 ☐ f 0 ☐ g 1 ☐ h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

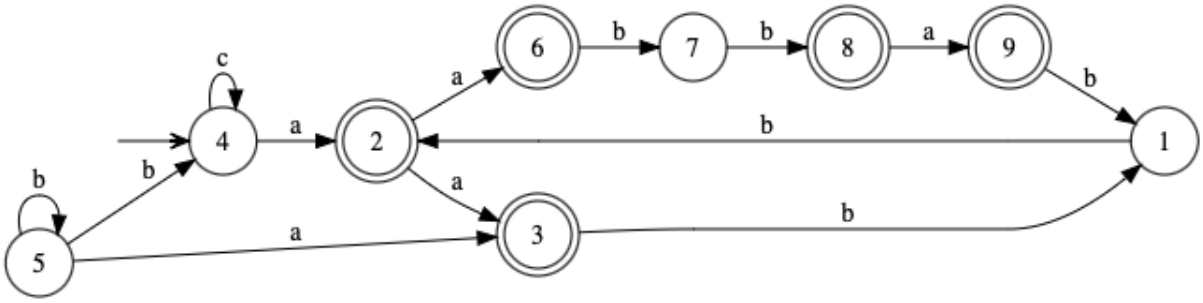
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

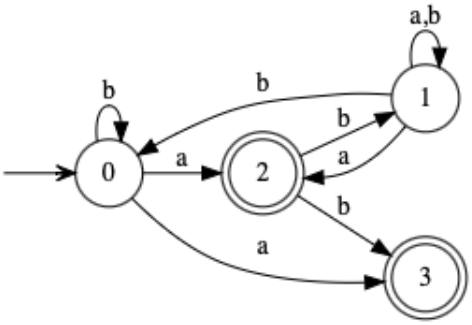
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

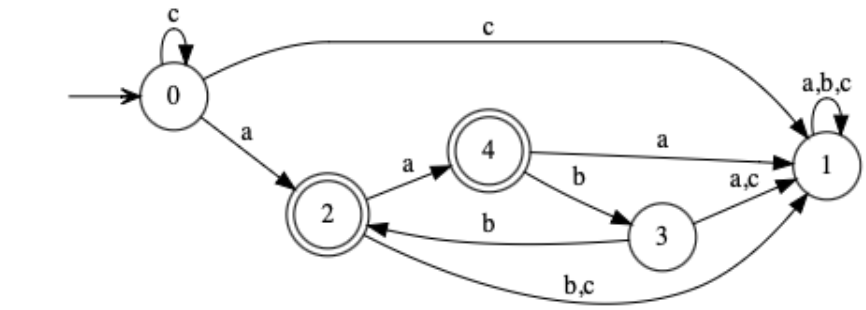


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

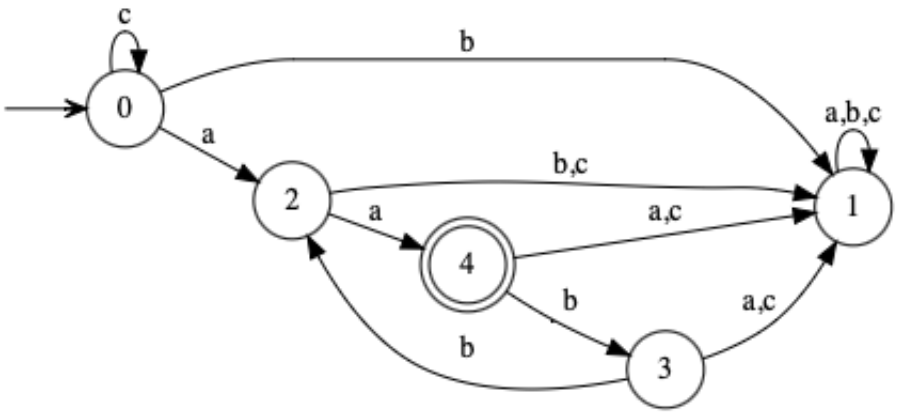


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

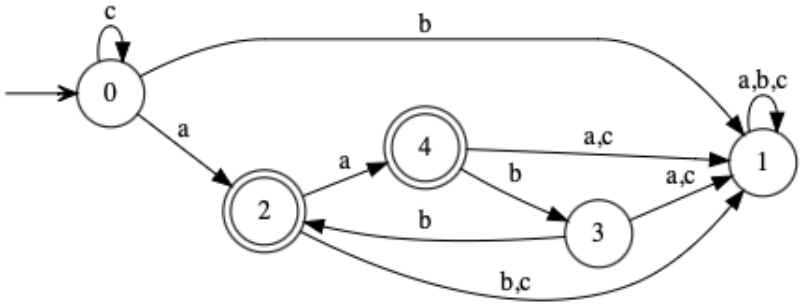
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



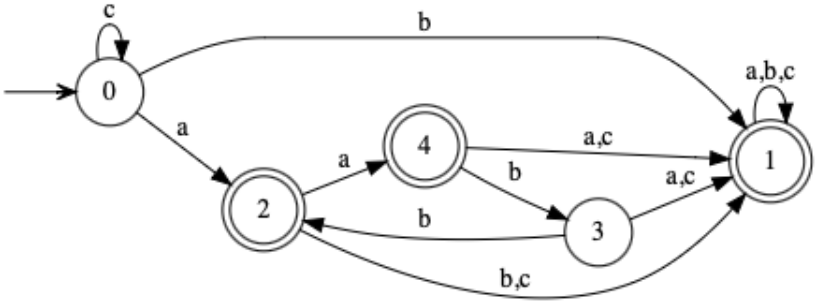
(-i-)



(-ii-)

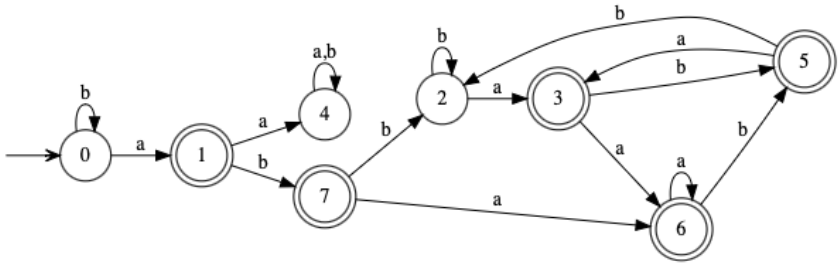


(-iii-)

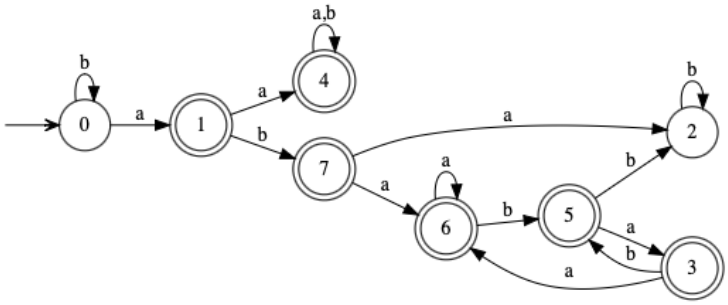


(-iv-)

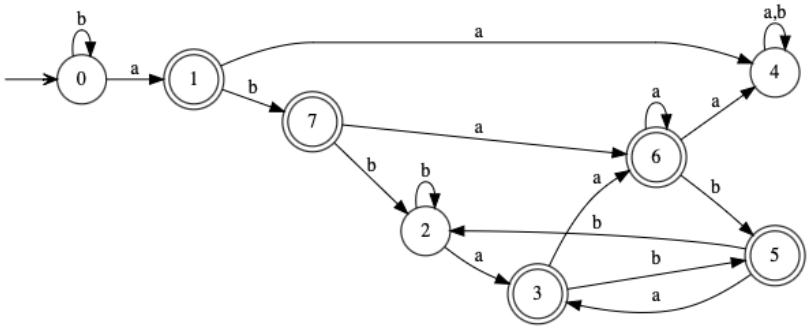
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



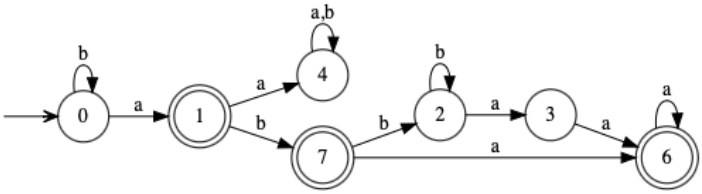
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+159/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e

Question 3 : a ■ c d e f

Question 4 : a ■ c d ■ f ■ h i

Question 5 : a ■ c d ■ ■ ■ h i j

Question 6 : a ■ c d e f g h

Question 7 : ■ b c d e f

Question 8 : a b c ■ e f

Question 9 : a b c d e ■

Question 10 : a ■ c d e f

Question 11 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 6 états c 2 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
b Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
c Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
d Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
g Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
i Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
j Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[d] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[f] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[g] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[h] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

[c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

[d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 8 états [c] 32 états [d] 16 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [■] 16 états [c] 20 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
[b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
[c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[■] La longueur du mot vide est 0.
[b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
[d] La longueur du mot vide est 1.
[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
[f] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
[g] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-i-. [■] la Figure 2-iii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-ii-. [d] la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-ii- [b] la Figure 3-iii-
[c] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [d] la Figure 3-iv-
[■] la Figure 3-i- [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 5 c 2 d 1 e 6 f 7 g 0 h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

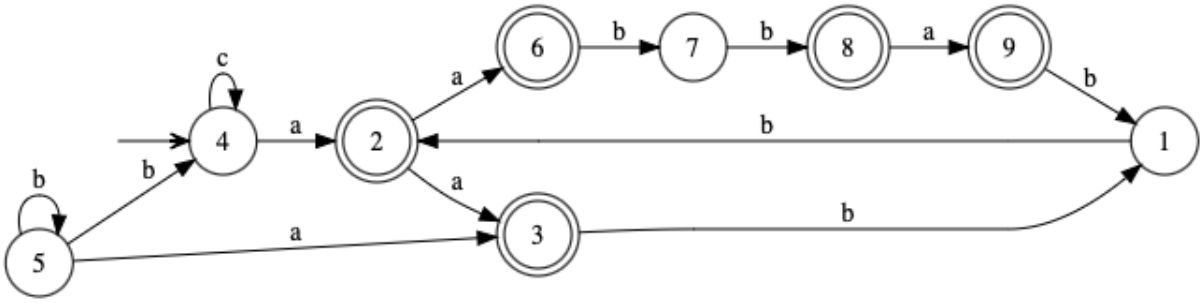
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

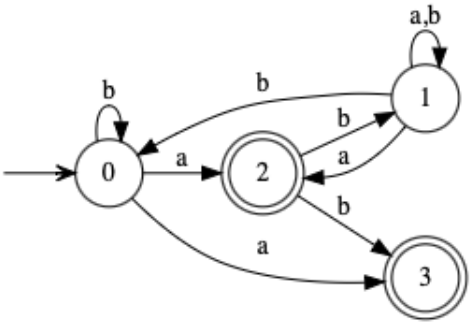
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

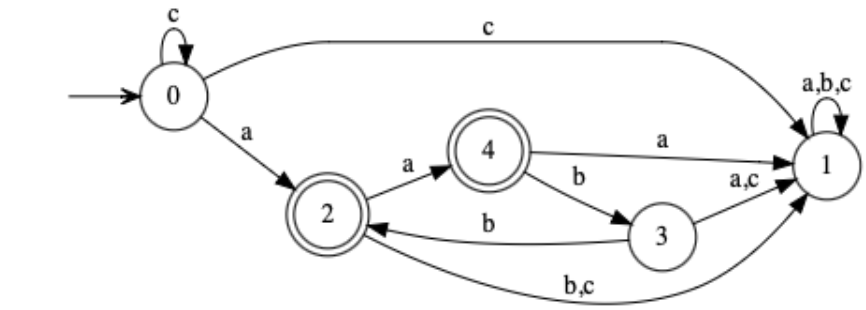


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

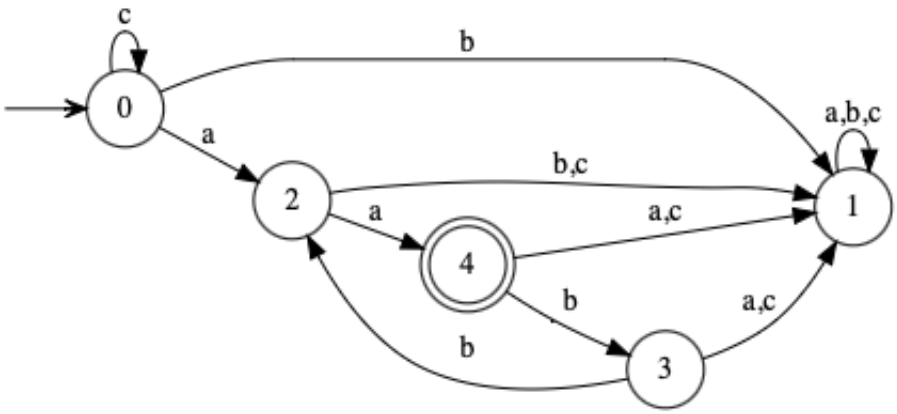


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

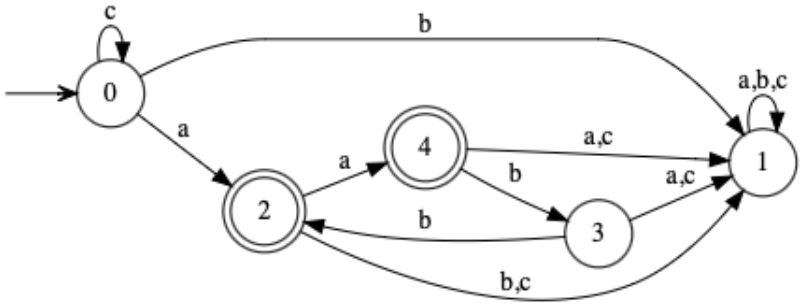
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



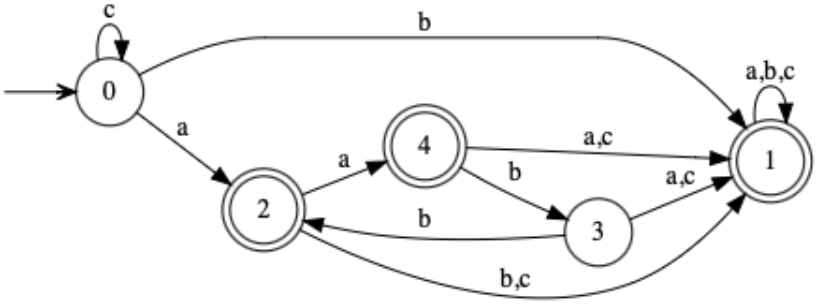
(-i-)



(-ii-)

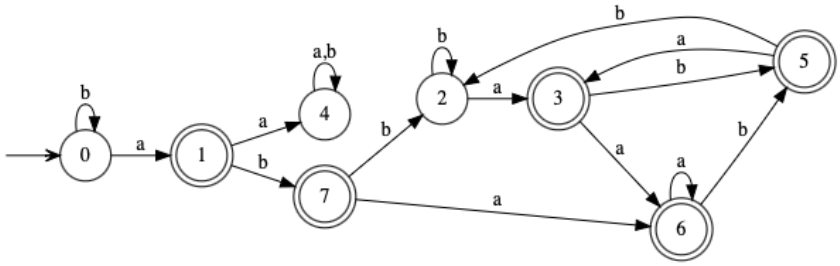


(-iii-)

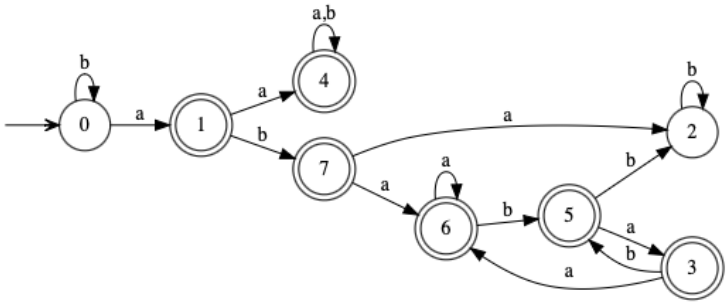


(-iv-)

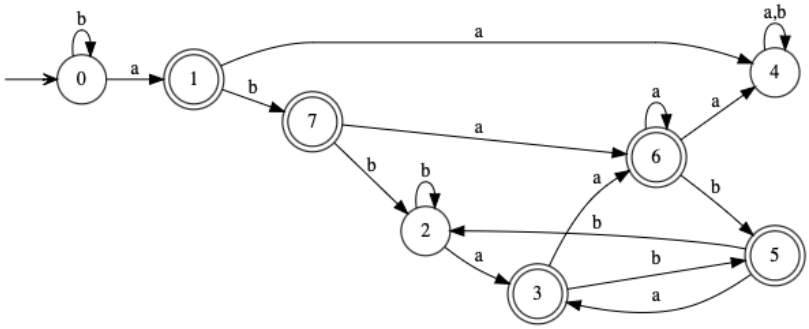
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



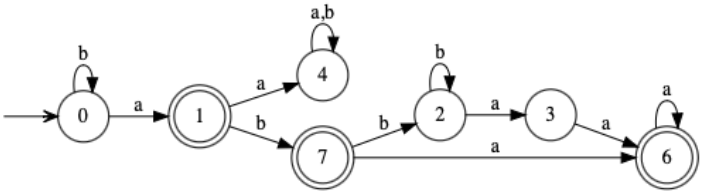
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+160/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f

Question 3 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 4 : ■ ■ ■ d ■ f g h i j

Question 5 : ■ b c d e f

Question 6 : a ■ c d e f

Question 7 : a b c d e ■

Question 8 : a ■ c d e f

Question 9 : ■ b c d e f g h

Question 10 : ■ b c d e

Question 11 : ■ b ■ d ■ f g h i

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [b] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [c] La longueur du mot vide est 1.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [f] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [g] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [b] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [c] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [e] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [f] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [g] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [j] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [b] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [h] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

- [a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
- [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
- [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
- [d] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
- [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
- [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

- [a] 8 états
- [b] 32 états
- [c] 16 états
- [d] 20 états
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
- [■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 8 états [■] 16 états [d] 20 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
[b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
[c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
[b] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 2 états [b] 6 états [■] 4 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[■] la Figure 2-iii-. [b] la Figure 2-iv-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-ii-. [d] la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-ii-
c la Figure 3-iii- d la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 0 b 7 c 3 d 5 e 6 ■ 4 g 1 h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

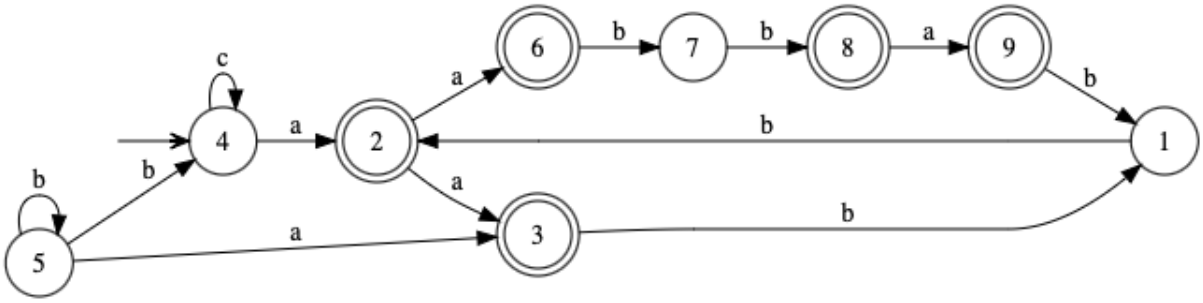
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

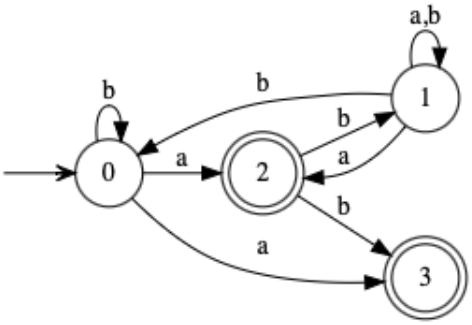
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

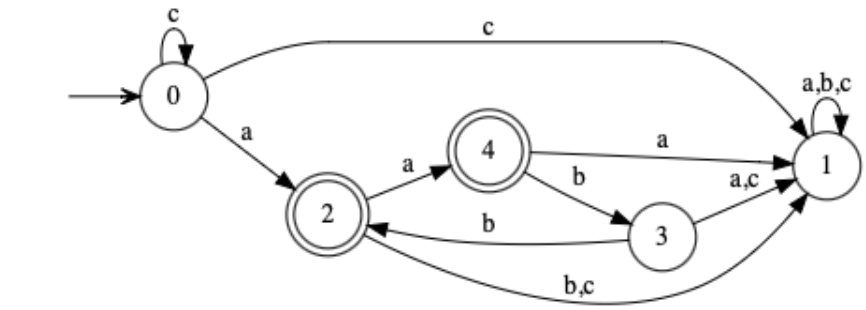


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

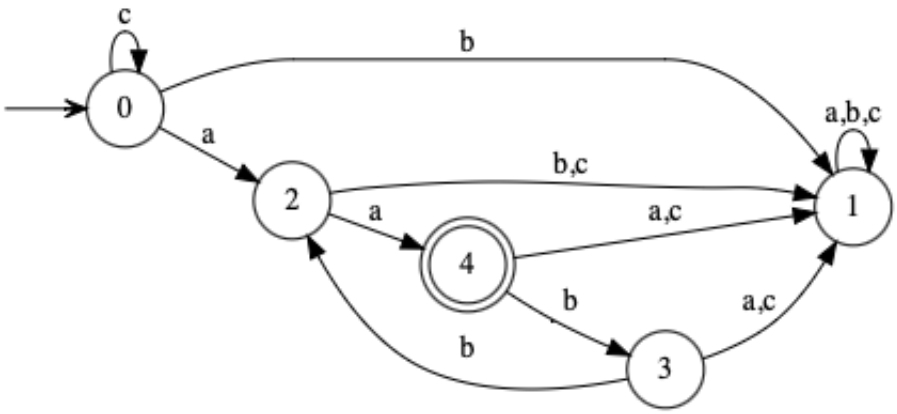


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

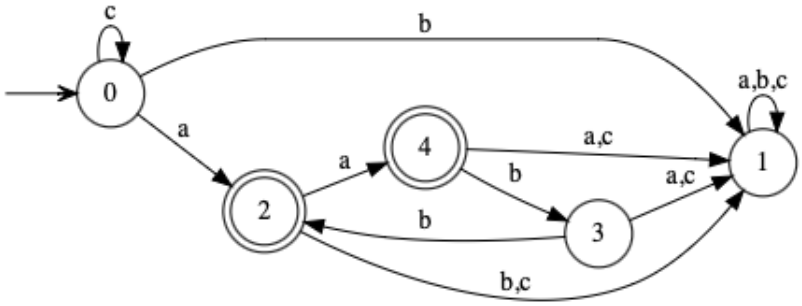
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



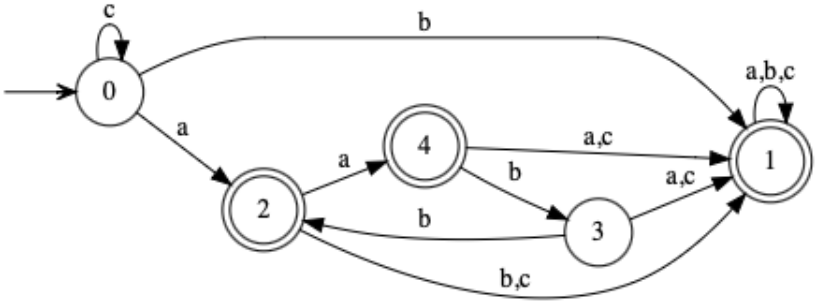
(-i-)



(-ii-)

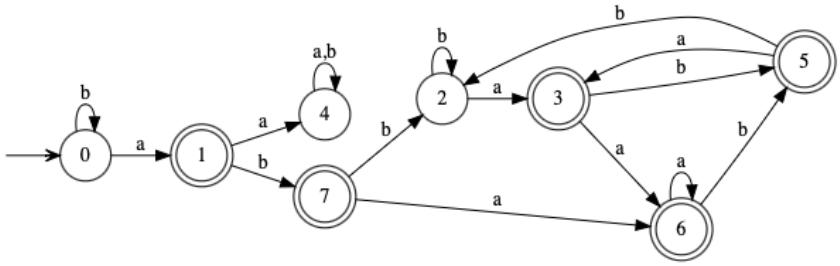


(-iii-)

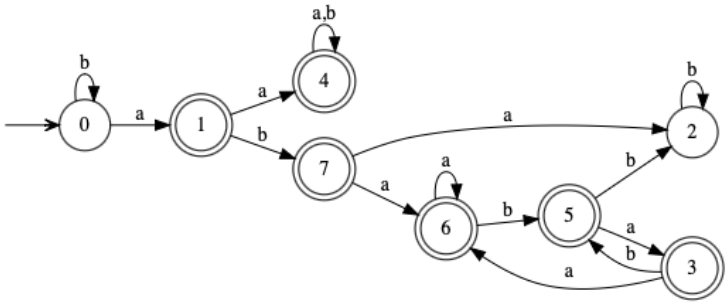


(-iv-)

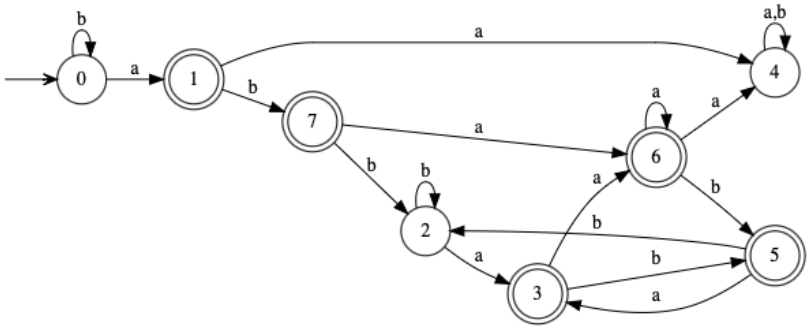
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



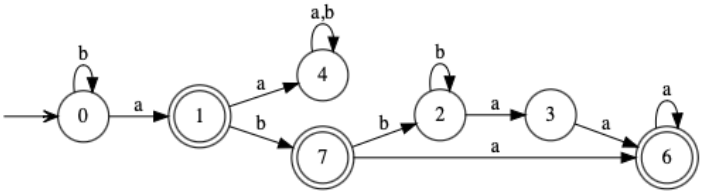
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+161/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e f

Question 3 : ■ ■ c ■ e f g h i

Question 4 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 5 : a b ■ d ■ ■ ■ h i j

Question 6 : a b c d e ■ g h

Question 7 : a b c d e ■

Question 8 : a b ■ d e f

Question 9 : ■ b c d e

Question 10 : a b c ■ e f

Question 11 : a b ■ d e f

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d e ■ g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [c] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [f] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [g] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

h Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 4 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 5 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 8 états c 20 états d 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 8 états ■ 16 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états ■ 4 états c 8 états d 6 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La longueur du mot vide est 0.

b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

e La longueur du mot vide est 1.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

g Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

d Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

e Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

f Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

h Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

i Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^*+10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i- c la Figure 3-iii- d la Figure 3-ii-
e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 0 ☐ b 3 ☐ c 2 ☐ d 1 ■ 4 ☐ f 5 ☐ g 6 ☐ h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

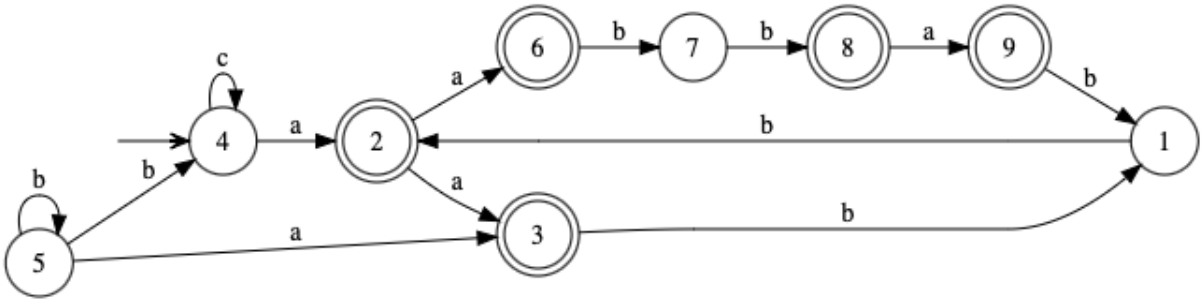
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

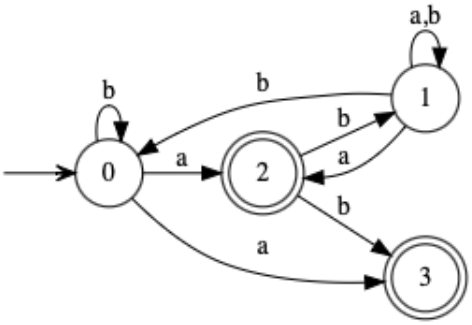
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

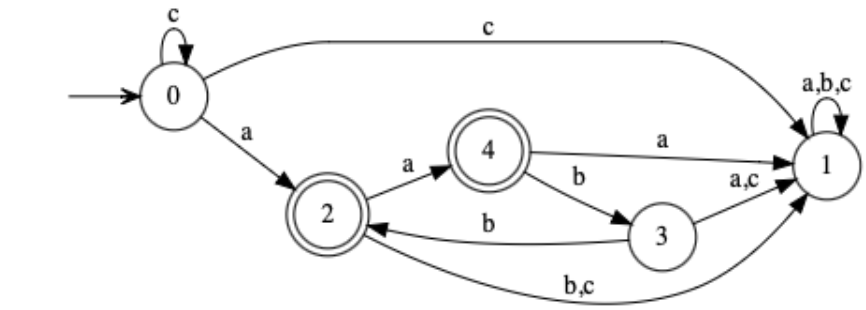


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

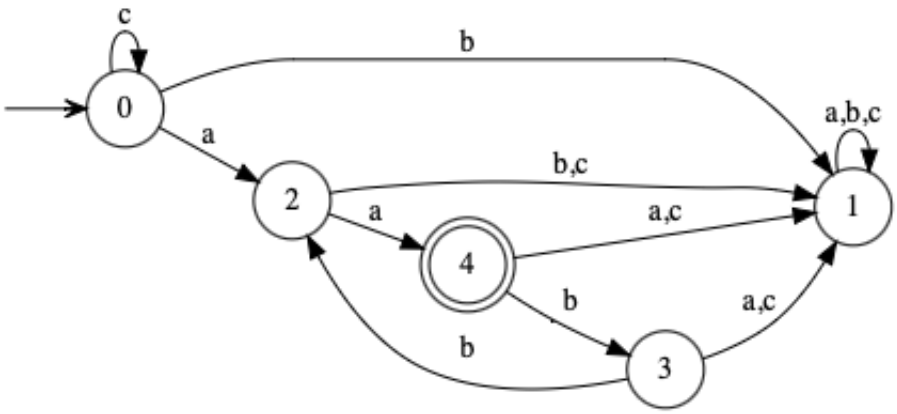


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

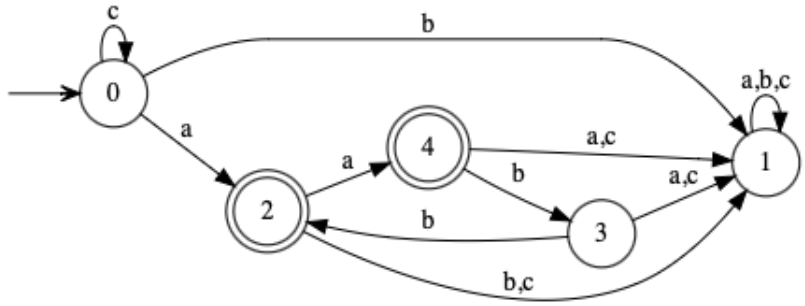
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



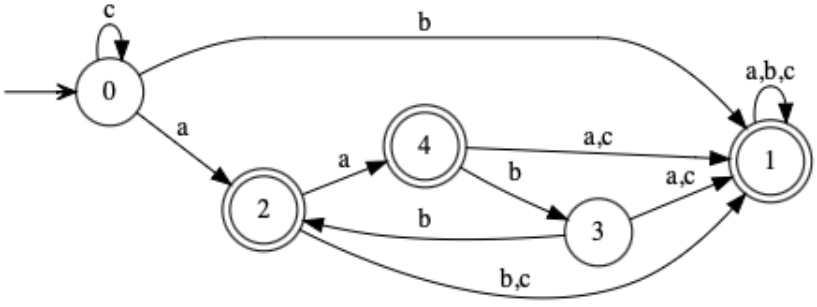
(-i-)



(-ii-)

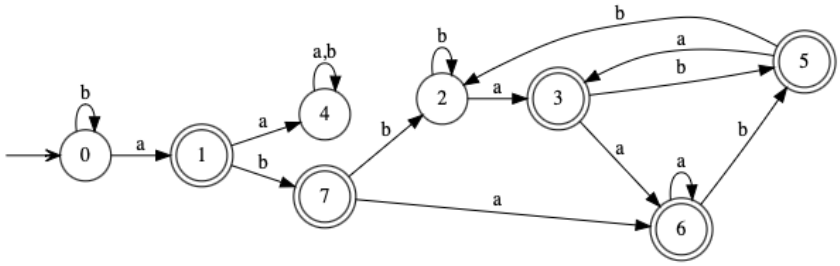


(-iii-)

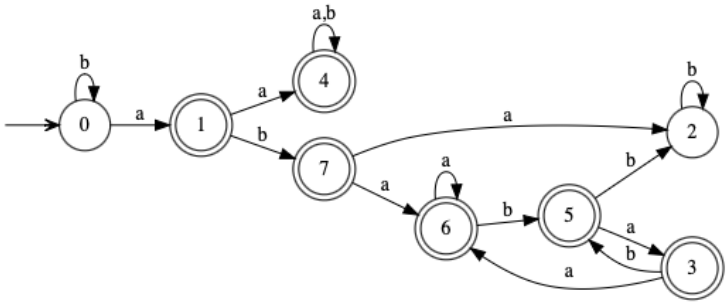


(-iv-)

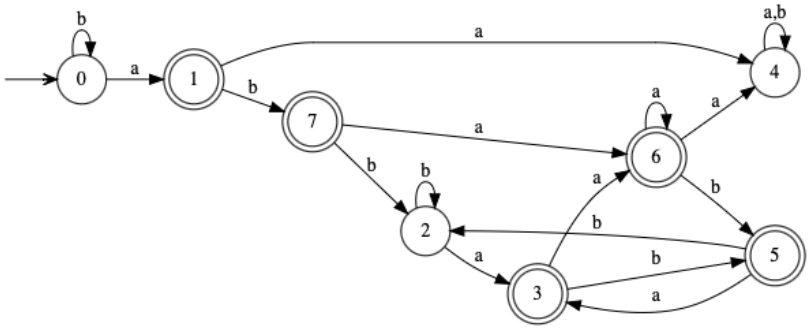
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



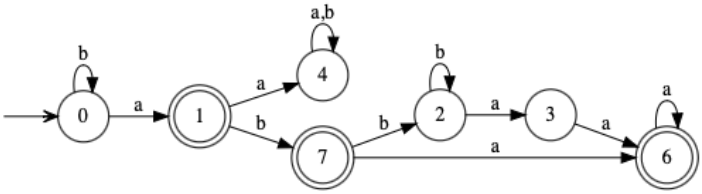
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+162/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e

Question 3 : ■ ■ c ■ ■ f g h i j

Question 4 : a b c ■ e f g h

Question 5 : a b c d e ■

Question 6 : a ■ c d e f

Question 7 : a b ■ d e f

Question 8 : a ■ c d e f

Question 9 : ■ b ■ d e ■ g h i

Question 10 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 11 : a b ■ d e f

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 2 états c 6 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
d Les langages dénotés par A et B sont identiques.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 32 états ■ 16 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

b Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

d Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

h Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 7 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

b Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

c Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

g Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

i Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

j Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 20 états [c] 32 états [d] 16 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[■] La longueur du mot vide est 0.
[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
[c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
[d] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
[e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
[f] La longueur du mot vide est 1.
[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
[b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-ii-. [b] la Figure 2-iv-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[■] la Figure 2-iii-. [d] la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-ii- [b] la Figure 3-iv- [■] la Figure 3-i- [d] la Figure 3-iii-
[e] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 6 ☐ b 1 ☐ c 0 ☐ d 2 ☐ e 5 ☐ f 7 ■ 4 ☐ h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

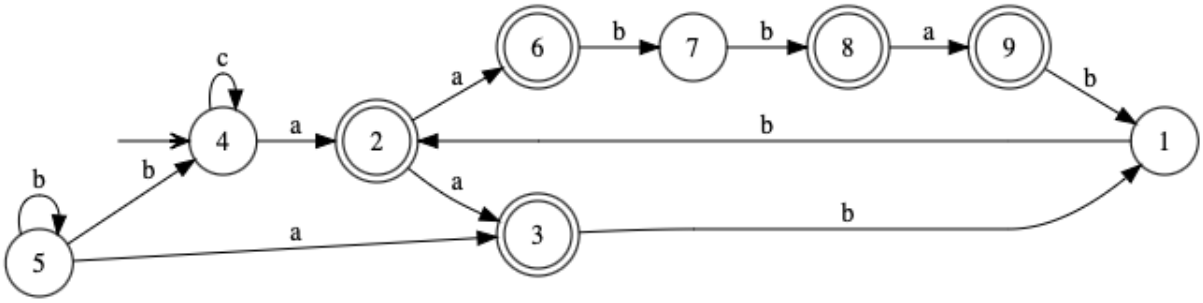
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

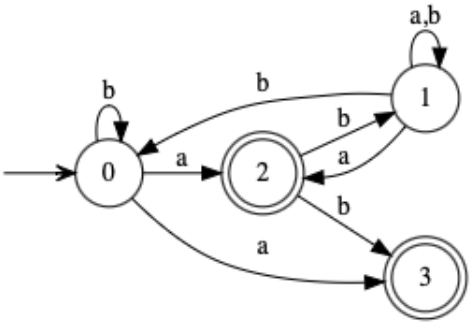
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

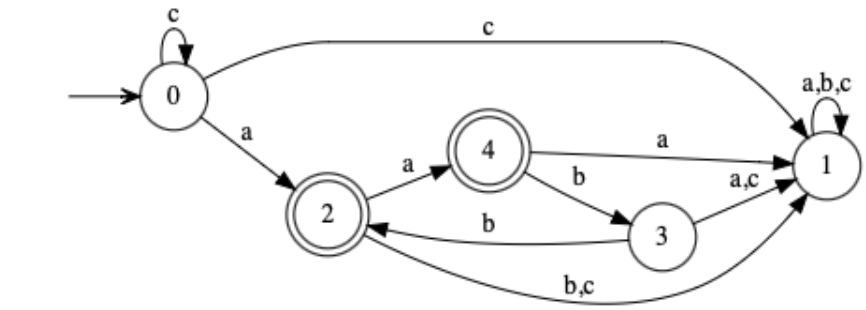


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

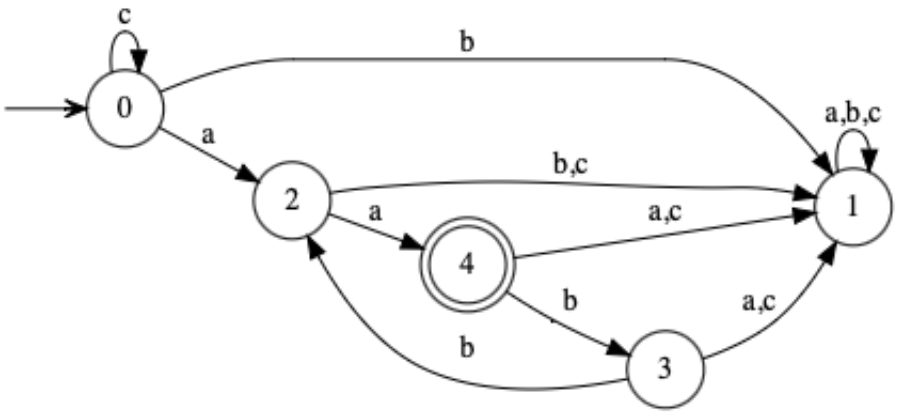


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

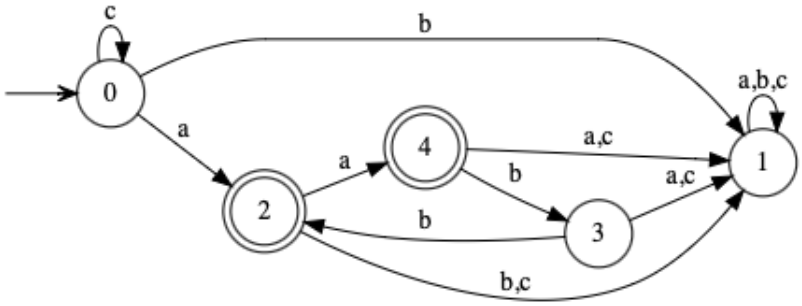
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



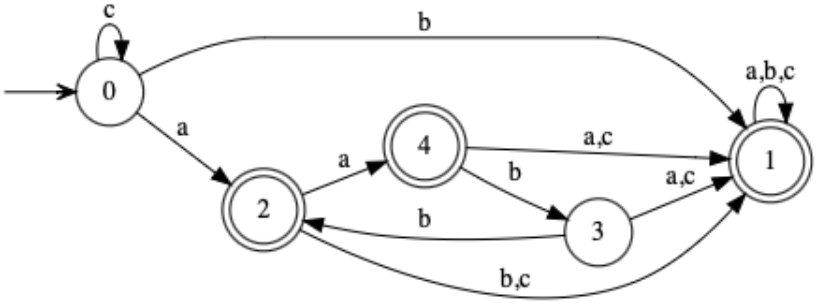
(-i-)



(-ii-)

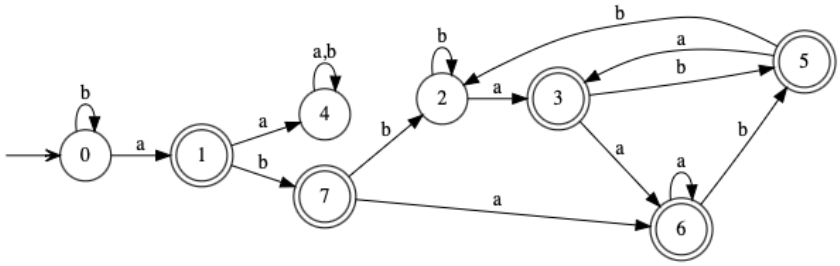


(-iii-)

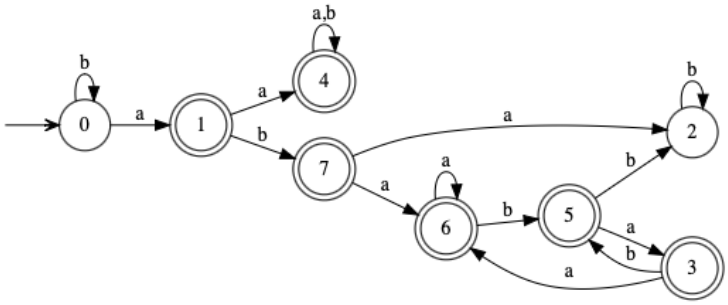


(-iv-)

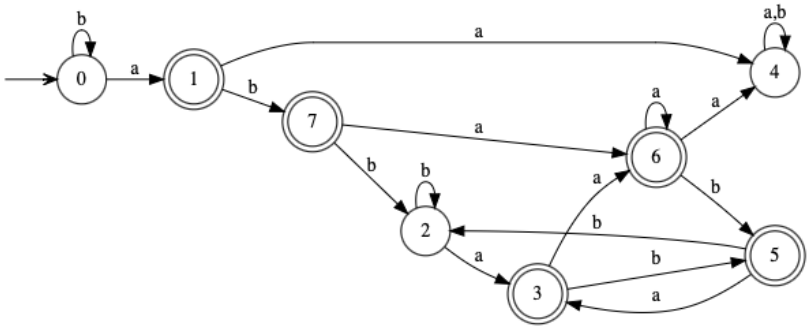
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



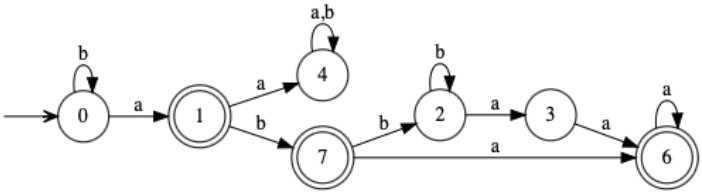
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+163/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f

Question 3 : a b ■ d e f

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : a ■ c d e f

Question 6 : a b ■ d ■ ■ ■ h i j

Question 7 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 8 : a ■ c d e f g h

Question 9 : a b c d e ■

Question 10 : ■ ■ c d e f ■ h i

Question 11 : a b ■ d e

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b c d e f ■ h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [d] La longueur du mot vide est 1.
- [e] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [g] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[b] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[f] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[g] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[h] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[c] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

[d] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

[e] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

[f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[g] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[h] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

[i] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

[j] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 6 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 16 états [c] 32 états [d] 8 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

[c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

b Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 32 états ■ 16 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états b 2 états c 8 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i-

d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe e la Figure 3-ii-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 7 ☐ b 3 ☐ c 2 ☐ d 1 ☐ e 6 ☐ f 5 ■ 4 ☐ h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

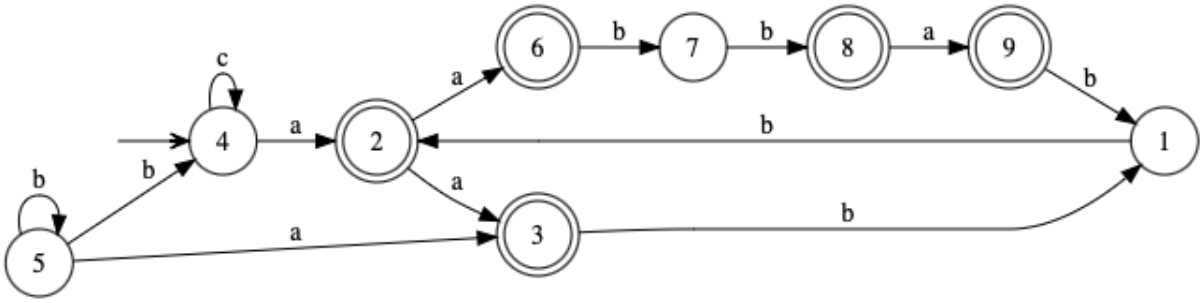
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

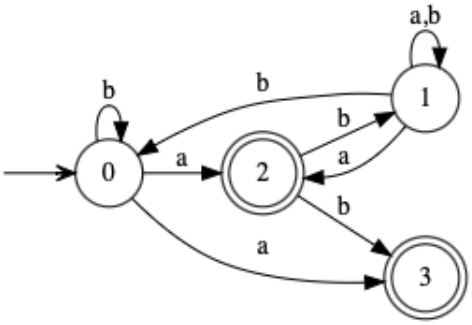
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

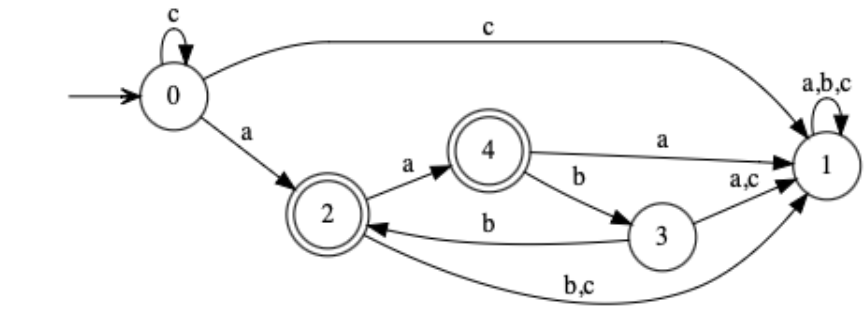


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

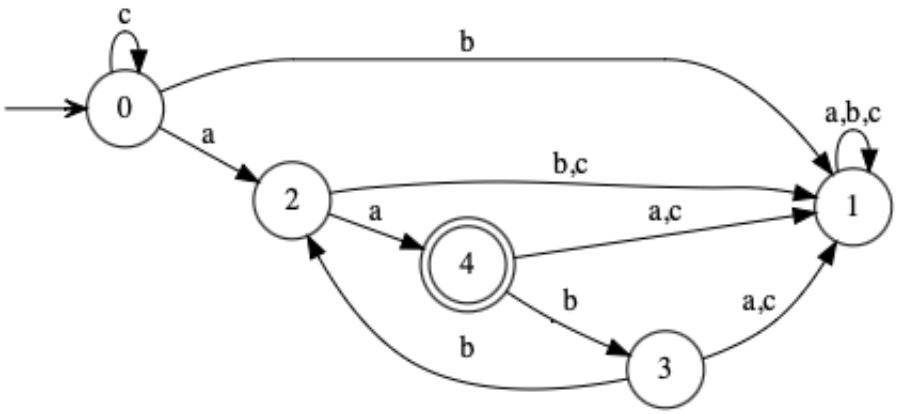


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

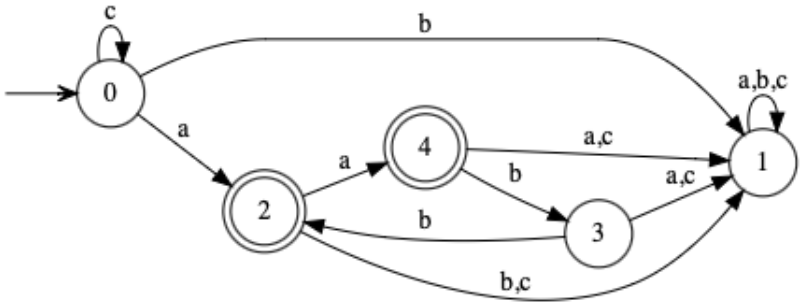
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



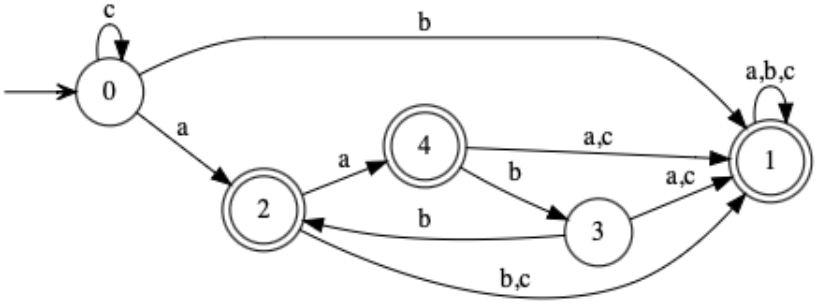
(-i-)



(-ii-)

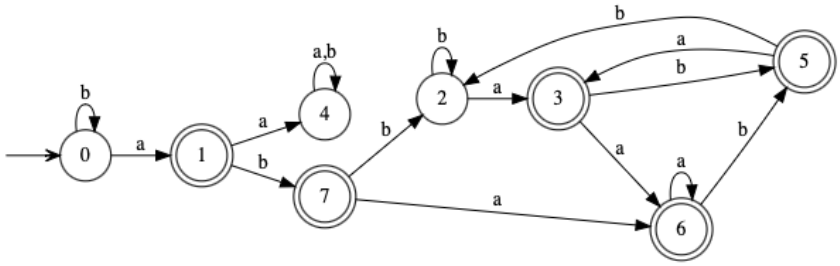


(-iii-)

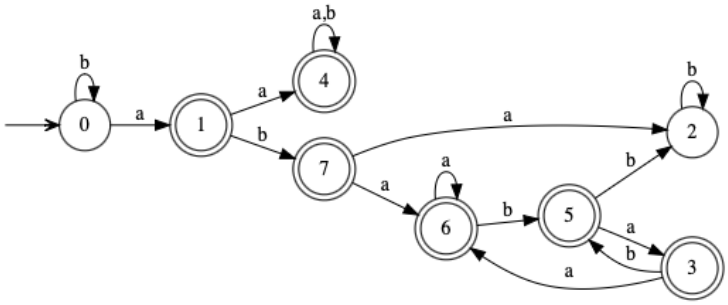


(-iv-)

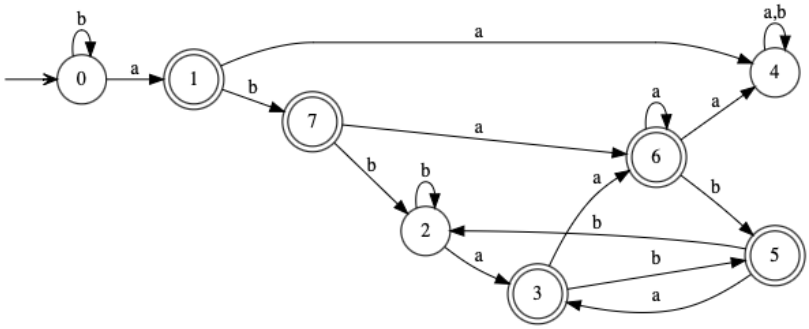
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



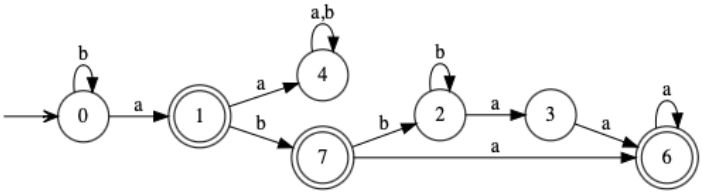
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+164/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ ■ d e ■ g h i

Question 3 : a b c ■ e f

Question 4 : ■ b ■ ■ ■ f g h i j

Question 5 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 6 : a b c d e ■

Question 7 : ■ b c d e

Question 8 : a b ■ d e f

Question 9 : a b ■ d e f

Question 10 : a b c ■ e f

Question 11 : ■ b c d e f g h

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b c d e f ■ h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab ■ *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [d] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [f] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

☐ h Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

☐ j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

☐ a 32 états ■ 16 états ☐ c 20 états ☐ d 8 états

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

☐ f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

☐ a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

☐ b Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

☐ c Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

☐ d Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

☐ e Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

☐ f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

☐ g Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

☐ h Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

☐ i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

☐ j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

☐ l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

☐ a 32 états ☐ b 16 états ☐ c 8 états ☐ d 20 états

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

☐ a 2 états ☐ b 6 états ■ 4 états ☐ d 8 états

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

☐ f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

☐ b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

☐ c La longueur du mot vide est 1.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

f Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

d Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i-
c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe d la Figure 3-iii-
e la Figure 3-ii- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 1 ☐ b 7 ☐ c 0 ■ 4 ☐ e 6 ☐ f 5 ☐ g 3 ☐ h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

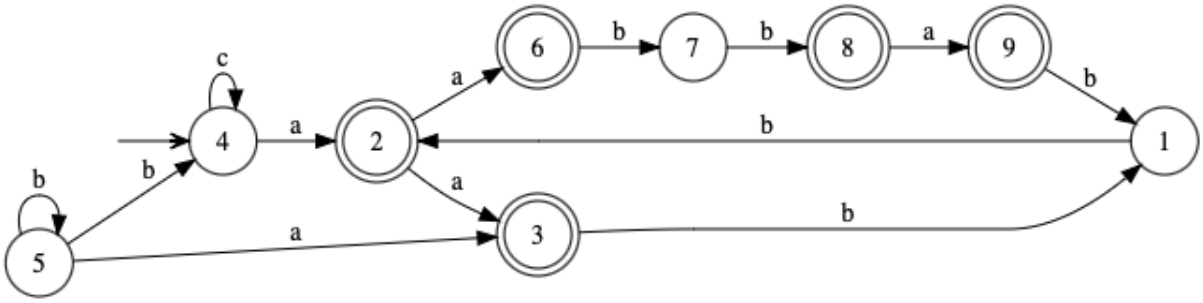
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

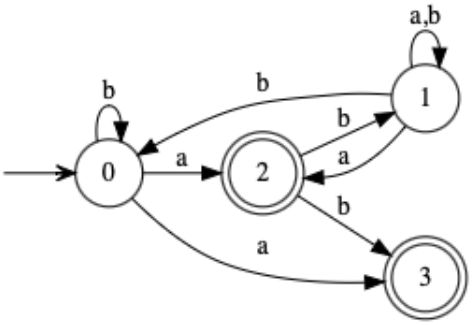
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

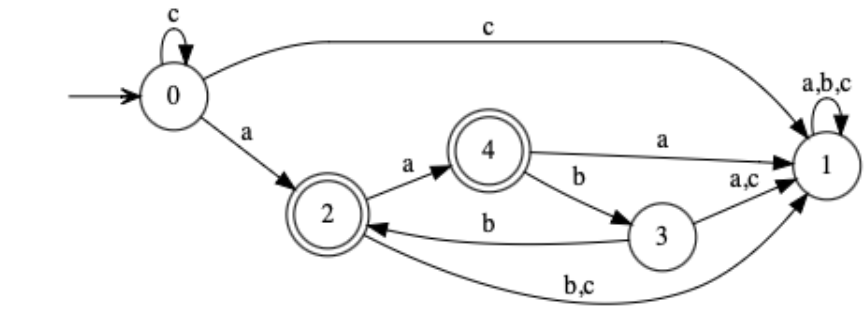


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

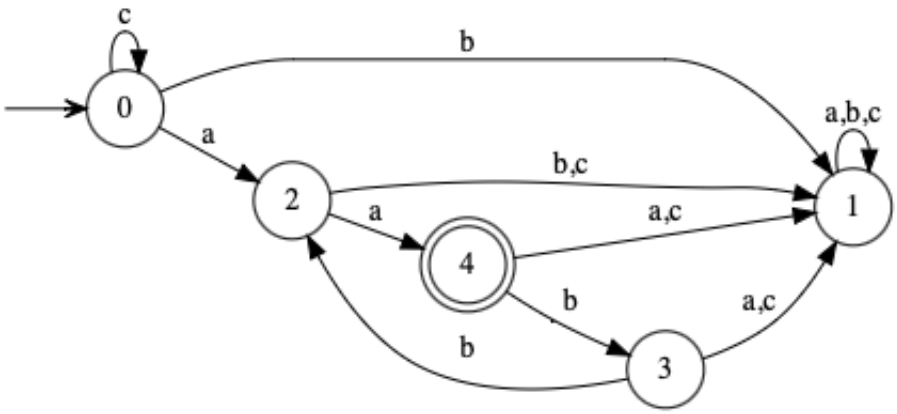


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

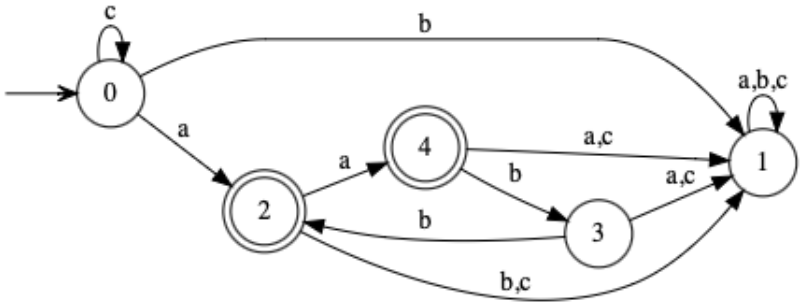
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



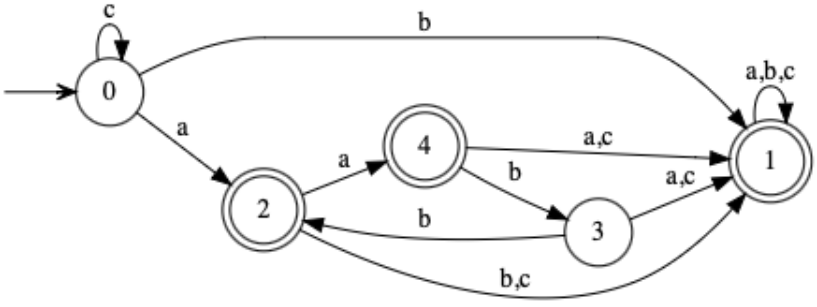
(-i-)



(-ii-)

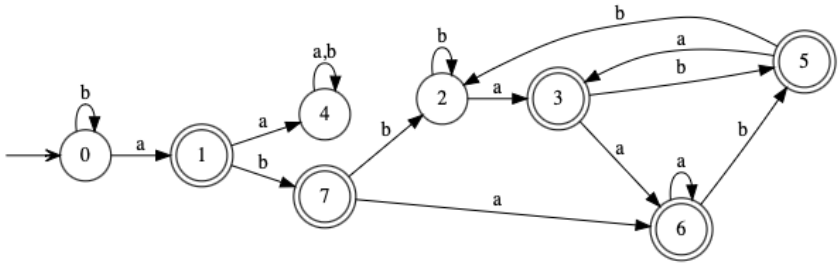


(-iii-)

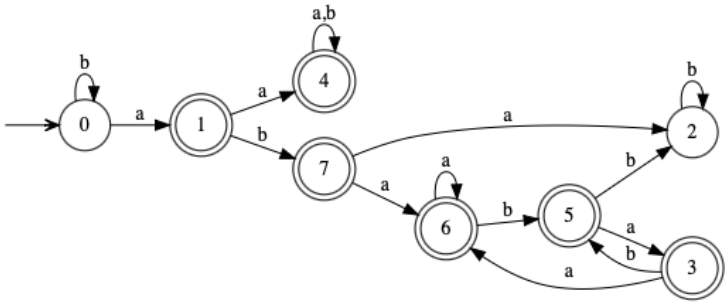


(-iv-)

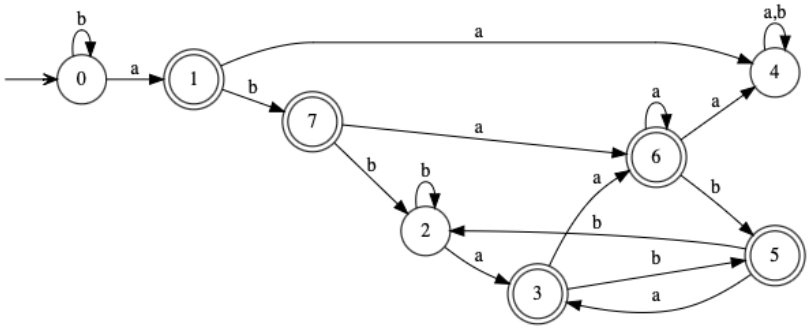
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



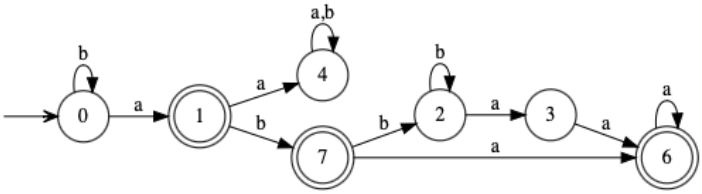
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+165/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c ■ e f

Question 3 : a ■ ■ d ■ f ■ h i j

Question 4 : a ■ c d e f

Question 5 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 6 : a b c d e ■

Question 7 : a b ■ d e f

Question 8 : ■ b c ■ ■ f g h i

Question 9 : ■ b c d e f

Question 10 : a b c d e ■ g h

Question 11 : ■ b c d e

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 8 états c 20 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

e Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

f La longueur du mot vide est 1.

■ La longueur du mot vide est 0.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

c Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

d Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

e Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

j Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

d Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

f Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

g Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 8 états c 6 états d 2 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 32 états c 8 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-ii-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i- c la Figure 3-iii- d la Figure 3-iv-

e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 1 ☐ b 6 ☐ c 2 ☐ d 0 ■ 4 ☐ f 3 ☐ g 5 ☐ h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

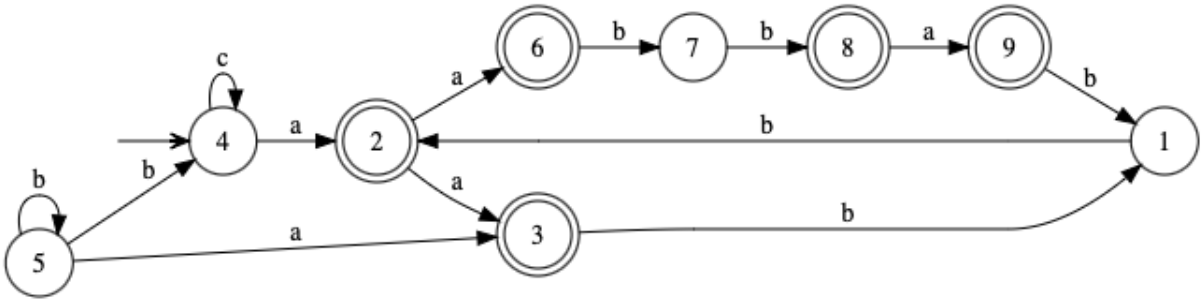
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

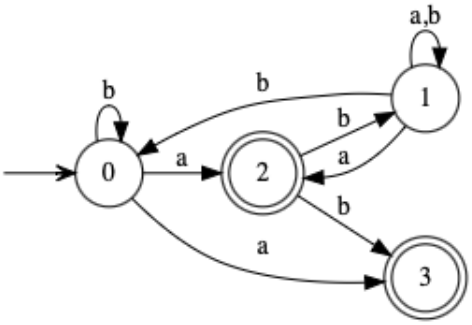
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

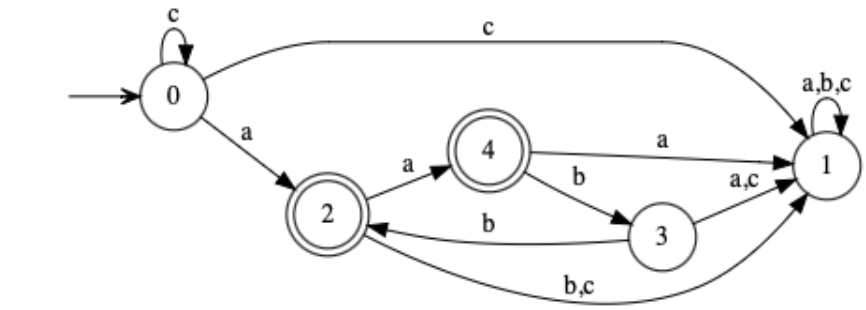


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

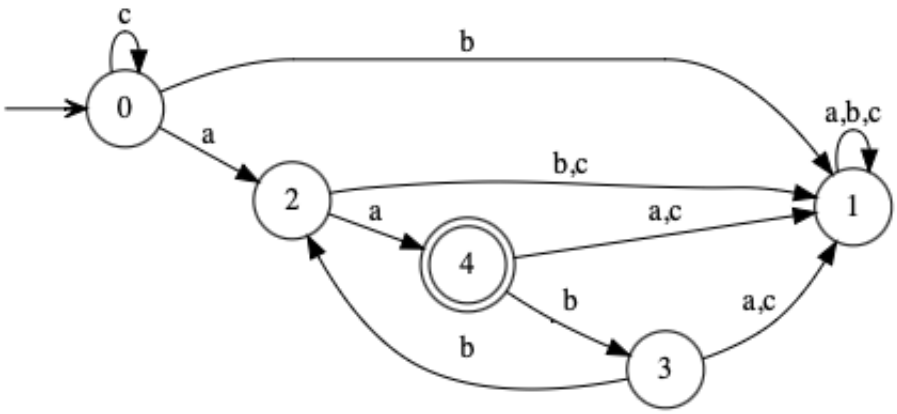


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

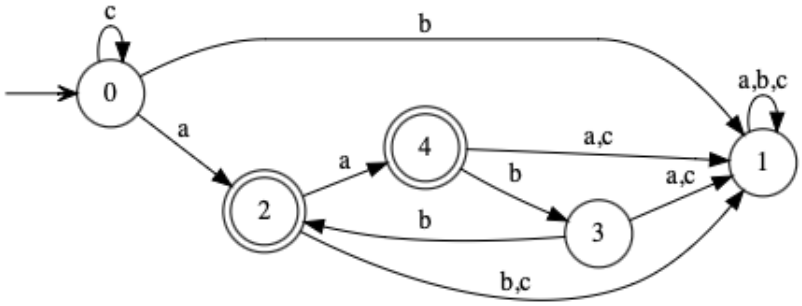
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



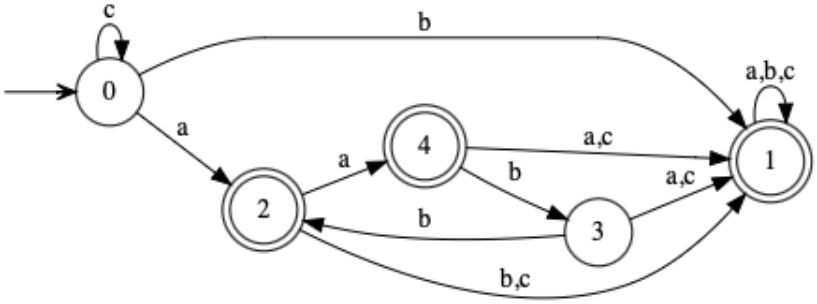
(-i-)



(-ii-)

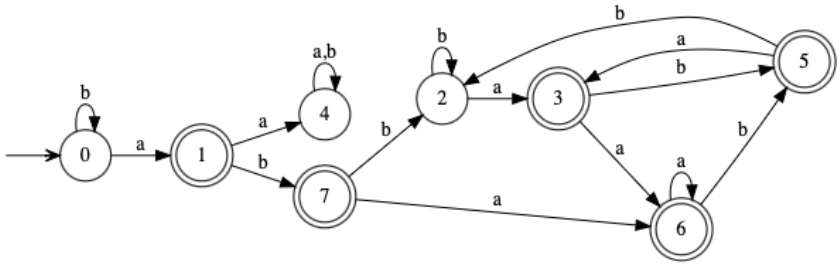


(-iii-)

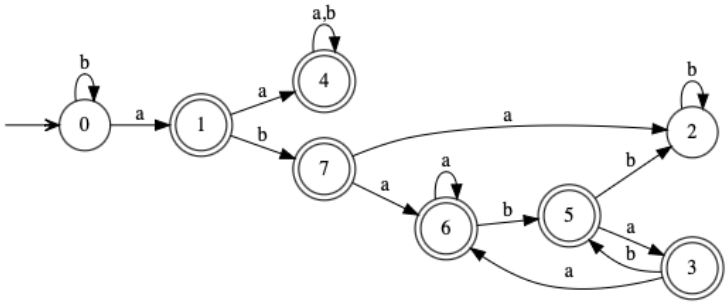


(-iv-)

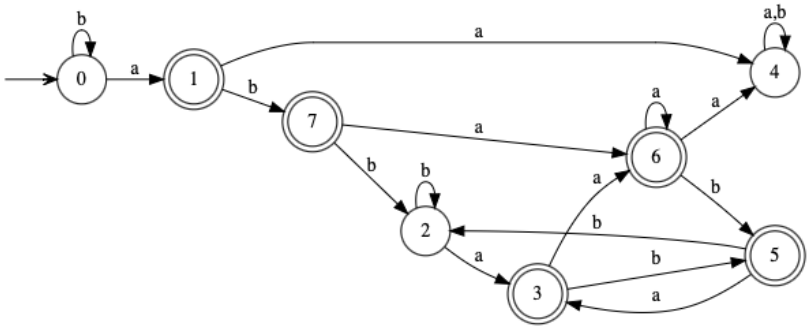
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



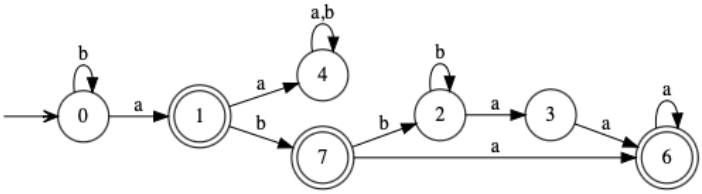
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+166/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f

Question 3 : a b ■ d e f g h

Question 4 : a ■ c d e

Question 5 : a b c d e ■

Question 6 : a b ■ ■ e f ■ h i

Question 7 : a b ■ d e f

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : a ■ ■ d ■ f g ■ i j

Question 10 : ■ b c d e f

Question 11 : ■ b c d e f

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 32 états c 8 états d 20 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
b Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
c Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
d Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
e Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
g Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [b] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [e] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [d] La longueur du mot vide est 1.
- [e] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[■] 4 états [b] 2 états [c] 6 états [d] 8 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 16 états [c] 20 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
[b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
[c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
[d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
[c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. [b] la Figure 2-i-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-iv-. [d] la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- [b] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
[c] la Figure 3-iv- [d] la Figure 3-ii- [e] la Figure 3-iii-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 1 ☐ b 5 ☐ c 2 ☐ d 0 ☐ e 6 ☐ f 7 ☐ g 3 ■ 4

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

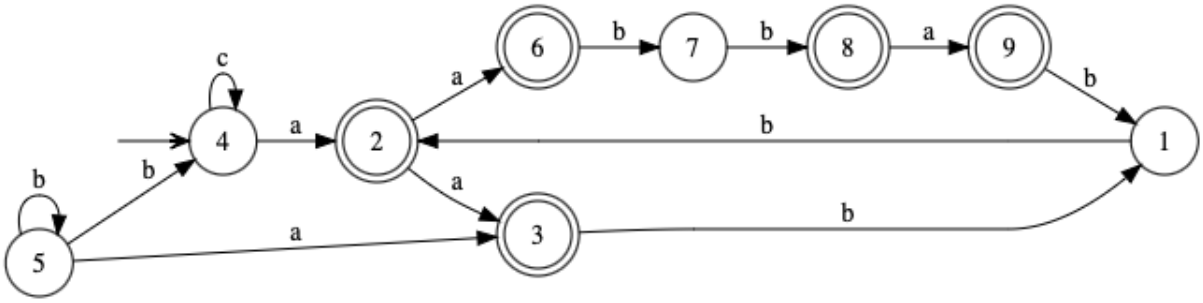
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

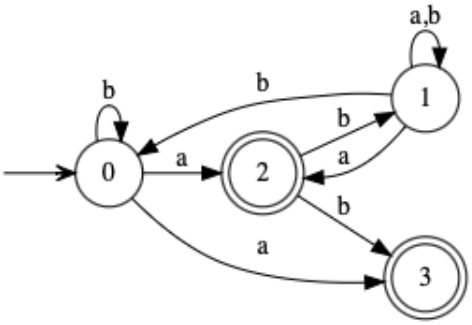
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

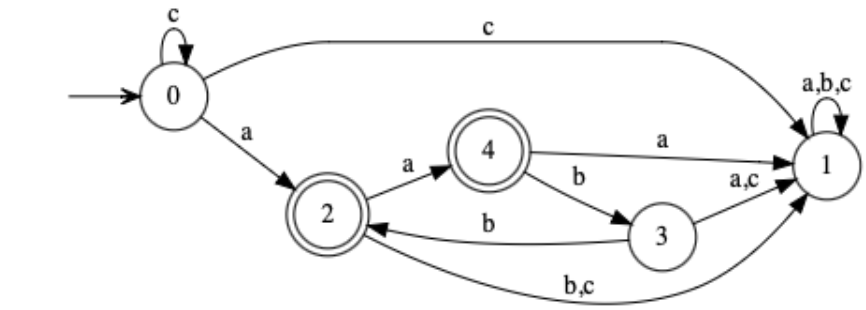


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

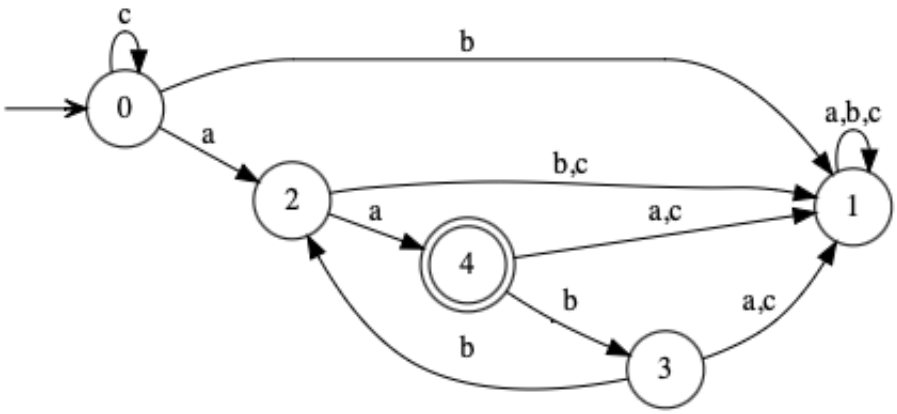


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

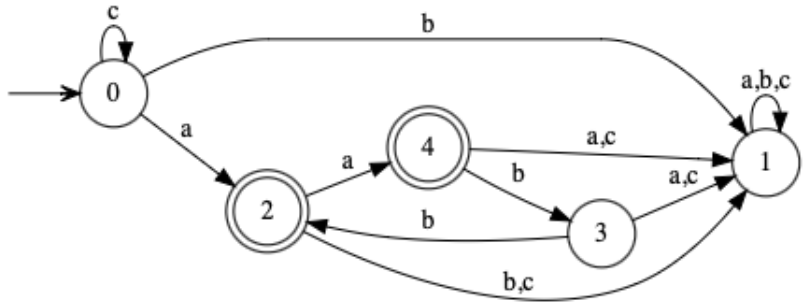
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



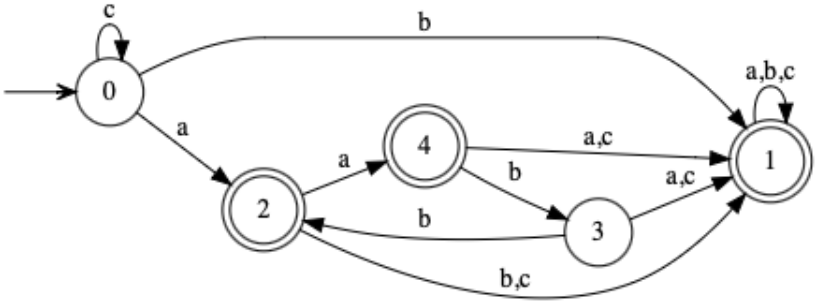
(-i-)



(-ii-)

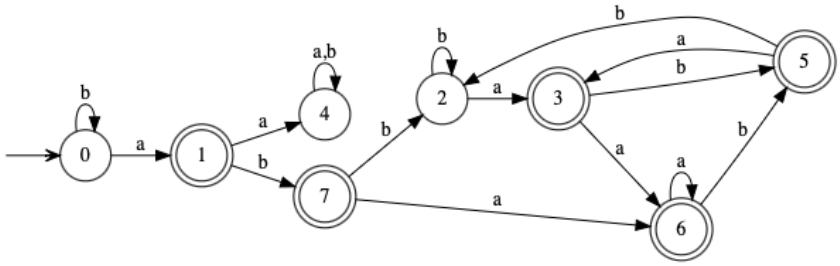


(-iii-)

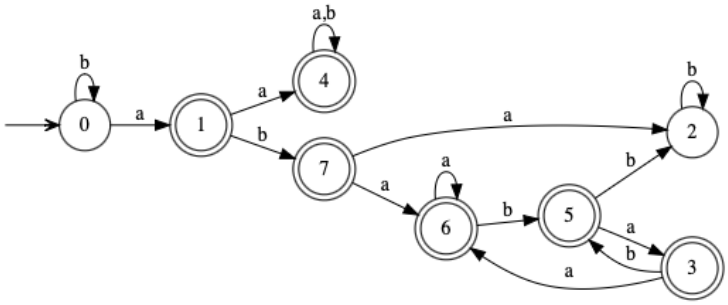


(-iv-)

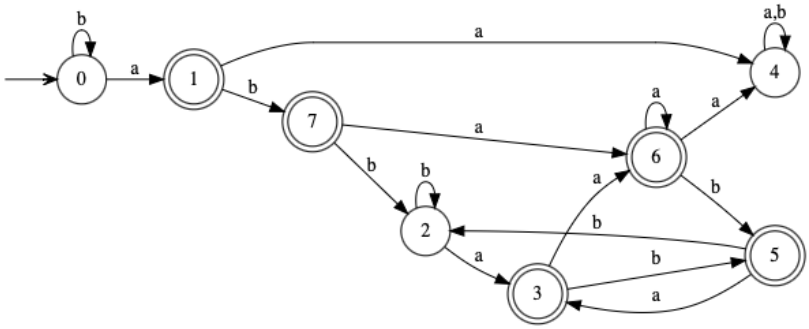
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



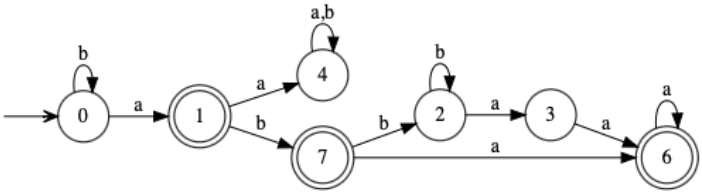
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+167/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f

Question 3 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 4 : a b ■ d e ■ ■ ■ i j

Question 5 : a ■ c d e

Question 6 : ■ b c d e ■ ■ h i

Question 7 : ■ b c d e f

Question 8 : a b c d e ■

Question 9 : ■ b c d e f

Question 10 : a ■ c d e f g h

Question 11 : ■ b c d e f

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a b c d e f g ■

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [e] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [f] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 2 états c 6 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

c Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La longueur du mot vide est 0.

b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

e La longueur du mot vide est 1.

f Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 8 états c 20 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

d Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

e Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

i Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

j Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 10 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 16 états c 8 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-iv-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- ☐ b la Figure 3-iii- ☐ c la Figure 3-ii-
☐ d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ☐ e la Figure 3-iv-
☐ f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 1 ☐ b 3 ☐ c 6 ☐ d 2 ■ 4 ☐ f 5 ☐ g 7 ☐ h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

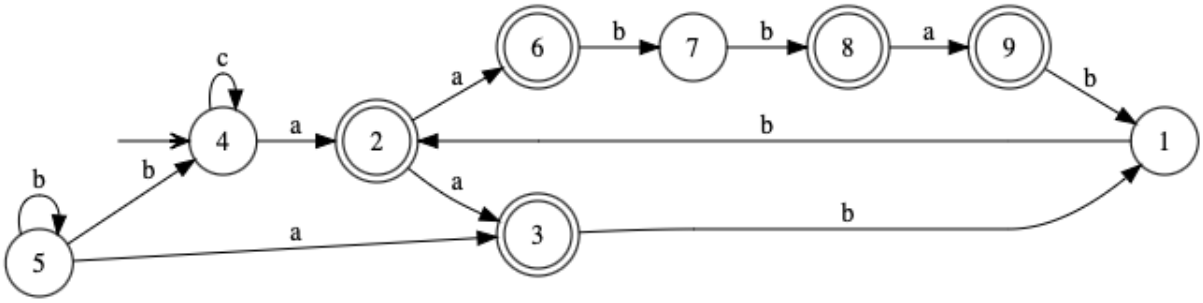
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

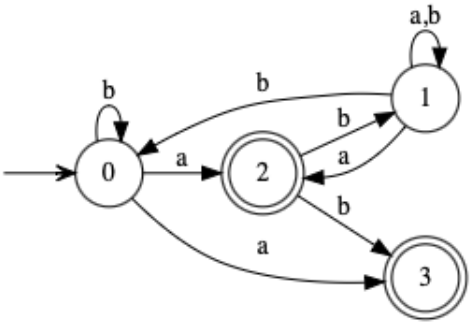
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

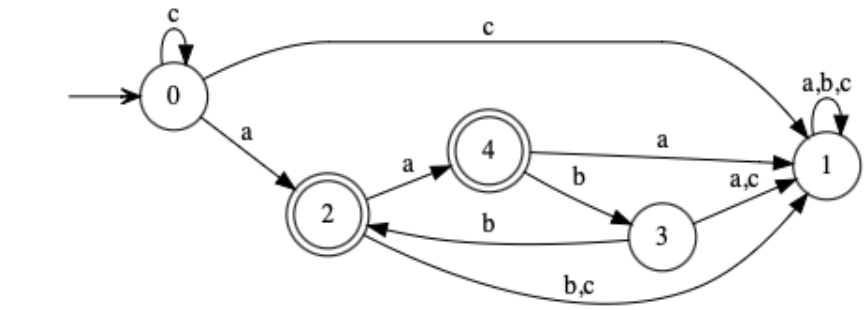


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

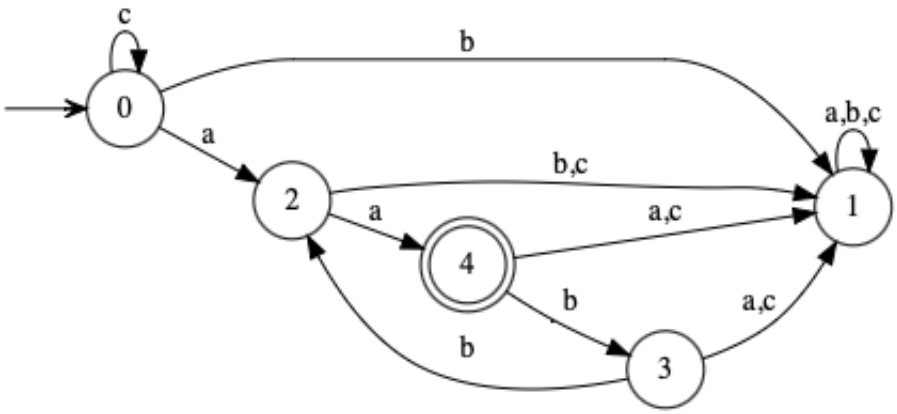


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

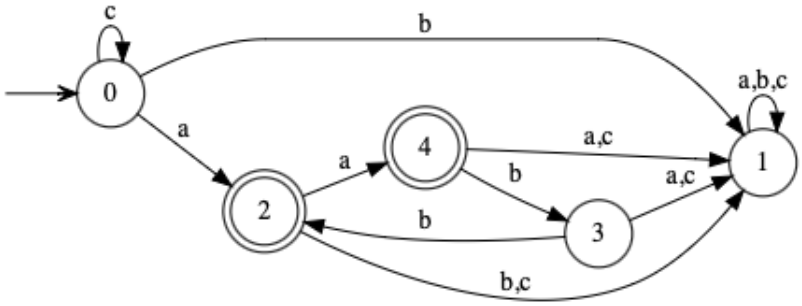
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



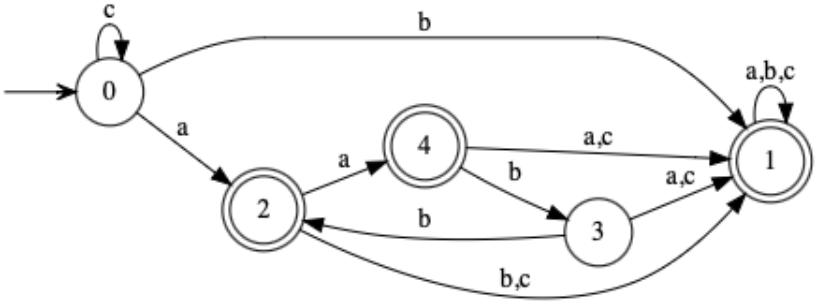
(-i-)



(-ii-)

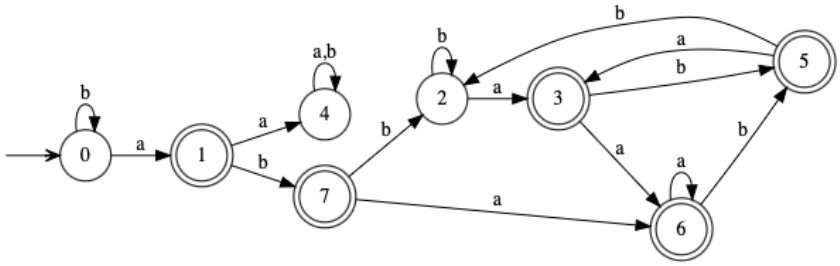


(-iii-)

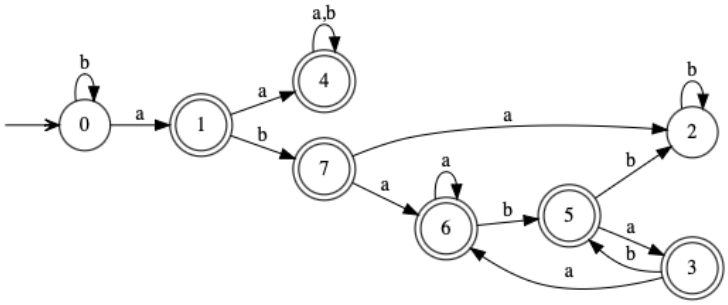


(-iv-)

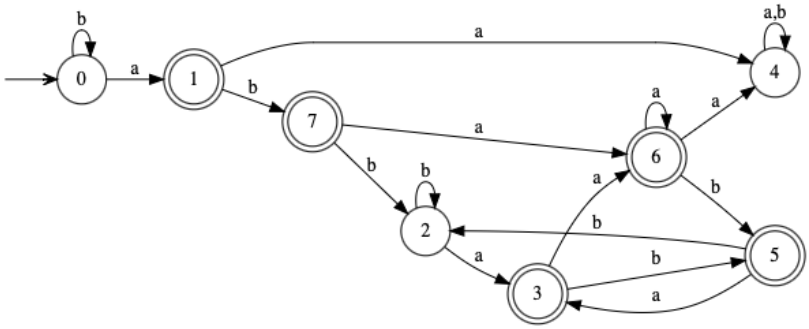
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



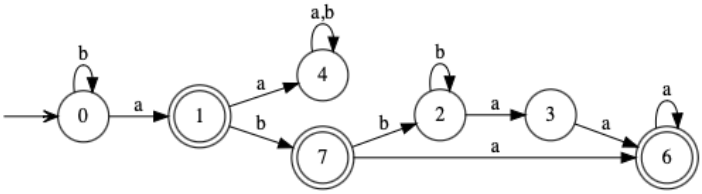
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+168/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c ■ e f ■ ■ i j

Question 3 : a b c ■ e f

Question 4 : a b ■ d e

Question 5 : a b c ■ e f

Question 6 : ■ b c ■ e f ■ h i

Question 7 : ■ b c d e f

Question 8 : a b ■ d e f

Question 9 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 10 : a b c d e ■

Question 11 : ■ b c d e f g h

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 16 états [c] 20 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[a] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[c] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[g] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 8 états [■] 16 états [d] 20 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
[b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
[d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
[b] La longueur du mot vide est 1.
[c] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
[■] La longueur du mot vide est 0.
[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
[g] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[■] 4 états [b] 8 états [c] 2 états [d] 6 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
[c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

b Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

c Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

d Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i- c la Figure 3-ii- d la Figure 3-iv-
e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 6 c 1 d 5 e 2 f 0 g 7 h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

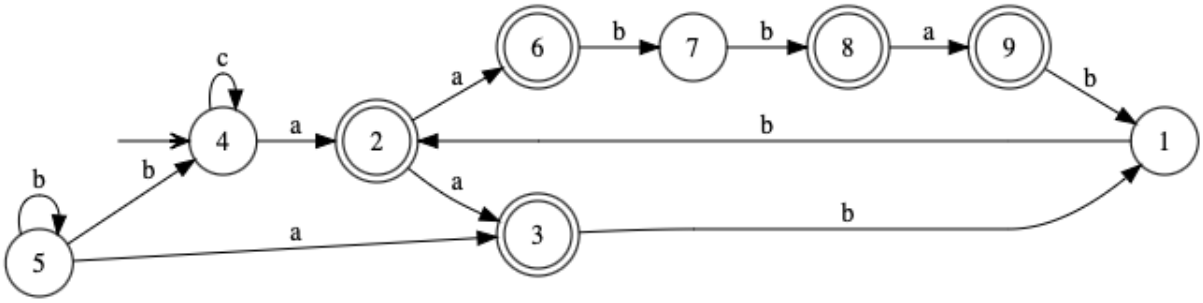
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

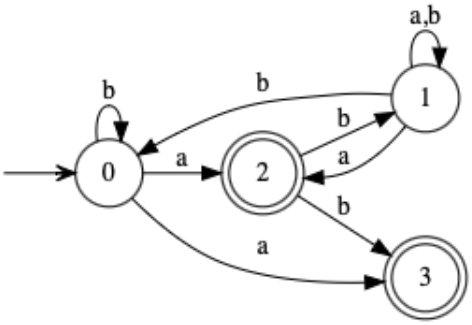
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

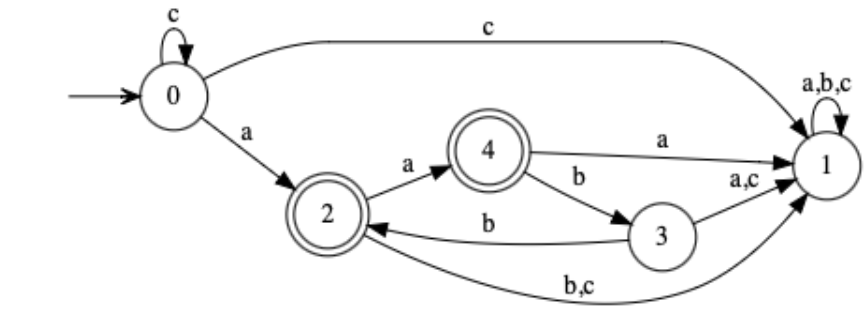


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

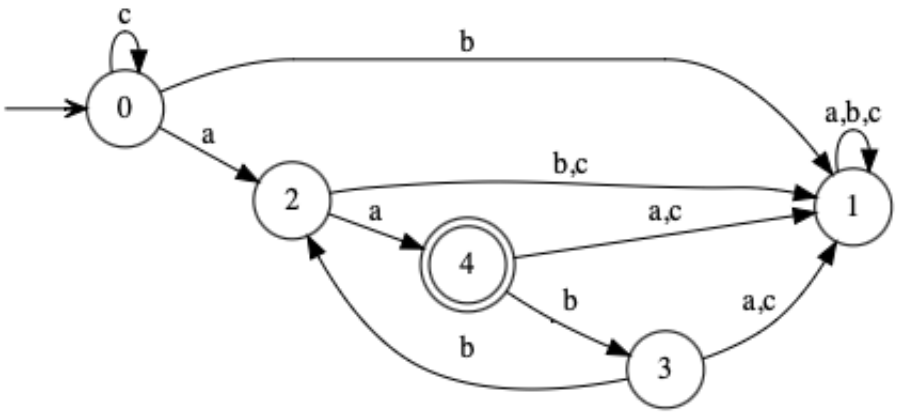


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

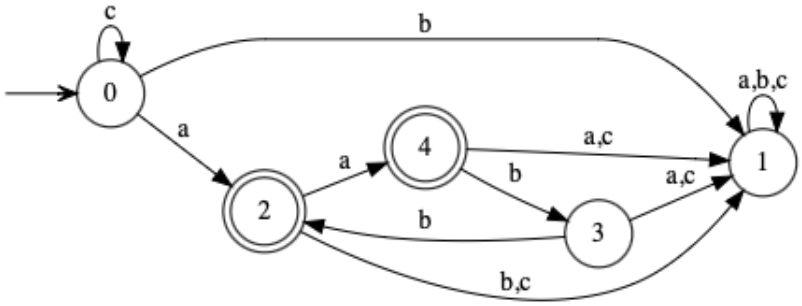
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



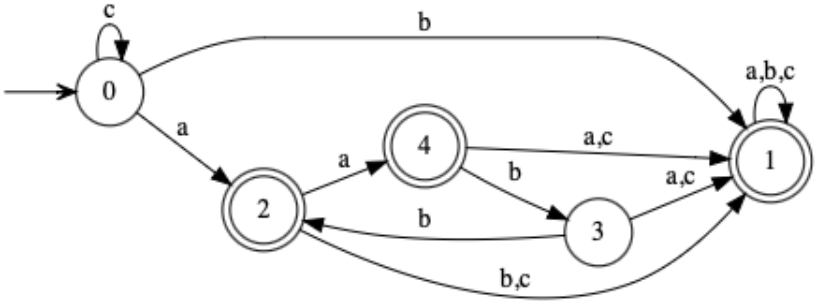
(-i-)



(-ii-)

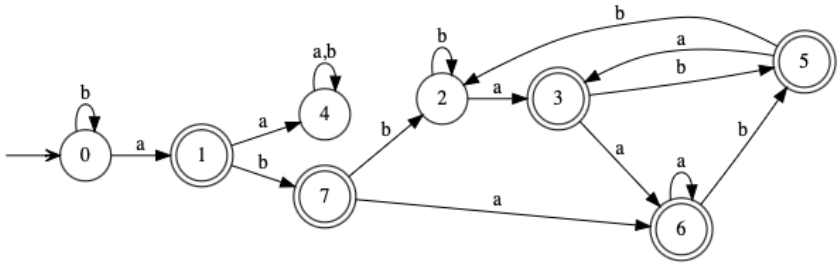


(-iii-)

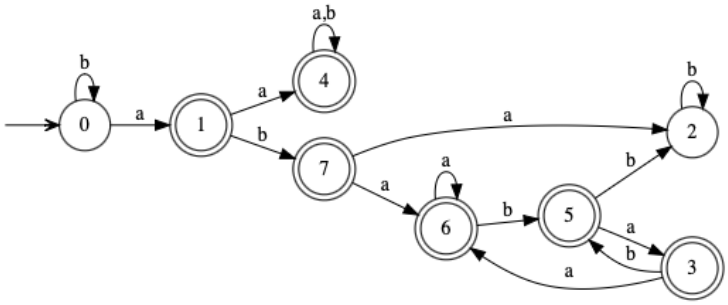


(-iv-)

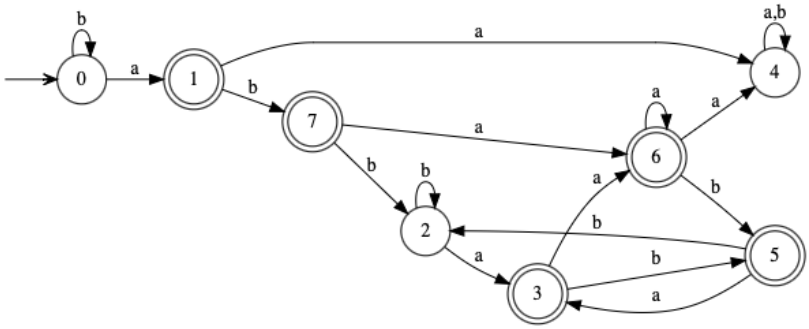
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



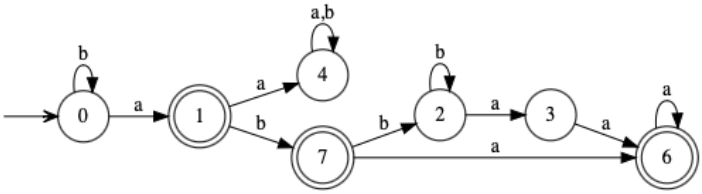
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+169/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e ■

Question 3 : a ■ c d ■ ■ g ■ i j

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : a b ■ d e f

Question 6 : a b c ■ ■ ■ g h i

Question 7 : ■ b c d e f

Question 8 : a ■ c d e

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : a b c ■ e f g h

Question 11 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [e] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [h] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 32 états c 8 états d 20 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La longueur du mot vide est 1.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
■ La longueur du mot vide est 0.
e Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont identiques.
b Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 20 états c 8 états d 32 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états ■ 4 états c 2 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
b Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
d Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
g Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
h Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
i Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
j Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- b la Figure 3-iii- c la Figure 3-iv-
d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe e la Figure 3-ii-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 7 b 3 c 1 d 0 e 5 f 6 ■ 4 h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

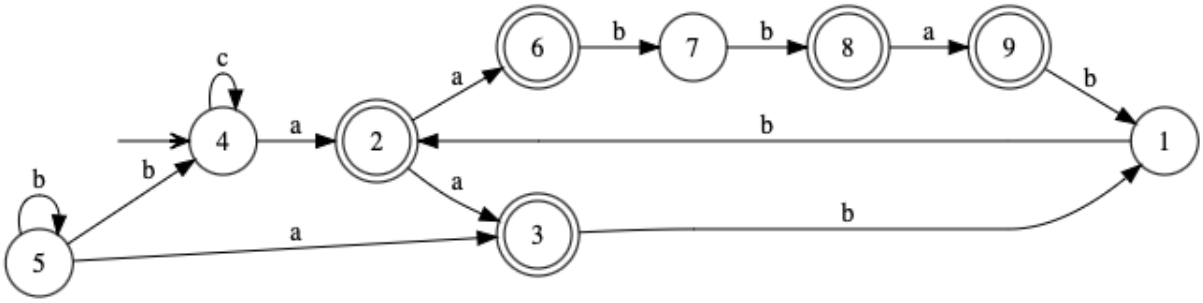
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

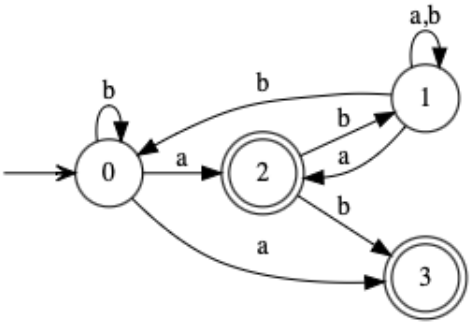
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

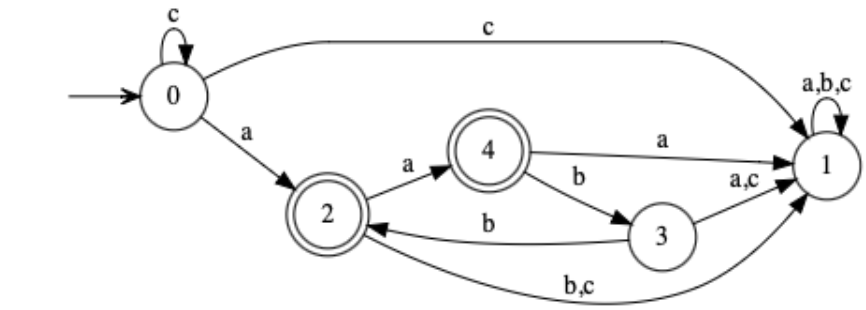


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

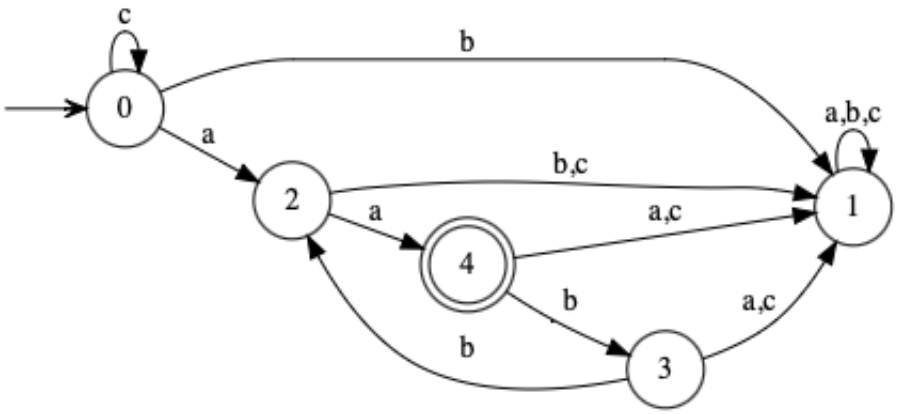


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

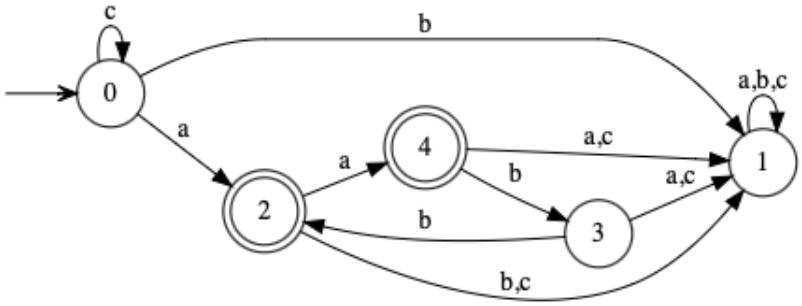
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



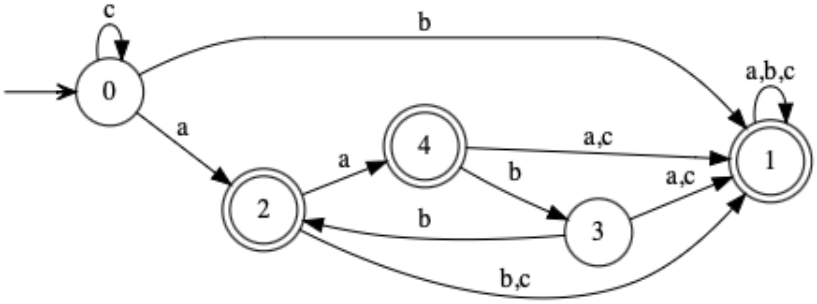
(-i-)



(-ii-)

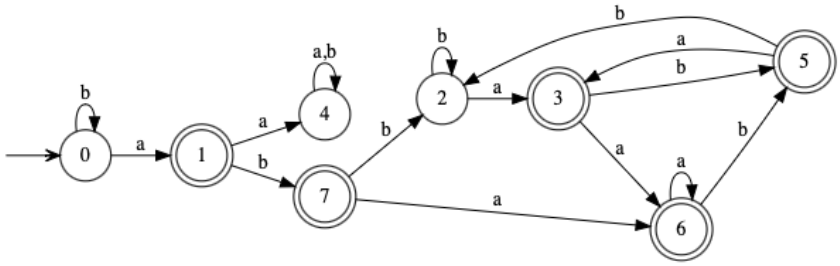


(-iii-)

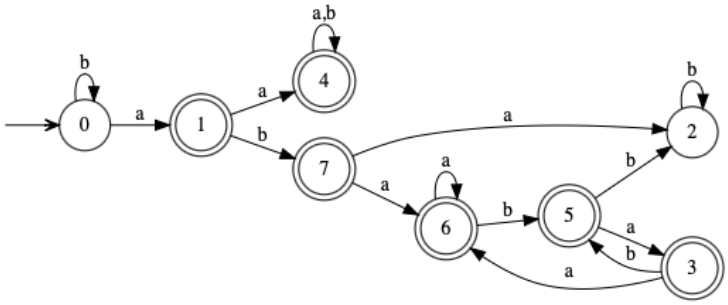


(-iv-)

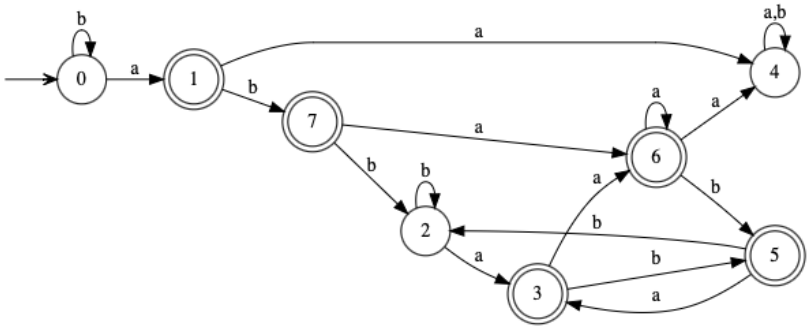
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



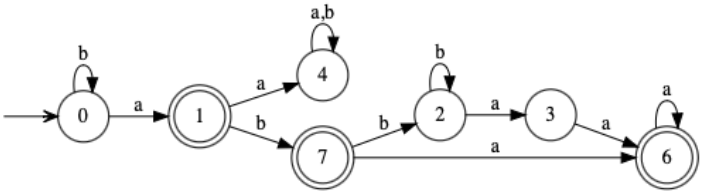
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+170/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ ■ d e ■ ■ h i j

Question 3 : ■ b c d e f

Question 4 : a ■ c d e

Question 5 : a ■ c ■ e ■ g h i

Question 6 : a b ■ d e f

Question 7 : a b c d e ■

Question 8 : a b ■ d e f g h

Question 9 : a ■ c d e f

Question 10 : a ■ c d e f

Question 11 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a b c d e f ■ h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

- [a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
- [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
- [c] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
- [d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
- [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
- [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 6 états c 8 états d 2 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états ■ 16 états c 8 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

d Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

e Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

f Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

b Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

c Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

f Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

g Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

h Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 16 états [c] 32 états [d] 20 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La longueur du mot vide est 0.

[b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

[d] La longueur du mot vide est 1.

[e] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

[f] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

[c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. [b] la Figure 2-i-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

[c] la Figure 2-iv-. [d] la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- [b] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe

[c] la Figure 3-iv- [d] la Figure 3-ii- [e] la Figure 3-iii-

[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 2 ☐ b 7 ☐ c 5 ☐ d 6 ■ 4 ☐ f 3 ☐ g 1 ☐ h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

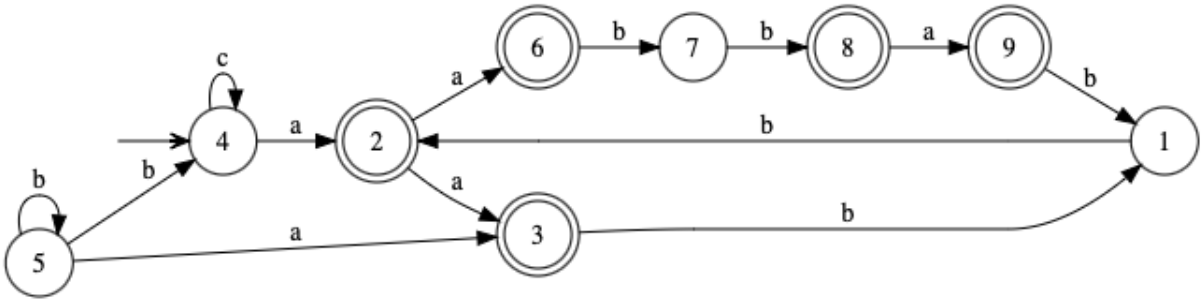
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

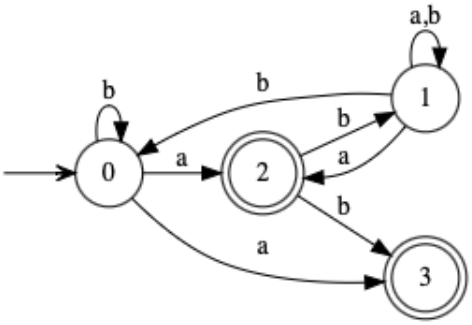
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

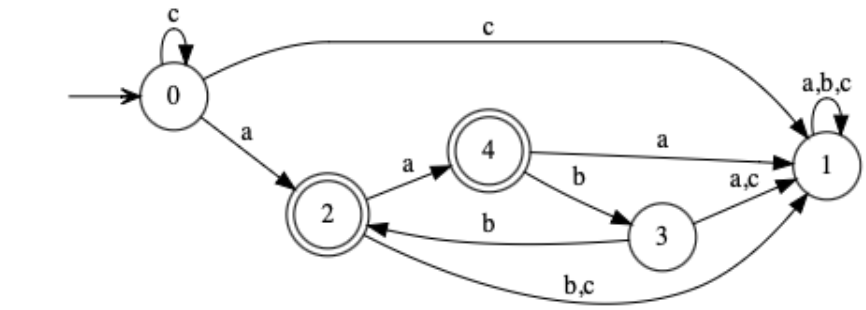


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

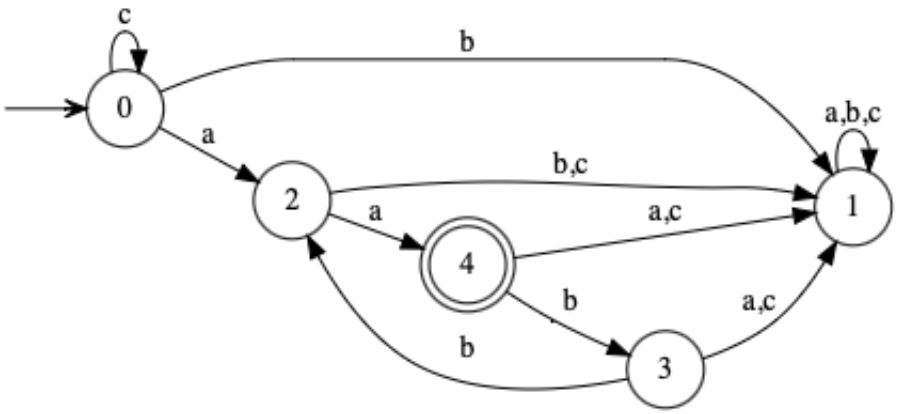


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

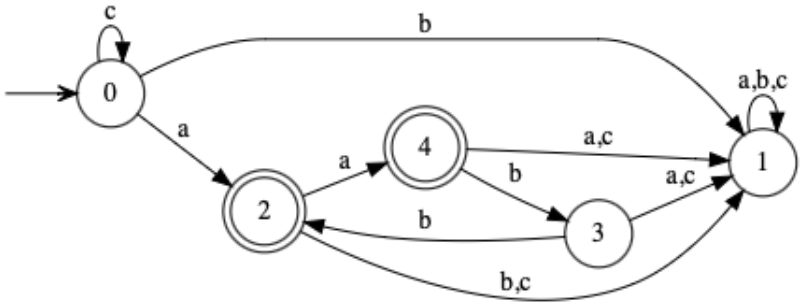
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



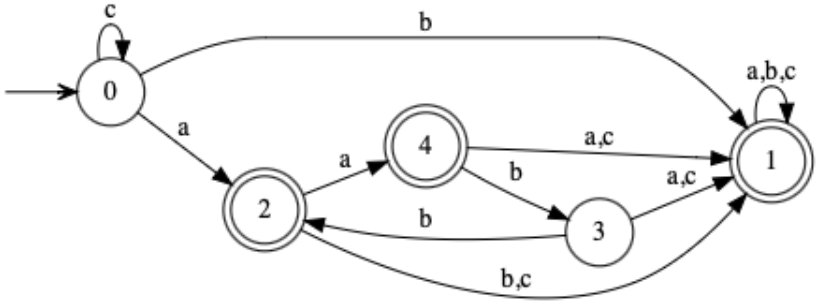
(-i-)



(-ii-)

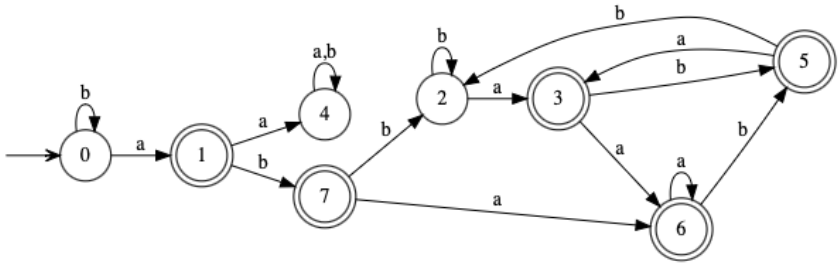


(-iii-)

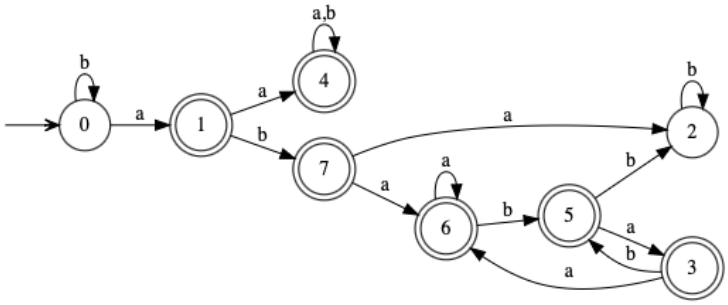


(-iv-)

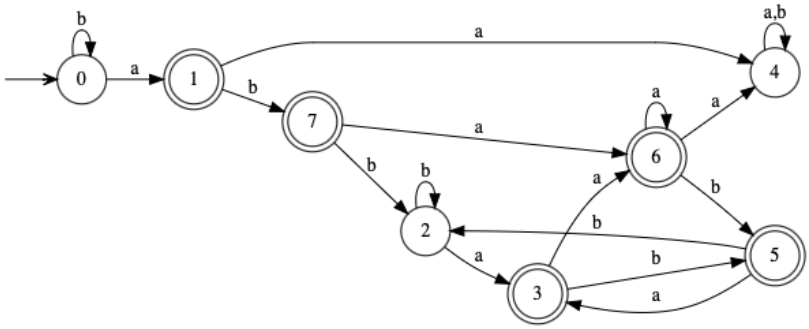
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



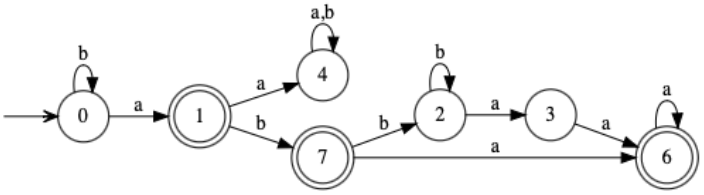
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+171/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e f

Question 3 : a ■ c d e f g h

Question 4 : a ■ c d e f

Question 5 : ■ b c d e f

Question 6 : a ■ c d e f

Question 7 : a ■ ■ d e f ■ ■ i j

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : a b c d e ■

Question 10 : ■ b ■ d e f ■ h i

Question 11 : ■ b c d e

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [c] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [f] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [h] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $\mathrm{A} = (01^* + 10^*)^*$ et $\mathrm{B} = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [b] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

c Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

f Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

g Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

j Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 2 états c 6 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 8 états c 32 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 32 états [c] 20 états [■] 16 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.
[a] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
[b] La longueur du mot vide est 1.
[c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
[d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
[■] La longueur du mot vide est 0.
[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :
[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
[c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-i-. [b] la Figure 2-ii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[■] la Figure 2-iii-. [d] la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i-
c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe d la Figure 3-iii-
e la Figure 3-iv- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 6 b 0 c 1 ■ 4 e 7 f 5 g 2 h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

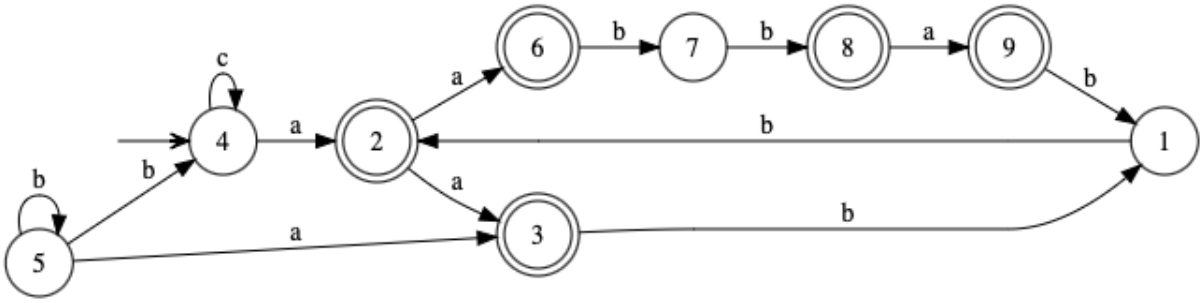
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

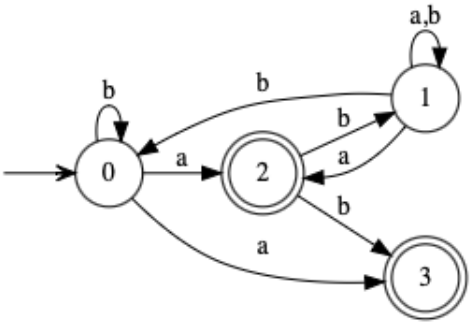
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

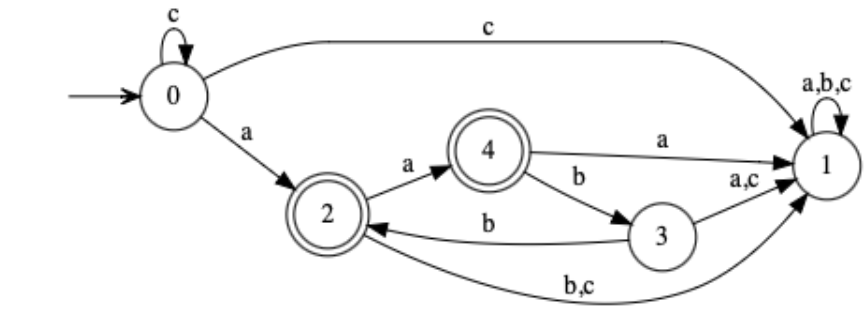


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

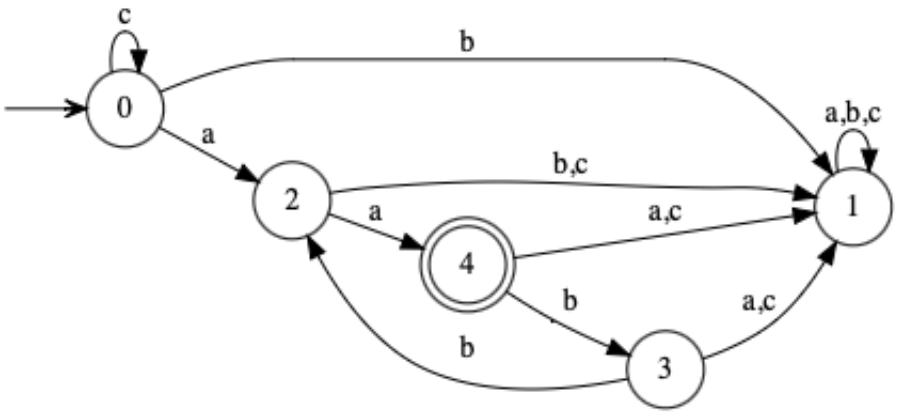


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

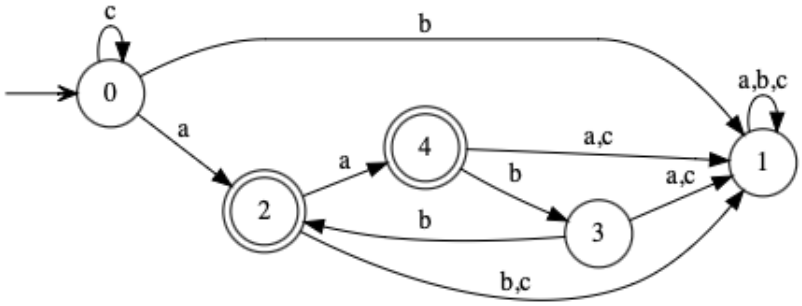
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



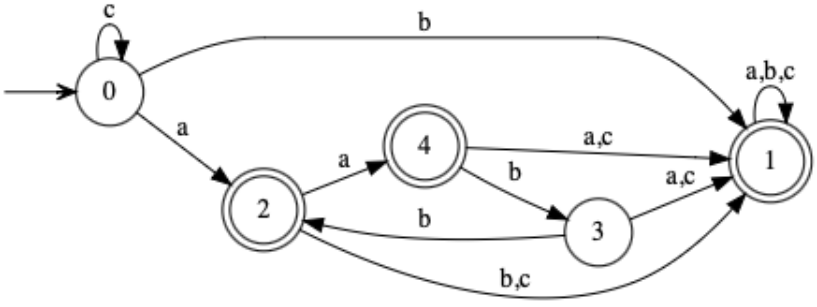
(-i-)



(-ii-)

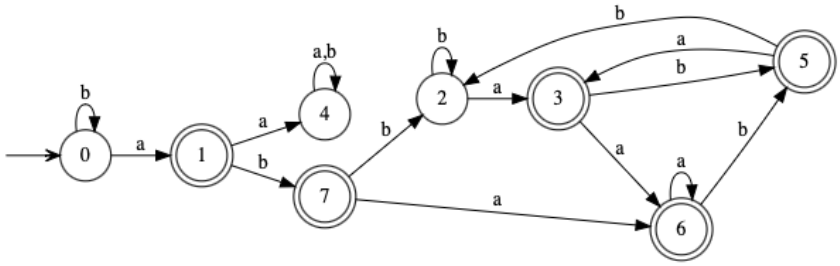


(-iii-)

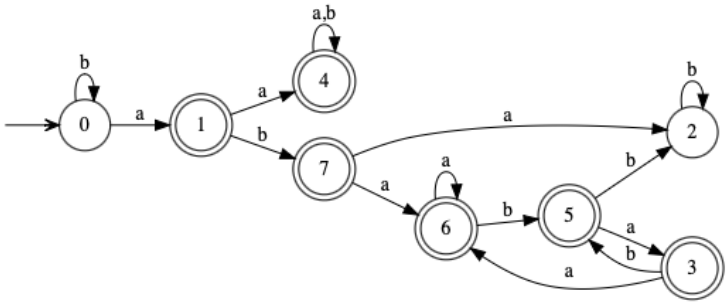


(-iv-)

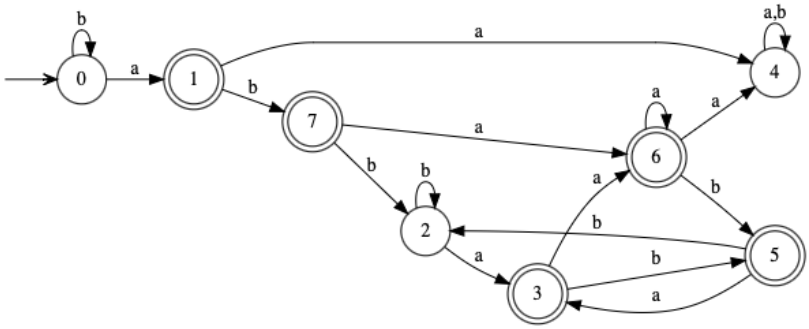
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



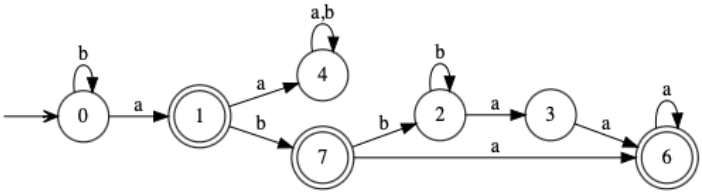
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+172/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ ■ c d ■ f ■ h i j

Question 3 : ■ b c d e f

Question 4 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 5 : ■ b c d e

Question 6 : ■ b c d e f

Question 7 : a b c d e ■

Question 8 : a b c d ■ f g h

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : a b c d ■ ■ ■ h i

Question 11 : ■ b c d e f

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [b] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [c] La longueur du mot vide est 1.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [f] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 32 états [c] 8 états [■] 16 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
[b] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
[c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
[d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
[b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
[b] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
[c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[f] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
[g] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
[h] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
[j] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

d Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

e Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

f Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 20 états c 8 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 8 états c 6 états d 2 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i-

c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe d la Figure 3-iv-

e la Figure 3-ii- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 1 ☐ b 6 ☐ c 3 ☐ d 2 ■ 4 ☐ f 0 ☐ g 5 ☐ h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

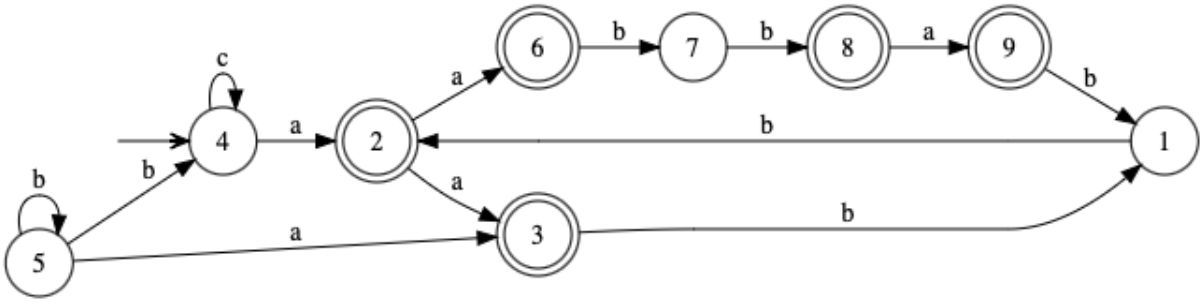
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

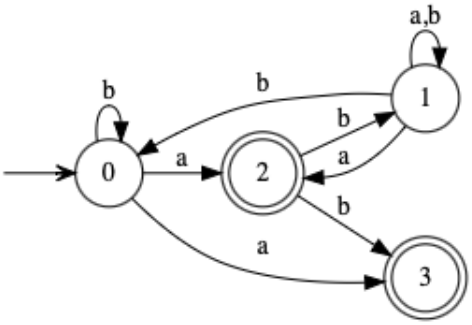
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

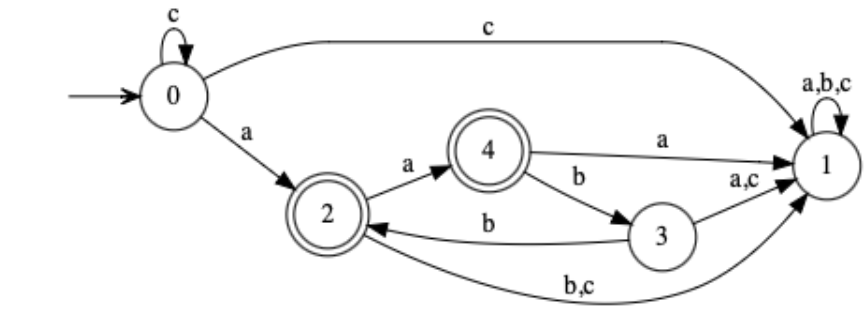


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

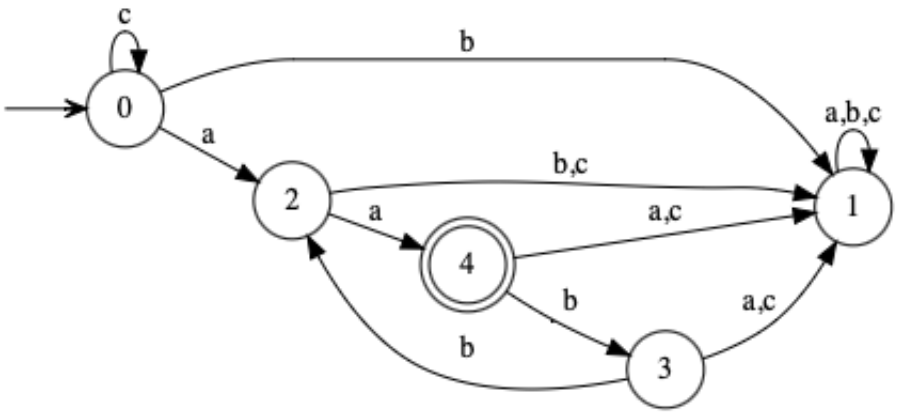


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

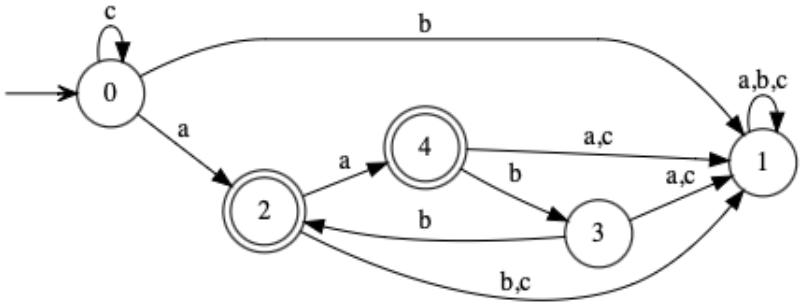
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



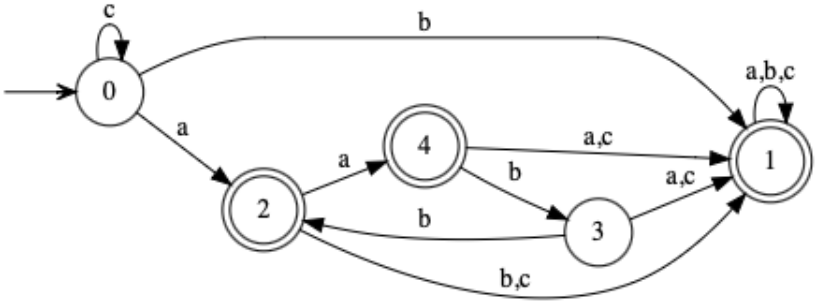
(-i-)



(-ii-)

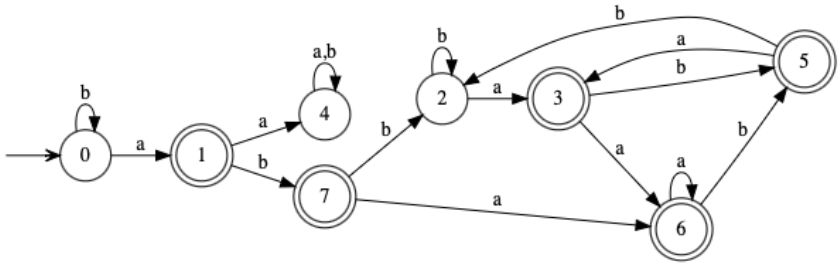


(-iii-)

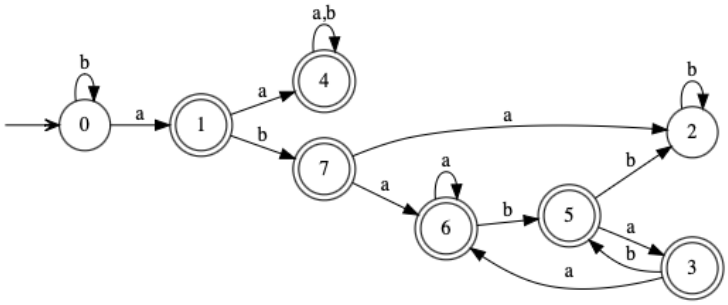


(-iv-)

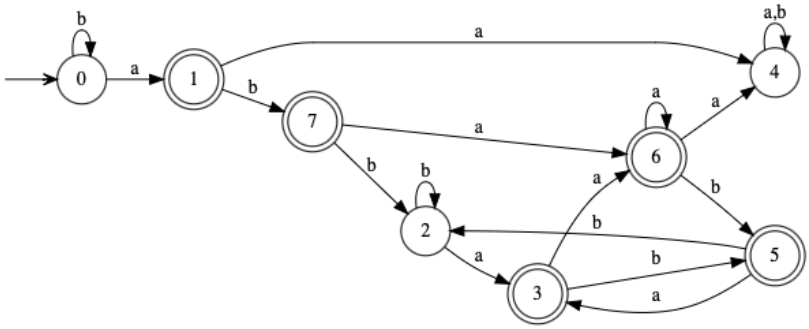
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



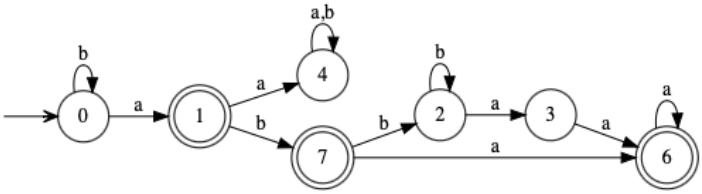
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+173/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c ■ ■ f ■ h i

Question 3 : a ■ c d e f

Question 4 : a b c ■ e f

Question 5 : ■ b c d e f

Question 6 : a b ■ d e

Question 7 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 8 : ■ b c d e f g h

Question 9 : a ■ ■ d e f ■ ■ i j

Question 10 : a b c d e ■

Question 11 : ■ b c d e f

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [b] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [d] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [f] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [g] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [c] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

e Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

g La longueur du mot vide est 1.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

c Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

d Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

j Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 8 états c 20 états d 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[b] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 10 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 8 états ■ 16 états [d] 20 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 2 états ■ 4 états [d] 6 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

[c] la Figure 2-i-. [d] la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iii- [b] la Figure 3-ii-

[c] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [d] la Figure 3-iv-

■ la Figure 3-i- [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 3 c 1 d 5 e 0 f 2 g 6 h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

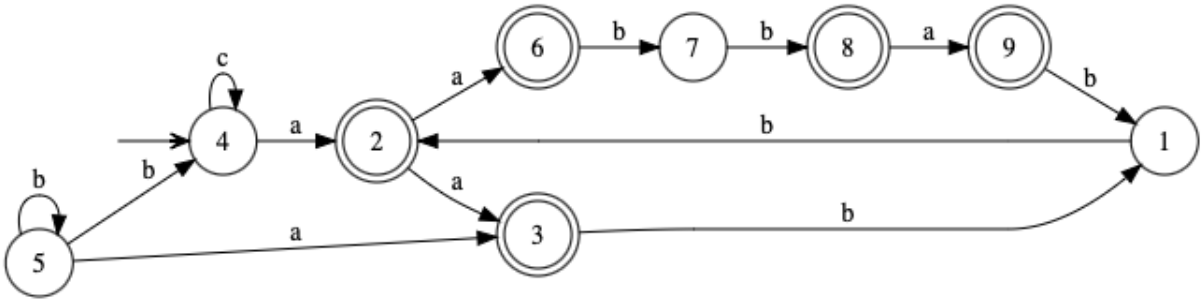
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

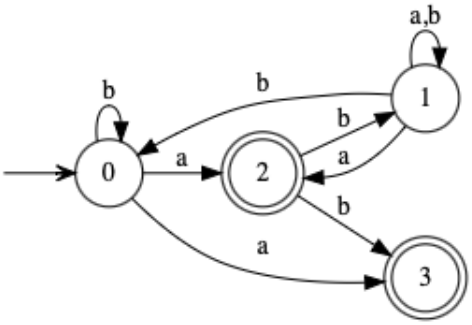
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

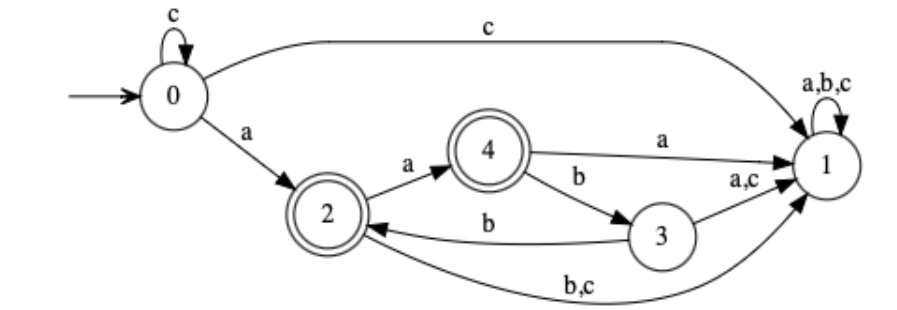


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

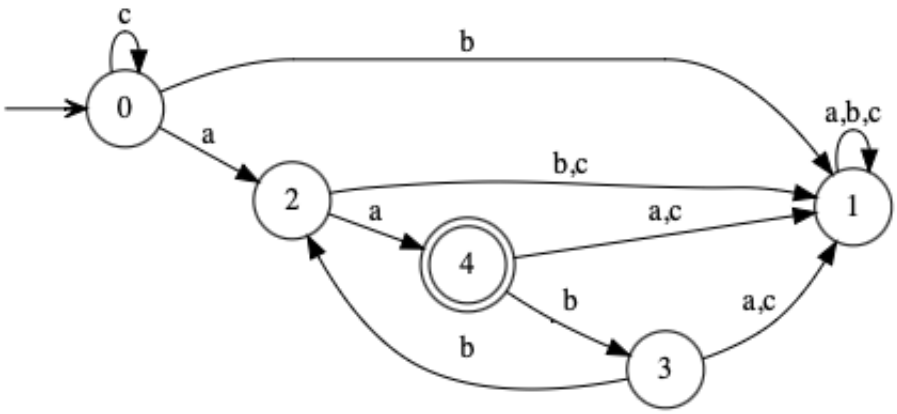


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

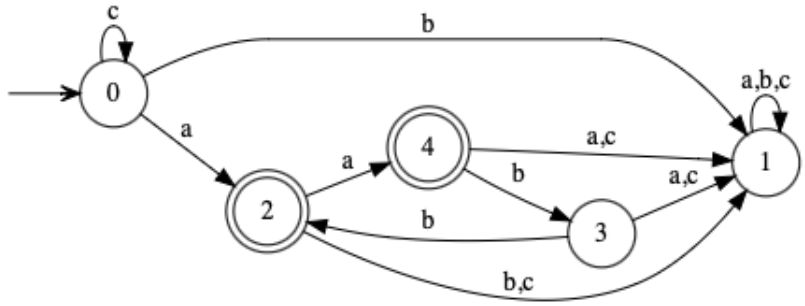
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



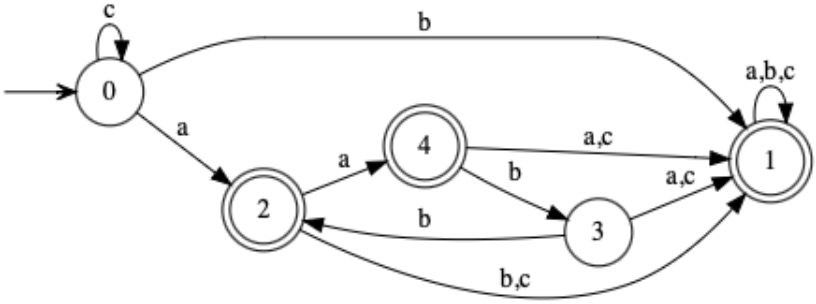
(-i-)



(-ii-)

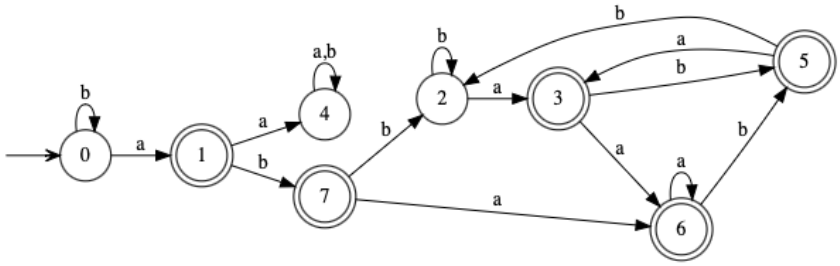


(-iii-)

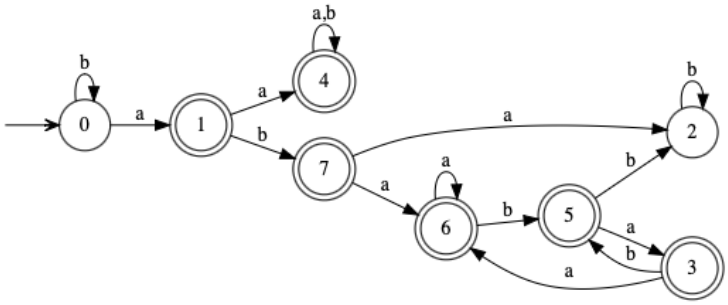


(-iv-)

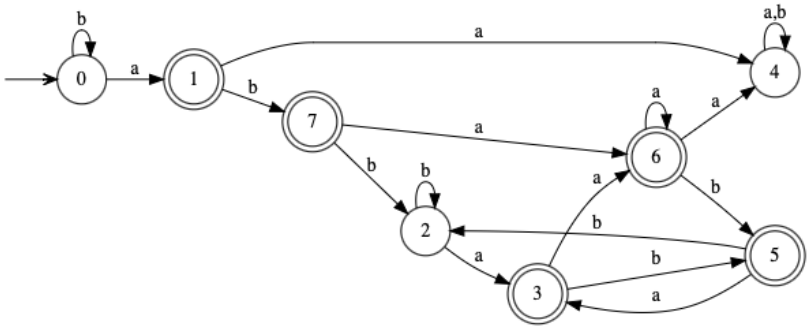
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



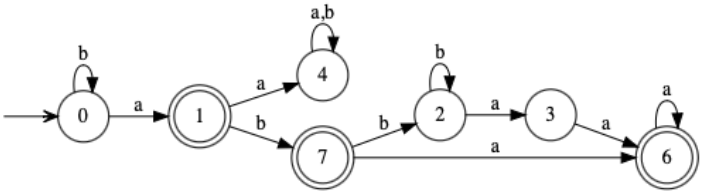
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+174/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b ■ d ■ f g ■ i j

Question 3 : a b c ■ e f

Question 4 : a ■ ■ ■ e f g h i

Question 5 : a b c ■ e f g h

Question 6 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 7 : a b c d e ■

Question 8 : a b c ■ e f

Question 9 : a ■ c d e

Question 10 : a b ■ d e f

Question 11 : a b ■ d e f

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

☐ a 20 états ☐ b 8 états ☐ c 32 états ☐ d 16 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

☐ a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
☐ c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
☐ d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
☐ e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

☐ a $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ☐ b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
☐ d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ☐ e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ☐ f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
☐ g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
☐ h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [b] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [c] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [d] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [e] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [f] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [g] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [i] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- ■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [c] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- ■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- ■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [b] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- ■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [e] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [f] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- ■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- ■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 2 états c 6 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont identiques.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 8 états c 32 états ■ 16 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
■ La longueur du mot vide est 0.
e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
f Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
g La longueur du mot vide est 1.
h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- b la Figure 3-iii-
c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe d la Figure 3-ii-
■ la Figure 3-i- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 7 b 5 ■ 4 d 0 e 6 f 2 g 3 h 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

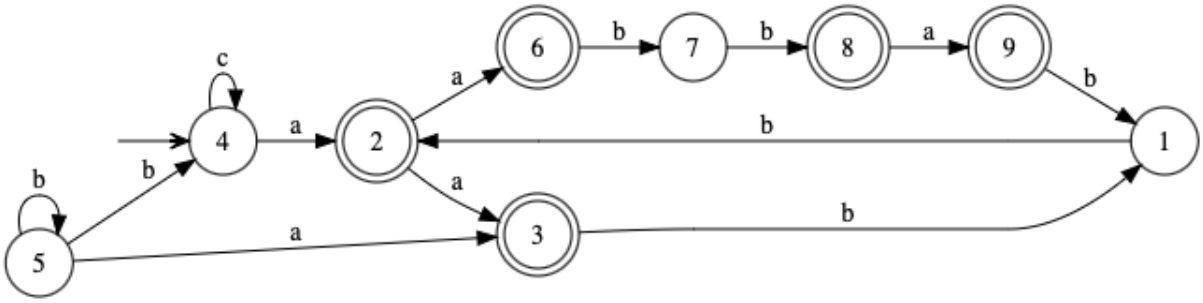
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

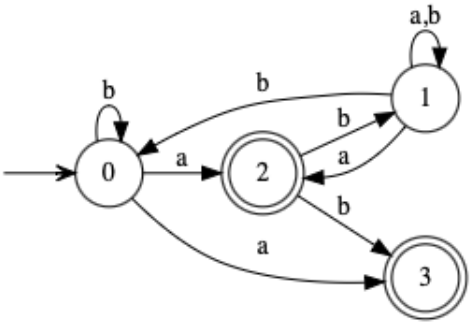
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

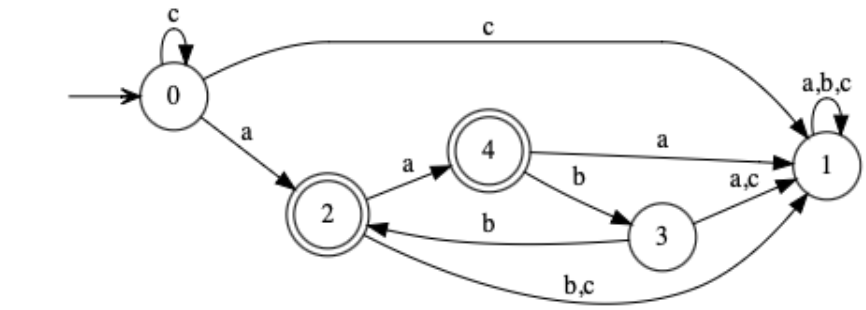


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

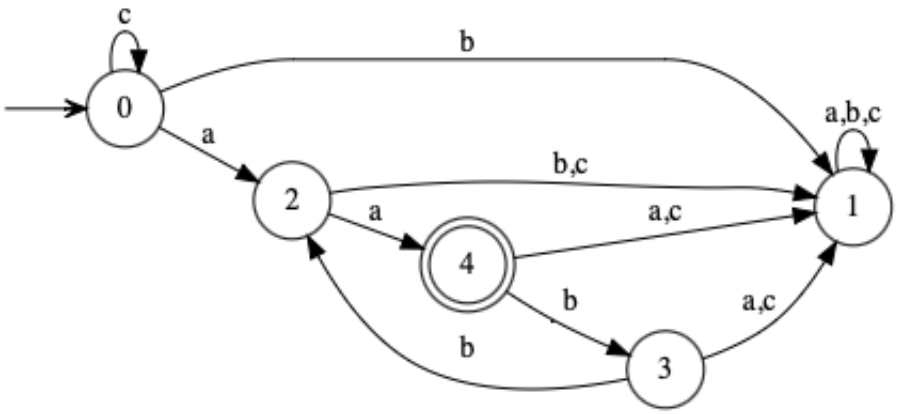


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

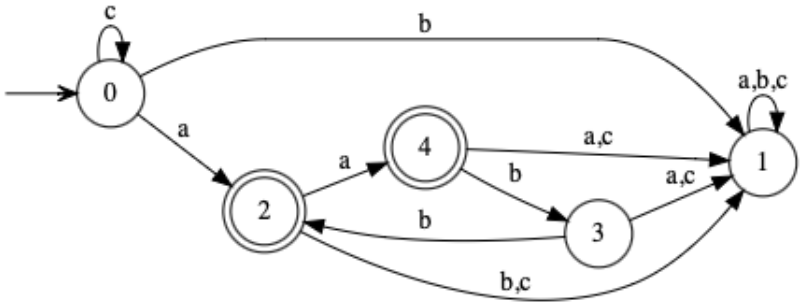
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



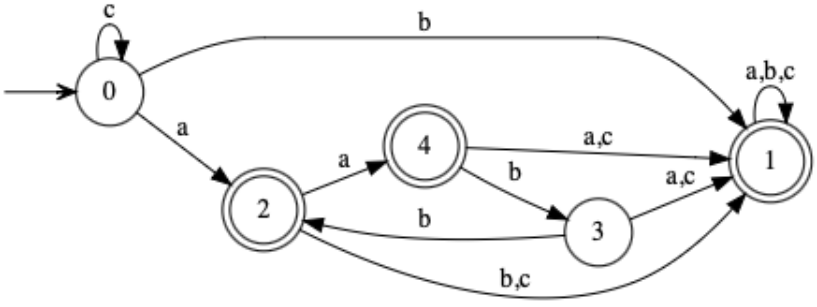
(-i-)



(-ii-)

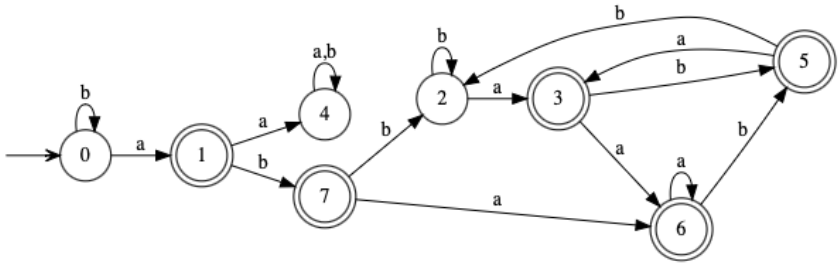


(-iii-)

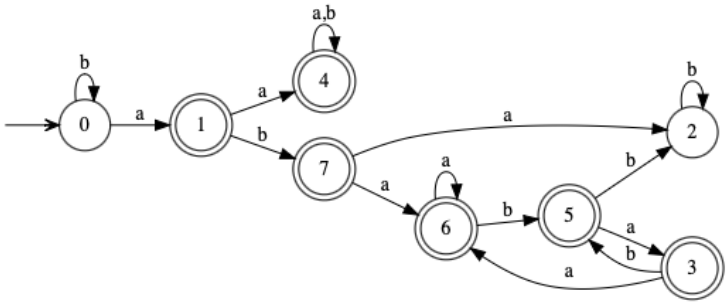


(-iv-)

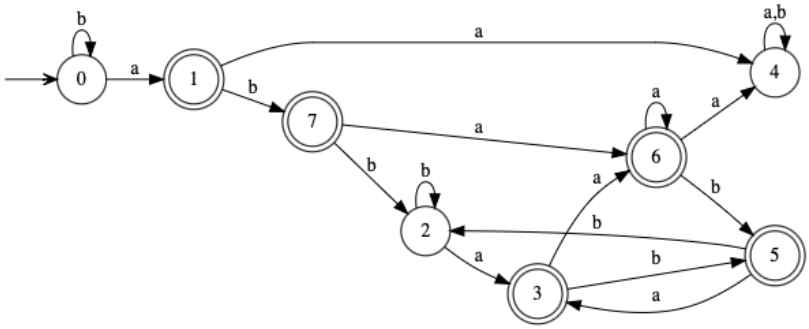
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



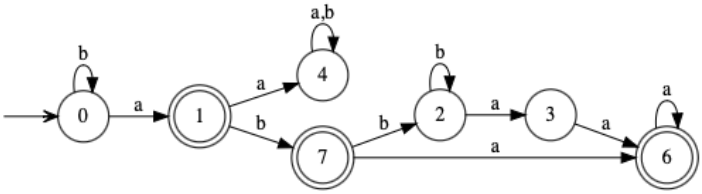
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+175/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e ■

Question 3 : a ■ c d e

Question 4 : a b ■ d e f g h

Question 5 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 6 : a b c ■ e f

Question 7 : ■ b ■ d e f ■ ■ i j

Question 8 : ■ b c d e f

Question 9 : a ■ c d e f

Question 10 : a b c ■ e f

Question 11 : ■ b ■ ■ e f g h i

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
d Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
b Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

d Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

e Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

f Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

c La longueur du mot vide est 1.

d Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

b Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

c Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

d Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

h Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

i Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états ■ 16 états c 20 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 16 états c 32 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont identiques.
b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états ■ 4 états c 2 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- [b] la Figure 3-iv-
[c] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [d] la Figure 3-iii-
[e] la Figure 3-ii- [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

[a] 0 [b] 6 [c] 7 [d] 1 [e] 2 [f] 5 [g] 3 ■ 4

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

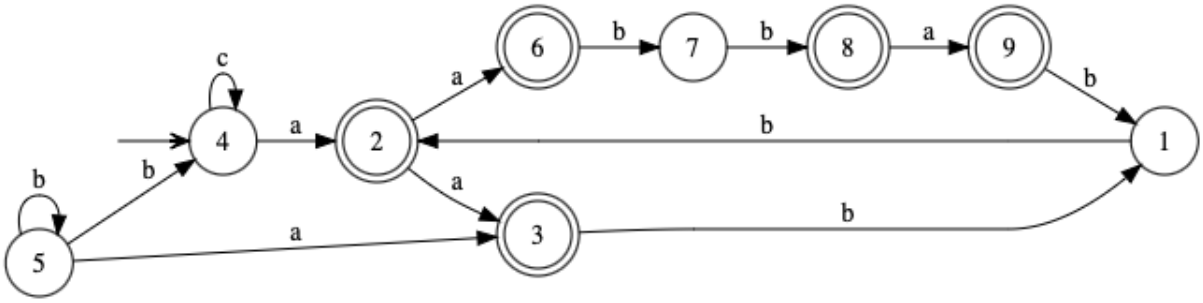
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

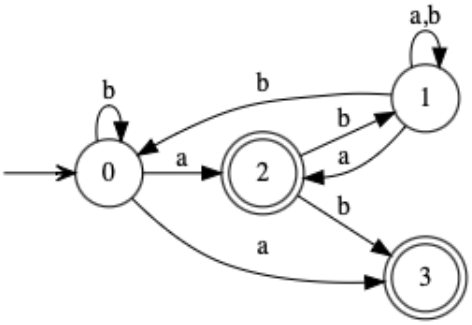
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

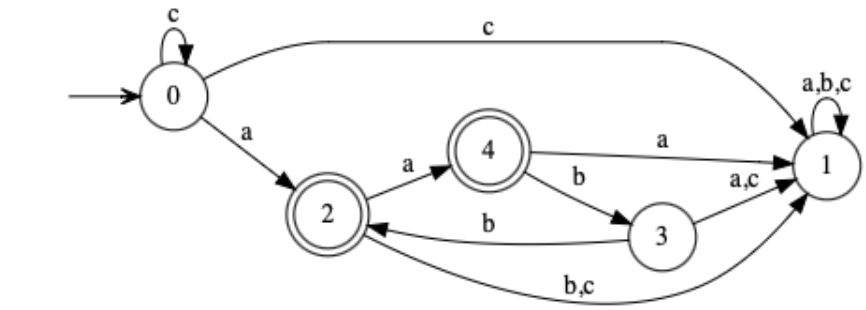


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

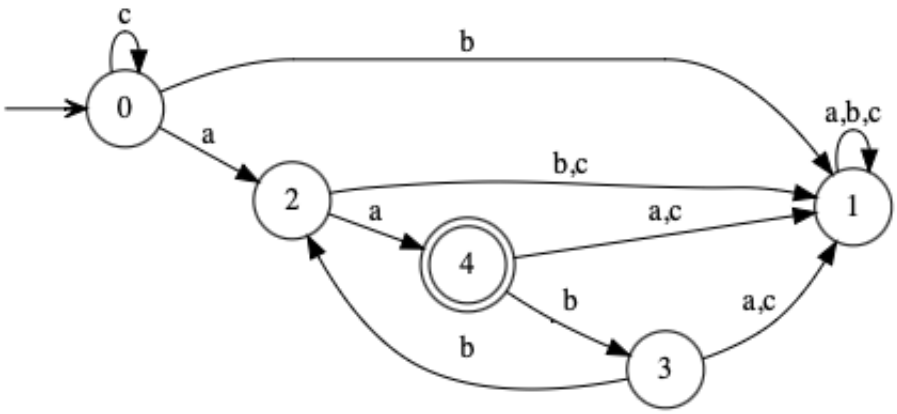


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

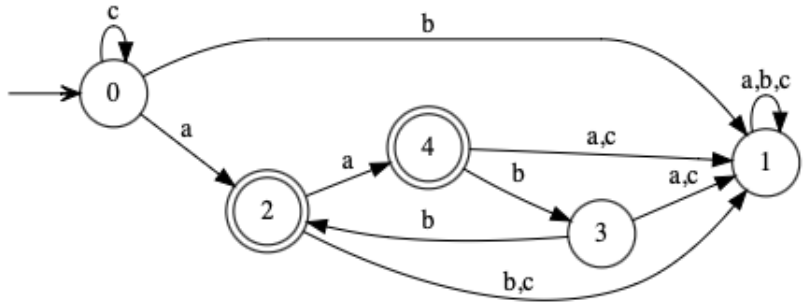
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



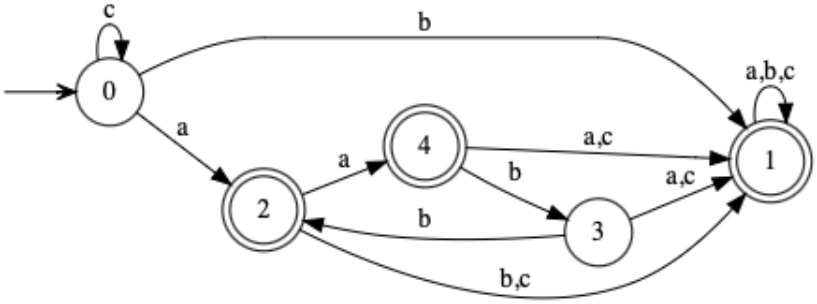
(-i-)



(-ii-)

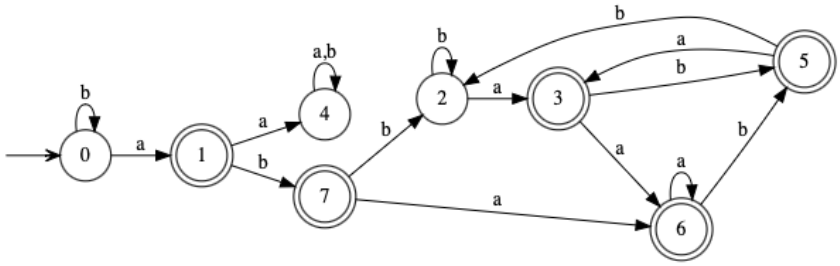


(-iii-)

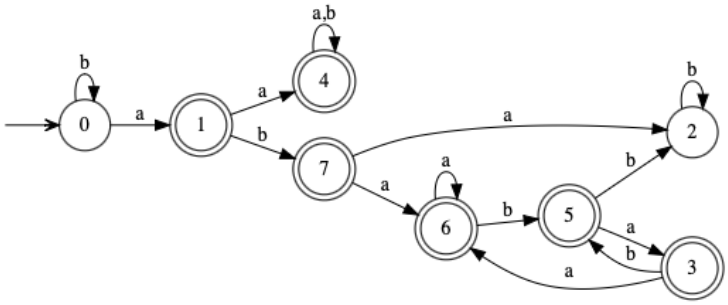


(-iv-)

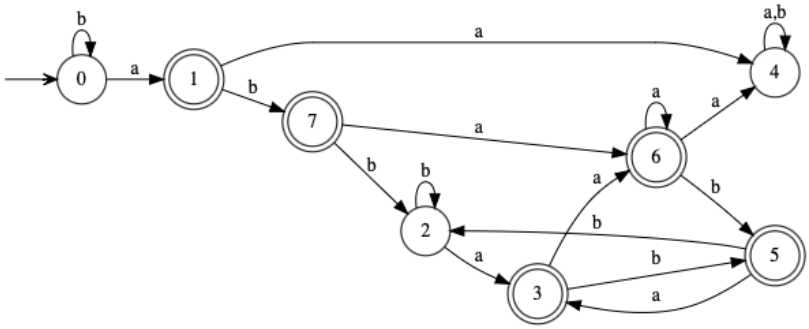
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



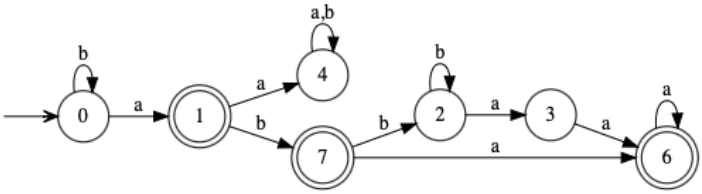
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+176/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f g h

Question 3 : a b ■ d e f

Question 4 : ■ b ■ d e f ■ ■ i j

Question 5 : ■ b c d ■ ■ g h i

Question 6 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 7 : a ■ c d e f

Question 8 : a b c d e ■

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : ■ b c d e

Question 11 : a ■ c d e f

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a b c d e f g ■

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 8 états [c] 20 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
[b] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
[c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

g Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

h Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

i Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

j Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 6 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états b 8 états c 2 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 32 états ■ 16 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

b Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

d Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

e Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

g Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^*+10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

b Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

d Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

e La longueur du mot vide est 1.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-ii-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-iv-
c la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i- e la Figure 3-iii-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 5 ☐ b 6 ☐ c 2 ☐ d 0 ☐ e 1 ■ 4 ☐ g 3 ☐ h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

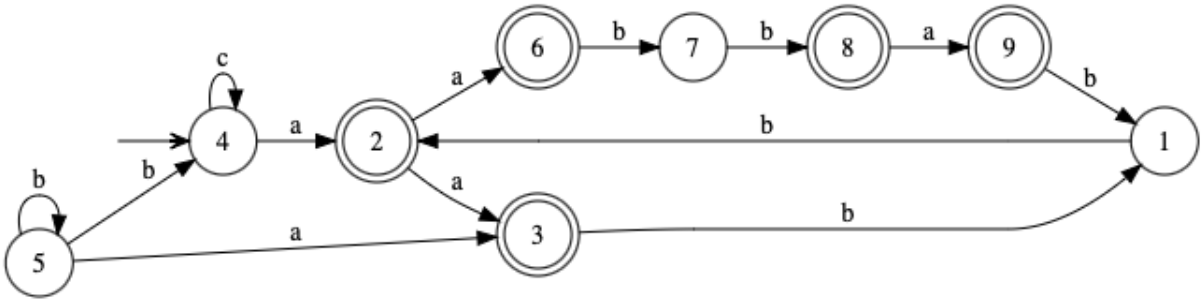
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

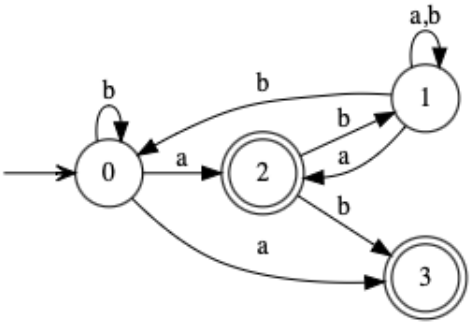
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

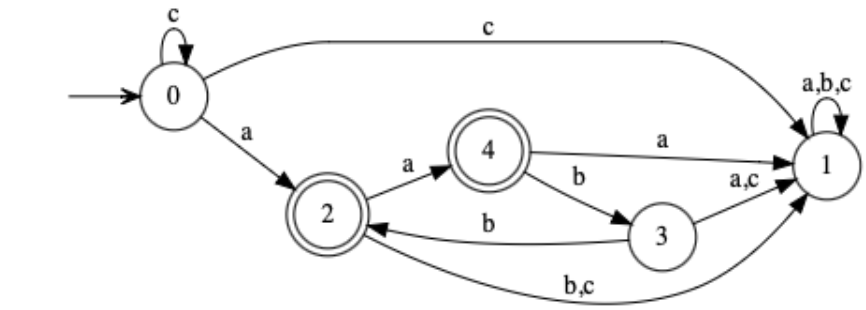


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

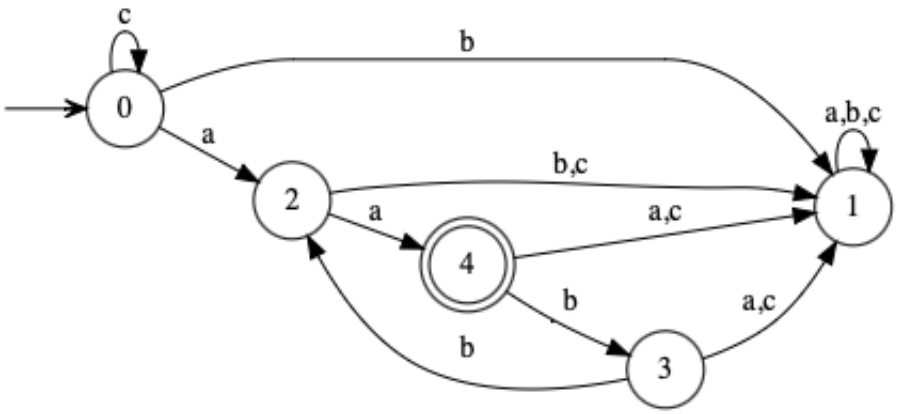


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

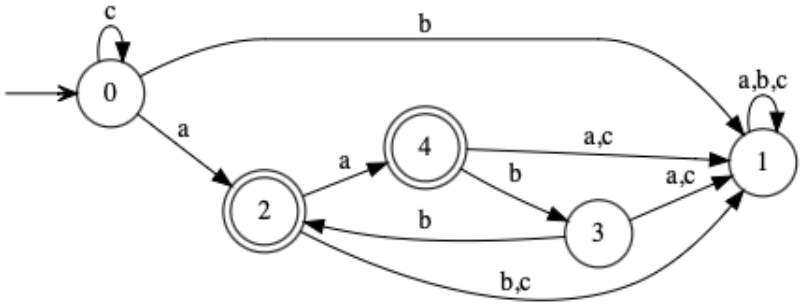
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



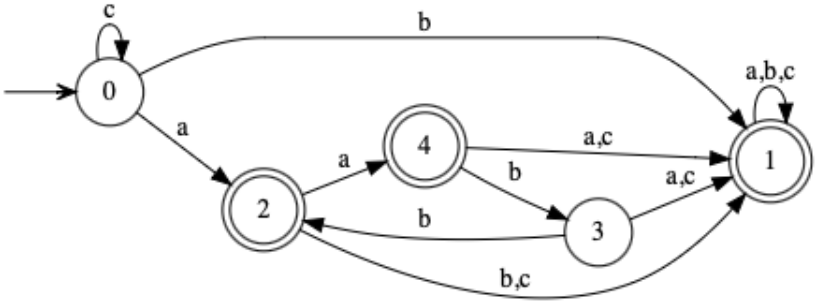
(-i-)



(-ii-)

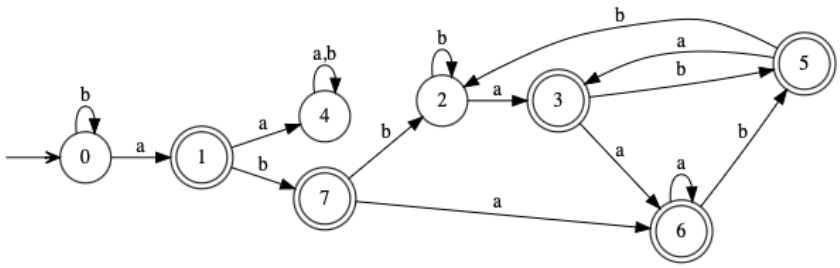


(-iii-)

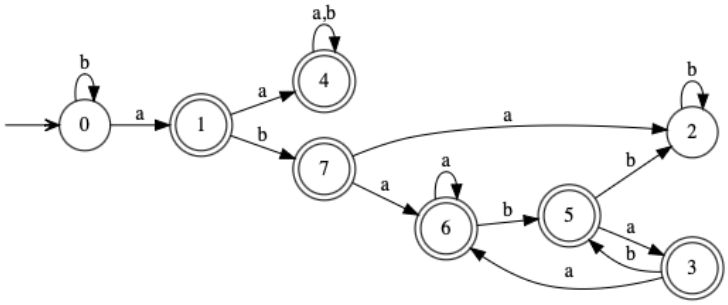


(-iv-)

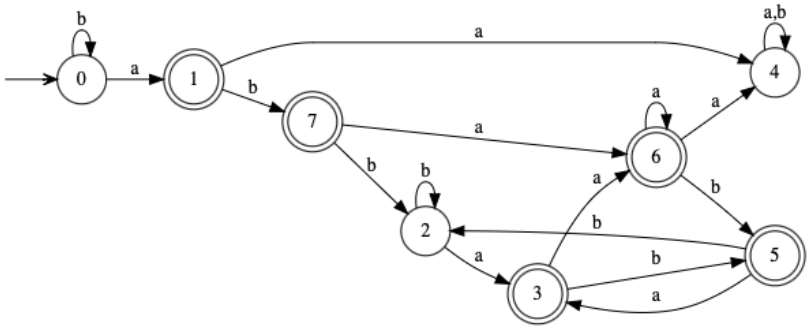
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



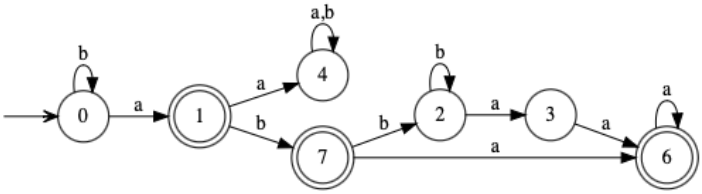
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+177/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e ■

Question 3 : a b ■ d e f

Question 4 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 5 : a ■ c d e

Question 6 : a b c ■ e f

Question 7 : a b ■ d e f

Question 8 : ■ b ■ d e ■ g ■ i j

Question 9 : a b c d ■ f g h

Question 10 : ■ b c d e f

Question 11 : a ■ ■ d e ■ g h i

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b c d e ■ g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

- [a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
- [b] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
- [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
- [d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
- [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
- [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

- [a] 20 états
- [b] 8 états
- [c] 32 états
- [■] 16 états
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
- [f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [b] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [d] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [e] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [g] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [i] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [j] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 6 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 2 états [■] 4 états [c] 6 états [d] 8 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [b] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [c] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [h] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 8 états c 20 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La longueur du mot vide est 1.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

e Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i-

c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe d la Figure 3-iii-

e la Figure 3-iv- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 2 ☐ b 7 ☐ c 1 ☐ d 0 ☐ e 5 ☐ f 6 ☐ g 3 ■ 4

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

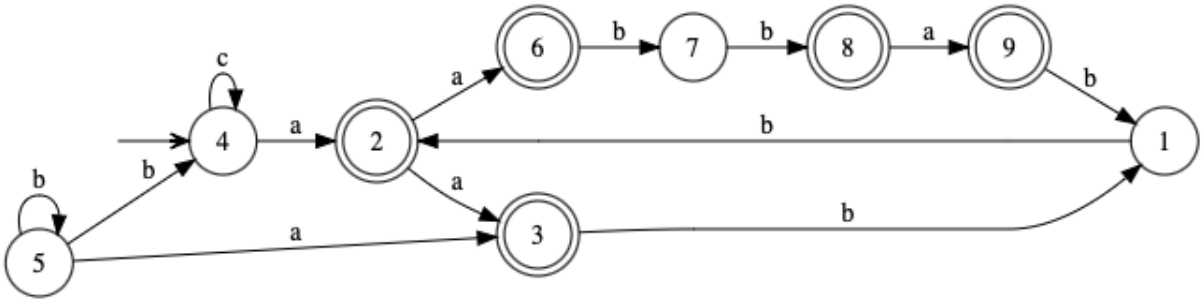
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

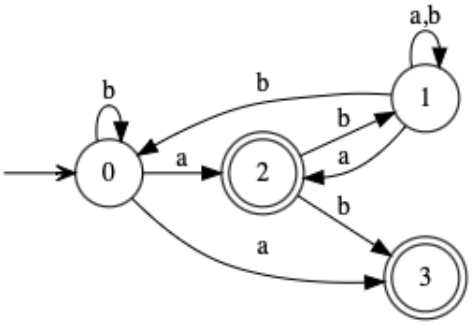
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

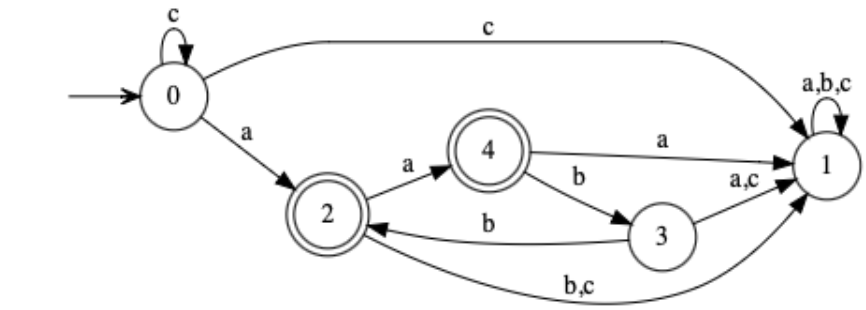


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

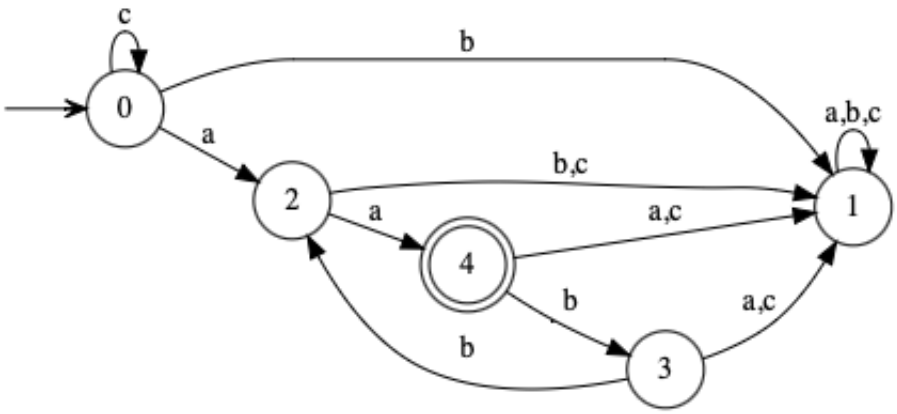


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

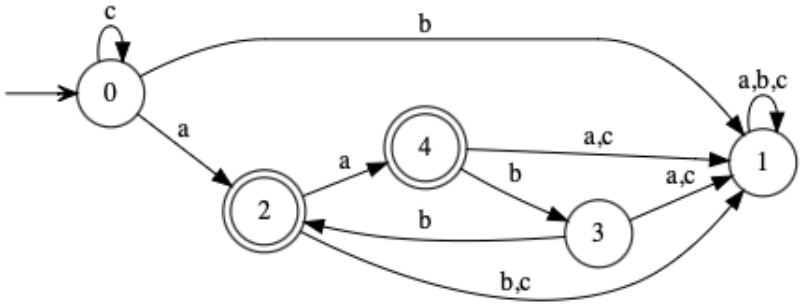
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



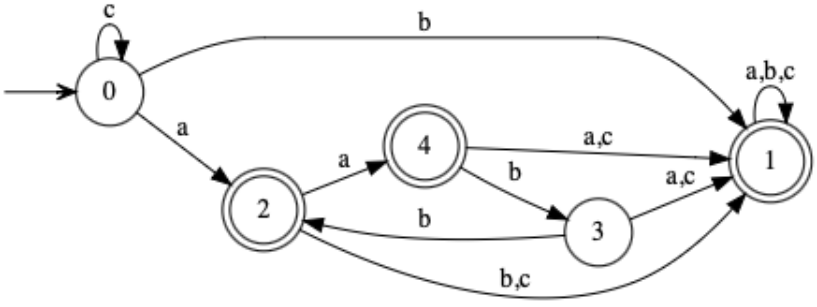
(-i-)



(-ii-)

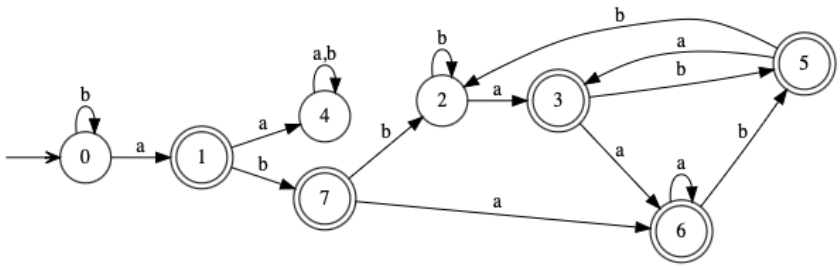


(-iii-)

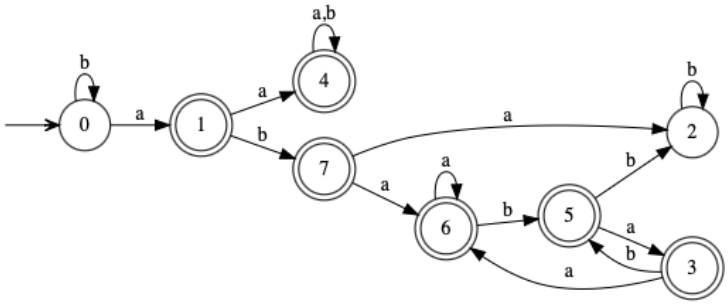


(-iv-)

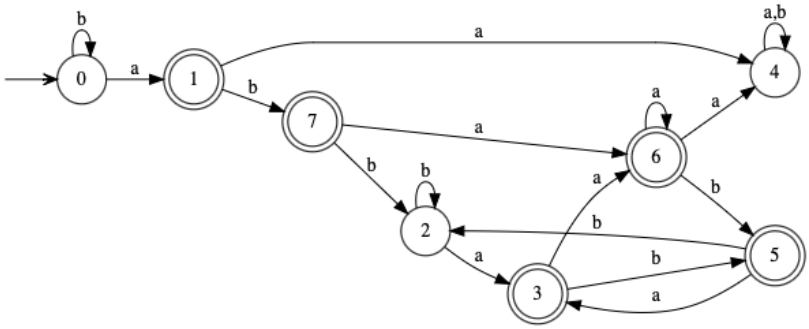
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



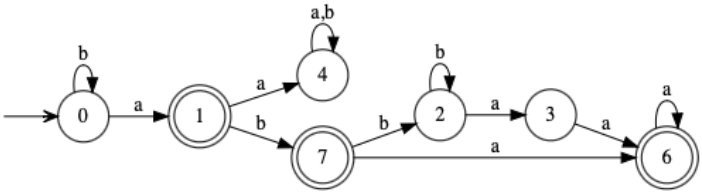
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+178/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 3 : [a] [b] [c] [d] [■] [f] [g] [h]

Question 4 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 5 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] [■] [l]

Question 6 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 7 : [a] [b] [c] [■] [■] [■] [■] [h] [i] [j]

Question 8 : [■] [b] [c] [d] [e]

Question 9 : [a] [b] [c] [d] [e] [■]

Question 10 : [a] [■] [■] [■] [e] [f] [g] [h] [i]

Question 11 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 12 : [■] [b] [c] [d] [e]

Question 13 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 14 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [■]

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [e] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [g] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [h] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états b 2 états c 8 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

d La longueur du mot vide est 1.

e Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

c Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

d Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

i Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

j Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont identiques.

c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 8 états b 32 états c 20 états d 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états ■ 16 états c 8 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-iv-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-ii-

c la Figure 3-iv- d la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 5 ☐ b 3 ■ 4 ☐ d 6 ☐ e 1 ☐ f 2 ☐ g 7 ☐ h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

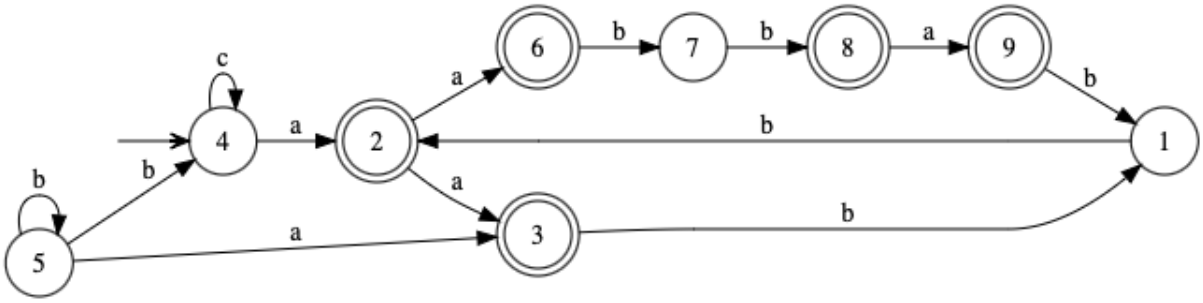
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

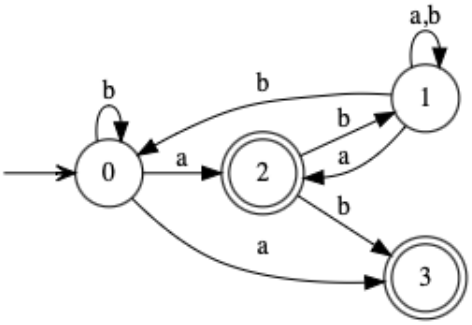
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

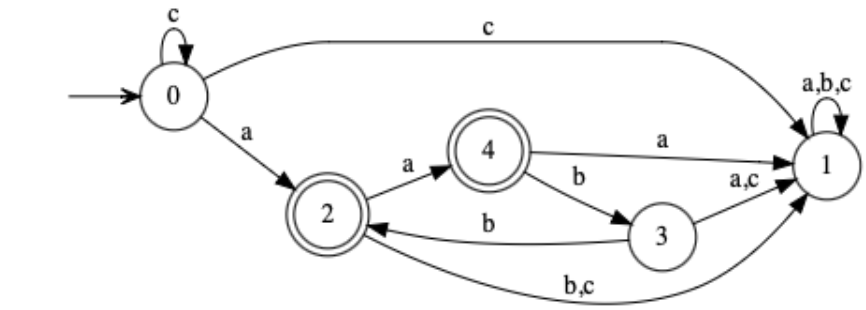


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

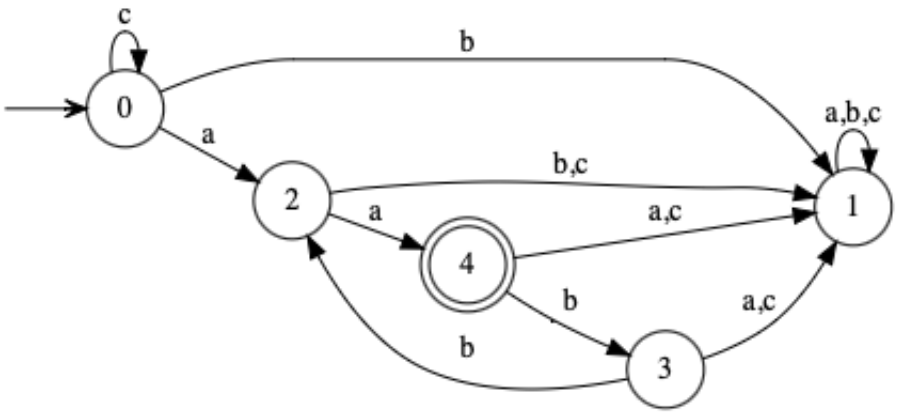


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

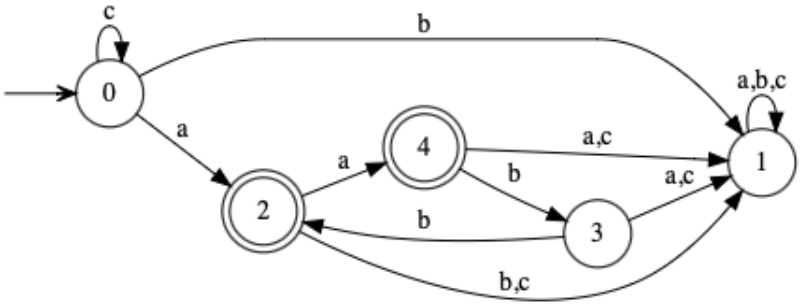
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



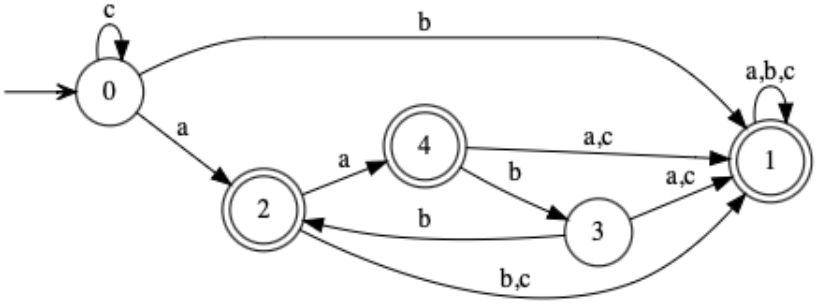
(-i-)



(-ii-)

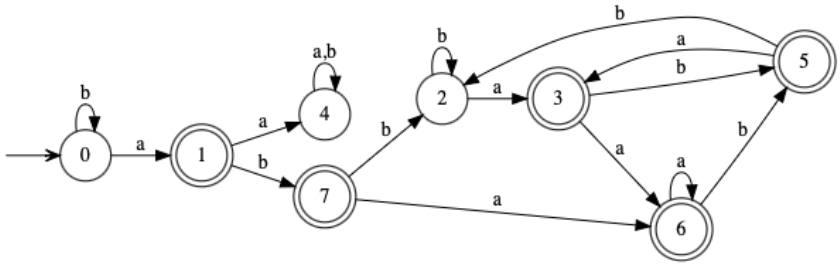


(-iii-)

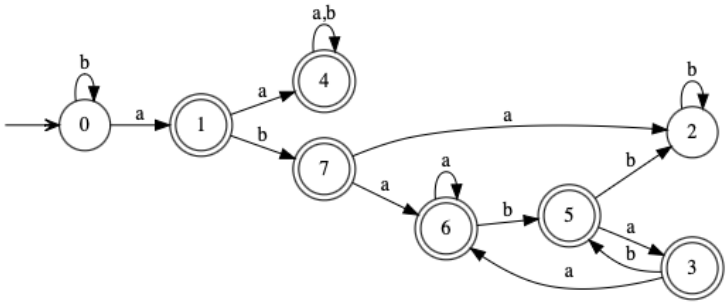


(-iv-)

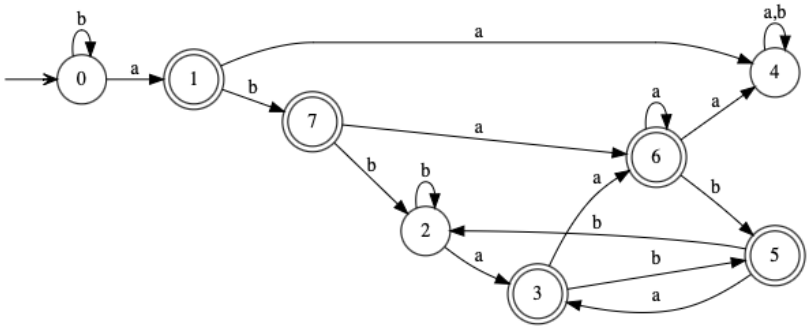
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



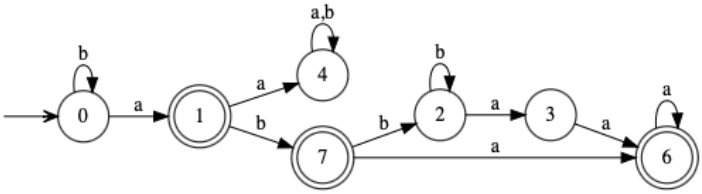
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+179/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ ■ ■ e ■ g h i j

Question 3 : a b c ■ e f

Question 4 : a ■ c d e ■ ■ h i

Question 5 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 6 : a b c ■ e f

Question 7 : a b c d e ■

Question 8 : ■ b c d e

Question 9 : ■ b c d e f

Question 10 : a ■ c d e f

Question 11 : ■ b c d e f g h

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 8 états [c] 32 états [d] 16 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
[c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 6 états [■] 4 états [c] 2 états [d] 8 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [b] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [c] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [f] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [g] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [h] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [i] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [j] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [■] 16 états [c] 20 états [d] 32 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

c Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

f Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

g Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

c La longueur du mot vide est 1.

■ La longueur du mot vide est 0.

e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
c la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i- e la Figure 3-iii-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 0 ☐ b 5 ☐ c 1 ☐ d 7 ☐ e 3 ■ 4 ☐ g 2 ☐ h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

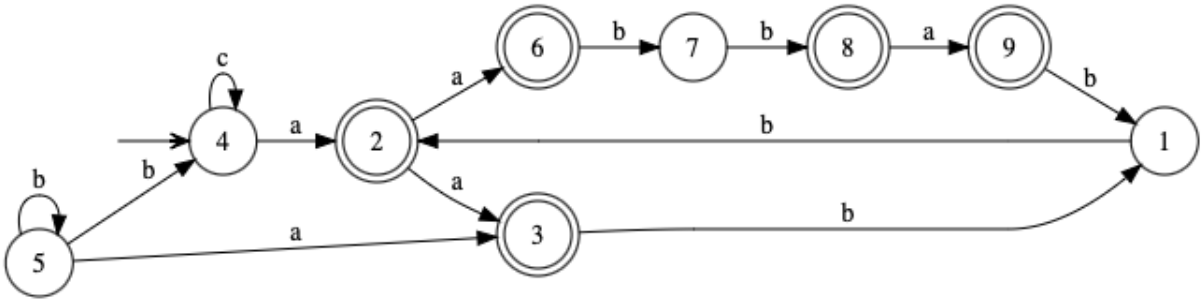
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

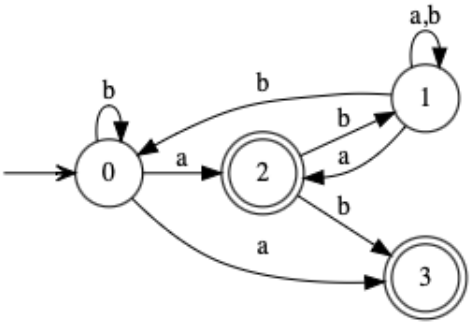
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

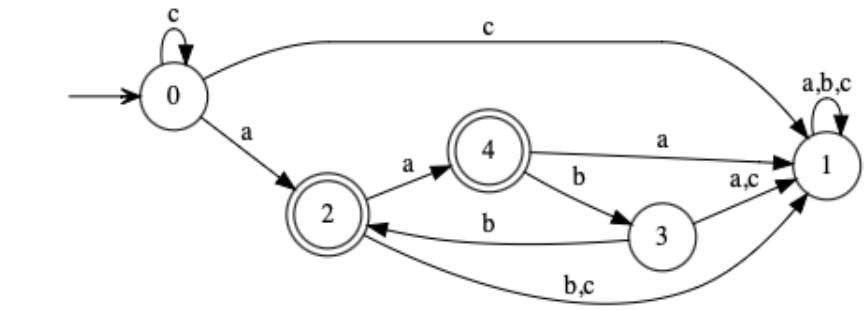


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

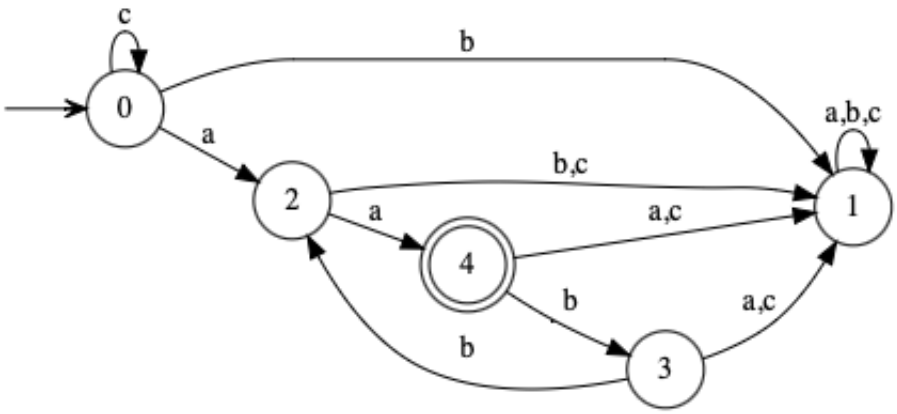


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

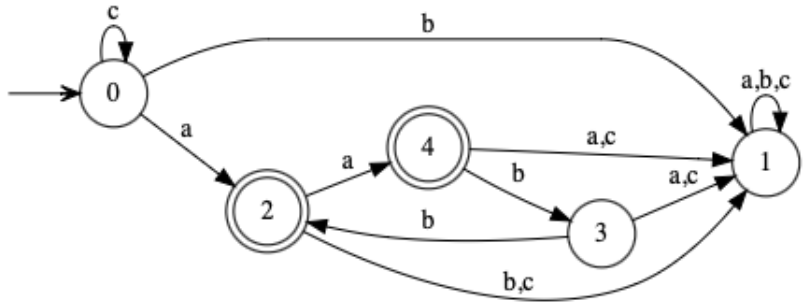
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



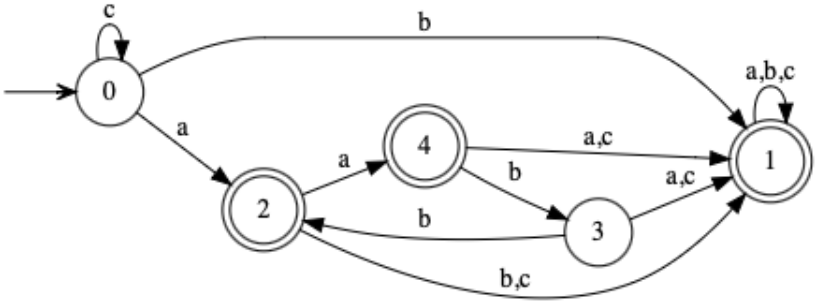
(-i-)



(-ii-)

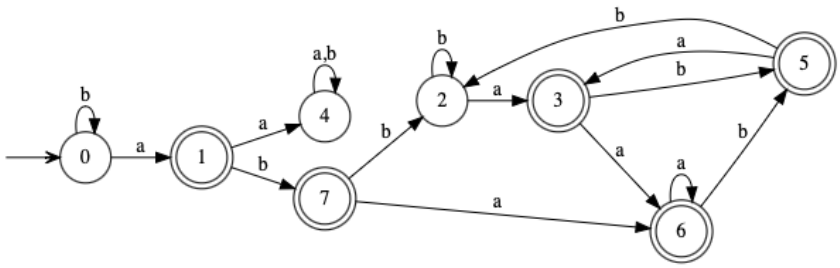


(-iii-)

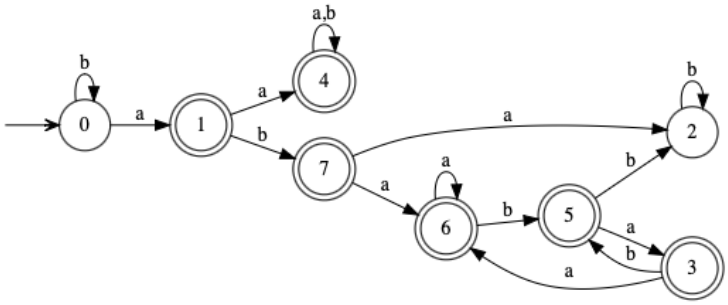


(-iv-)

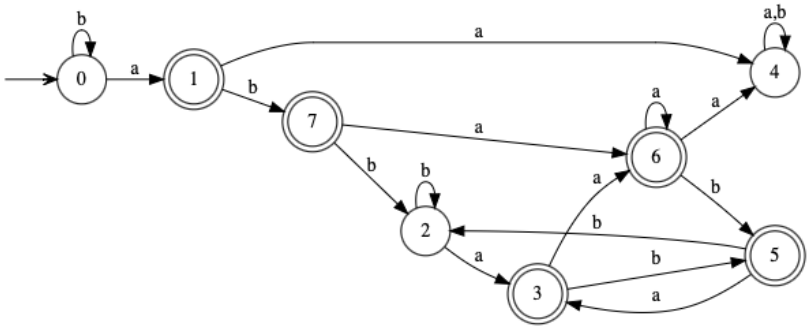
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



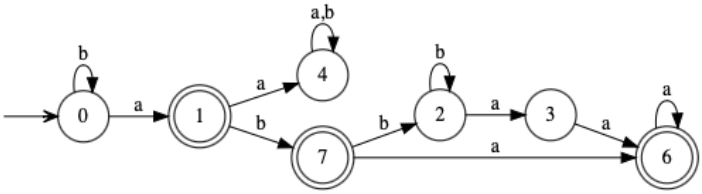
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+180/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e f g h

Question 3 : a b c d e ■

Question 4 : a ■ c d e

Question 5 : a b ■ d e f

Question 6 : a ■ c d e f

Question 7 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 8 : a ■ c d e f

Question 9 : ■ b c d e f

Question 10 : a ■ c ■ ■ f g ■ i j

Question 11 : a b c ■ e ■ ■ h i

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b c d e ■ g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [c] La longueur du mot vide est 1.
- [d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [f] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [b] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [c] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [e] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [f] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [g] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [i] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [j] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- ■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [b] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- ■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- ■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états [b] 32 états [c] 20 états [d] 8 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 20 états c 8 états d 32 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états b 8 états c 6 états ■ 4 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
c Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
f Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
g Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
h Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-iii-
■ la Figure 3-i- d la Figure 3-iv- e la Figure 3-ii-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 1 b 5 c 3 d 2 e 0 f 7 g 6 ■ 4

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

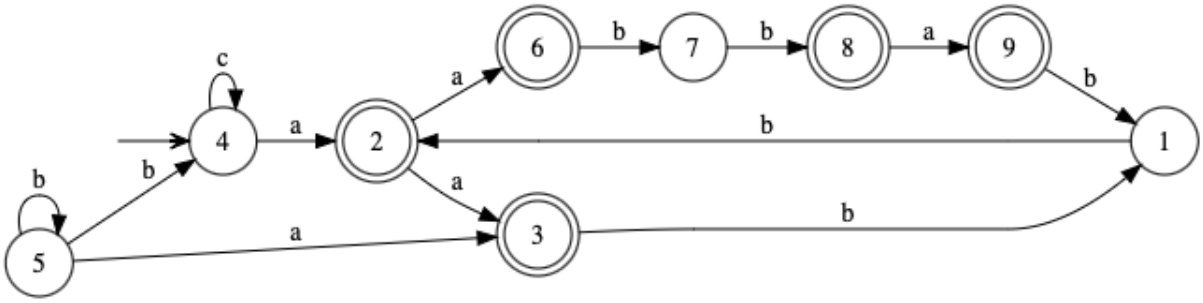
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

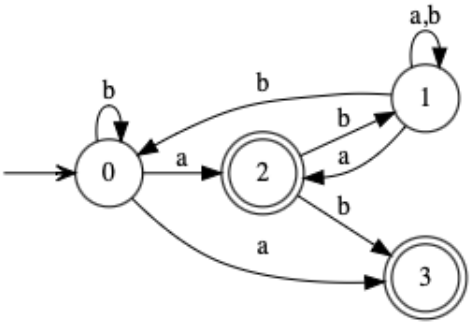
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

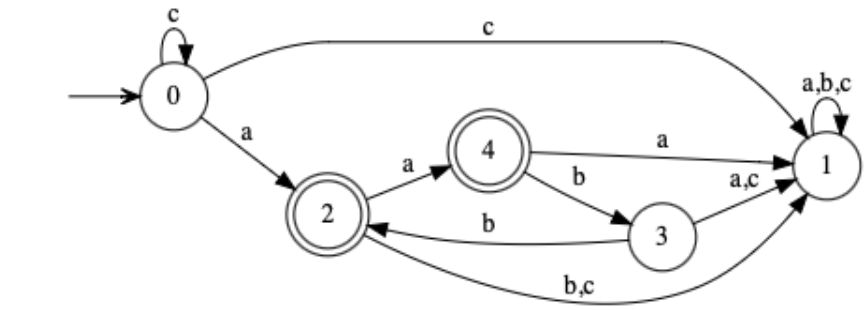


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

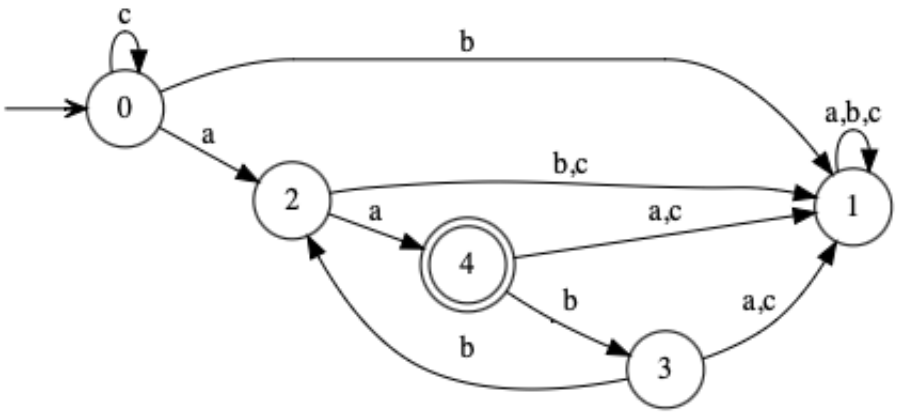


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

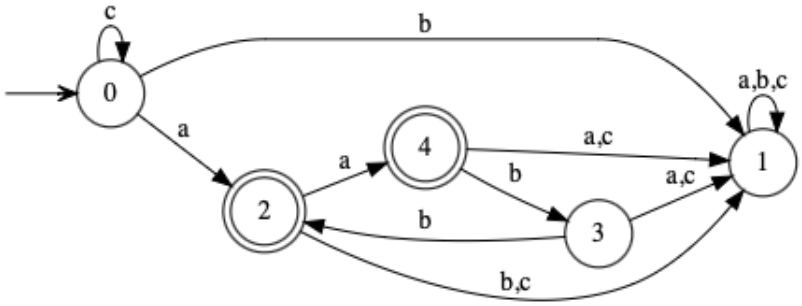
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



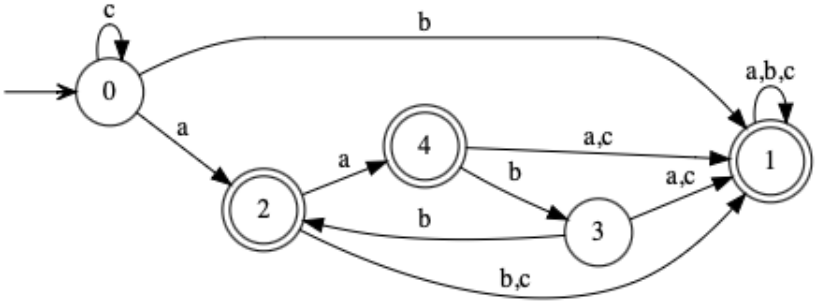
(-i-)



(-ii-)

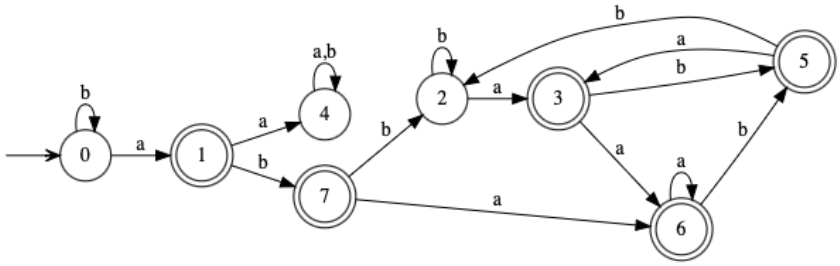


(-iii-)

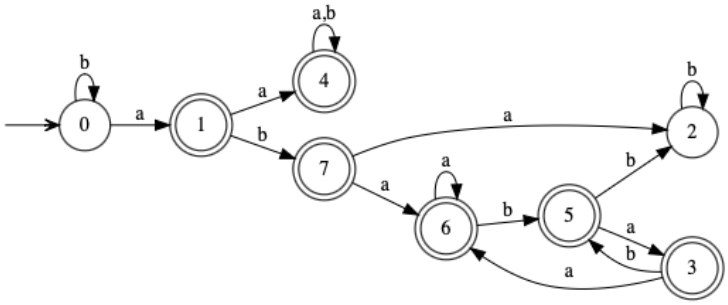


(-iv-)

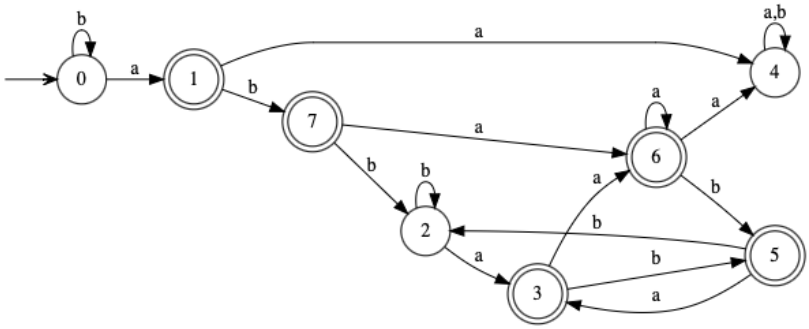
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



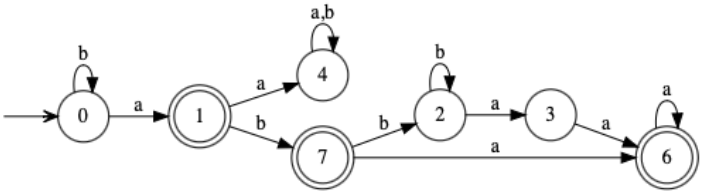
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+181/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e

Question 3 : ■ b c d ■ f ■ h i

Question 4 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 5 : a b c ■ e f

Question 6 : a b c ■ e f

Question 7 : ■ b c d e f

Question 8 : a b c d e ■

Question 9 : a b ■ d e f g h

Question 10 : a b c ■ e f

Question 11 : ■ ■ c ■ ■ f g h i j

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b c d e f g ■

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [d] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [e] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [f] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [g] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [i] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [j] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 2 états c 8 états d 6 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états b 8 états ■ 16 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

b Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

e Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

f Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

h Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 32 états [c] 8 états [d] 16 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
[b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
[c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
[d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
[c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
[e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
■ La longueur du mot vide est 0.
[g] La longueur du mot vide est 1.
[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-ii-. [b] la Figure 2-i-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
■ la Figure 2-iii-. [d] la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [b] la Figure 3-iii-
[c] la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i- [e] la Figure 3-iv-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 1 ☐ b 7 ■ 4 ☐ d 6 ☐ e 5 ☐ f 0 ☐ g 3 ☐ h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

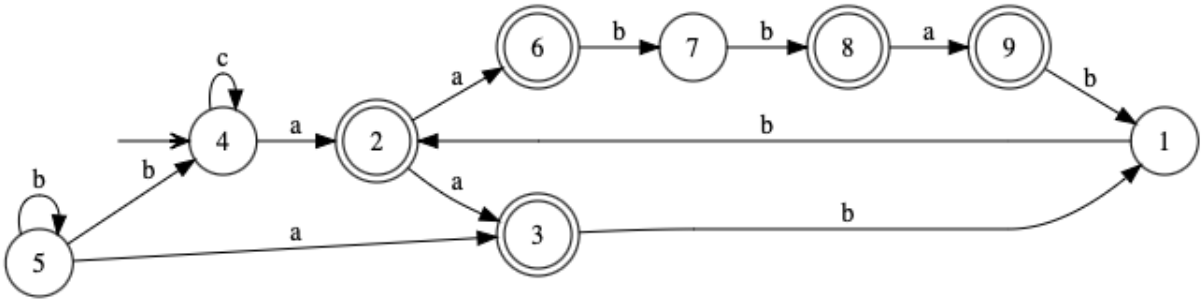
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

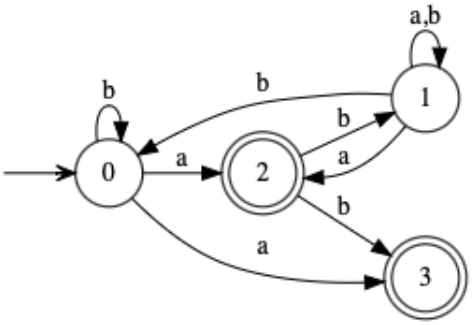
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

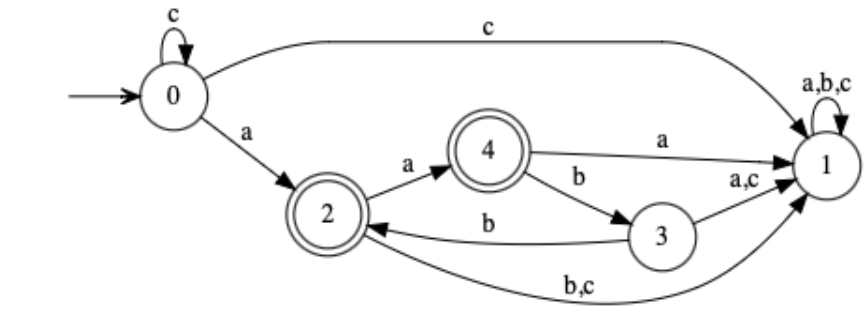


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

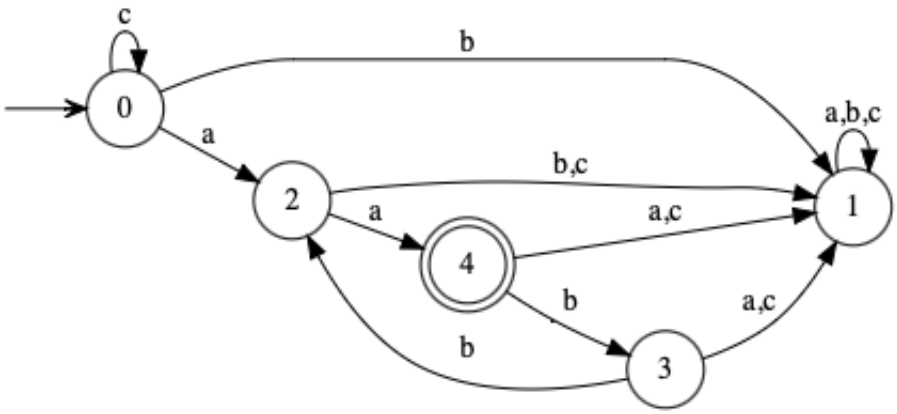


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

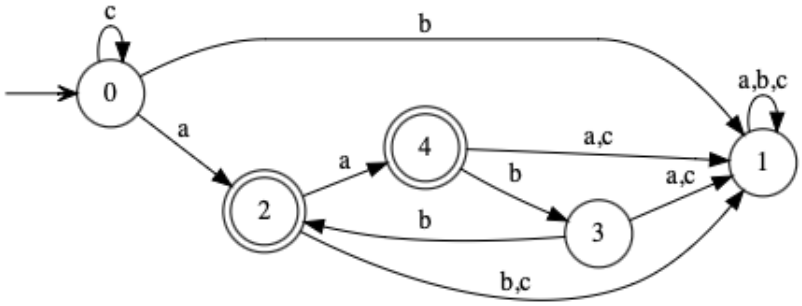
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



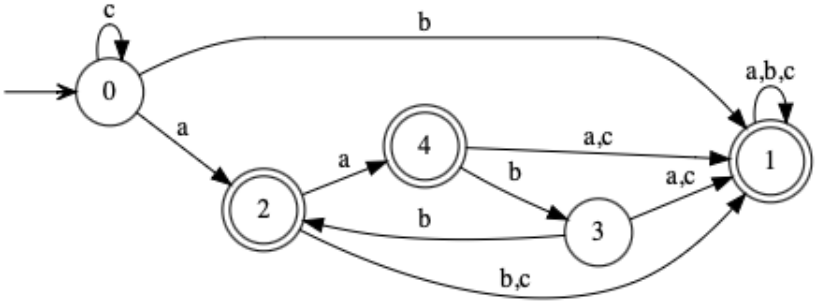
(-i-)



(-ii-)

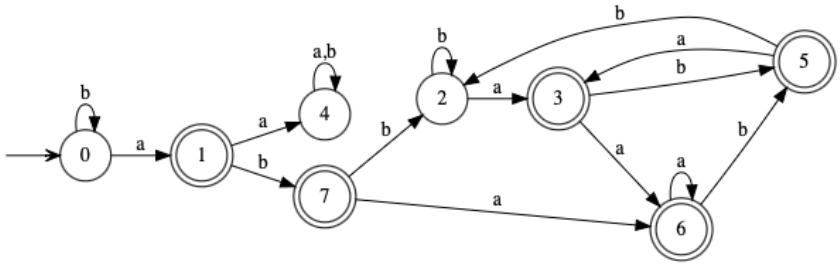


(-iii-)

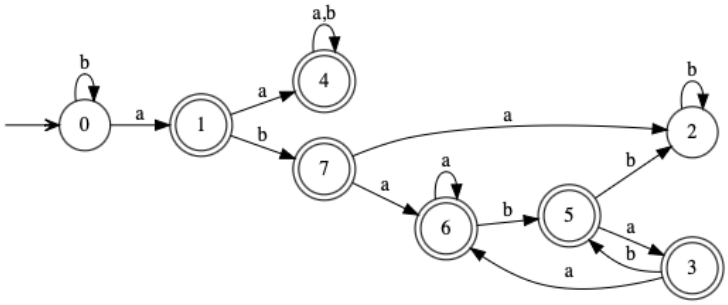


(-iv-)

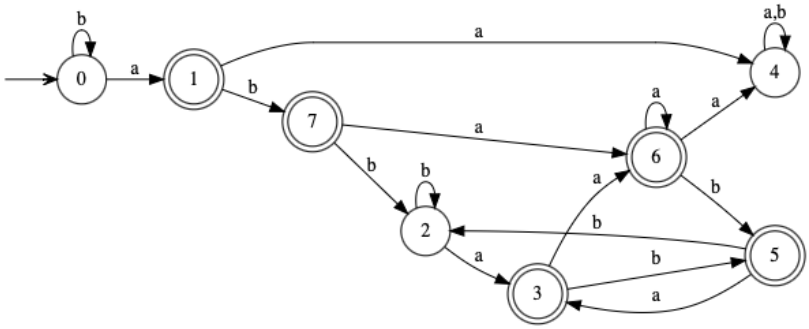
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



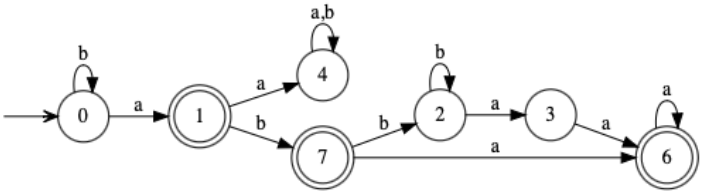
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+182/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 3 : ■ b c d e f

Question 4 : ■ b c d e f

Question 5 : a b ■ d e f

Question 6 : ■ b c d e

Question 7 : ■ b ■ ■ e f ■ h i j

Question 8 : a b c d e ■

Question 9 : ■ b c d e f

Question 10 : ■ b c d e f g h

Question 11 : a ■ c ■ e ■ g h i

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [b] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [c] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [d] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [e] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [h] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [i] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [j] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

f La longueur du mot vide est 1.

g Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

b Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

e Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

g Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

h Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états ■ 16 états c 32 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[■] 4 états [b] 2 états [c] 8 états [d] 6 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 32 états [c] 8 états [d] 20 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-i-. [■] la Figure 2-iii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-iv-. [d] la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
■ la Figure 3-i- d la Figure 3-iv- e la Figure 3-ii-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 6 b 7 c 3 ■ 4 e 0 f 1 g 2 h 5

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

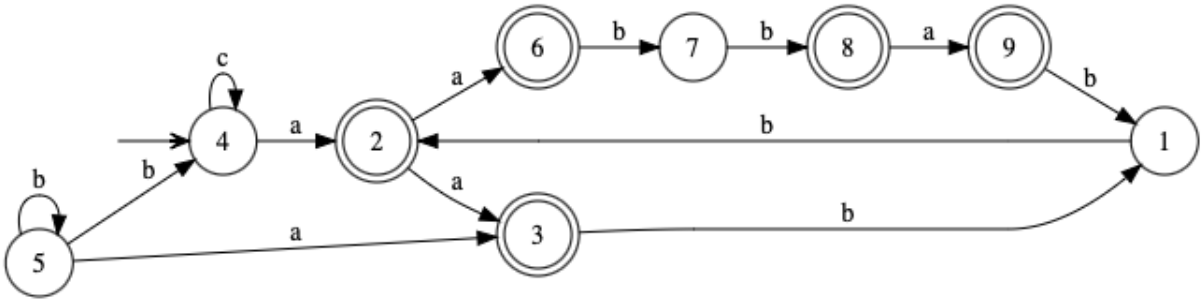
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

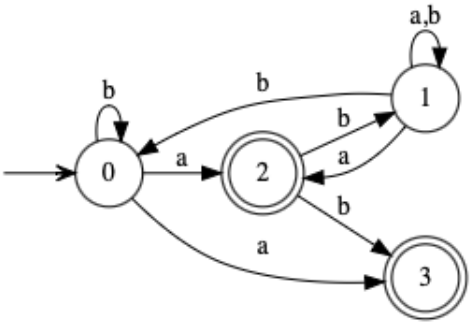
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

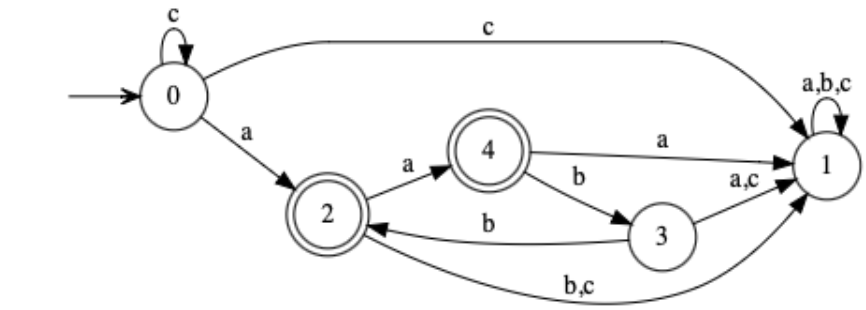


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

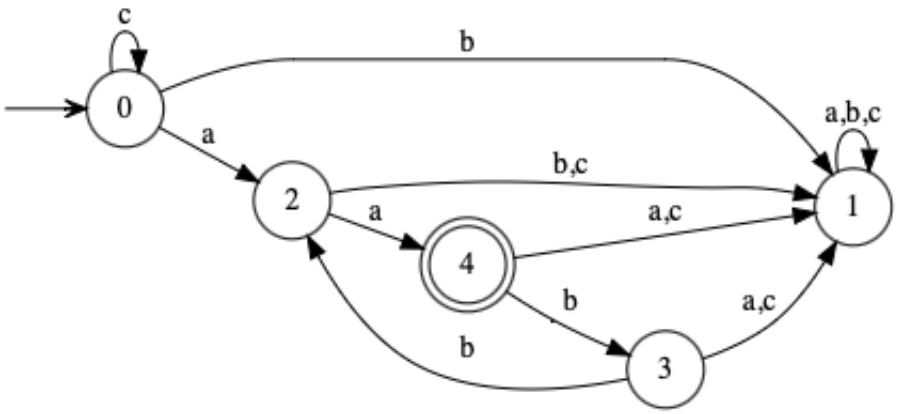


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

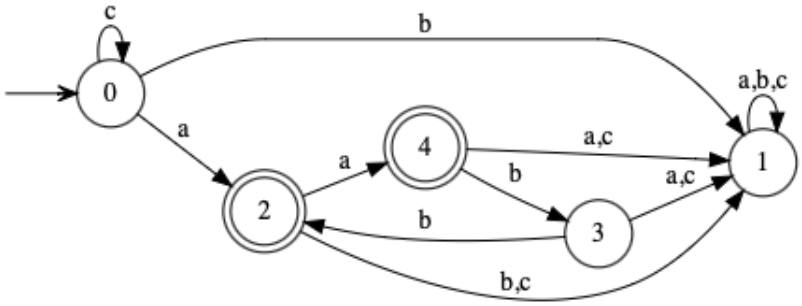
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



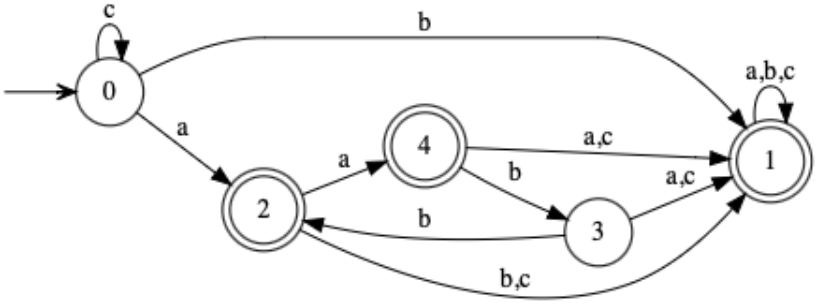
(-i-)



(-ii-)

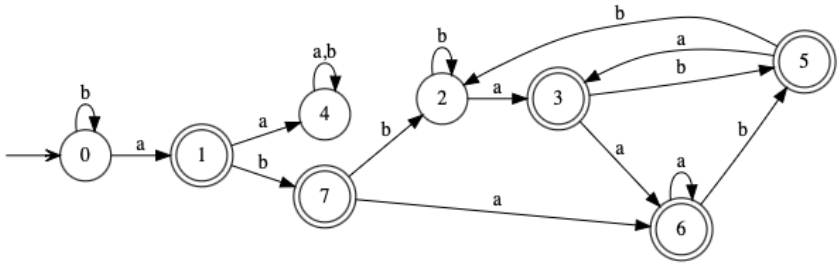


(-iii-)

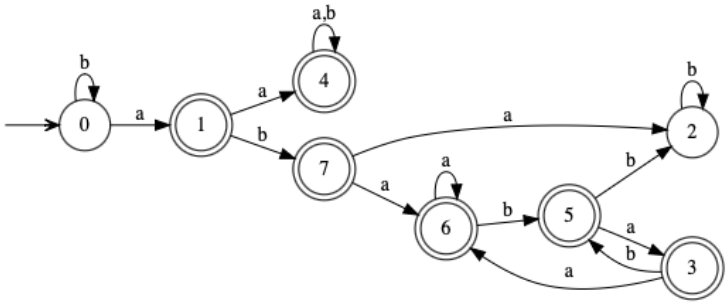


(-iv-)

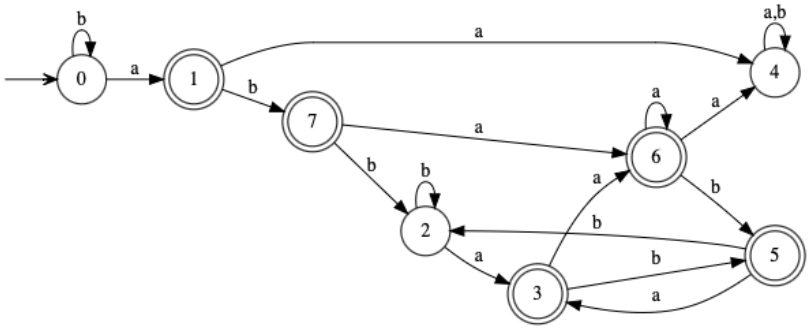
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



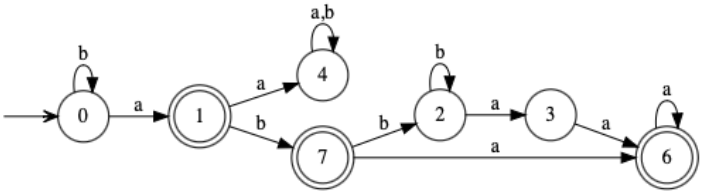
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+183/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 3 : ■ ■ c d ■ f g h i

Question 4 : a b c ■ e f

Question 5 : ■ b ■ ■ e ■ g h i j

Question 6 : a b c d ■ f g h

Question 7 : a ■ c d e f

Question 8 : a b ■ d e f

Question 9 : ■ b c d e f

Question 10 : a b c d e ■

Question 11 : ■ b c d e

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

☐ a 8 états ☐ b 32 états ☐ c 20 états ☐ d 16 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. ☐ b $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ☐ c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
☐ d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. ☐ e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ☐ f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
☐ g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
☐ h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

☐ a La longueur du mot vide est 1.
■ La longueur du mot vide est 0.
☐ c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
☐ d Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
☐ f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états b 8 états c 6 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 8 états ■ 16 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

c Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

g Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

j Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

d Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

e Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

g Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont identiques.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-i-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- b la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i- d la Figure 3-ii-
e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 5 ☐ b 2 ☐ c 6 ■ 4 ☐ e 7 ☐ f 0 ☐ g 1 ☐ h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

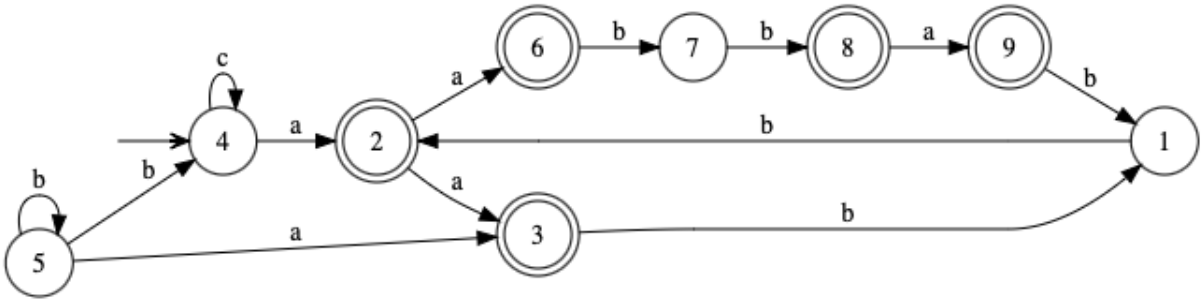
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

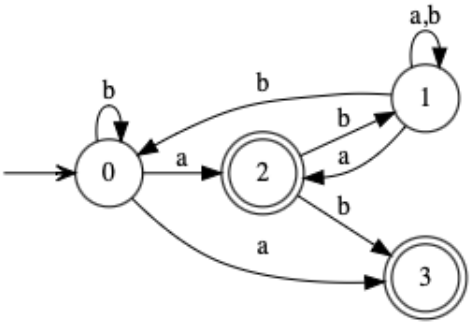
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

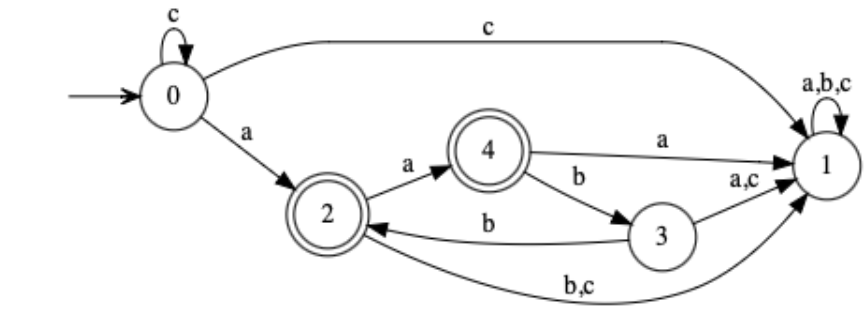


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

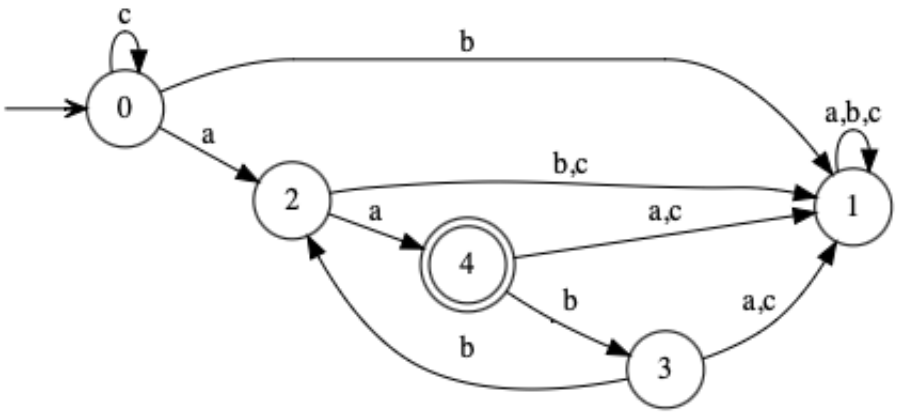


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

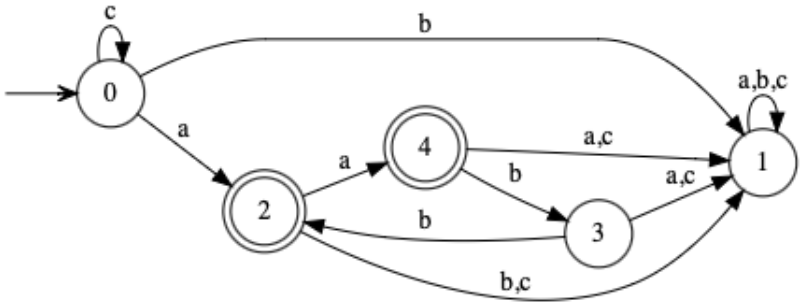
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



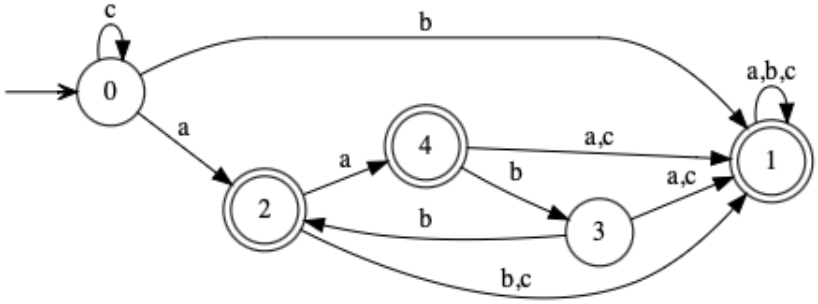
(-i-)



(-ii-)

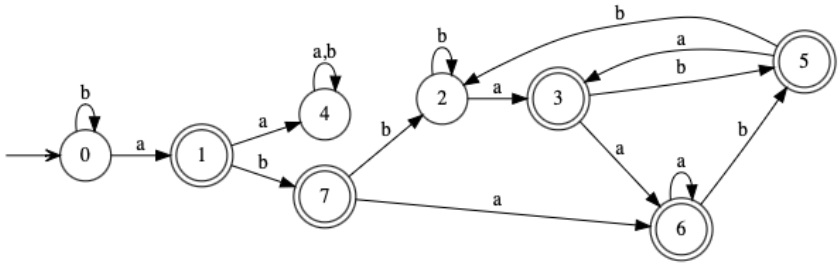


(-iii-)

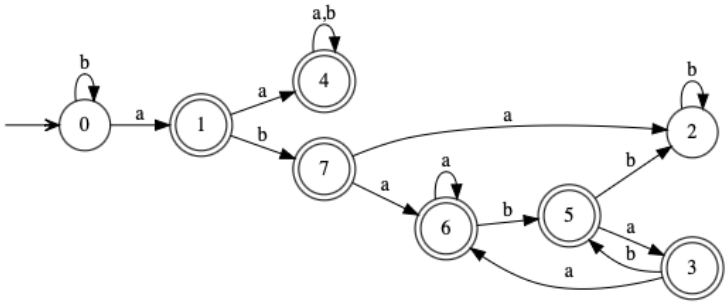


(-iv-)

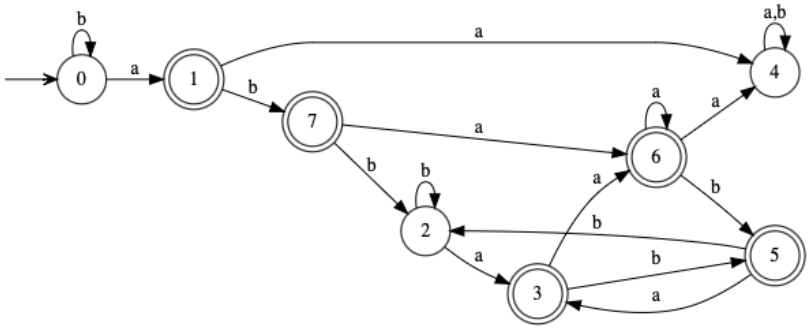
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



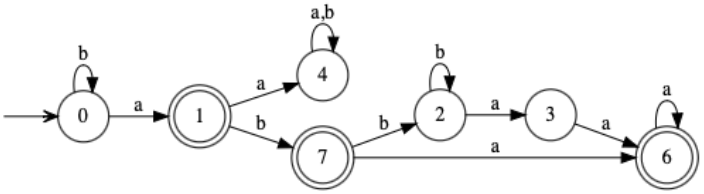
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+184/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e ■

Question 3 : ■ b c d e f g h

Question 4 : a ■ c d ■ f ■ h i

Question 5 : a b c ■ e f

Question 6 : a b c ■ e f

Question 7 : a b ■ d e f

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : ■ b c d e

Question 10 : a ■ ■ d e ■ g ■ i j

Question 11 : a ■ c d e f

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab ■ *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 16 états [c] 8 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[b] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[c] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[e] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[f] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

[c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

[d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[c] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

[d] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

[e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[f] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

[g] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[h] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

[i] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

[j] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [■] 16 états [c] 20 états [d] 32 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[c] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 6 états [c] 2 états ■ 4 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

[b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

[c] La longueur du mot vide est 1.

[d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-iv-. [b] la Figure 2-i-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

[c] la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-

[c] la Figure 3-iv- [d] la Figure 3-iii- [e] la Figure 3-ii-

[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 0 ☐ b 3 ☐ c 1 ☐ d 2 ■ 4 ☐ f 7 ☐ g 6 ☐ h 5

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

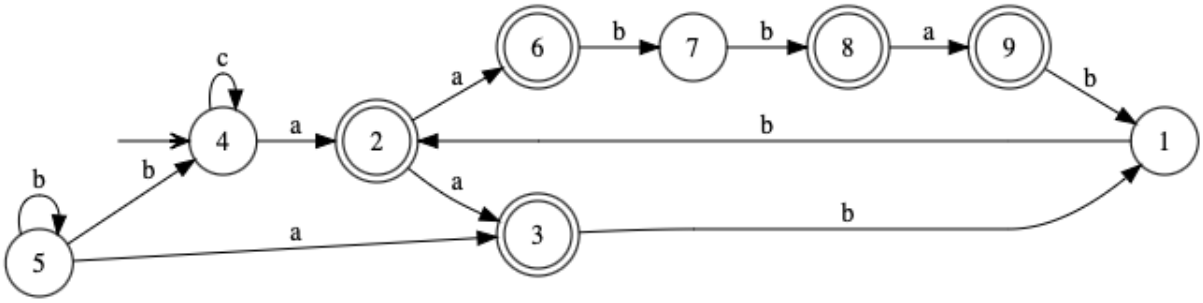
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

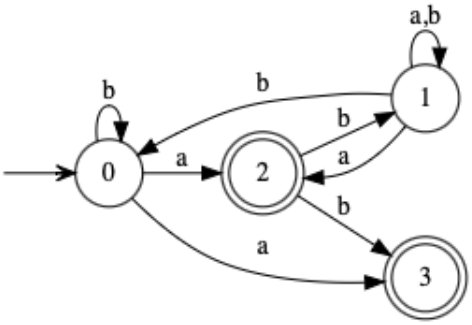
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

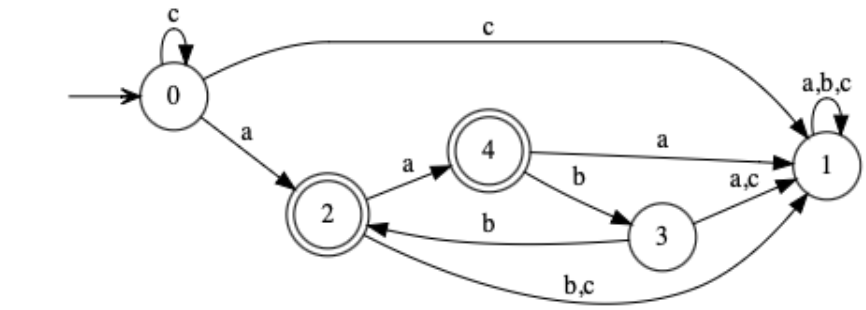


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

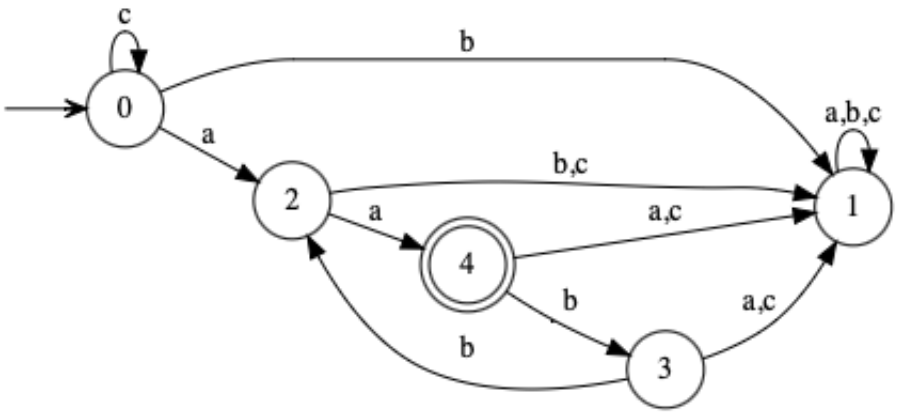


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

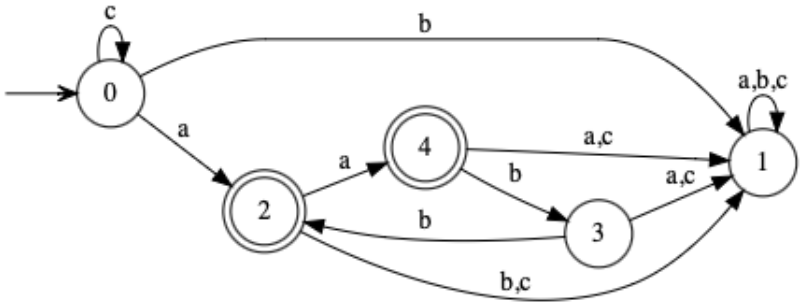
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



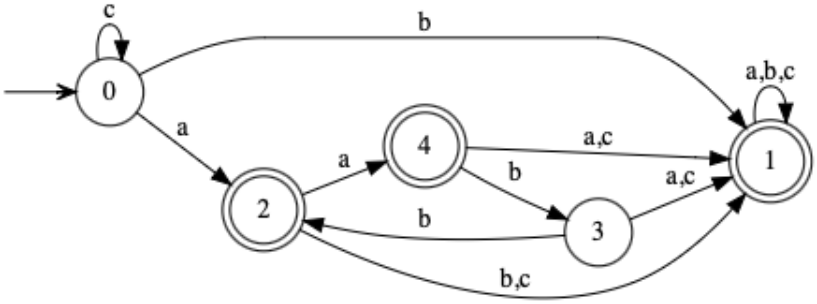
(-i-)



(-ii-)

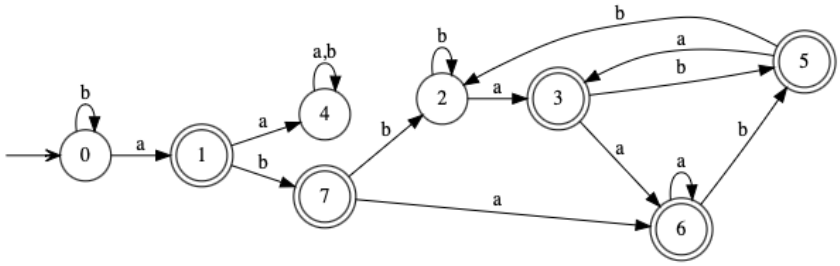


(-iii-)

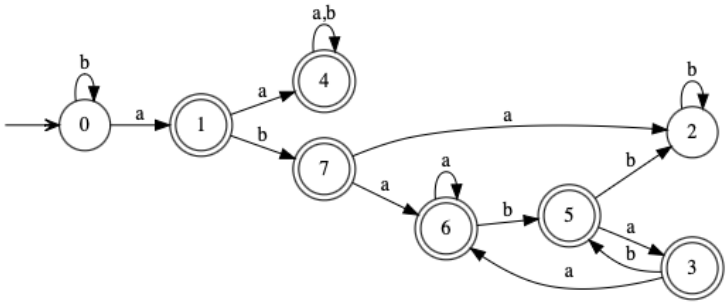


(-iv-)

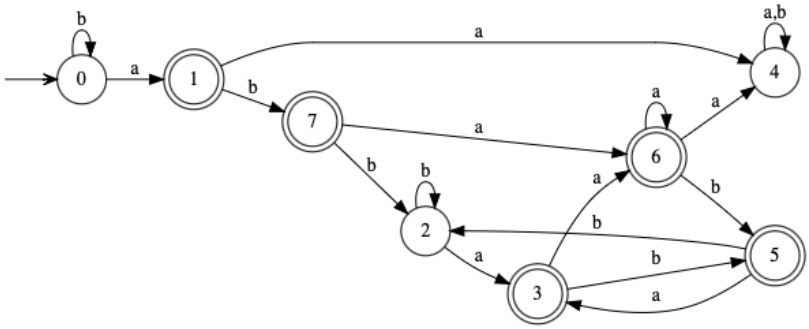
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



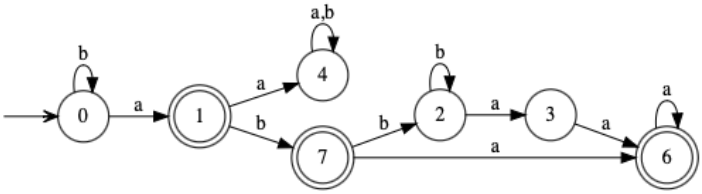
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+185/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e ■

Question 3 : ■ b c ■ e f ■ ■ i j

Question 4 : ■ b c d e f

Question 5 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 6 : a ■ c d e f

Question 7 : ■ b c d e f

Question 8 : a ■ c d e

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : a b c ■ e f g h

Question 11 : a b c d ■ ■ ■ h i

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 2 états [b] 8 états ■ 4 états [d] 6 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 20 états ■ 16 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [e] La longueur du mot vide est 1.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 8 états [c] 20 états [d] 32 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [b] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [d] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [f] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [h] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [j] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[c] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

[■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[e] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[g] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[h] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

[■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-ii-. [■] la Figure 2-iii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

[c] la Figure 2-i-. [d] la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[■] la Figure 3-i- [b] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe

[c] la Figure 3-iv- [d] la Figure 3-iii- [e] la Figure 3-ii-

[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 5 ☐ b 6 ☐ c 7 ☐ d 3 ☐ e 0 ■ 4 ☐ g 2 ☐ h 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

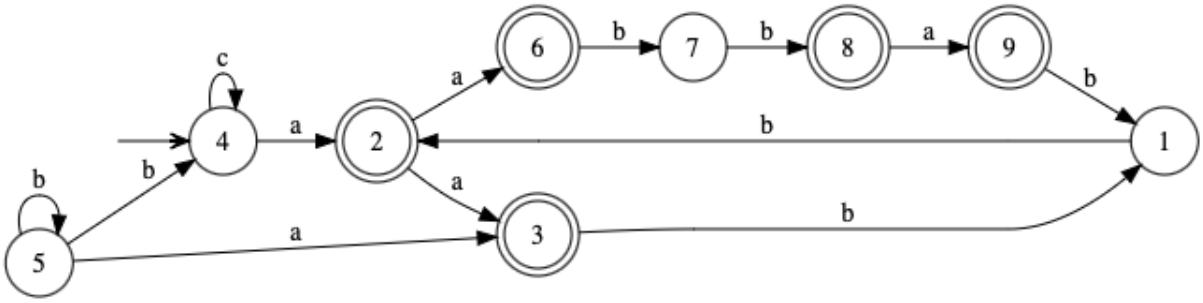
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

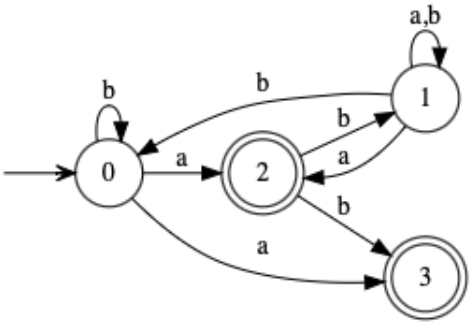
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

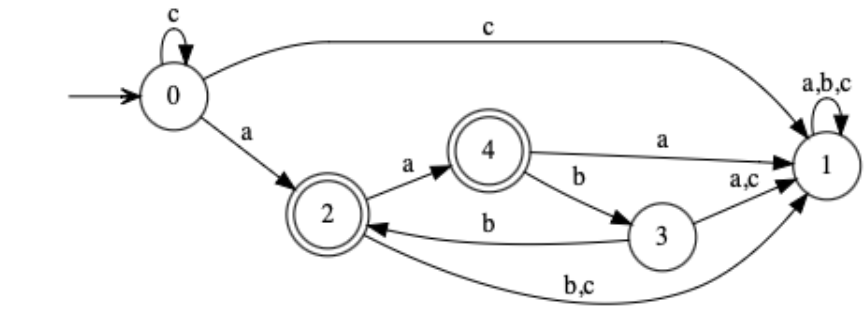


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

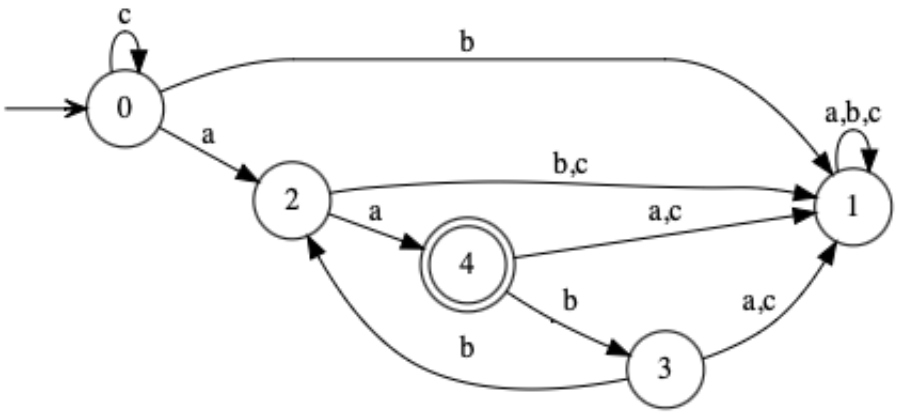


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

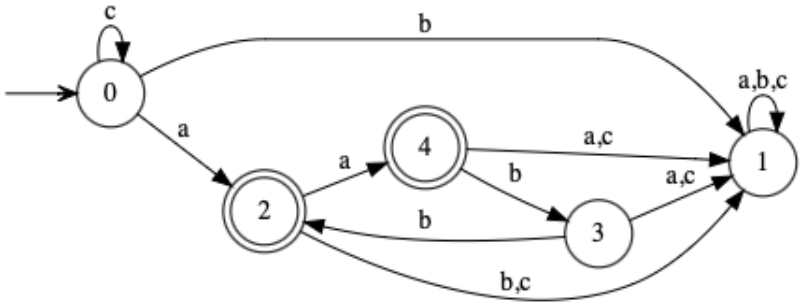
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



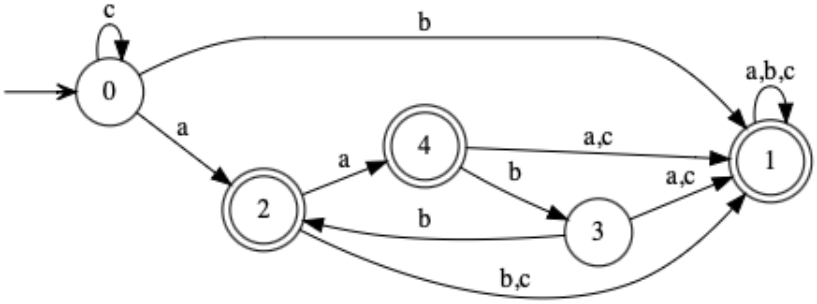
(-i-)



(-ii-)

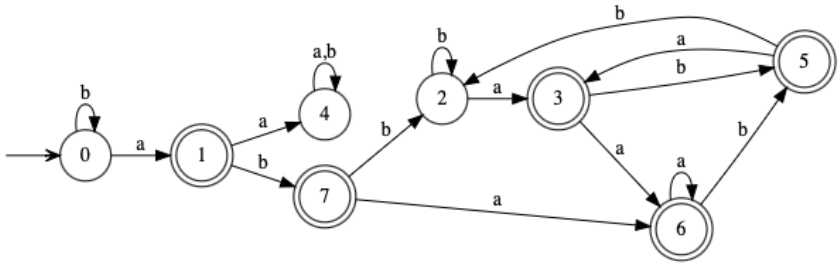


(-iii-)

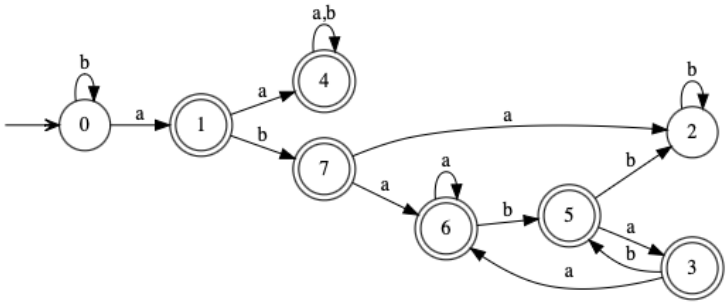


(-iv-)

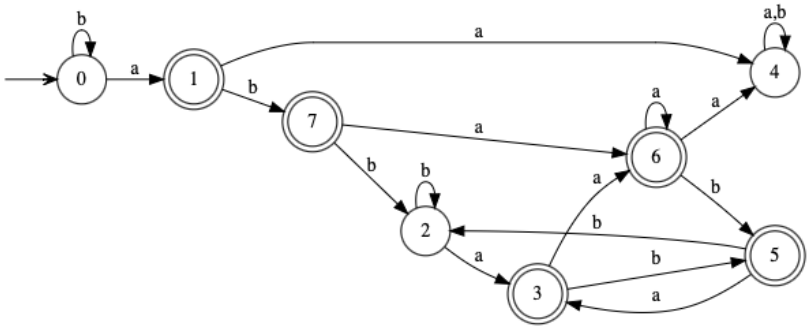
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



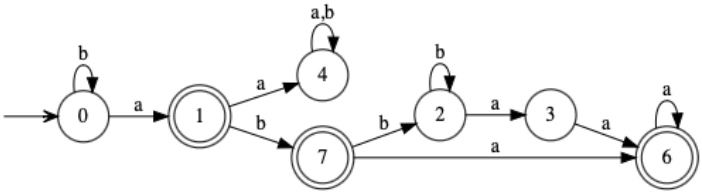
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+186/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e f

Question 3 : a b ■ d e f

Question 4 : a ■ c d e f

Question 5 : a b ■ d e

Question 6 : a b ■ d e ■ ■ h i

Question 7 : a b c d e ■

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : ■ ■ ■ d e ■ g h i j

Question 11 : a b c ■ e f g h

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a b c d e ■ g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 8 états [■] 16 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 20 états [c] 32 états [d] 16 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[■] La longueur du mot vide est 0.
[b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
[d] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
[f] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

g La longueur du mot vide est 1.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

b Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

c Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

g Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

h Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 7 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 2 états c 8 états d 6 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

d Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[d] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

[e] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[f] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

[g] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

[h] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

[i] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[j] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^*+10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[b] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. [b] la Figure 2-i-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-ii-. [d] la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iv- [b] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
■ la Figure 3-i- [d] la Figure 3-ii- [e] la Figure 3-iii-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 6 ☐ b 2 ☐ c 5 ☐ d 3 ☐ e 7 ☐ f 0 ☐ g 1 ■ 4

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

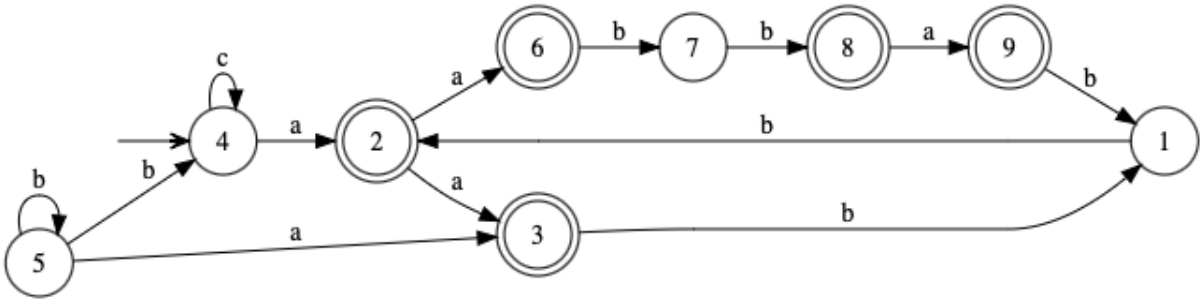
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

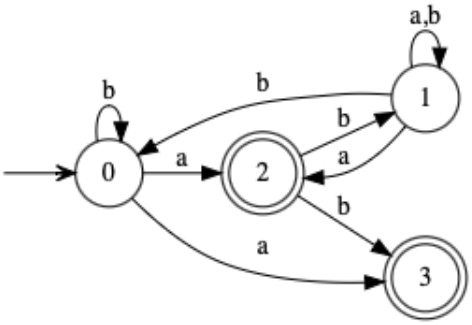
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

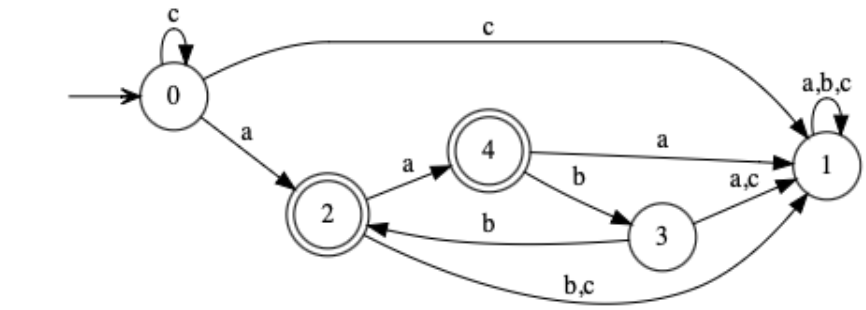


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

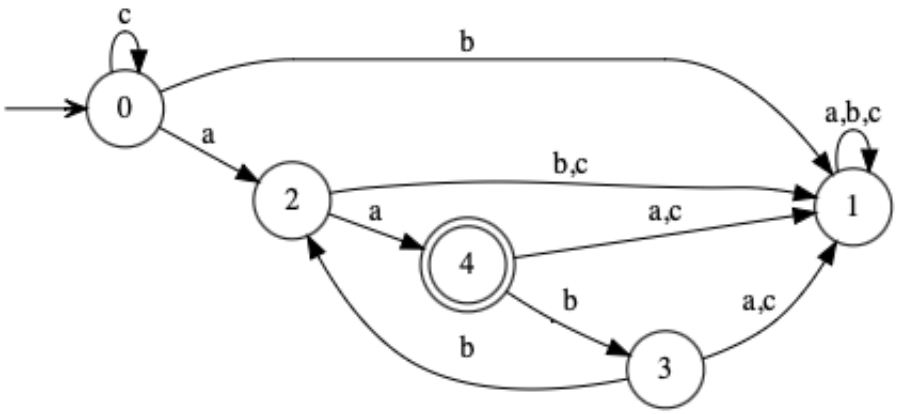


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

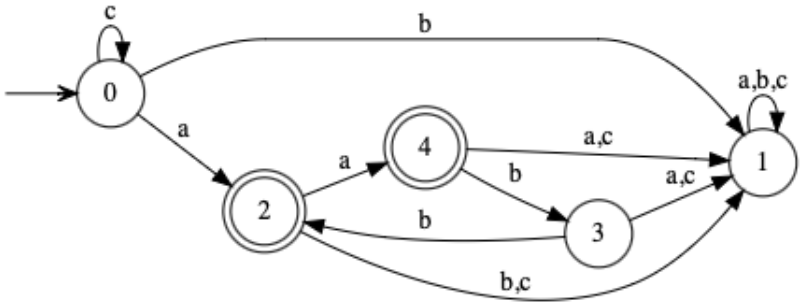
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



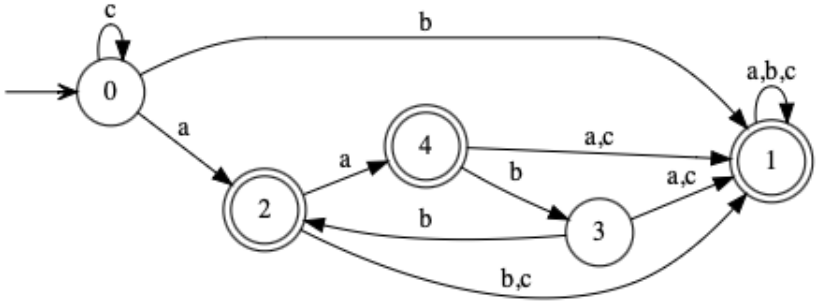
(-i-)



(-ii-)

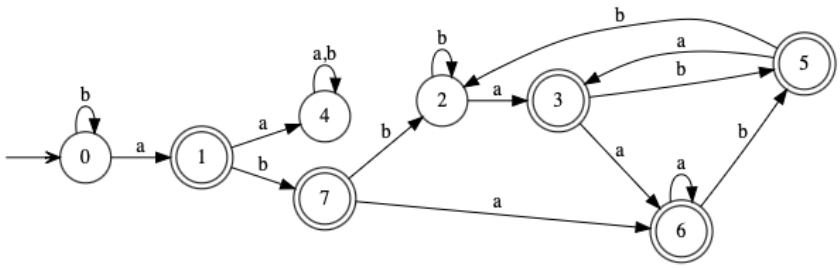


(-iii-)

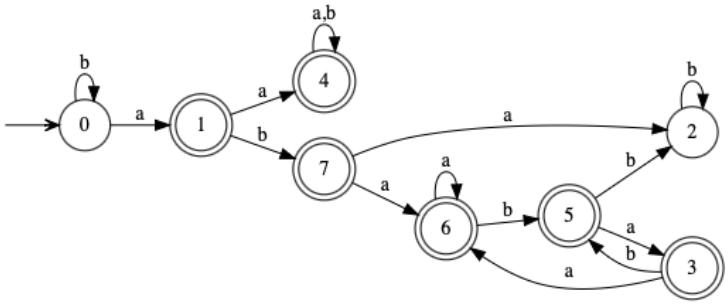


(-iv-)

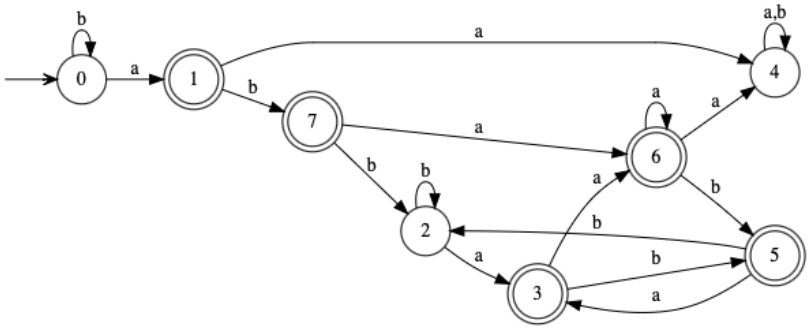
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



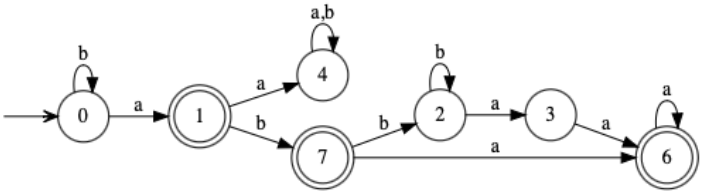
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+187/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e f

Question 3 : a b c d e ■

Question 4 : ■ b ■ d ■ f g h i

Question 5 : a b c d e ■ g h

Question 6 : ■ b c ■ ■ ■ g h i j

Question 7 : ■ b c d e f

Question 8 : a b ■ d e f

Question 9 : a ■ c d e

Question 10 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 11 : a b c ■ e f

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b c d e f g ■

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états [b] 6 états [c] 2 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[b] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[d] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[e] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[g] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

[b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

[■] La longueur du mot vide est 0.

[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

[f] La longueur du mot vide est 1.

[g] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[■] 16 états [b] 8 états [c] 32 états [d] 20 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

[b] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

[c] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

[d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[g] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

i Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

j Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 16 états c 8 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i-

c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe d la Figure 3-iv-

e la Figure 3-ii- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 5 ☐ b 7 ☐ c 6 ■ 4 ☐ e 2 ☐ f 0 ☐ g 1 ☐ h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

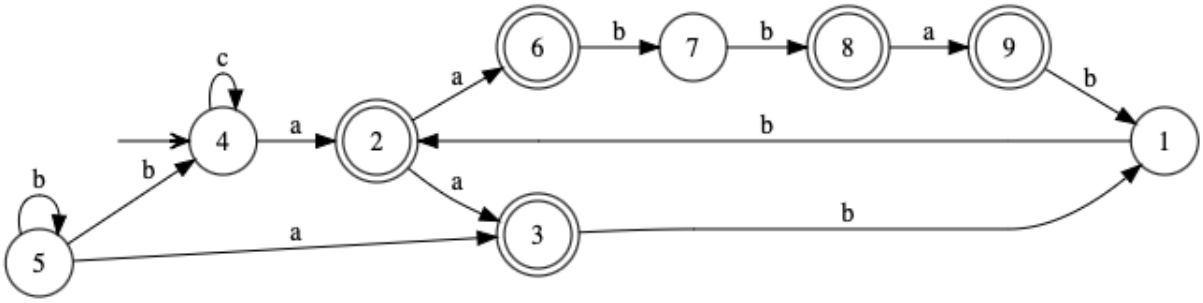
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

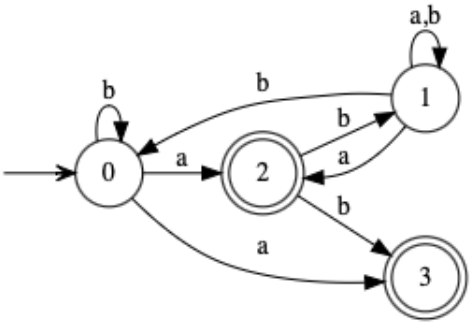
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

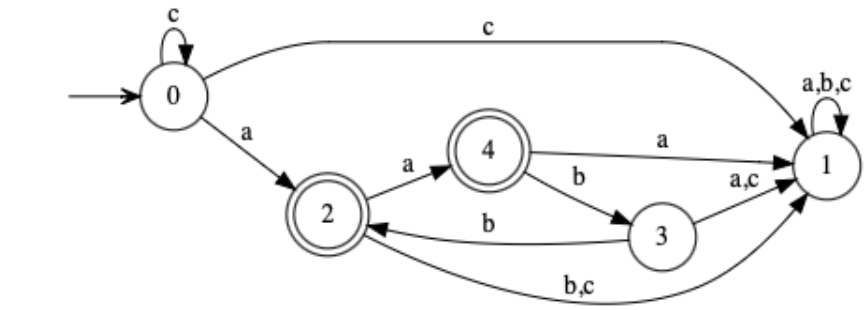


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

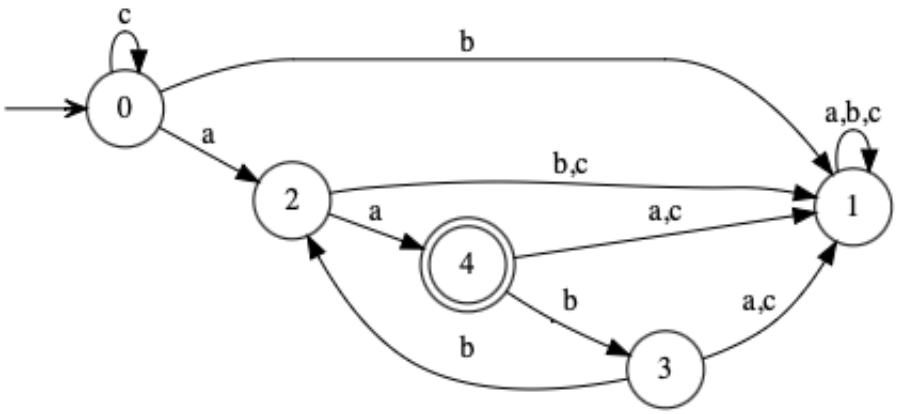


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

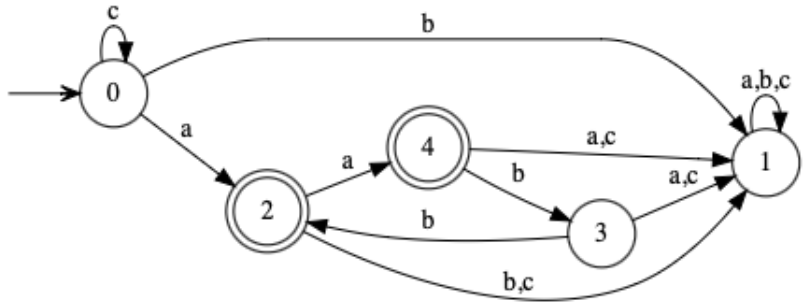
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



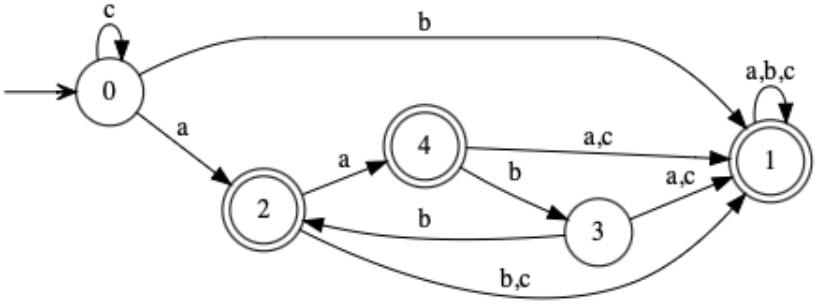
(-i-)



(-ii-)

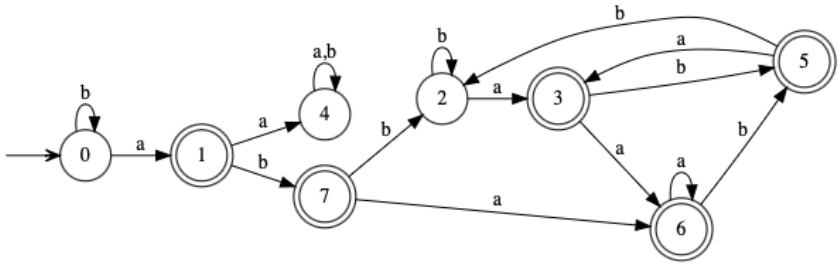


(-iii-)

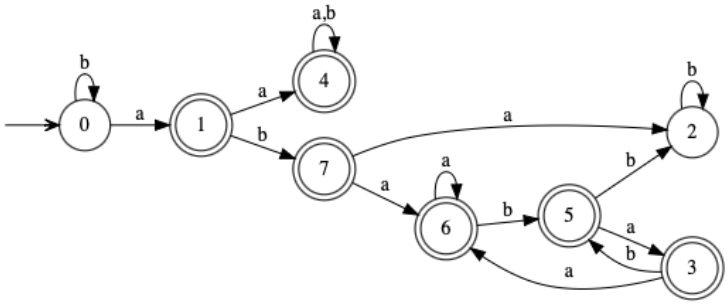


(-iv-)

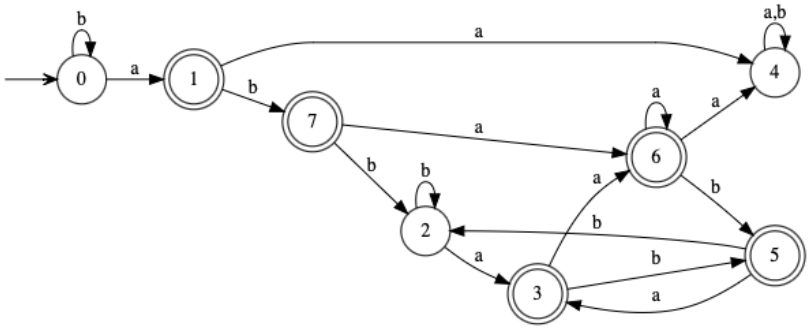
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



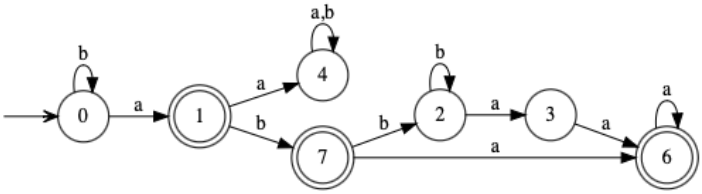
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+188/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f

Question 3 : ■ b ■ d e ■ g ■ i j

Question 4 : ■ b c d e f

Question 5 : ■ b c d e f g h

Question 6 : a b ■ ■ ■ f g h i

Question 7 : ■ b c d e f

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : ■ b c d e

Question 10 : a b c ■ e f

Question 11 : a b c d e ■

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états ■ 4 états c 2 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

c Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

e Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

h Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

d Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

f La longueur du mot vide est 1.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 32 états [■] 16 états [d] 20 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
[b] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
[c] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
[d] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
[e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[f] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
[g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[h] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[i] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[j] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 11 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 8 états [c] 32 états [d] 20 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-ii-. [b] la Figure 2-i-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-iv-. [■] la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iv- [b] la Figure 3-ii- [■] la Figure 3-i-
[d] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [e] la Figure 3-iii-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 3 ☐ b 2 ☐ c 6 ■ 4 ☐ e 1 ☐ f 5 ☐ g 7 ☐ h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

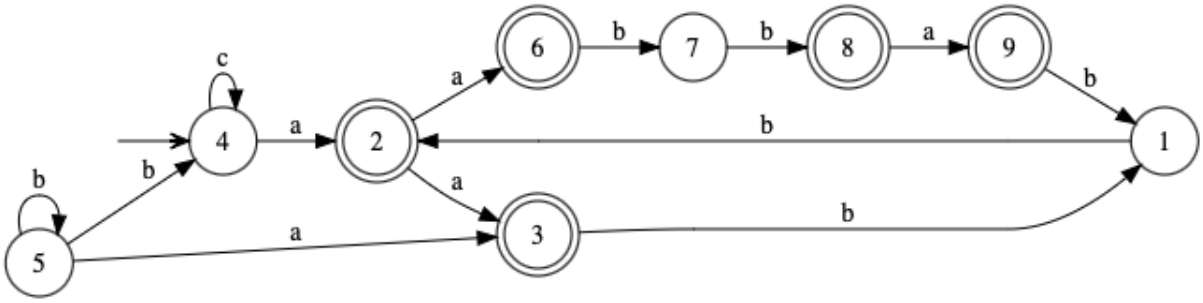
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

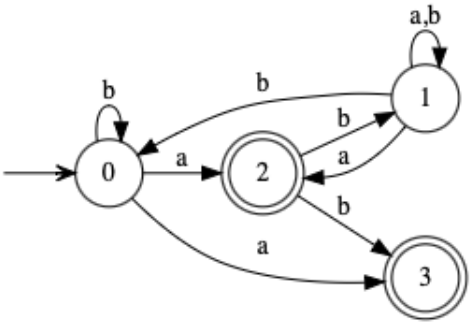
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

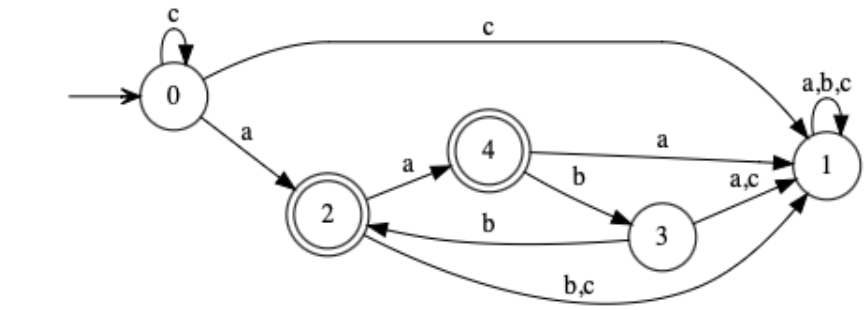


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

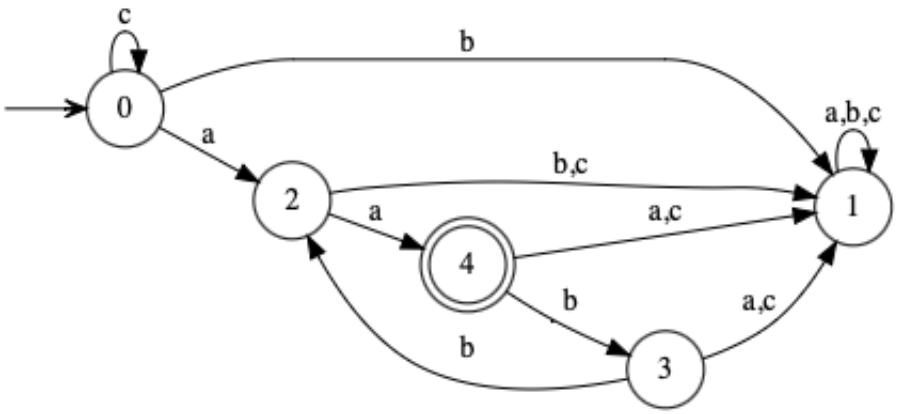


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

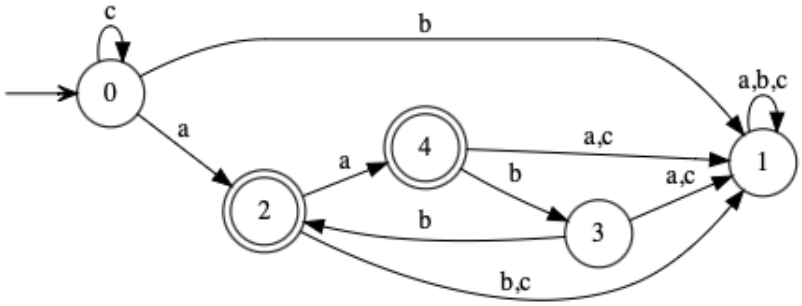
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



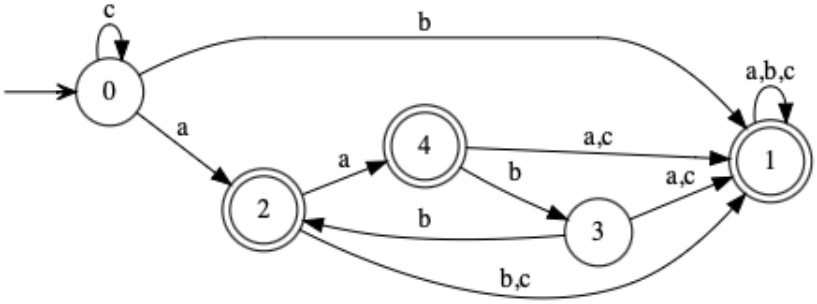
(-i-)



(-ii-)

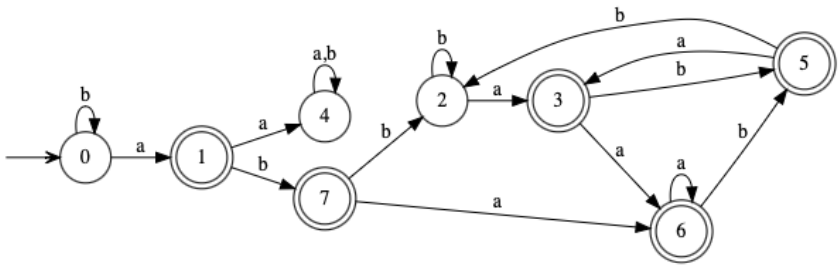


(-iii-)

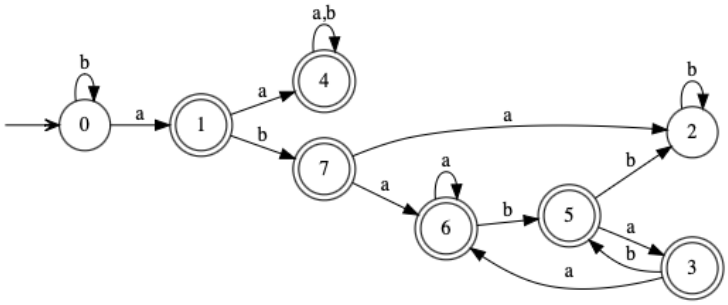


(-iv-)

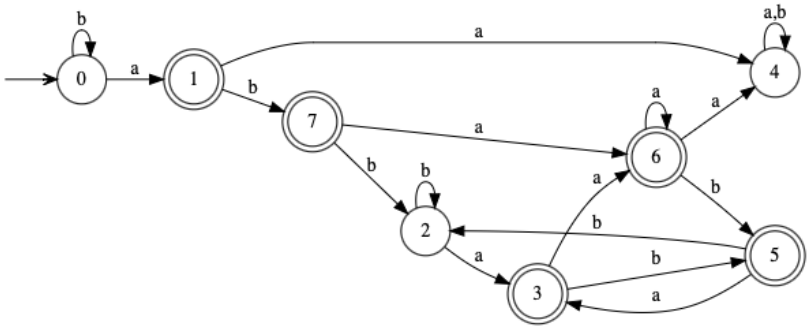
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



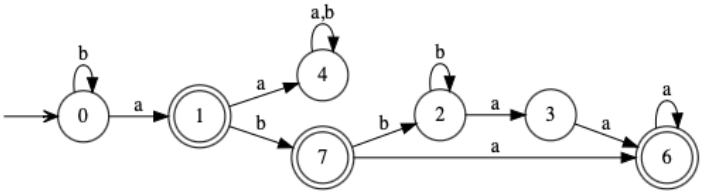
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+189/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e f

Question 3 : ■ b c d e

Question 4 : a ■ c d e f

Question 5 : a ■ c d e f

Question 6 : a ■ c ■ e ■ ■ h i j

Question 7 : a ■ c d ■ f ■ h i

Question 8 : a b ■ d e f

Question 9 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 10 : a ■ c d e f g h

Question 11 : a b c d e ■

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [f] La longueur du mot vide est 1.
- [g] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

☐ a 32 états ☐ b 16 états ☐ c 8 états ☐ d 20 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

☐ a Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
☐ b Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
☐ f Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
☐ h Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
☐ j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

☐ a 32 états ☐ b 8 états ☐ c 20 états ■ 16 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
☐ f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

☐ a 6 états ☐ b 8 états ■ 4 états ☐ d 2 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
☐ f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. ☐ b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. ☐ c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
☐ d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. ☐ e $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ☐ f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
☐ g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
☐ h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^*+10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

c Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

d Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

e Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

i Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-ii-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- [b] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
[c] la Figure 3-ii- [d] la Figure 3-iv- [e] la Figure 3-iii-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

[a] 0 ■ 4 [c] 1 [d] 6 [e] 2 [f] 5 [g] 7 [h] 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

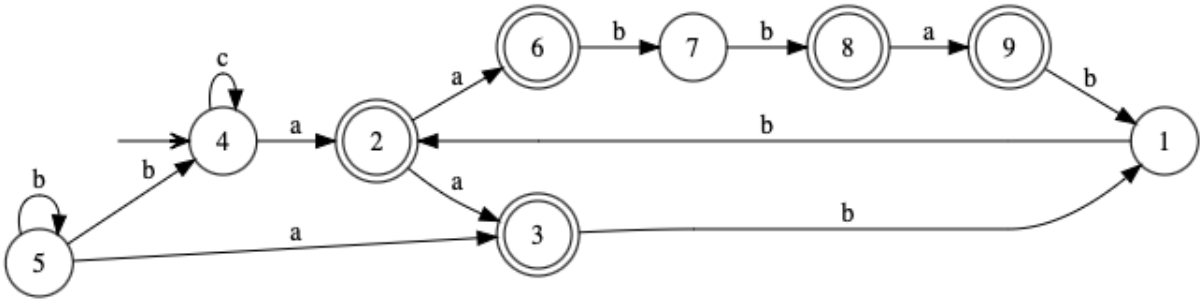
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

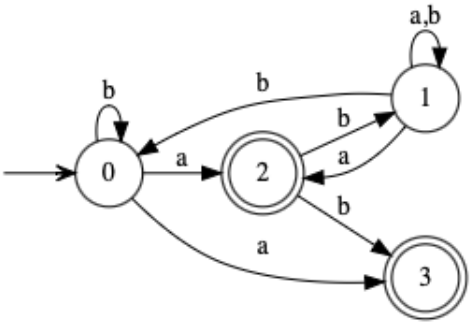
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

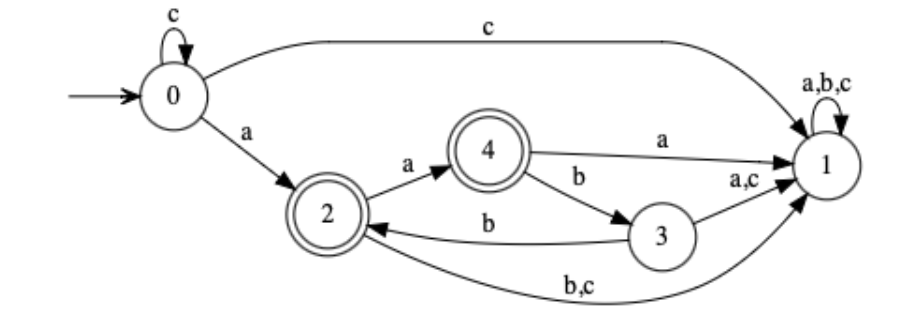


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

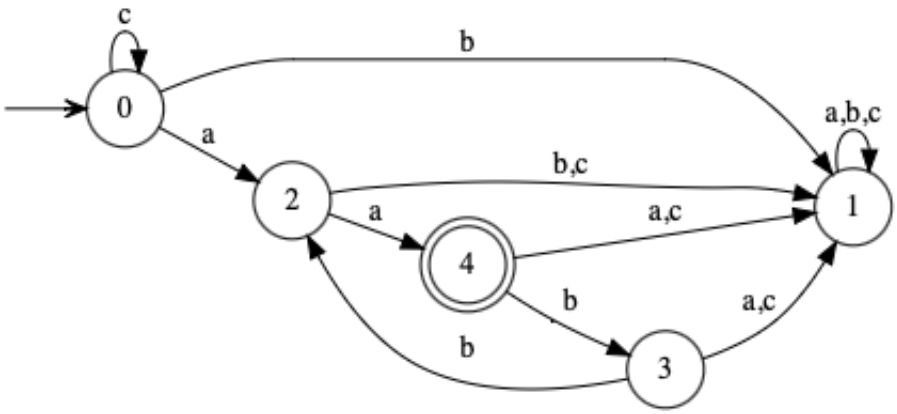


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

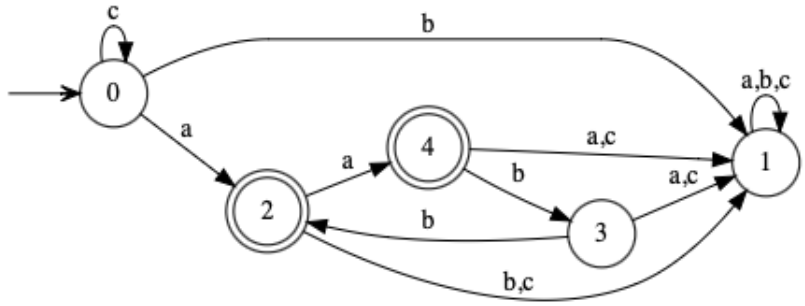
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



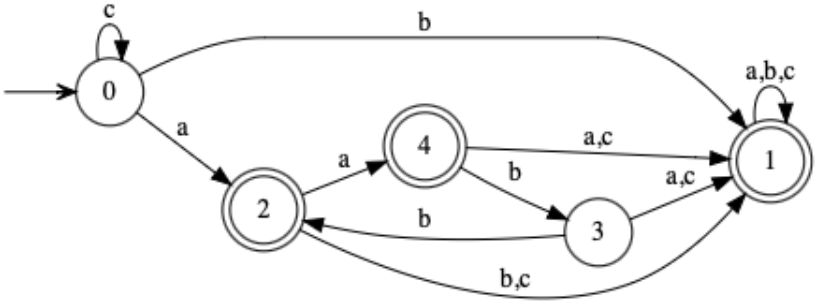
(-i-)



(-ii-)

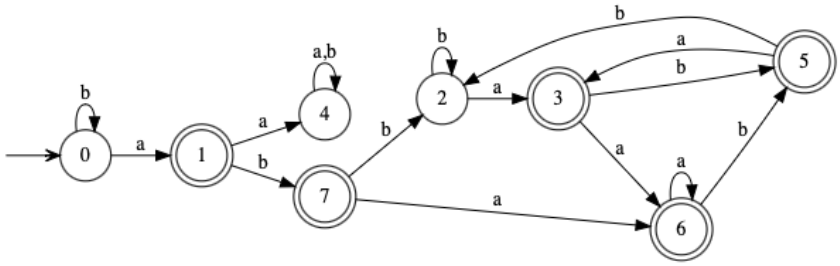


(-iii-)

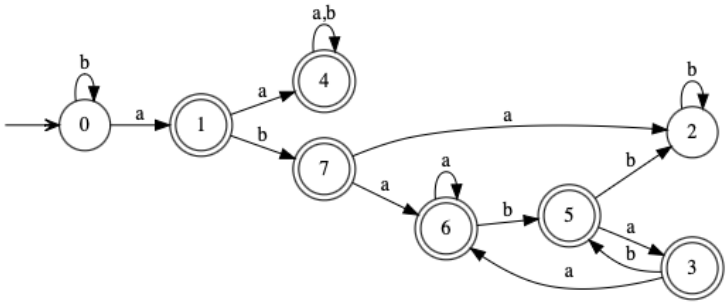


(-iv-)

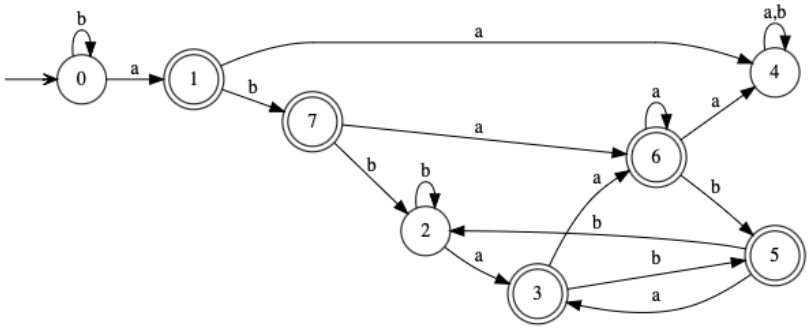
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



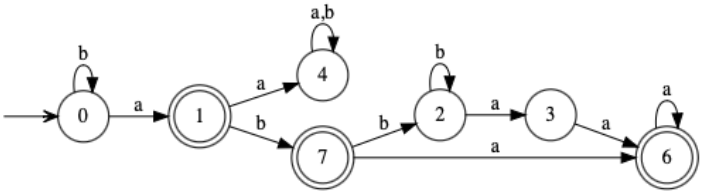
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+190/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e

Question 3 : ■ ■ c d ■ f g h i

Question 4 : a b c d e ■

Question 5 : a b ■ ■ ■ f ■ h i j

Question 6 : a b c ■ e f

Question 7 : a b ■ d e f

Question 8 : ■ b c d e f g h

Question 9 : ■ b c d e f

Question 10 : a ■ c d e f

Question 11 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a ■ c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

☐ a 20 états ☐ b 16 états ☐ c 32 états ☐ d 8 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

☐ a La longueur du mot vide est 1.
☐ b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
☐ c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
☐ d Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
■ La longueur du mot vide est 0.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 20 états c 32 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 2 états c 8 états d 6 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

c Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

e Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

g Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

h Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[d] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[f] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[h] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[b] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-iv-. [b] la Figure 2-i-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
■ la Figure 2-iii-. [d] la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iii- [b] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
[c] la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i- [e] la Figure 3-ii-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 2 ☐ b 5 ■ 4 ☐ d 6 ☐ e 1 ☐ f 3 ☐ g 7 ☐ h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

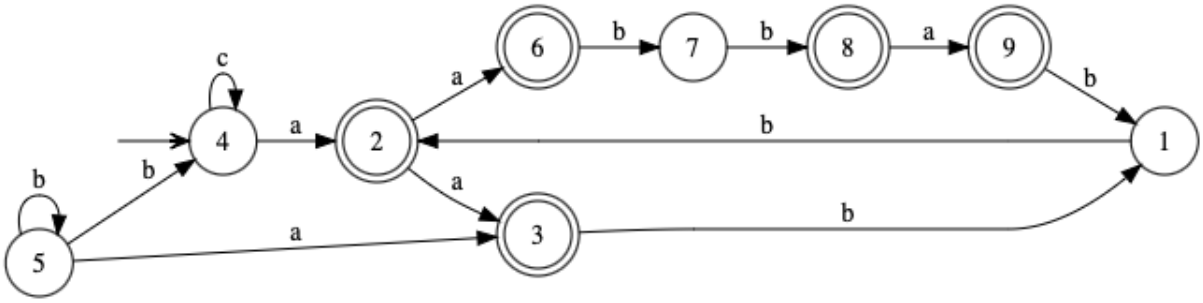
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

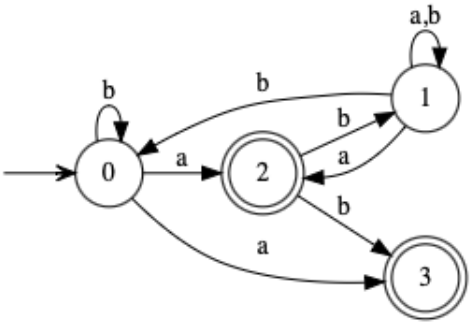
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

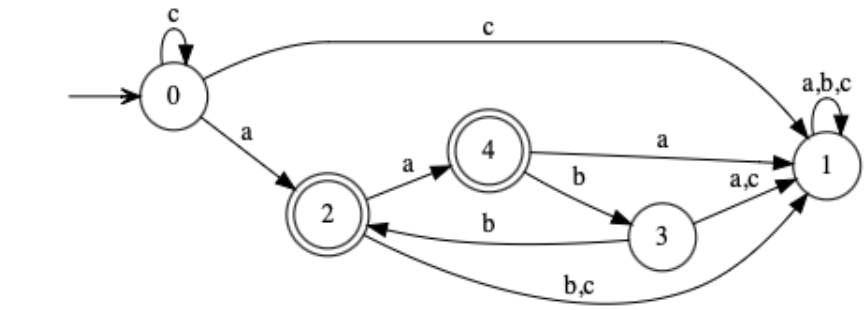


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

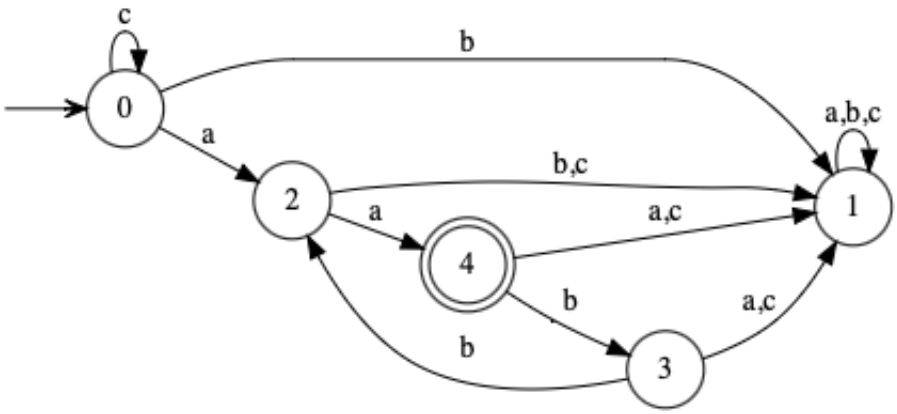


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

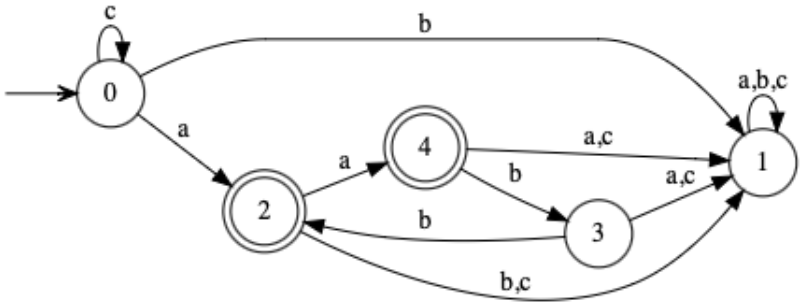
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



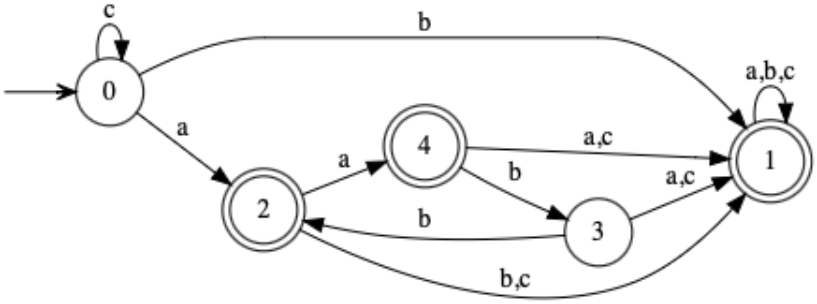
(-i-)



(-ii-)

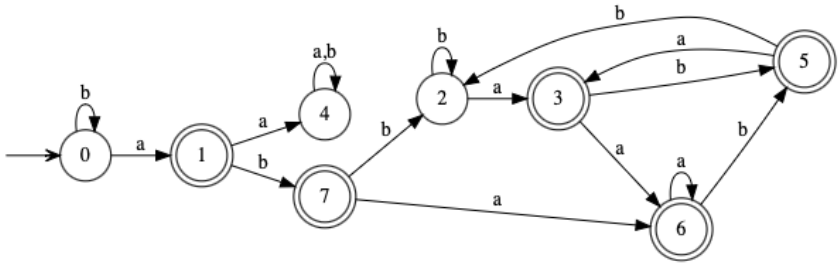


(-iii-)

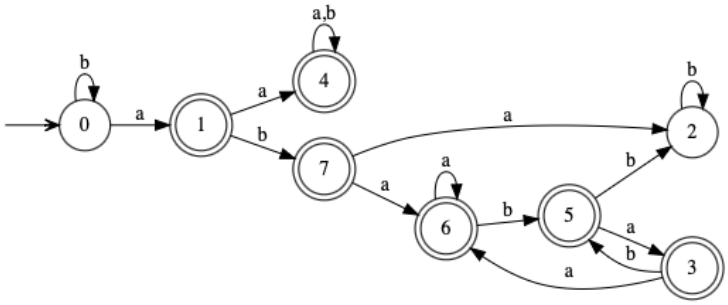


(-iv-)

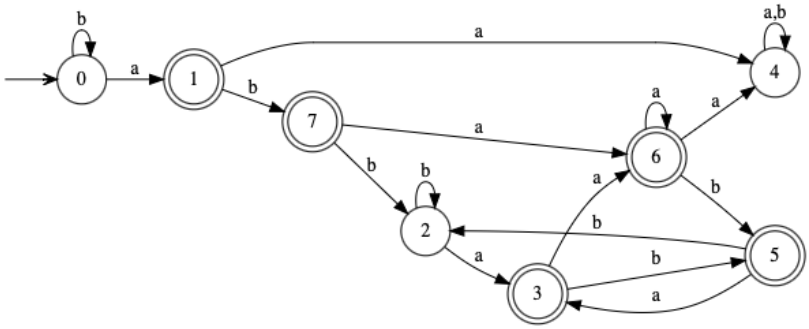
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



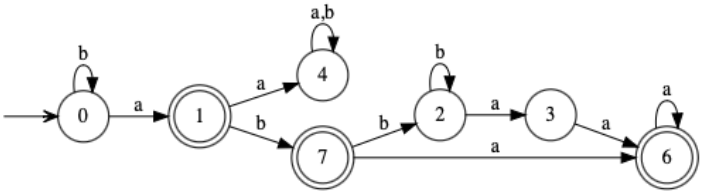
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+191/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e ■

Question 3 : a b c d ■ ■ ■ h i

Question 4 : ■ b c d e f

Question 5 : a ■ c d e f

Question 6 : ■ b c d e f

Question 7 : a ■ c d e

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : a ■ ■ d ■ f ■ h i j

Question 10 : a b c ■ e f

Question 11 : a ■ c d e f g h

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états [b] 8 états [c] 2 états [d] 6 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
[b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
[c] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 20 états [c] 8 états [d] 16 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La longueur du mot vide est 1.
- [b] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [f] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [b] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [c] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [d] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [e] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [f] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [g] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [i] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 20 états [■] 16 états [d] 8 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[c] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[d] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[e] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[f] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-i-. [b] la Figure 2-ii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
■ la Figure 2-iii-. [d] la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iii- [b] la Figure 3-iv- [c] la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i-
[e] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 6 ☐ b 1 ☐ c 7 ☐ d 0 ☐ e 2 ■ 4 ☐ g 5 ☐ h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

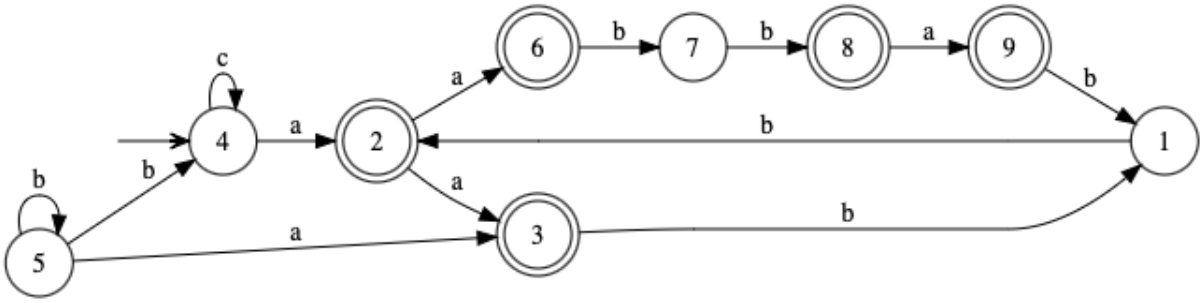
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

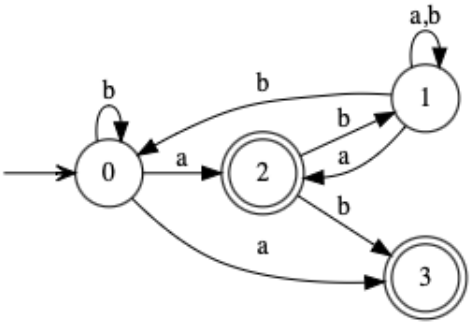
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

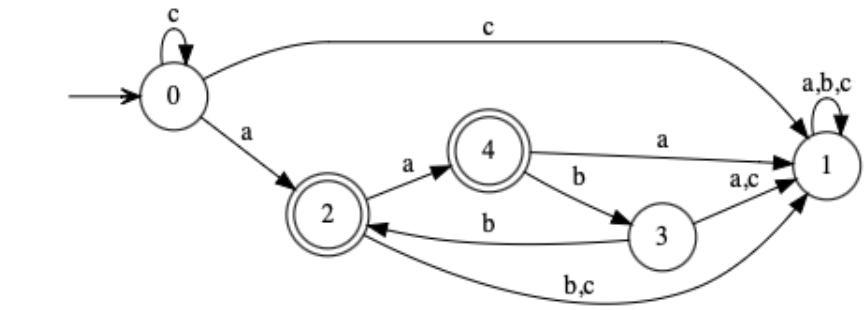


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

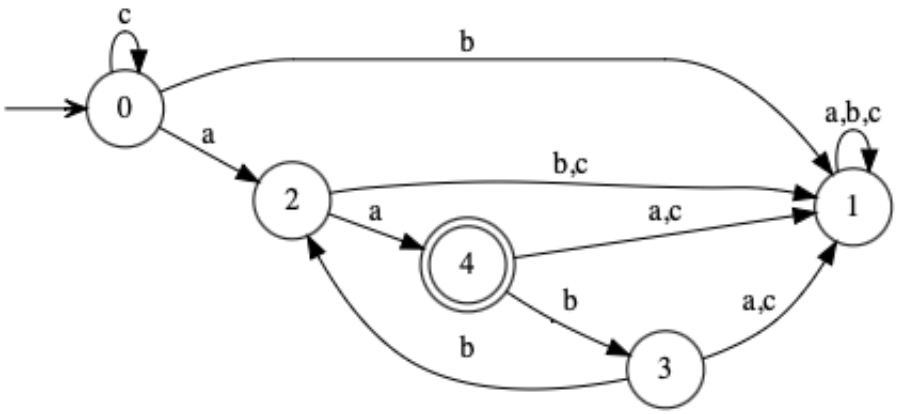


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

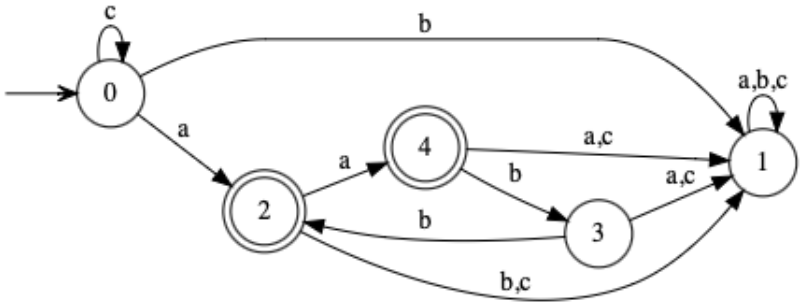
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



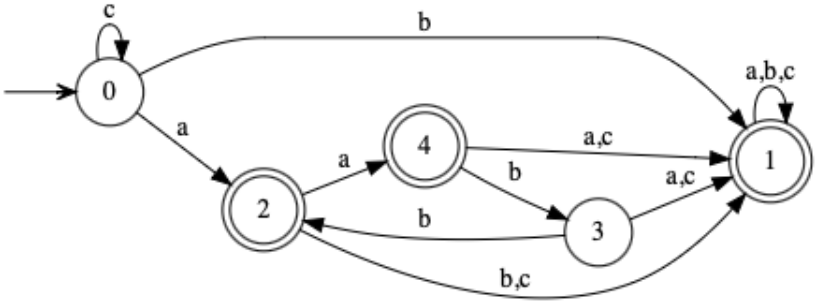
(-i-)



(-ii-)

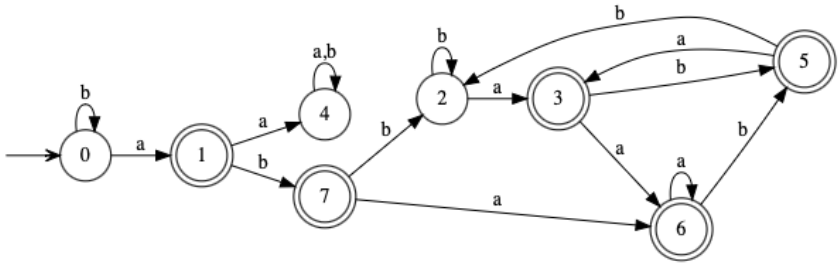


(-iii-)

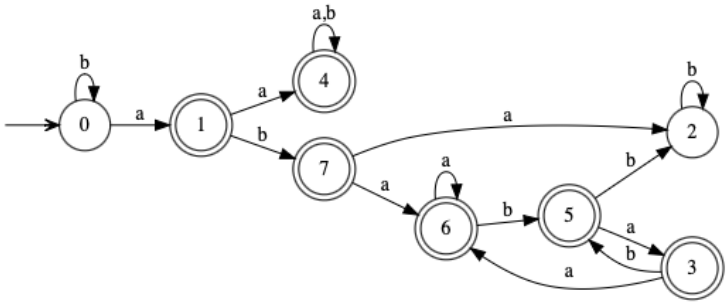


(-iv-)

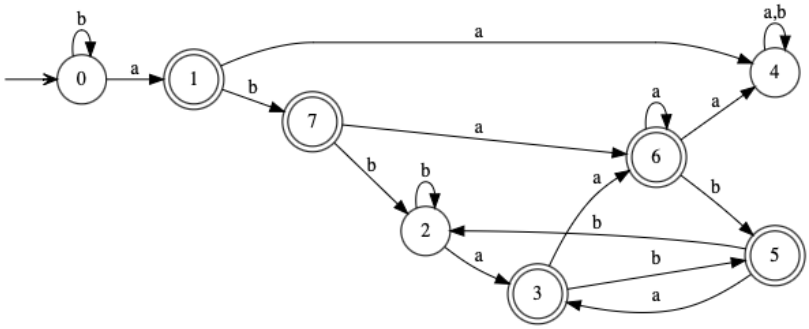
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



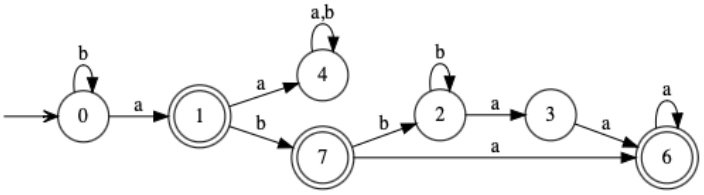
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+192/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f

Question 3 : a b c ■ e f

Question 4 : a b c d e ■

Question 5 : a b ■ ■ e f ■ h i

Question 6 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 7 : a b ■ d e f

Question 8 : a b ■ d e

Question 9 : a b c d e ■ g h

Question 10 : a ■ c d e f

Question 11 : ■ ■ c d e f ■ ■ i j

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b c d e ■ g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 32 états [c] 8 états [d] 20 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 6 états [b] 2 états [■] 4 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [d] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [f] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [g] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [d] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [e] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [f] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [g] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [h] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [i] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [j] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

- [a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
- [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
- [c] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
- [d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
- [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
- [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
b Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
■ La longueur du mot vide est 0.
f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
g La longueur du mot vide est 1.
h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 11 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 32 états ■ 16 états d 20 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- b la Figure 3-ii- c la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i-
e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 0 ☐ b 5 ☐ c 7 ■ 4 ☐ e 3 ☐ f 1 ☐ g 6 ☐ h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

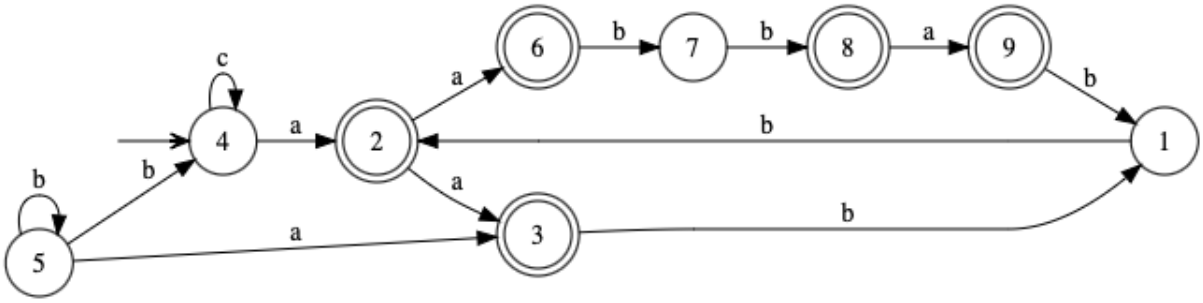
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

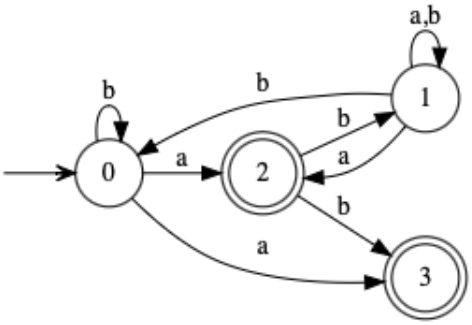
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

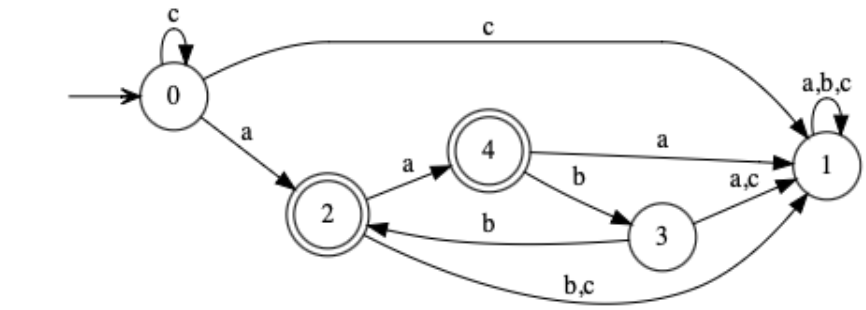


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

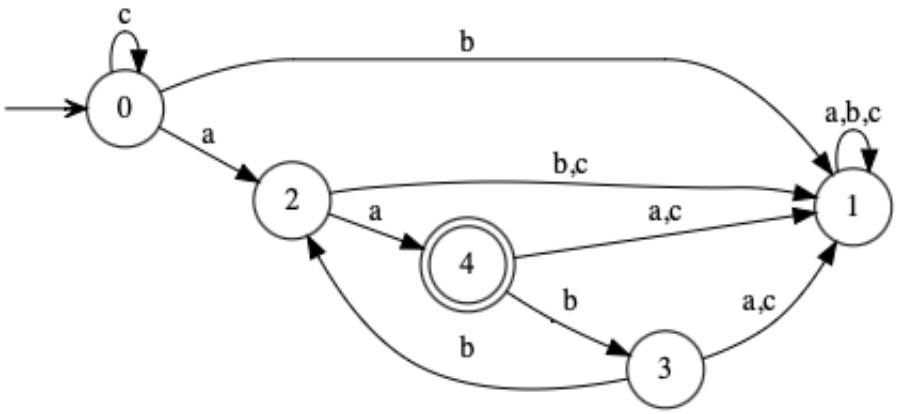


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

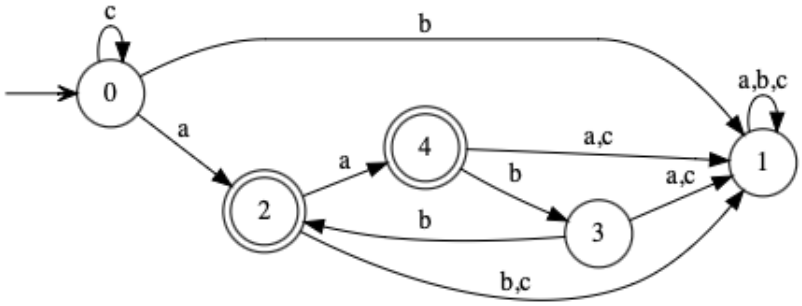
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



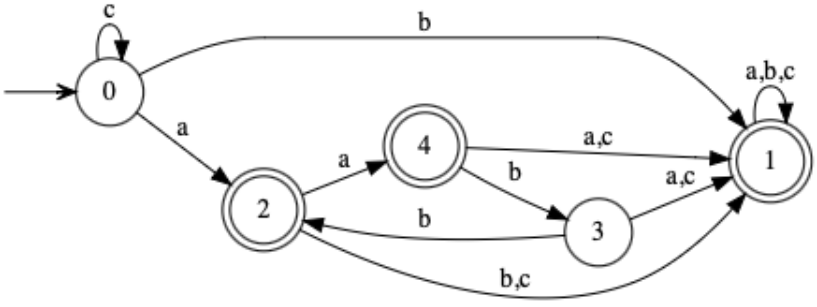
(-i-)



(-ii-)

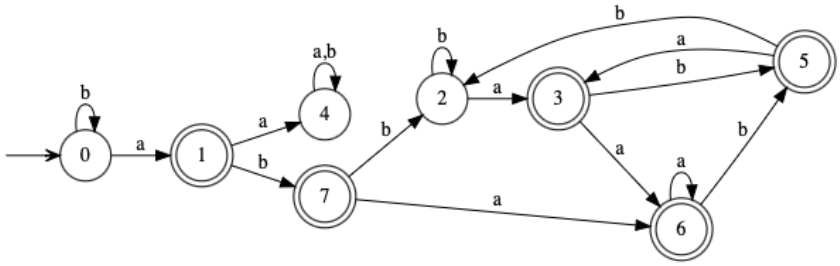


(-iii-)

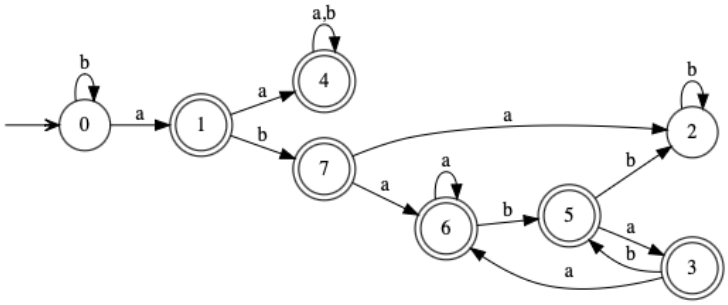


(-iv-)

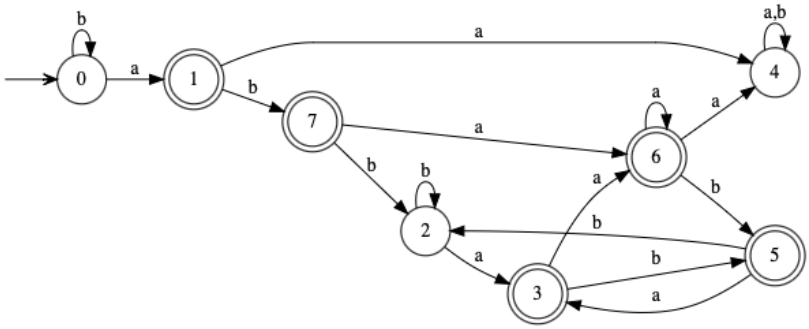
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



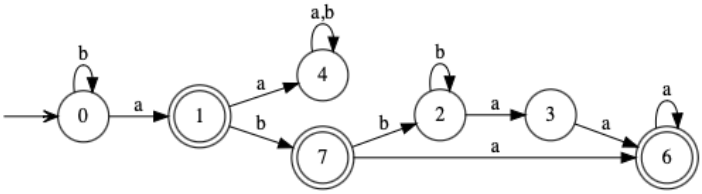
(-i-)



(-ii-)

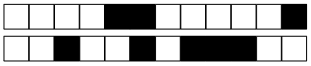


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+193/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e f

Question 3 : a b c d e ■

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : a ■ ■ d ■ f g ■ i j

Question 6 : a b ■ d e f

Question 7 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 8 : a b c d ■ f g h

Question 9 : a ■ c d e

Question 10 : a b ■ ■ ■ f g h i

Question 11 : a b ■ d e f

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont identiques.

c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 32 états ■ 16 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [c] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [e] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [h] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 16 états [c] 32 états [d] 8 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 6 états [b] 2 états [c] 8 états [■] 4 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [b] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [c] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [d] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

i Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

j Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

c La longueur du mot vide est 1.

d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

g Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-ii-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
■ la Figure 3-i- d la Figure 3-iii- e la Figure 3-iv-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a	3	b	7	c	2	d	0	e	5	■	4	g	1	h	6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

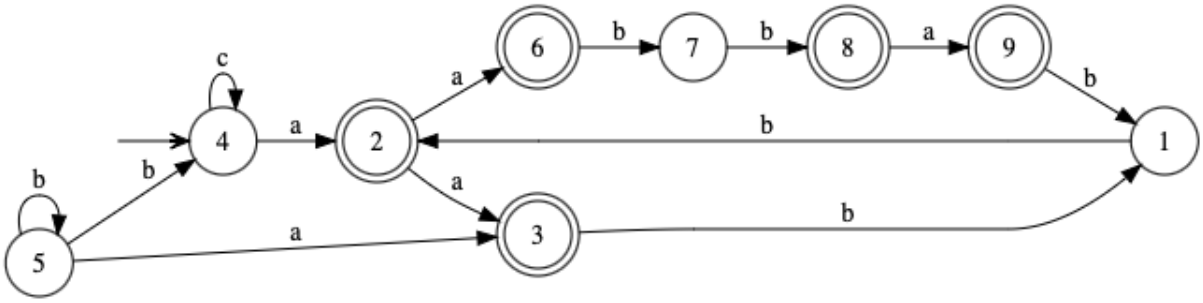
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

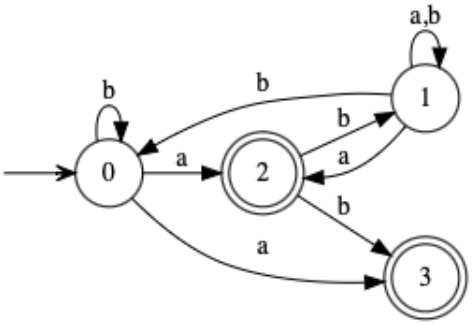
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

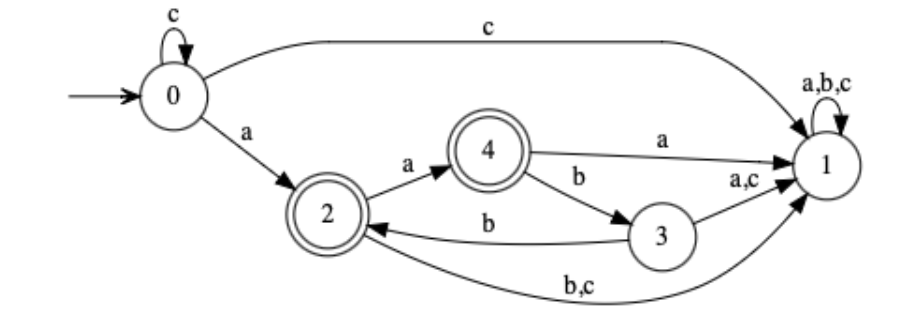


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

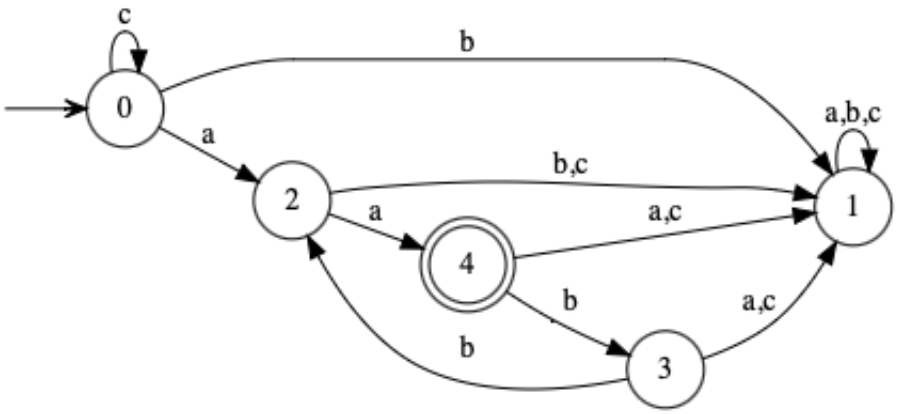


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

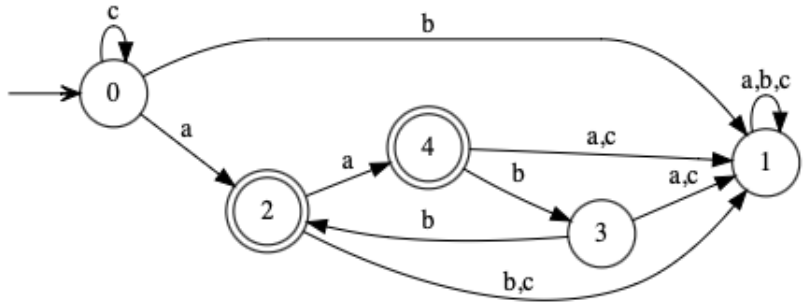
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



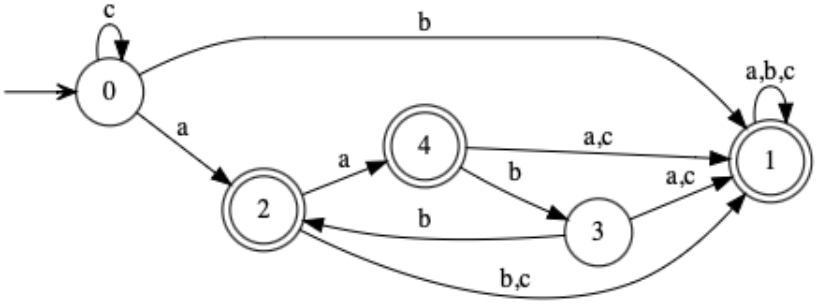
(-i-)



(-ii-)

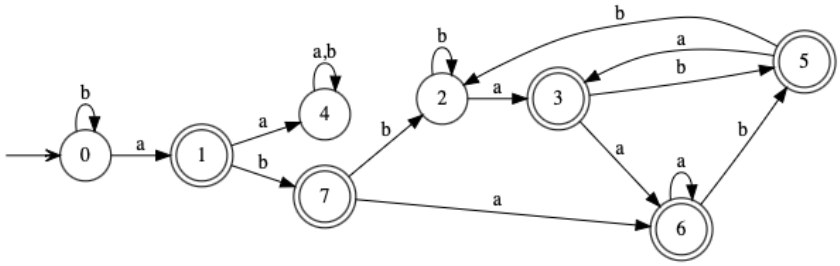


(-iii-)

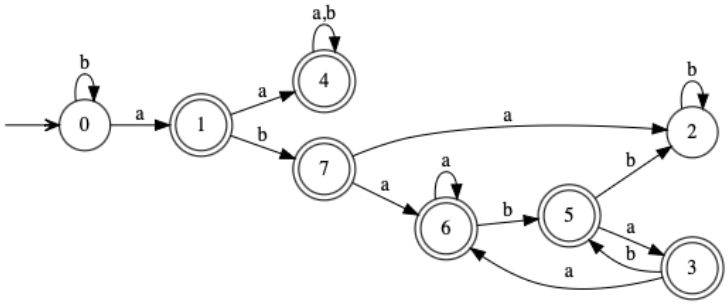


(-iv-)

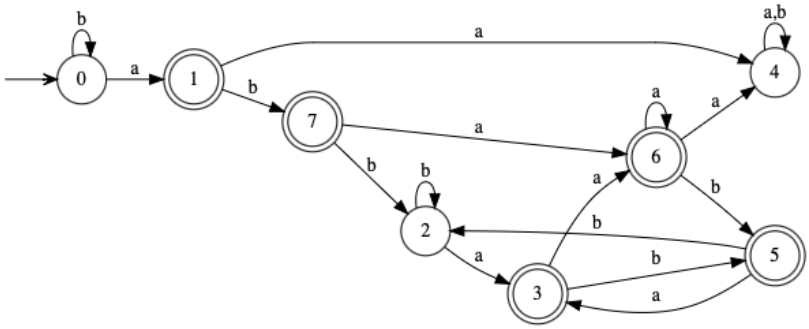
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



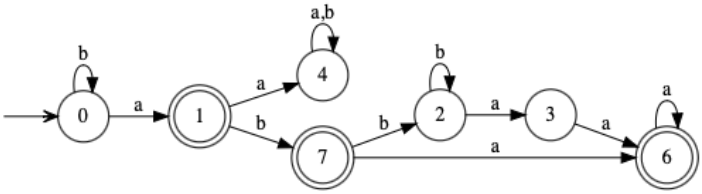
(-i-)



(-ii-)

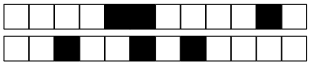


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+194/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f

Question 3 : a b ■ d e f

Question 4 : ■ b c d e f g h

Question 5 : a ■ c ■ e ■ ■ h i j

Question 6 : a b c d e ■

Question 7 : a b c ■ e f

Question 8 : a b c ■ e f

Question 9 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 10 : a b ■ d e

Question 11 : ■ ■ c d ■ f g h i

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b c d e ■ g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [b] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [c] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [e] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [g] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [h] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [i] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [j] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[c] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[e] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[f] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[g] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 20 états ■ 16 états [d] 32 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 16 états c 32 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
■ La longueur du mot vide est 0.
c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
f La longueur du mot vide est 1.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
b Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
d Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états b 8 états ■ 4 états d 2 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
c la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i- e la Figure 3-ii-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 1 c 5 d 2 e 7 f 0 g 6 h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

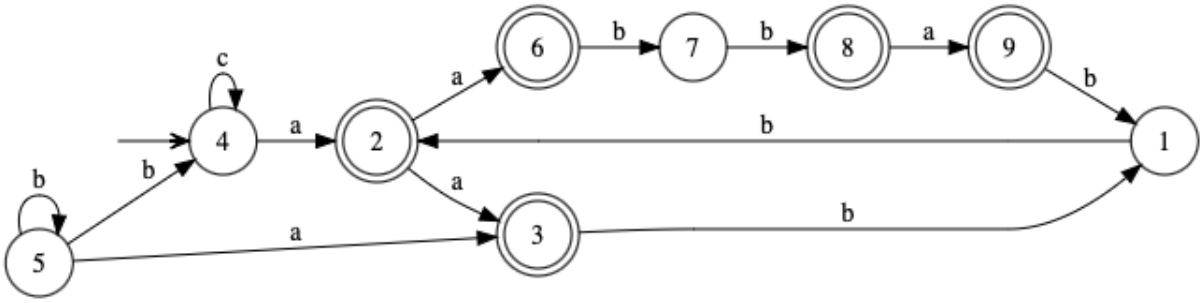
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

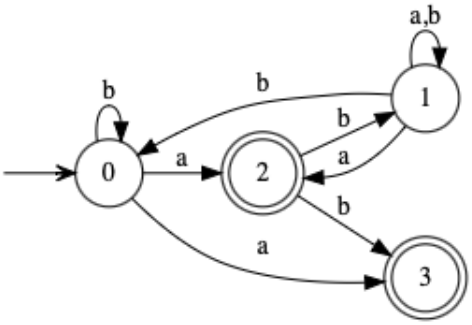
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

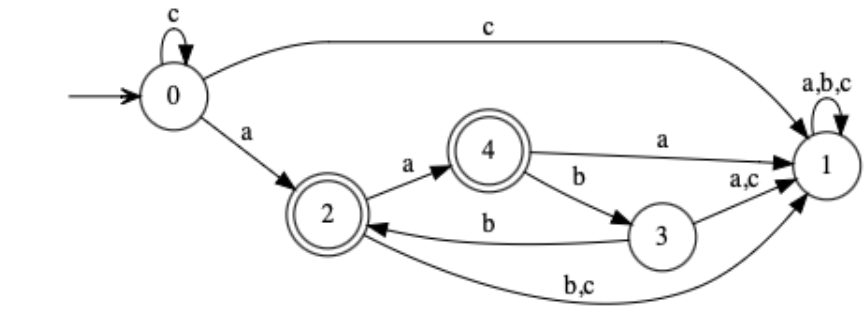


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

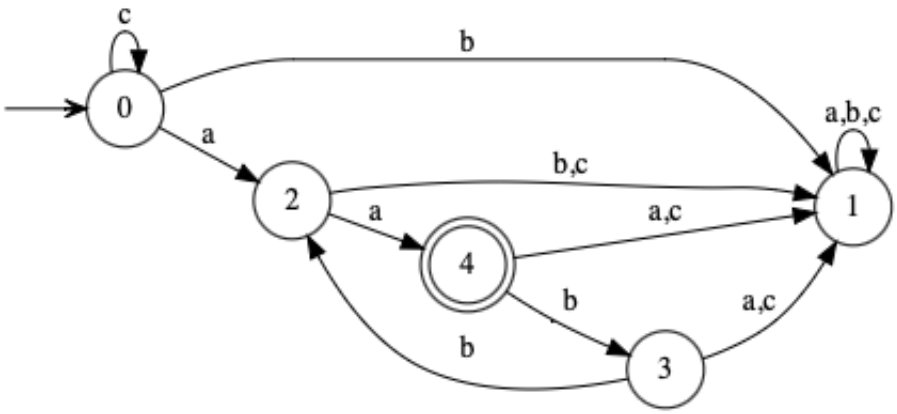


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

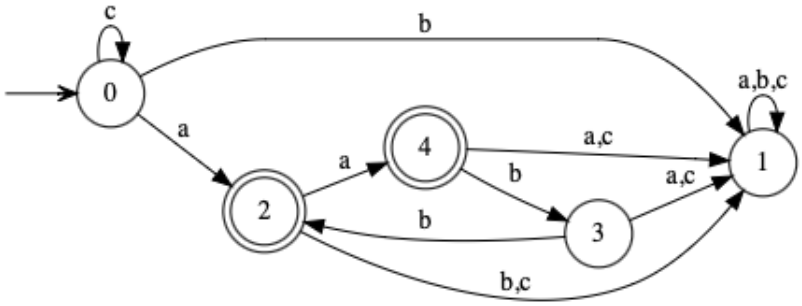
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



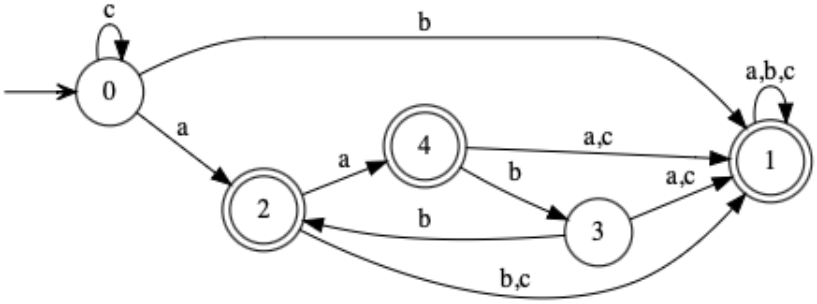
(-i-)



(-ii-)

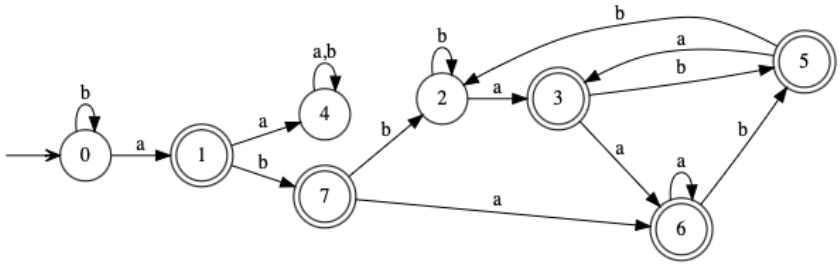


(-iii-)

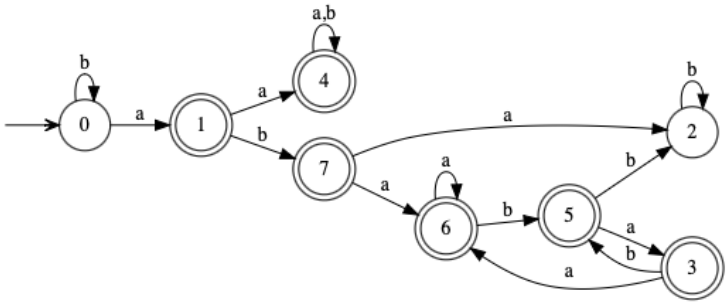


(-iv-)

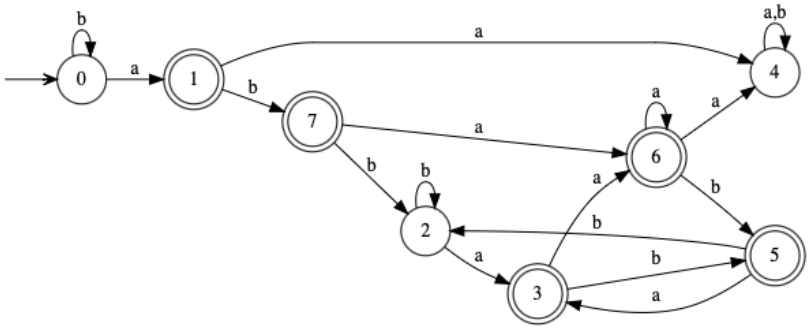
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



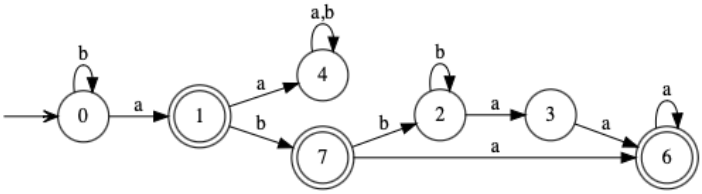
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+195/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e f

Question 3 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 4 : ■ ■ c ■ e f g ■ i j

Question 5 : a b ■ d e f

Question 6 : a b c d ■ f g h

Question 7 : a ■ c d e

Question 8 : a b c d e ■

Question 9 : a ■ c ■ e f ■ h i

Question 10 : ■ b c d e f

Question 11 : a b ■ d e f

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 6 états [b] 2 états [c] 8 états [■] 4 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
[b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
[c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
[b] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[d] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

e Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

f Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La longueur du mot vide est 0.

d La longueur du mot vide est 1.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

g Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

b Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

d Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

e Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

g Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [■] 16 états [c] 32 états [d] 20 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
[b] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 8 états [c] 32 états [d] 20 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
[b] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
[c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-ii-. [b] la Figure 2-i-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-iv-. [■] la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iv- [b] la Figure 3-iii- [c] la Figure 3-ii-
[d] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [■] la Figure 3-i-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

[■] 4 [b] 3 [c] 2 [d] 0 [e] 6 [f] 5 [g] 1 [h] 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

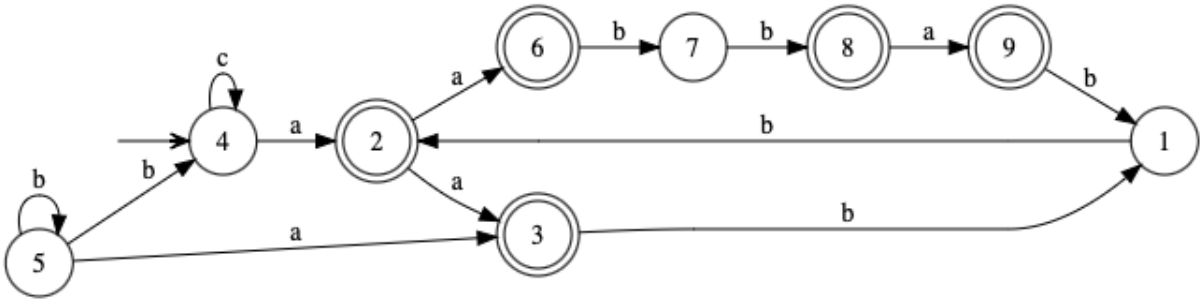
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

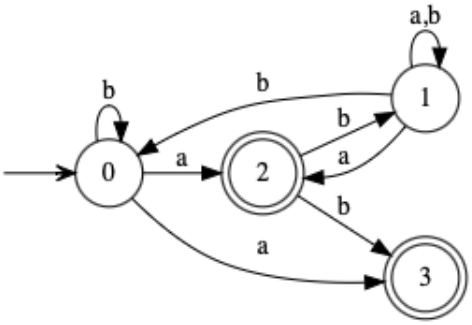
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

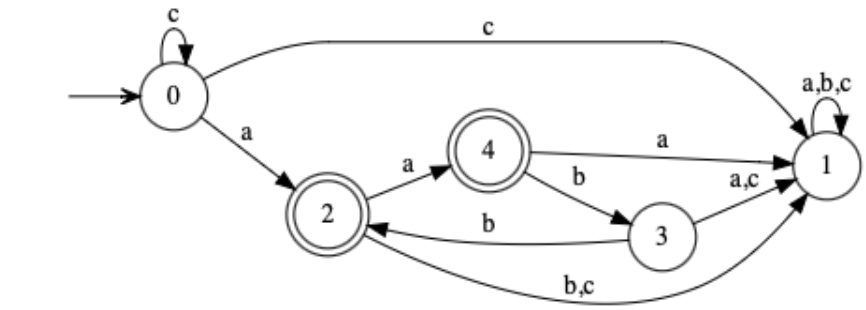


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

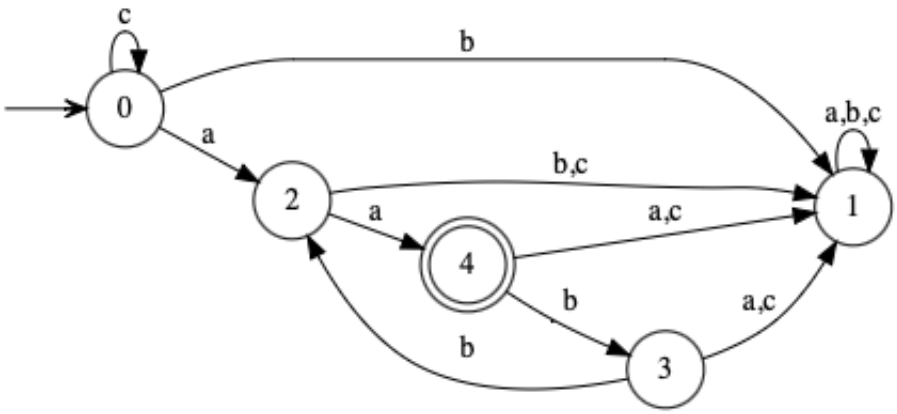


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

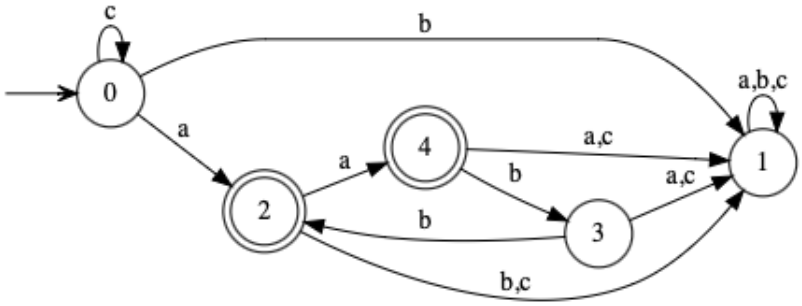
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



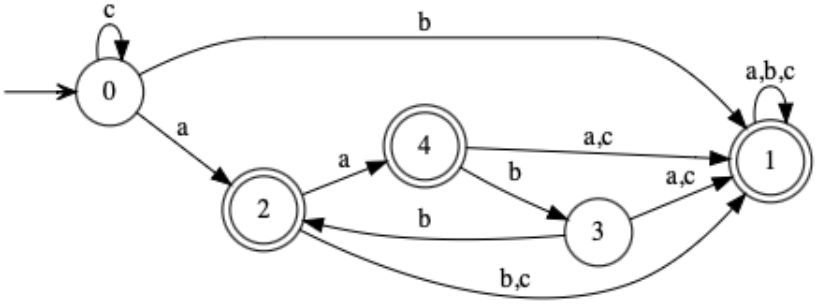
(-i-)



(-ii-)

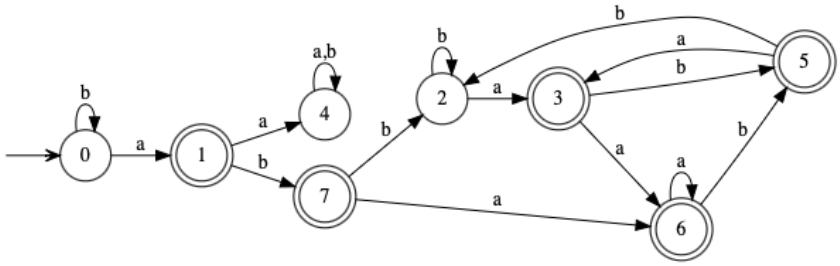


(-iii-)

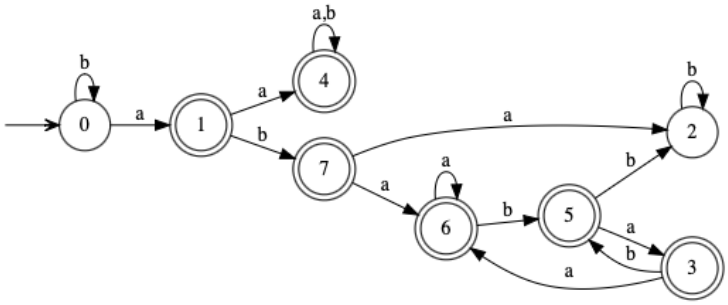


(-iv-)

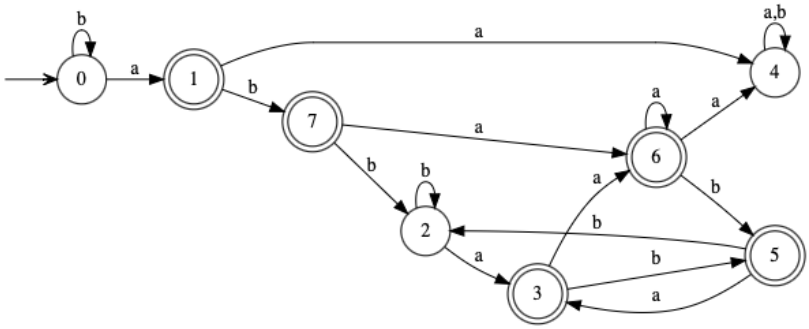
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



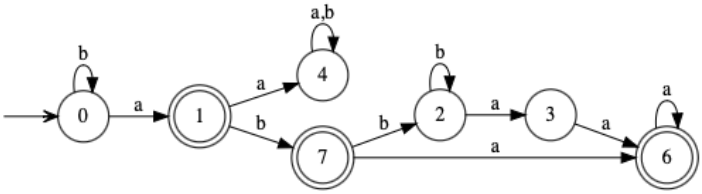
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+196/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c ■ e f

Question 3 : ■ b c d e

Question 4 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 5 : a b c d e ■ g h

Question 6 : ■ b ■ d ■ f g h i

Question 7 : ■ b ■ d e ■ g ■ i j

Question 8 : a ■ c d e f

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : a b c d e ■

Question 11 : a b c ■ e f

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [d] La longueur du mot vide est 1.
- [e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [g] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [c] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [e] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

g Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 32 états c 8 états d 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 32 états ■ 16 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 2 états [b] 8 états [■] 4 états [d] 6 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

[b] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

[c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[d] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

[e] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[g] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[h] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

[i] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[j] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

[■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-i-. [b] la Figure 2-iv-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

[c] la Figure 2-ii-. [■] la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iii- [b] la Figure 3-iv- [c] la Figure 3-ii- [■] la Figure 3-i-

[e] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 7 c 5 d 3 e 0 f 6 g 1 h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

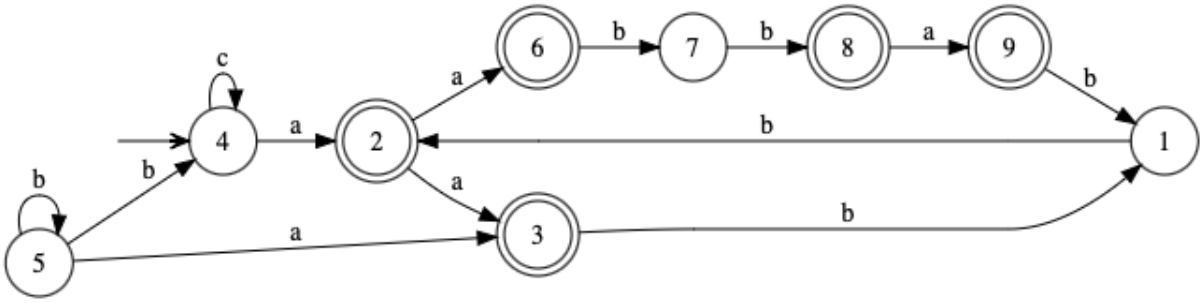
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

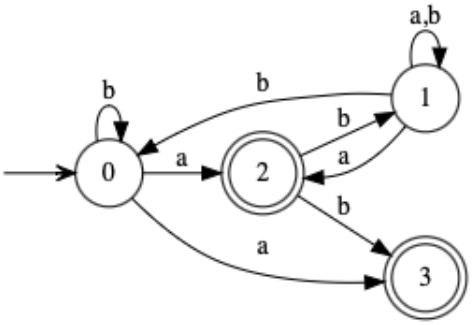
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

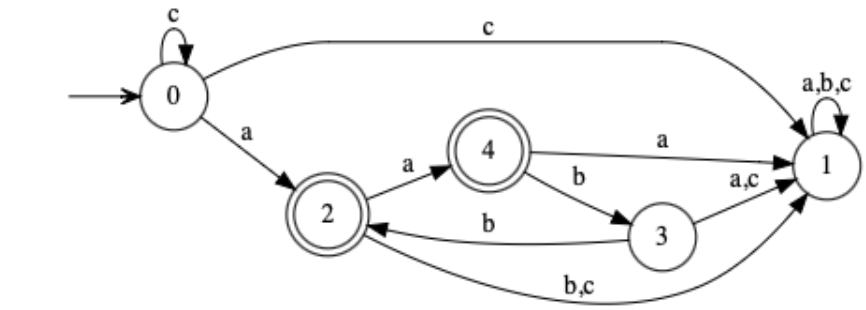


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

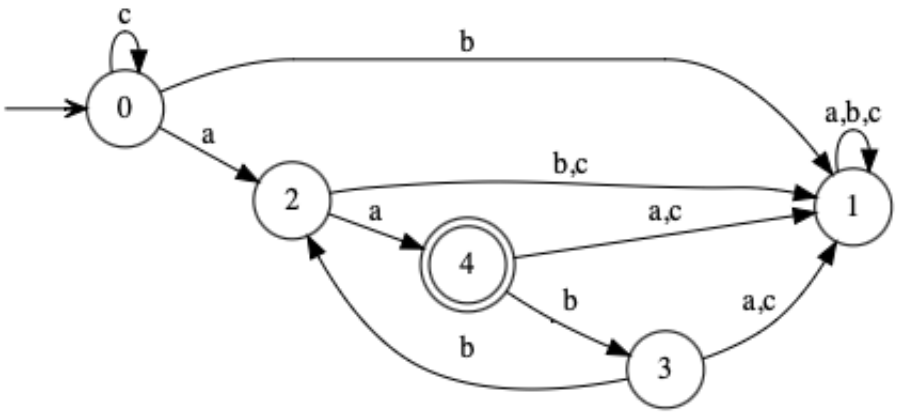


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

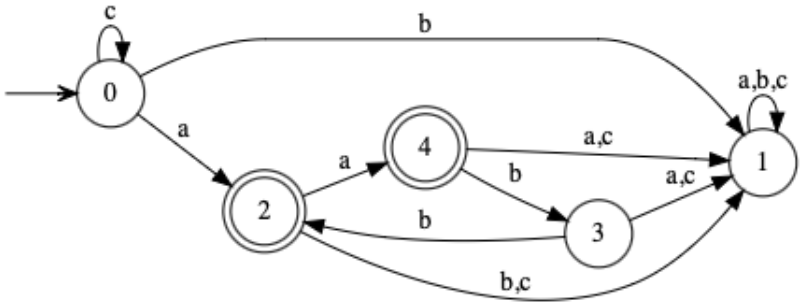
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



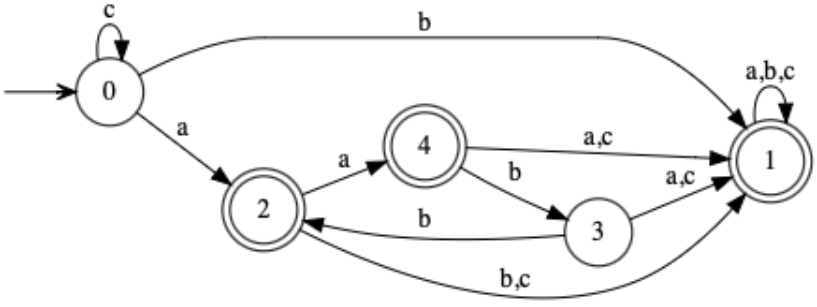
(-i-)



(-ii-)

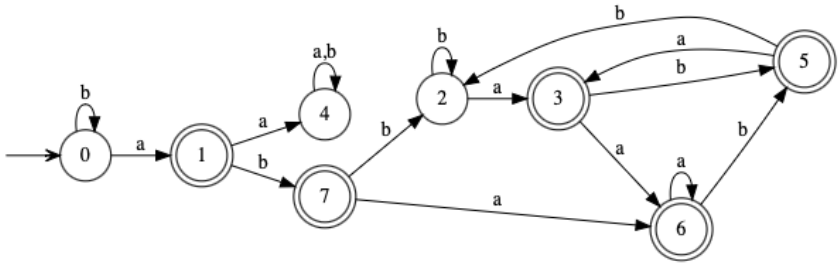


(-iii-)

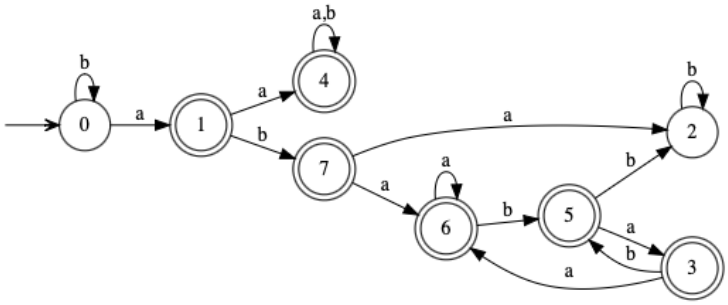


(-iv-)

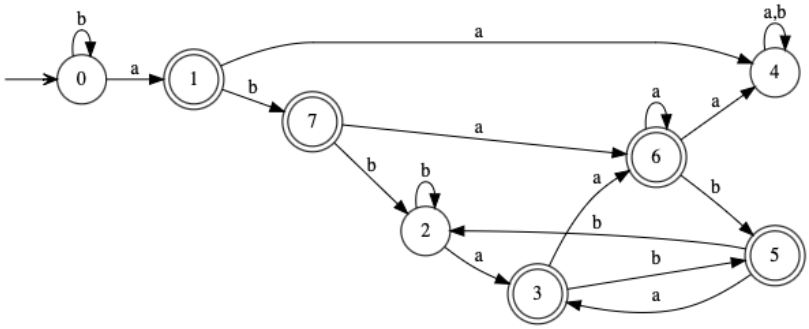
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



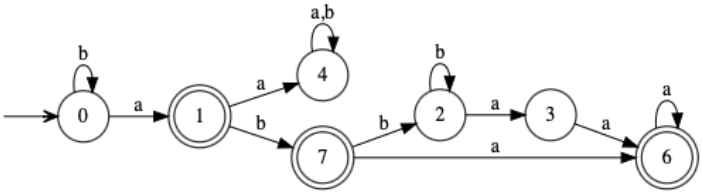
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+197/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ ■ d e ■ g h i

Question 3 : a ■ c ■ e ■ g ■ i j

Question 4 : a b ■ d e f g h

Question 5 : a b c d e ■

Question 6 : ■ b c d e

Question 7 : ■ b c d e f

Question 8 : a b ■ d e f

Question 9 : a ■ c d e f

Question 10 : a b ■ d e f

Question 11 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [c] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [d] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [f] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [g] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [h] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 6 états [b] 2 états [c] 8 états [■] 4 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[e] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[f] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[g] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 32 états [c] 8 états [d] 16 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[c] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
[d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 32 états [c] 20 états [■] 16 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

b Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

g La longueur du mot vide est 1.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 3-ii- c la Figure 3-iv-
d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 6 b 0 c 5 d 7 e 3 f 1 g 2 ■ 4

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

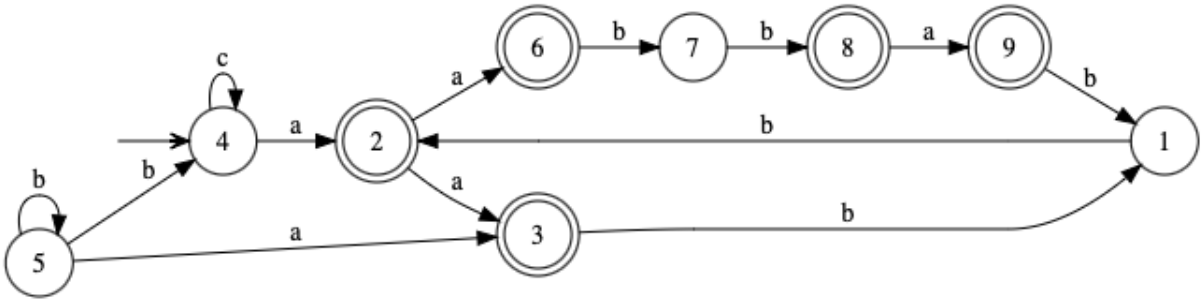
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

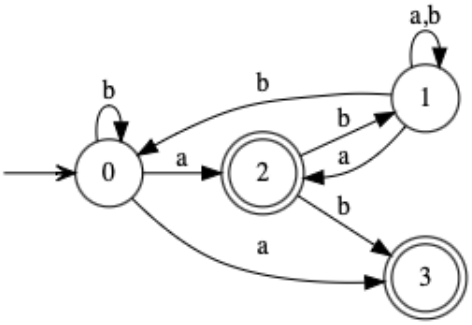
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

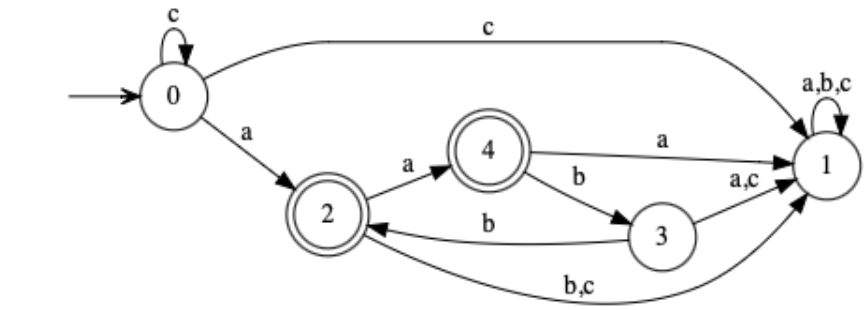


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

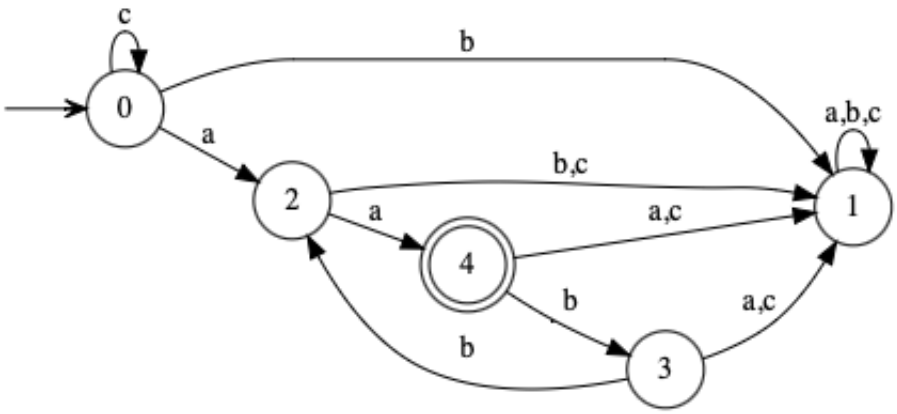


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

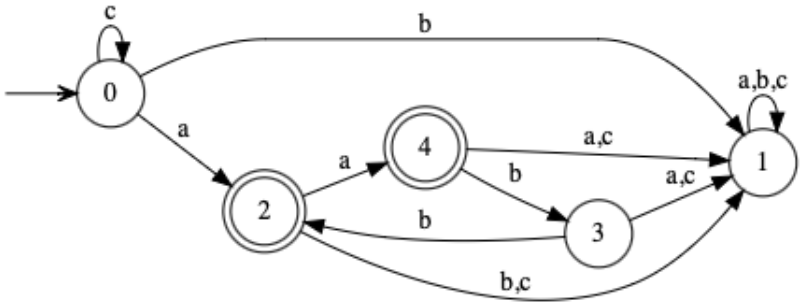
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



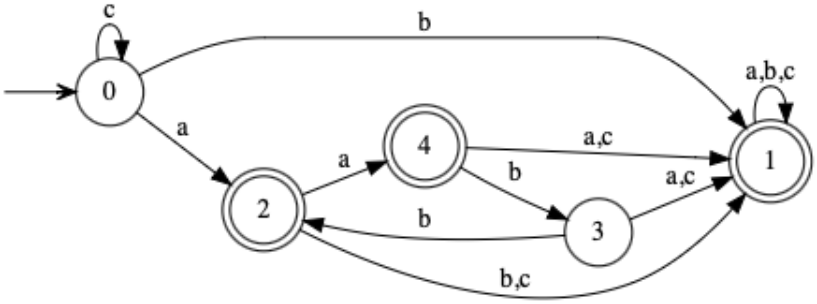
(-i-)



(-ii-)

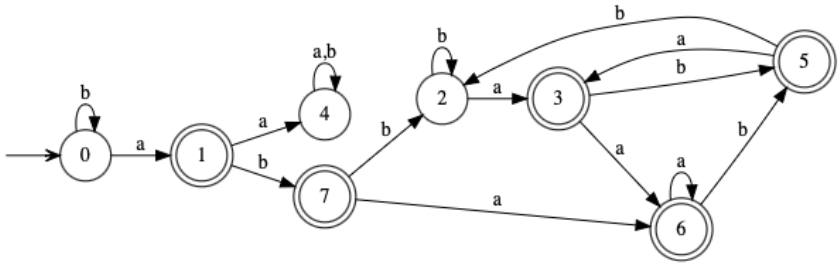


(-iii-)

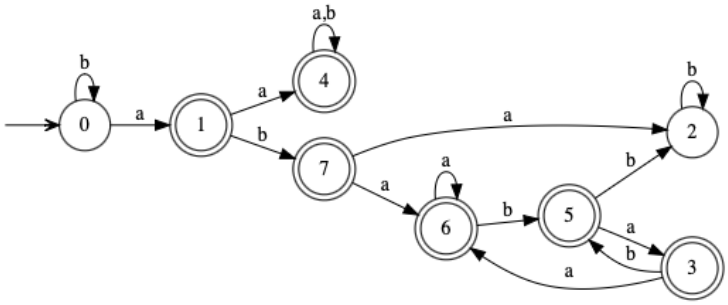


(-iv-)

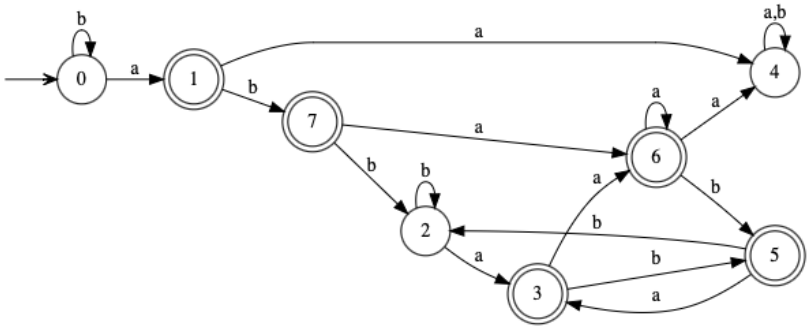
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



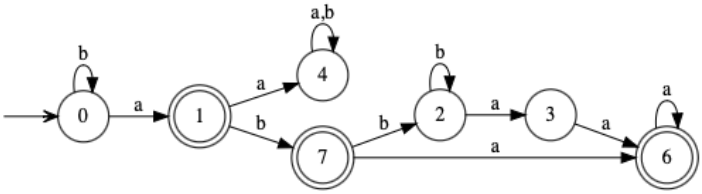
(-i-)



(-ii-)

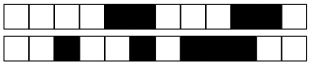


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+198/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 3 : a b c ■ e f

Question 4 : a ■ c d e f g h

Question 5 : ■ ■ ■ d e f g ■ i j

Question 6 : a b c d e ■

Question 7 : ■ b c d e f

Question 8 : a b c ■ e f

Question 9 : ■ b c ■ ■ f g h i

Question 10 : ■ b c d e

Question 11 : a b ■ d e f

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d e f g ■

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab ■ *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

☐ a 20 états ☐ b 16 états ☐ c 8 états ☐ d 32 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

☐ a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. ☐ b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ☐ c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. ☐ e $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ☐ f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
☐ g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
☐ h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

☐ a Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
☐ b Les langages dénotés par A et B sont identiques.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
☐ d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
☐ f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [b] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [d] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [f] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [g] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [h] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [c] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [d] La longueur du mot vide est 1.
- [e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [b] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [e] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [h] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [■] 16 états [c] 20 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 6 états [b] 2 états [■] 4 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[■] la Figure 2-iii-. [b] la Figure 2-ii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-iv-. [d] la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-iv-
c la Figure 3-iii- d la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 2 b 3 c 5 d 0 e 6 f 7 g 1 ■ 4

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

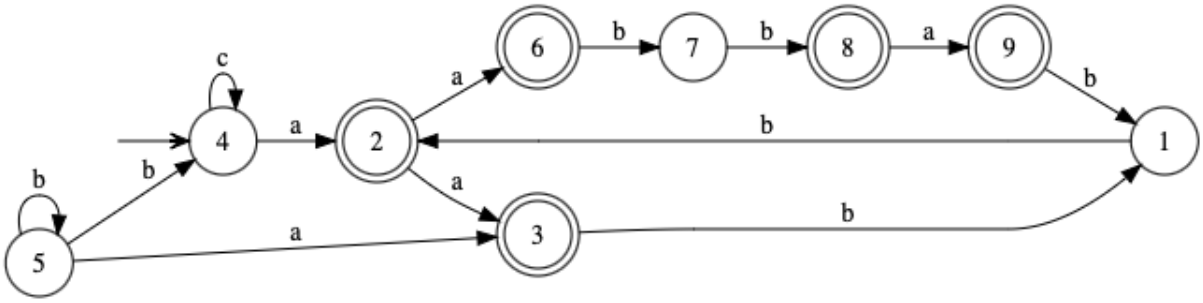
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

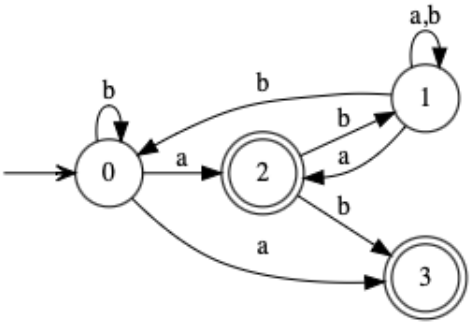
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

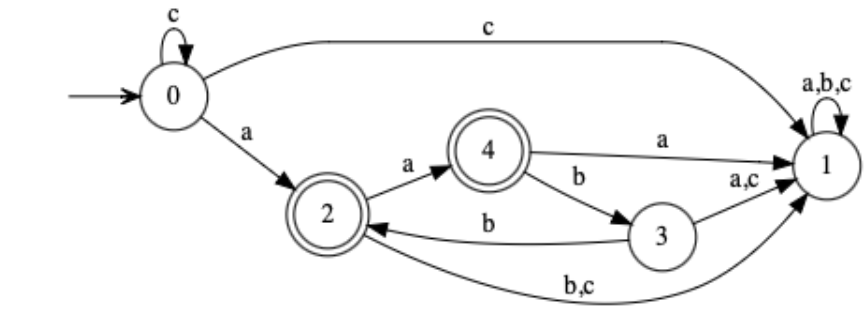


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

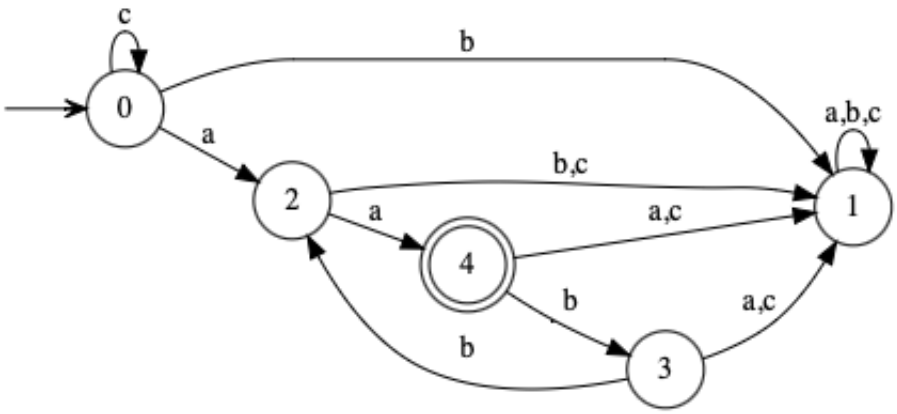


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

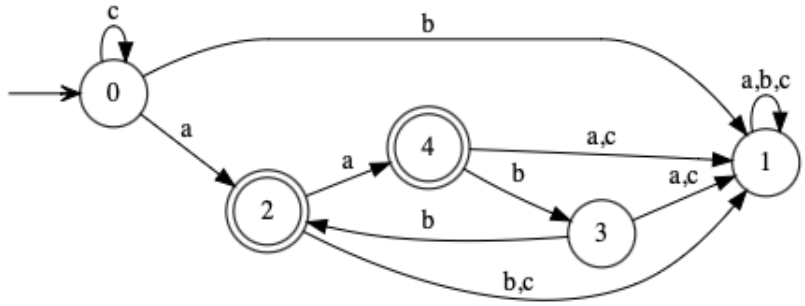
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



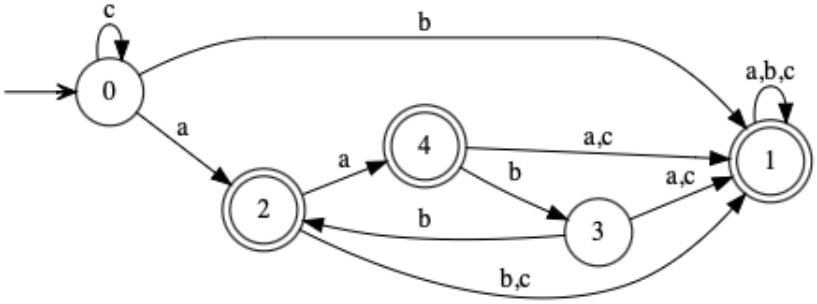
(-i-)



(-ii-)

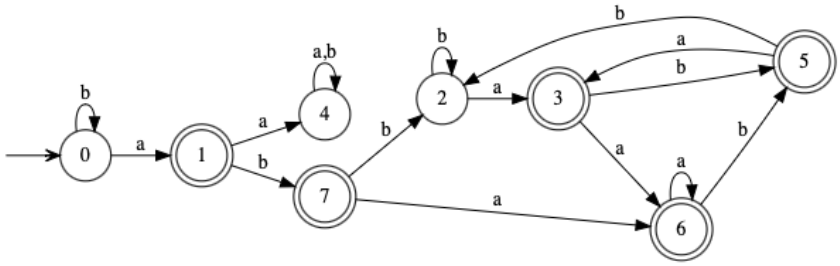


(-iii-)

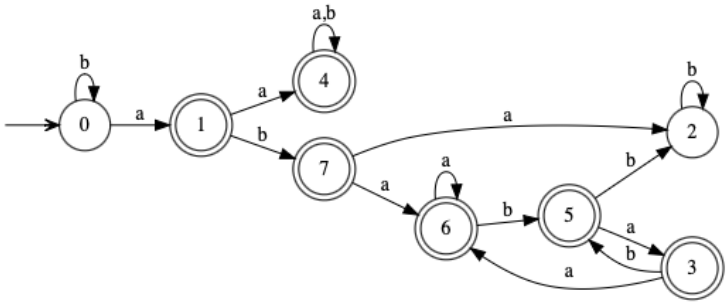


(-iv-)

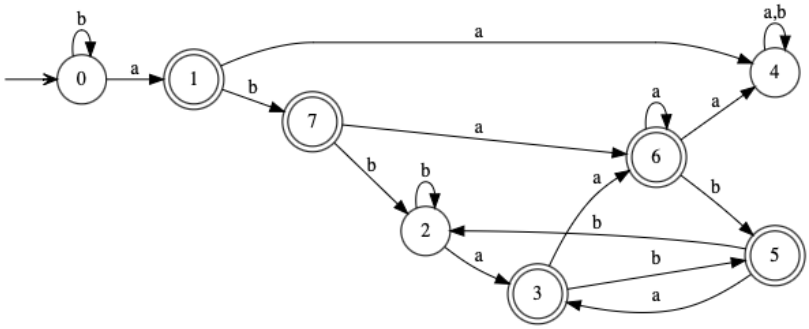
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



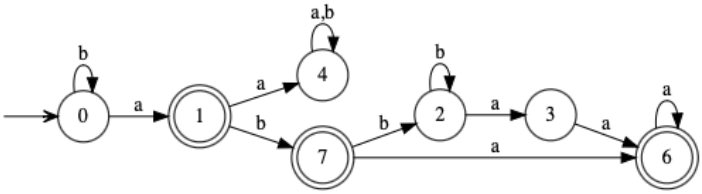
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+199/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e ■

Question 3 : a b c ■ e f g h

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 6 : a ■ c d e ■ ■ h i

Question 7 : a b ■ ■ e ■ ■ h i j

Question 8 : a b ■ d e

Question 9 : a ■ c d e f

Question 10 : a b ■ d e f

Question 11 : a b ■ d e f

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d e f g ■

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
[■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 20 états [c] 32 états [■] 16 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[b] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[c] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[d] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[f] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

[c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

[d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[b] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 32 états [c] 16 états [d] 8 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états b 8 états c 6 états ■ 4 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
c Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
d La longueur du mot vide est 1.
e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
■ La longueur du mot vide est 0.
h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
b Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
d Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
e Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
f Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
g Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
i Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
c la Figure 3-iii- d la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 0 ☐ b 7 ☐ c 1 ☐ d 3 ☐ e 6 ■ 4 ☐ g 2 ☐ h 5

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

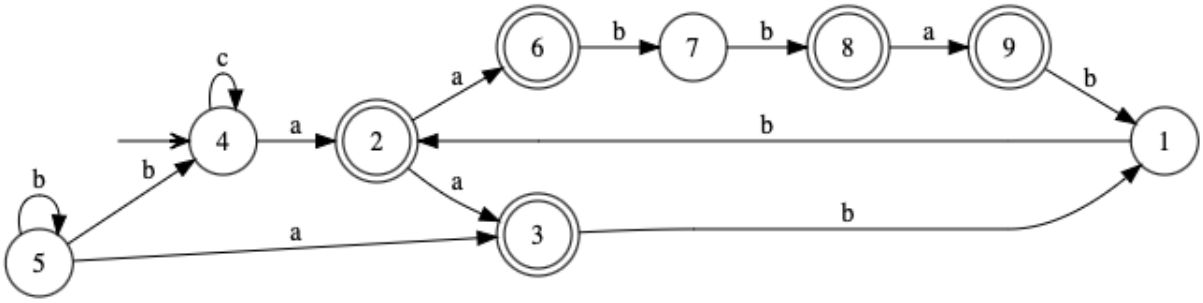
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

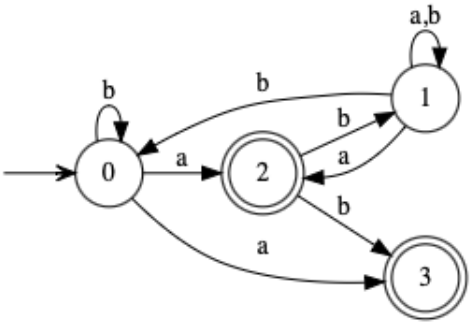
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

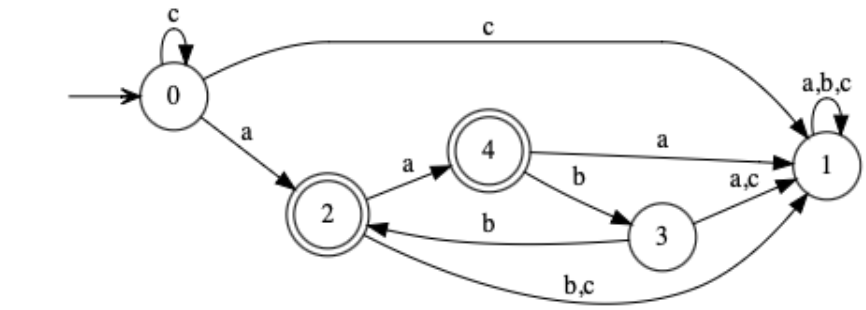


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

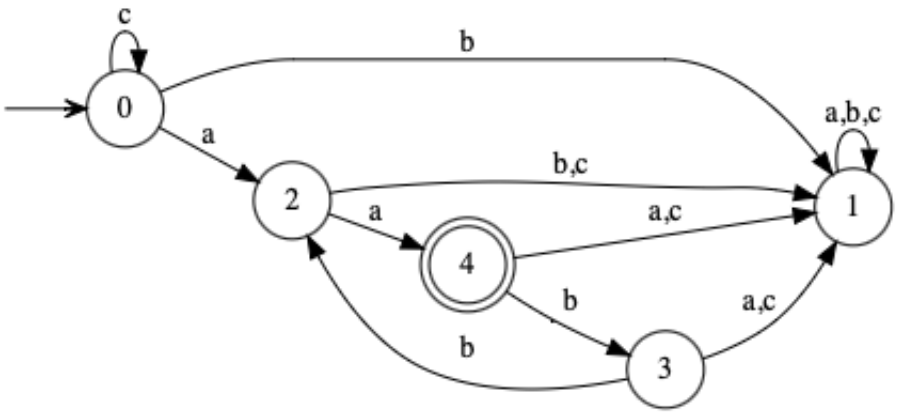


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

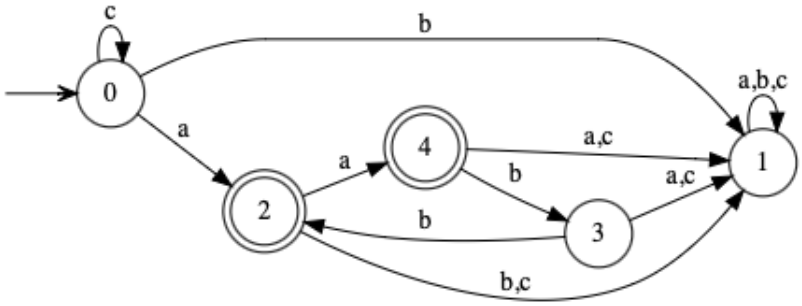
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



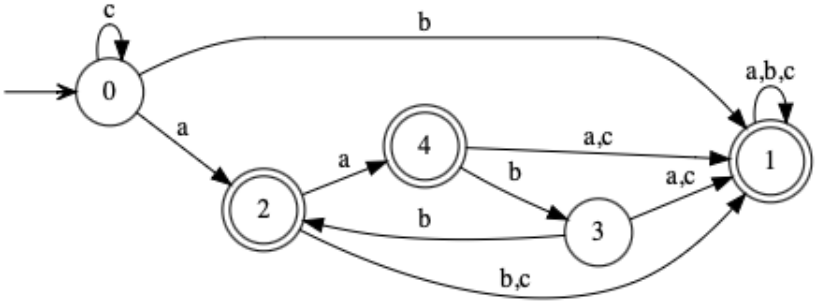
(-i-)



(-ii-)

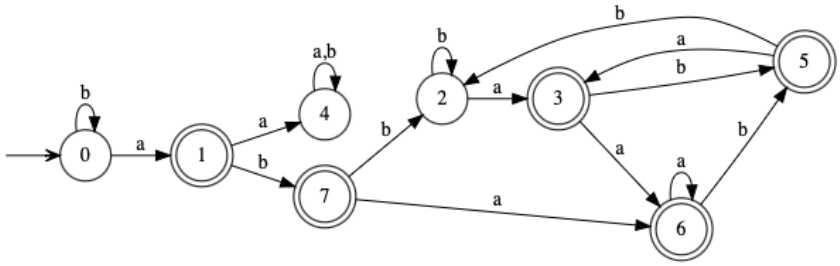


(-iii-)

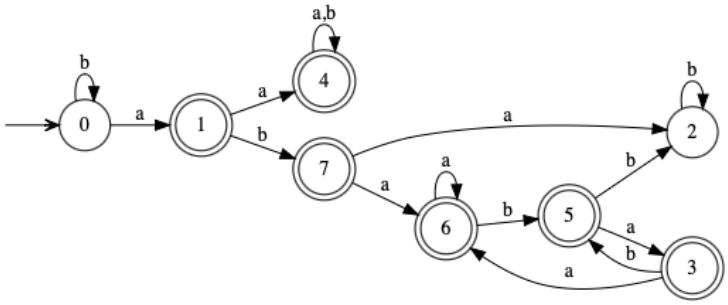


(-iv-)

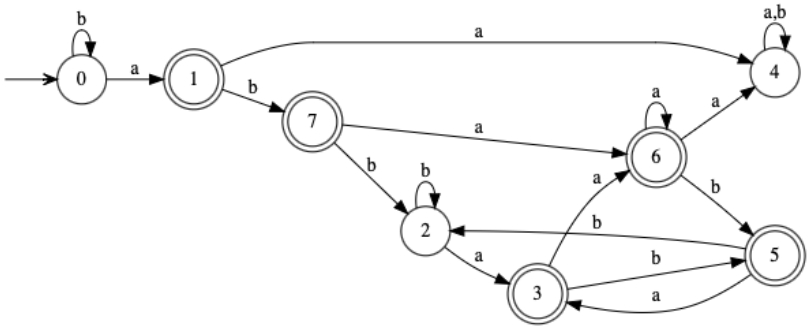
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



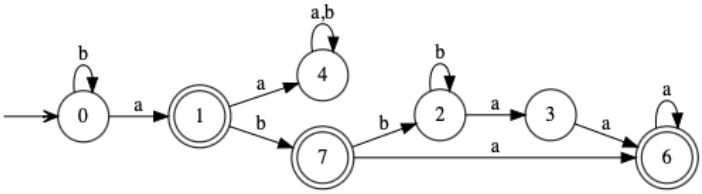
(-i-)



(-ii-)

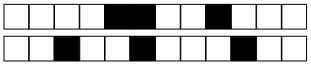


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+200/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [b] [c] [■] [e] [f] [g] [h]

Question 3 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 4 : [■] [b] [c] [d] [■] [f] [■] [■] [i] [j]

Question 5 : [a] [■] [c] [d] [e]

Question 6 : [■] [b] [c] [d] [e] [f]

Question 7 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 8 : [a] [b] [c] [d] [e] [■]

Question 9 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 10 : [a] [■] [c] [d] [e] [■] [■] [h] [i]

Question 11 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] [■] [l]

Question 12 : [a] [b] [■] [d] [e]

Question 13 : [a] [b] [c] [d] [■] [f]

Question 14 : [a] [b] [c] [d] [e] [■] [g] [h]

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

- [a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
- [b] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
- [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
- [d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
- [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
- [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [c] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [d] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [e] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

f Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

g Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

j Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

b Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

c Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

f Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

h Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 7 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

e La longueur du mot vide est 1.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

g Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 32 états c 20 états ■ 16 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 6 états ■ 4 états d 2 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 8 états b 16 états c 20 états d 32 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-i-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
■ la Figure 3-i- d la Figure 3-iv- e la Figure 3-ii-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 7 ☐ b 2 ☐ c 1 ■ 4 ☐ e 6 ☐ f 3 ☐ g 0 ☐ h 5

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

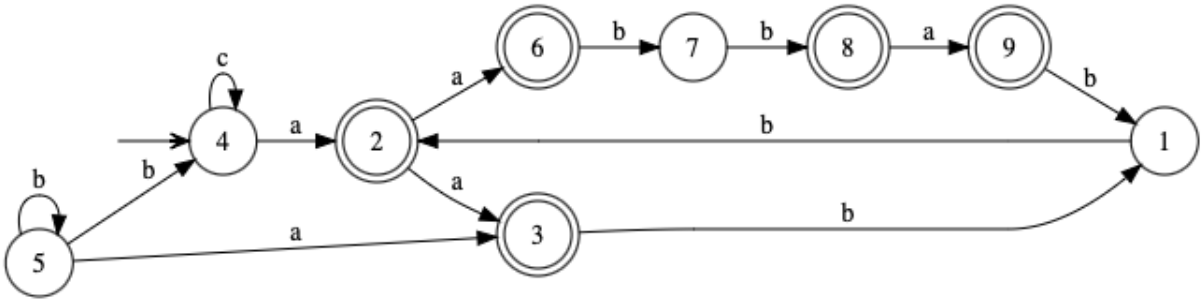
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

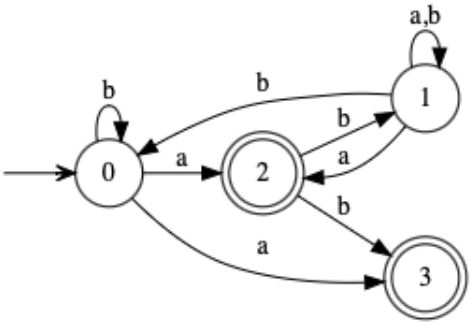
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

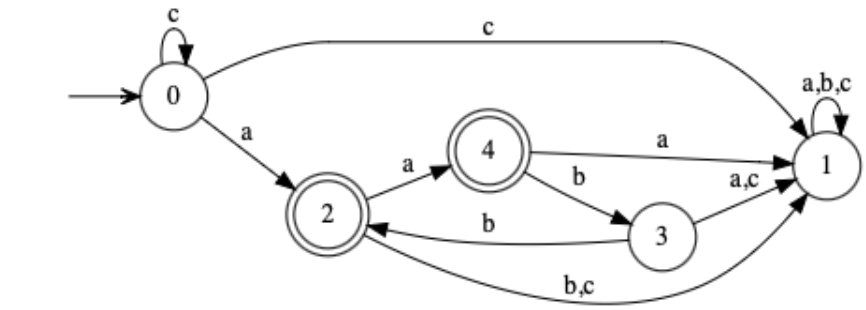


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

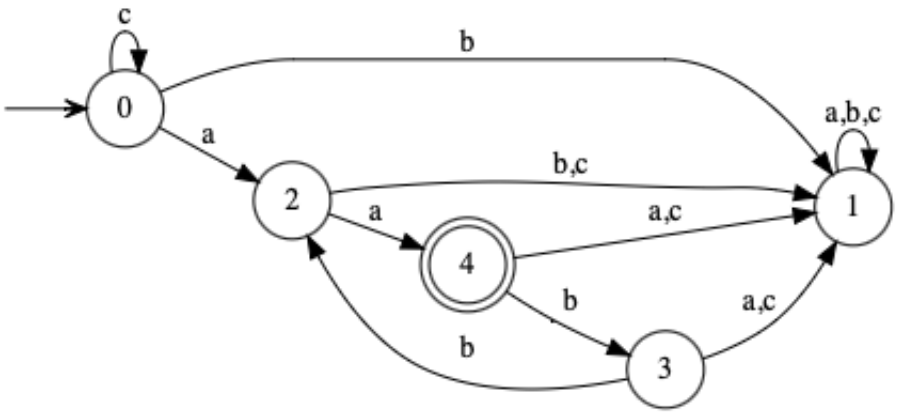


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

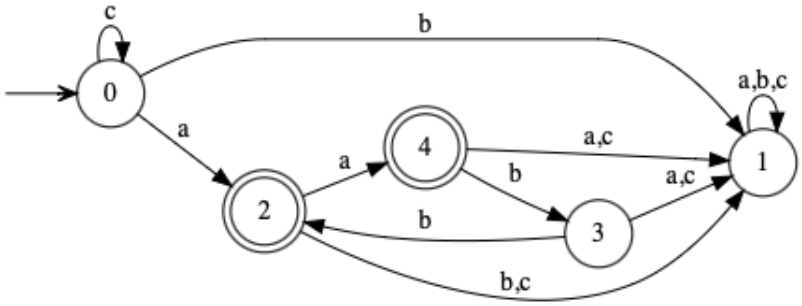
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



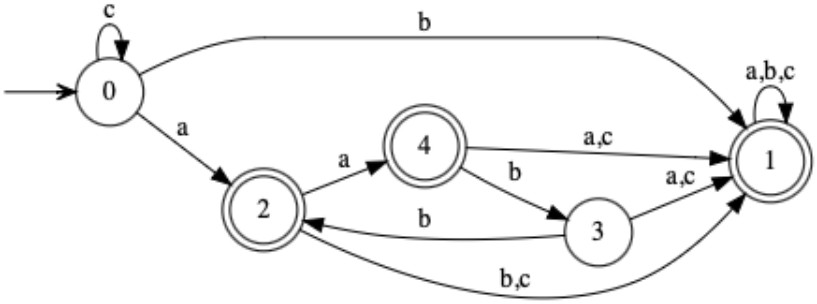
(-i-)



(-ii-)

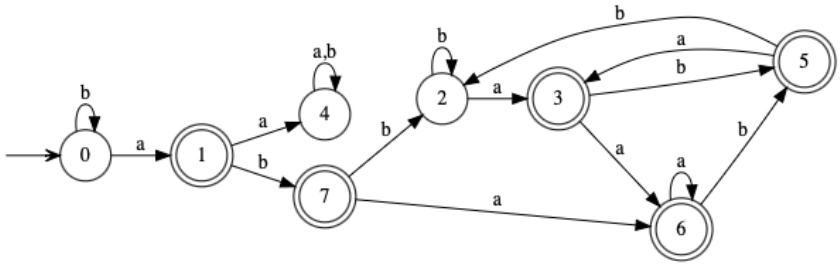


(-iii-)

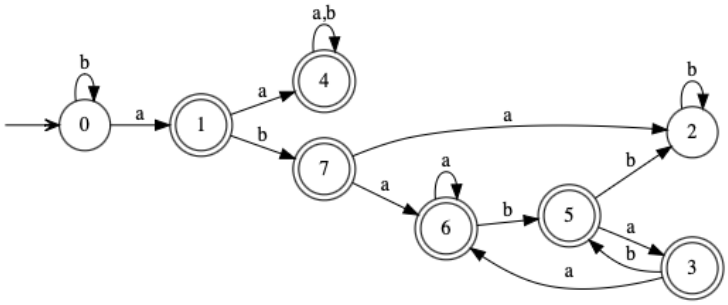


(-iv-)

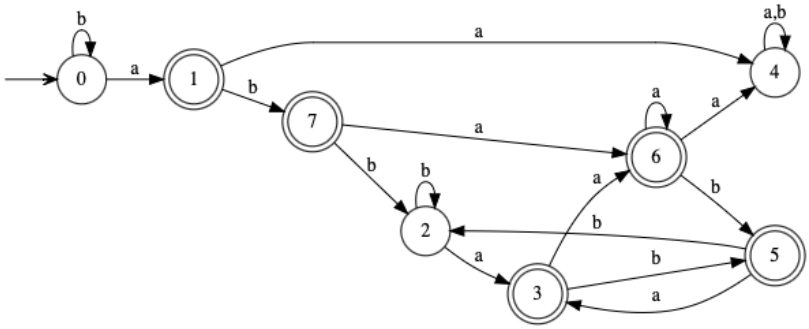
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



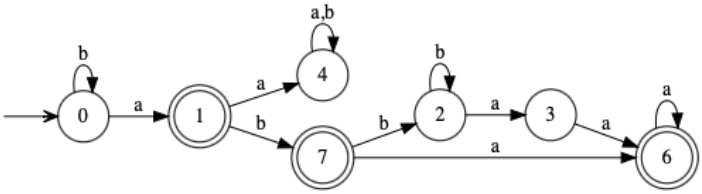
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+201/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d ■ f g h

Question 3 : a b ■ d e

Question 4 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 5 : a b ■ d e f

Question 6 : ■ b c ■ ■ f ■ h i j

Question 7 : ■ ■ ■ d e f g h i

Question 8 : a b c ■ e f

Question 9 : a b ■ d e f

Question 10 : a b ■ d e f

Question 11 : a b c d e ■

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

☐ a 2 états ☐ b 8 états ☐ c 6 états ■ 4 états

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

☐ f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

☐ a La longueur du mot vide est 1.

☐ b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

☐ e Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

☐ g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

c Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

d Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

e Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

f Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

d Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états b 8 états c 20 états ■ 16 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
b Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
c Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
e Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
g Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
h Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 10 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 20 états c 8 états d 32 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- b la Figure 3-ii-
c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe d la Figure 3-iii-
■ la Figure 3-i- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 3 ☐ b 5 ☐ c 7 ☐ d 6 ☐ e 1 ☐ f 0 ■ 4 ☐ h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

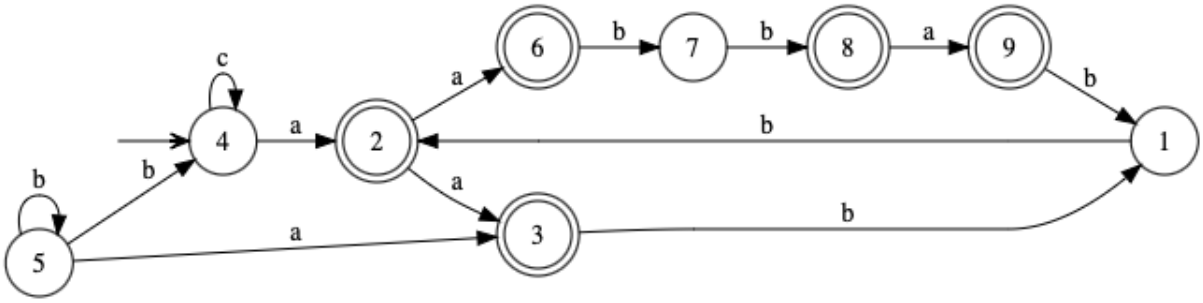
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

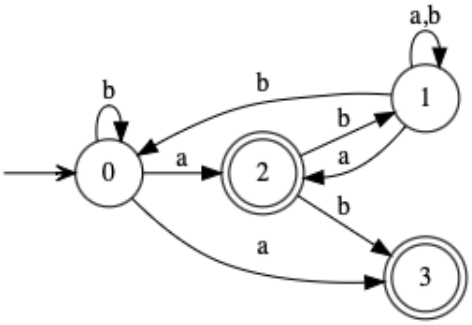
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

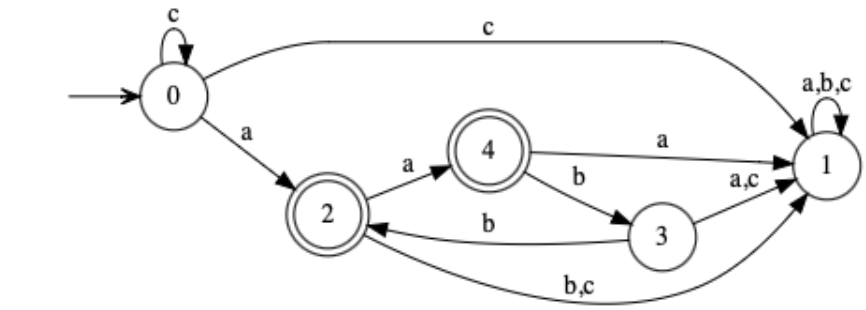


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

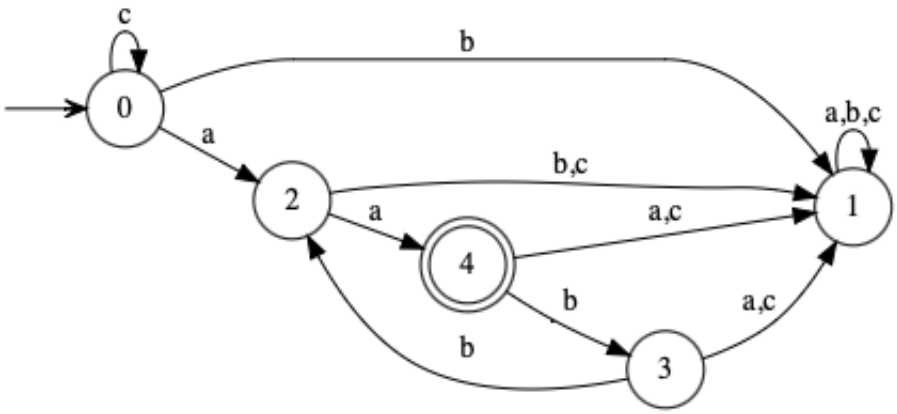


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

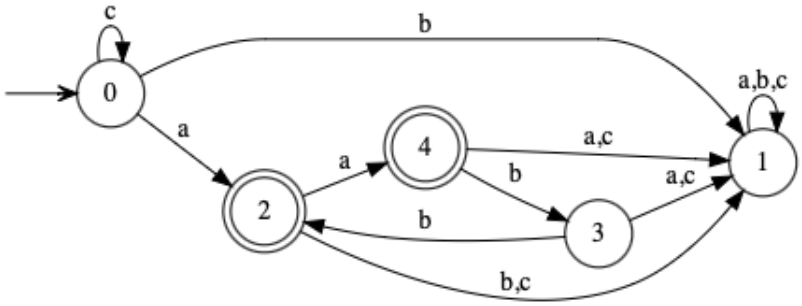
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



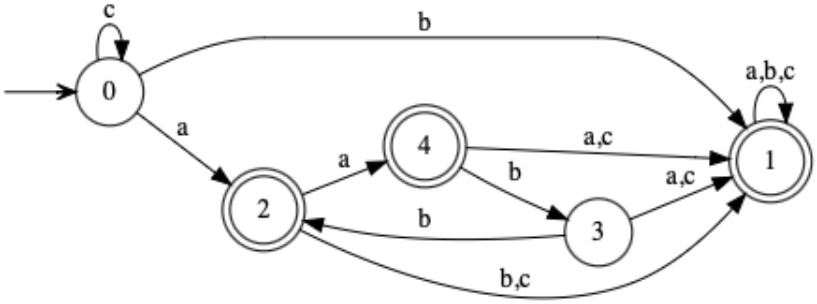
(-i-)



(-ii-)

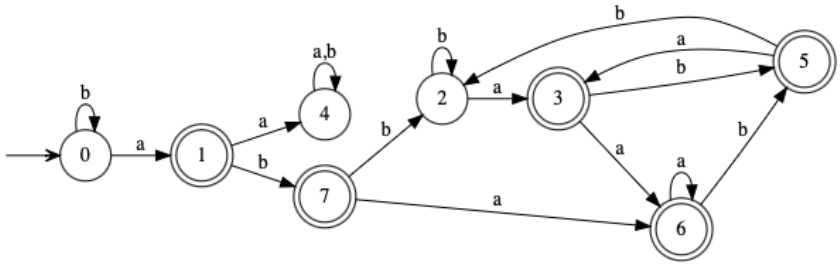


(-iii-)

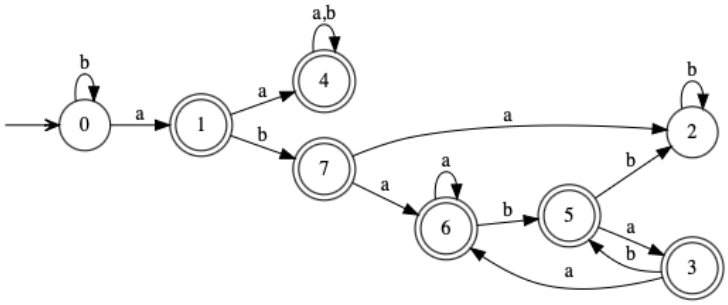


(-iv-)

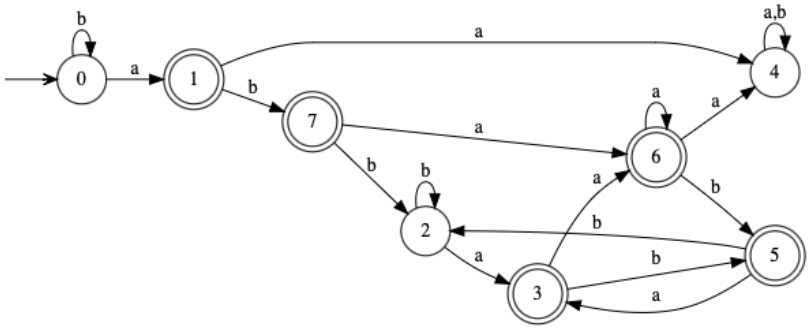
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



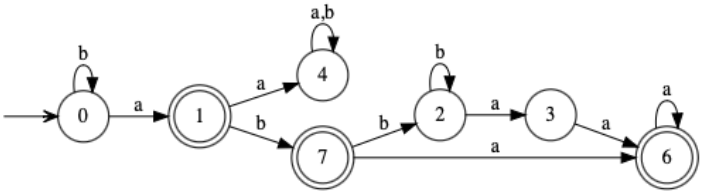
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+202/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c ■ e f

Question 3 : a b ■ ■ e ■ g h i

Question 4 : ■ ■ c d e f ■ ■ i j

Question 5 : ■ b c d e

Question 6 : a b ■ d e f

Question 7 : a ■ c d e f

Question 8 : a b c ■ e f

Question 9 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 10 : a b c d e ■

Question 11 : a ■ c d e f g h

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d e f ■ h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 20 états [c] 32 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[c] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[d] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[f] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[h] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 20 états [c] 32 états [■] 16 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] La longueur du mot vide est 1.

[b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

[■] La longueur du mot vide est 0.

[d] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

[f] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

[d] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[b] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

[b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[d] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

[e] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[g] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

i Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

j Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états b 6 états c 8 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-ii-

■ la Figure 3-i- d la Figure 3-iii- e la Figure 3-iv-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 5 ☐ b 3 ☐ c 0 ☐ d 2 ☐ e 7 ☐ f 1 ■ 4 ☐ h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

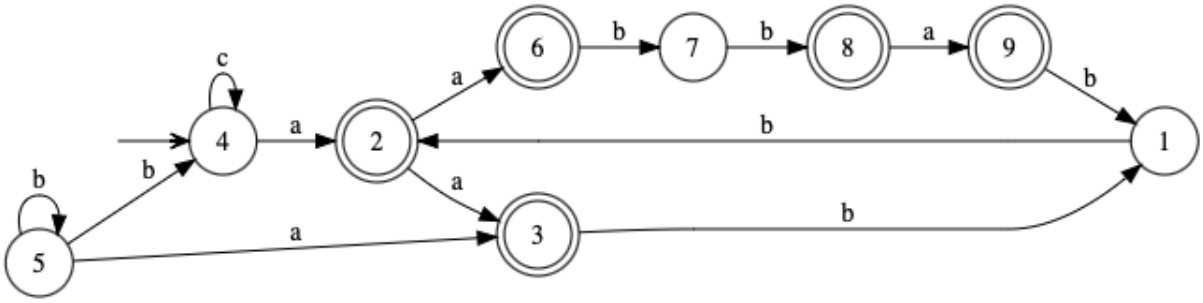
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

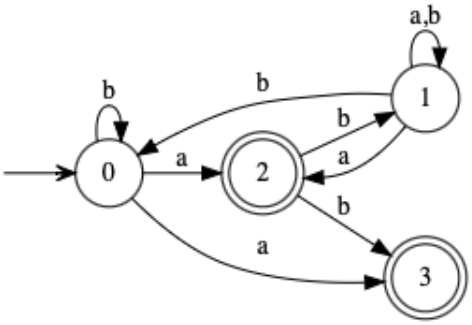
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

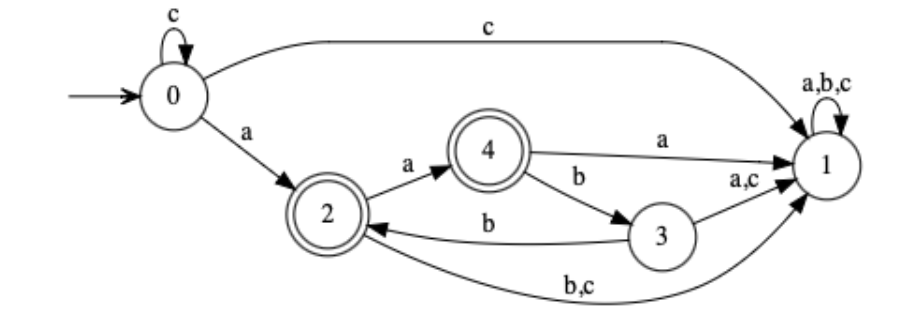


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

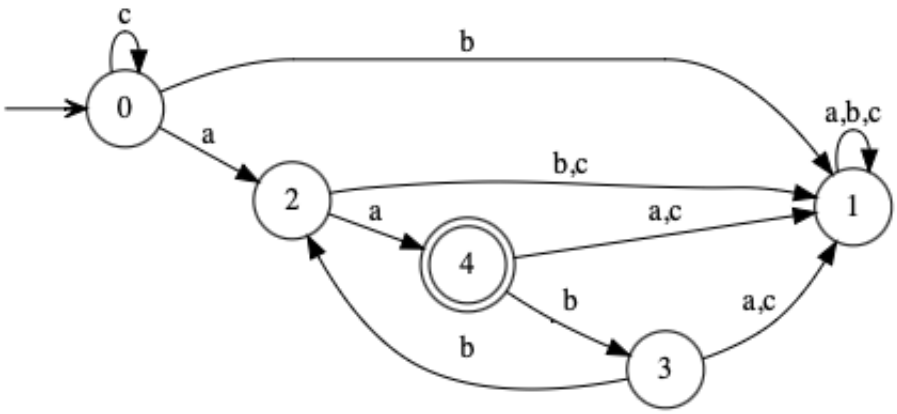


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

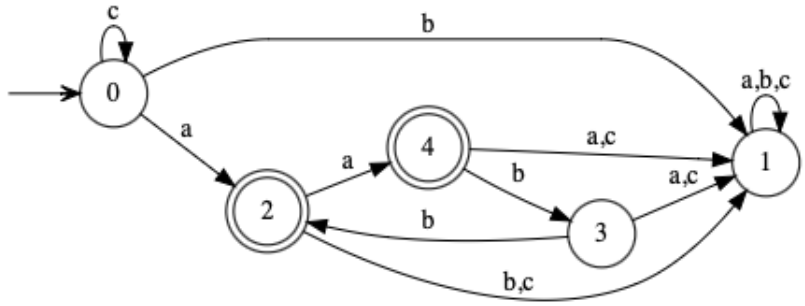
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



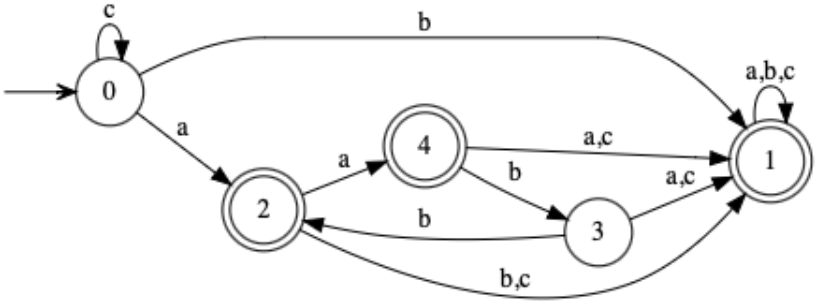
(-i-)



(-ii-)

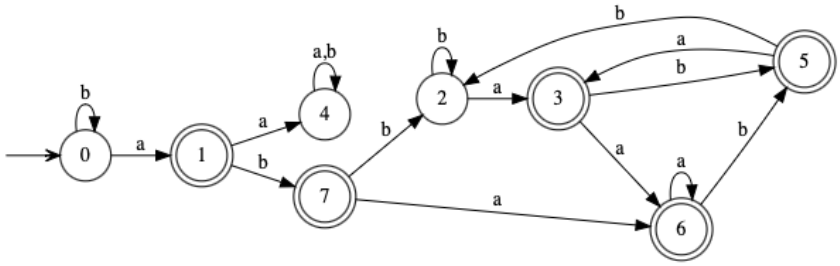


(-iii-)

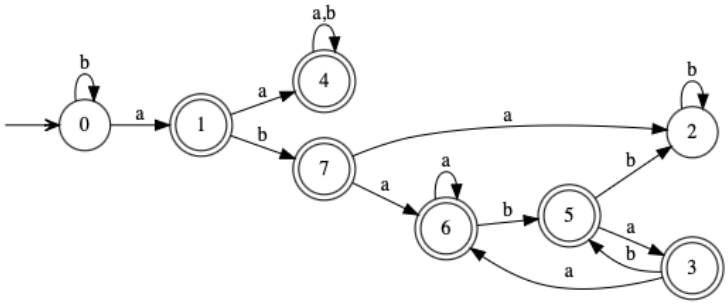


(-iv-)

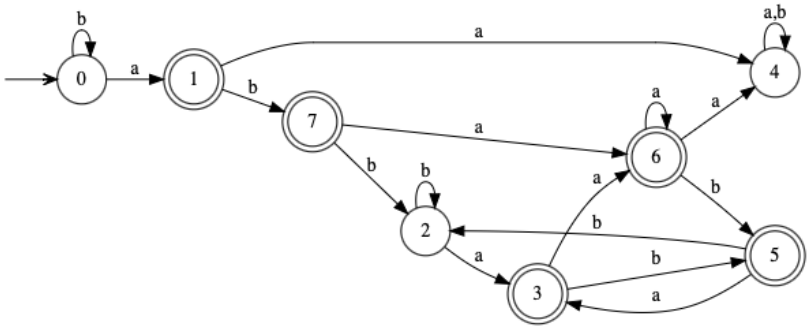
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



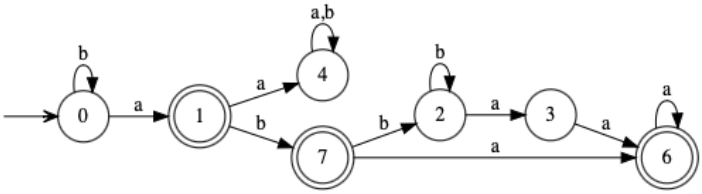
(-i-)



(-ii-)

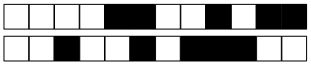


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+203/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e ■

Question 3 : ■ ■ c d ■ f ■ h i j

Question 4 : a b c ■ e f

Question 5 : a b ■ d ■ f ■ h i

Question 6 : a b ■ d e f g h

Question 7 : a b c ■ e f

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : a b ■ d e f

Question 10 : a b c ■ e f

Question 11 : ■ b c d e

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b c d e f ■ h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [b] La longueur du mot vide est 1.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [g] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 16 états [c] 20 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
[c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
[d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 20 états ■ 16 états [c] 8 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[b] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
[c] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
[d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[e] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[f] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
[g] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
[h] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[i] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[j] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

d Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 2 états c 8 états d 6 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

b Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

c Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

f Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
c la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i- e la Figure 3-iv-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 2 b 7 c 5 d 3 e 1 f 6 ■ 4 h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

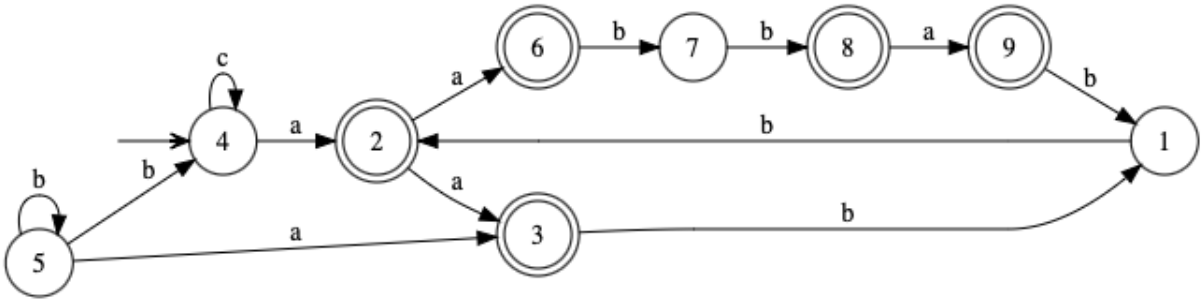
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

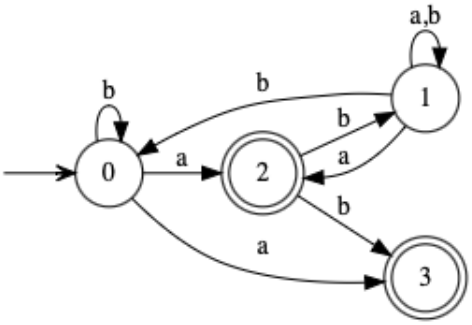
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

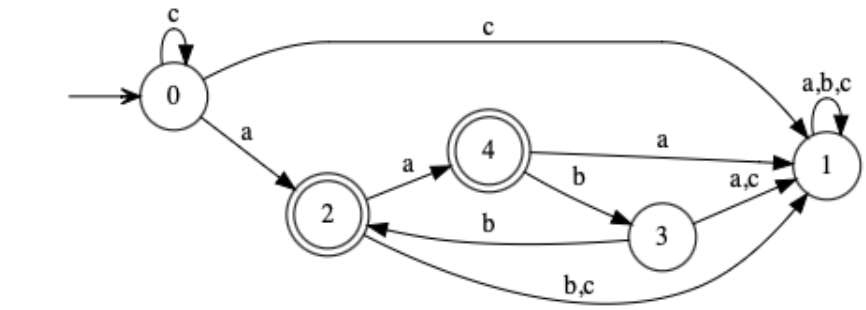


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

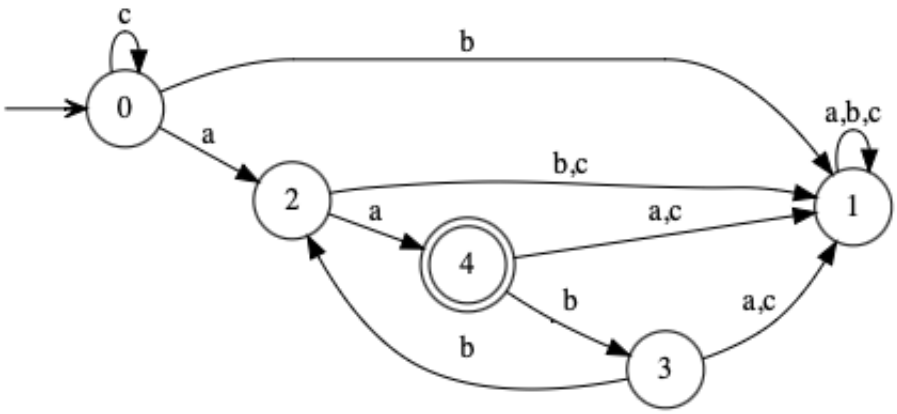


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

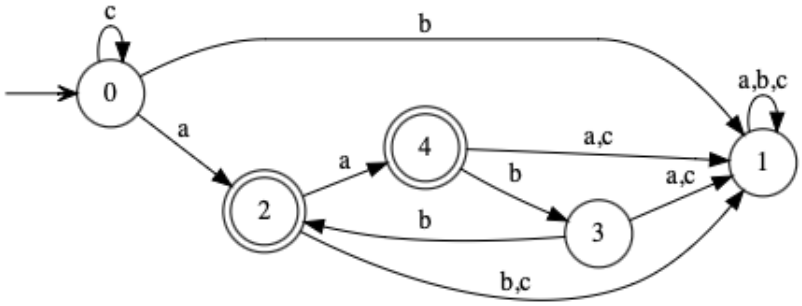
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



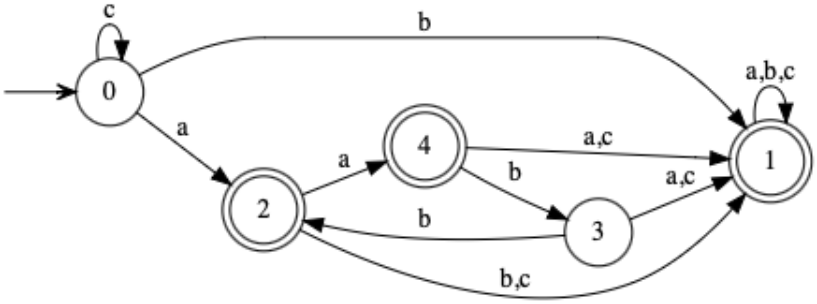
(-i-)



(-ii-)

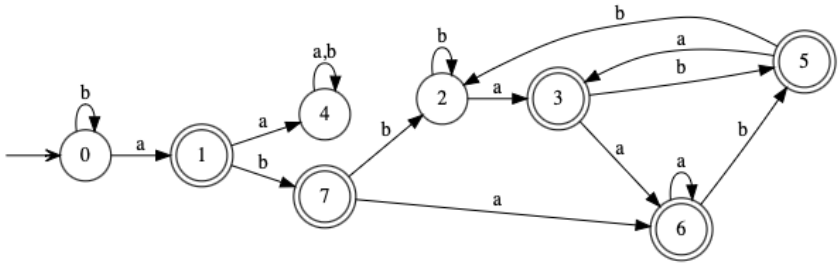


(-iii-)

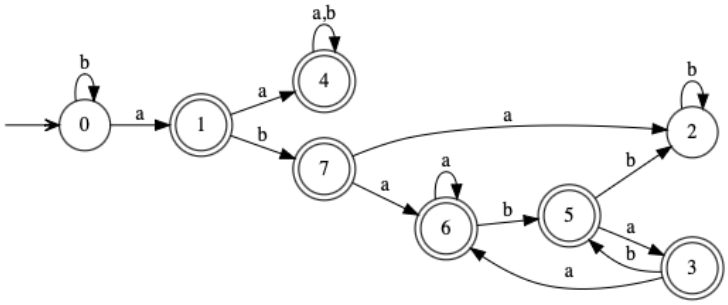


(-iv-)

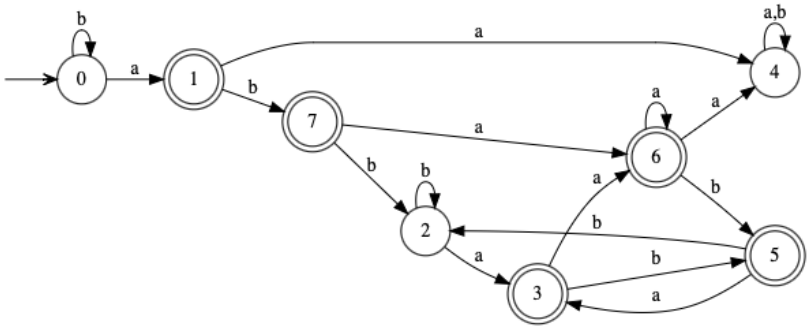
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



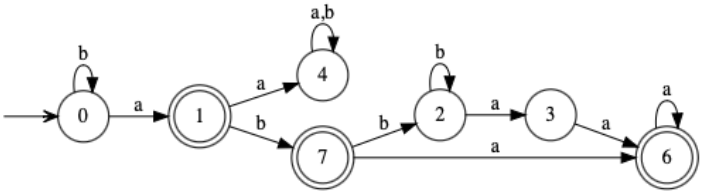
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+204/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e

Question 3 : ■ b ■ d e ■ g h i

Question 4 : a b c d e ■

Question 5 : a ■ c d e f

Question 6 : a ■ c d e f

Question 7 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 8 : a b c d e ■ g h

Question 9 : ■ b c d e f

Question 10 : ■ b c d e f

Question 11 : a b c ■ ■ f ■ ■ i j

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b c d e f ■ h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

- [a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
- [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
- [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
- [d] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
- [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
- [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [b] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [c] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [e] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

☐ a 32 états ☐ b 20 états ☐ c 16 états ☐ d 8 états

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

☐ a Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

☐ c La longueur du mot vide est 1.

☐ d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

☐ g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

☐ a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

☐ c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

☐ d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

☐ e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

☐ a Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

☐ b Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

☐ c Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

☐ d Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

☐ e Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

☐ f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

☐ g Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

☐ h Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

☐ i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

☐ j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

☐ l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 32 états c 20 états ■ 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

b Les langages dénotés par A et B sont identiques.

c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états ■ 4 états c 2 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-

c la Figure 3-iii- d la Figure 3-ii- e la Figure 3-iv-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 5 ☐ b 3 ☐ c 0 ■ 4 ☐ e 7 ☐ f 2 ☐ g 6 ☐ h 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

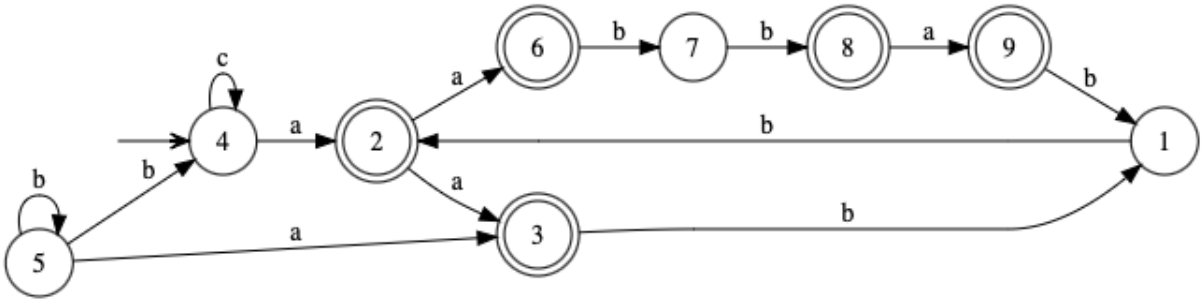
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

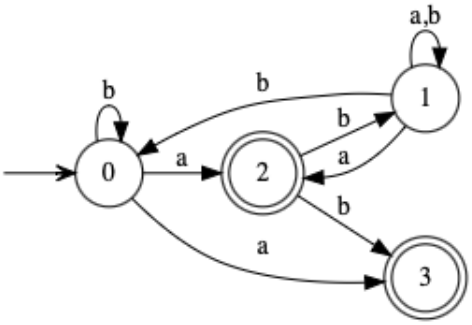
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

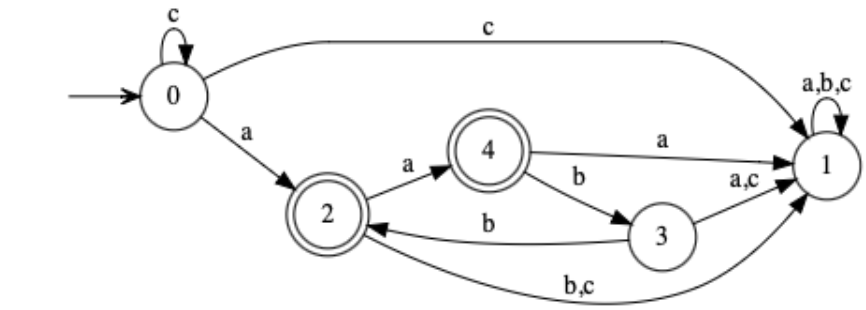


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

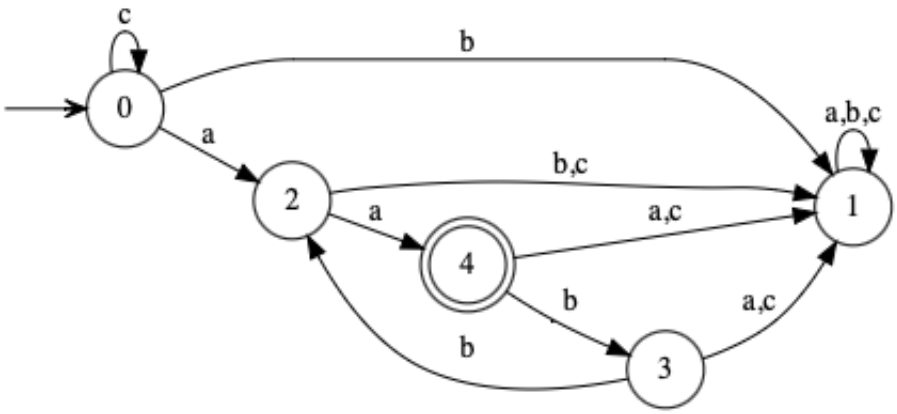


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

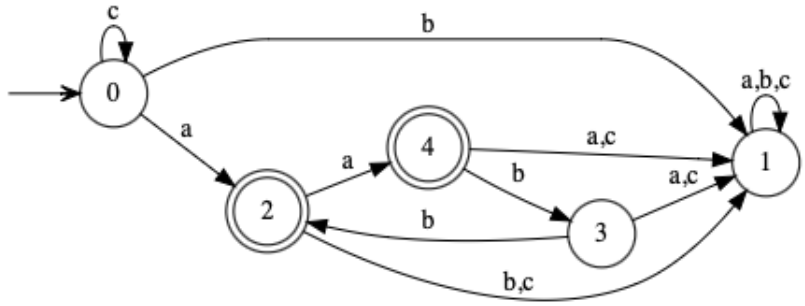
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



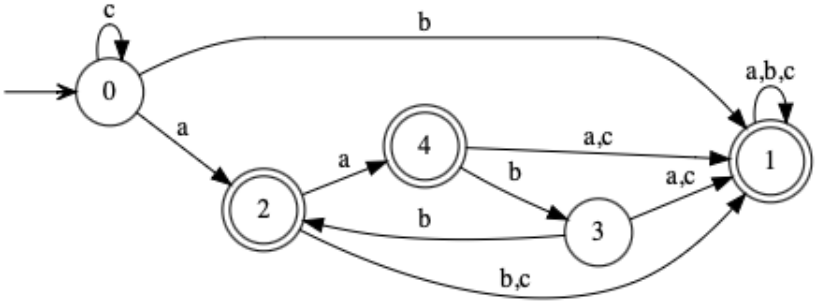
(-i-)



(-ii-)

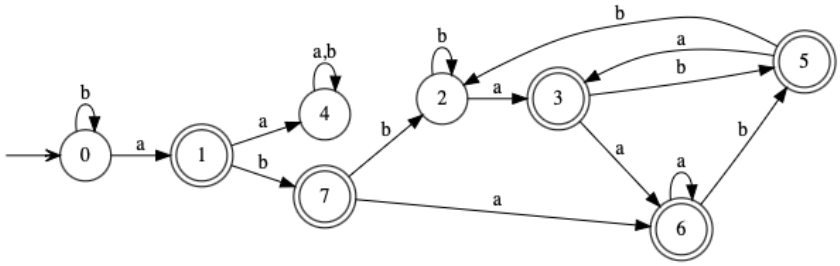


(-iii-)

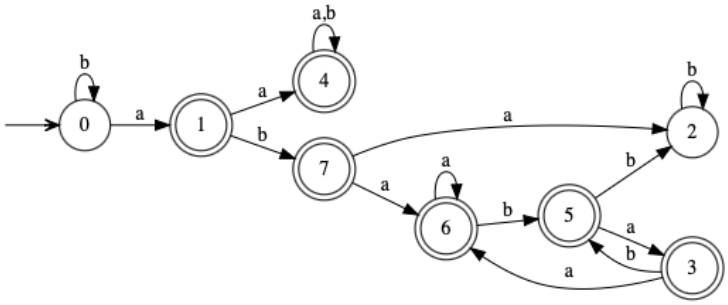


(-iv-)

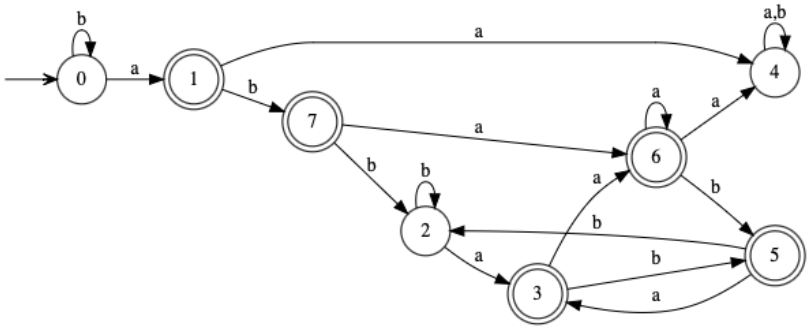
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



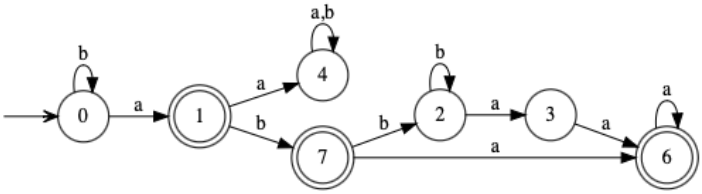
(-i-)



(-ii-)

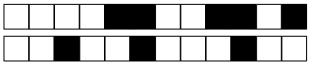


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+205/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d ■ f g h

Question 3 : ■ b c d e ■ ■ ■ i j

Question 4 : a b c d e ■

Question 5 : a ■ c d ■ ■ g h i

Question 6 : a ■ c d e

Question 7 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 8 : a b c ■ e f

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : a b c ■ e f

Question 11 : a ■ c d e f

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [d] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [e] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [f] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [h] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [i] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [j] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

[b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

[b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

[c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 32 états [c] 8 états [d] 20 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 6 états [b] 2 états [c] 8 états ■ 4 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[c] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[f] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

g Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

h Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 8 états ■ 16 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

b La longueur du mot vide est 1.

c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La longueur du mot vide est 0.

e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe

■ la Figure 3-i- d la Figure 3-ii- e la Figure 3-iv-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 2 ☐ b 0 ☐ c 7 ■ 4 ☐ e 6 ☐ f 3 ☐ g 5 ☐ h 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

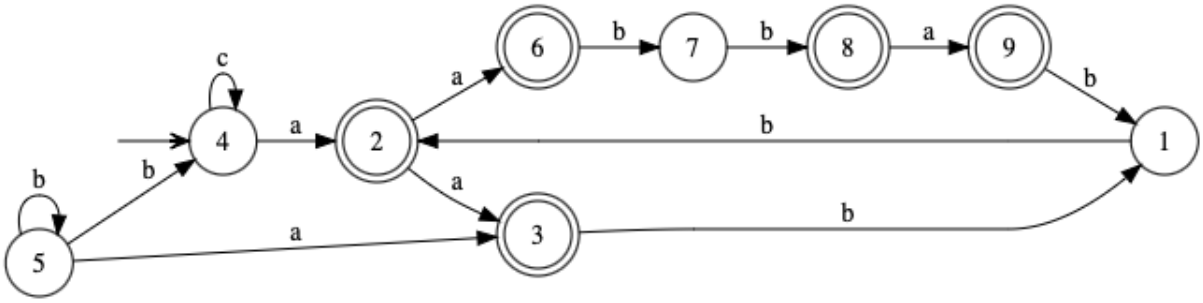
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

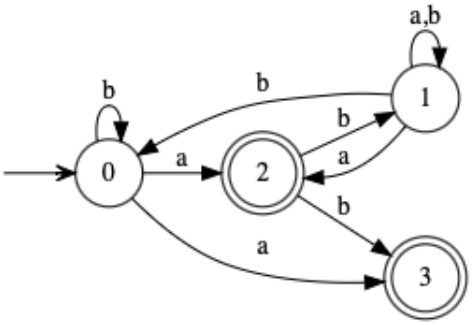
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

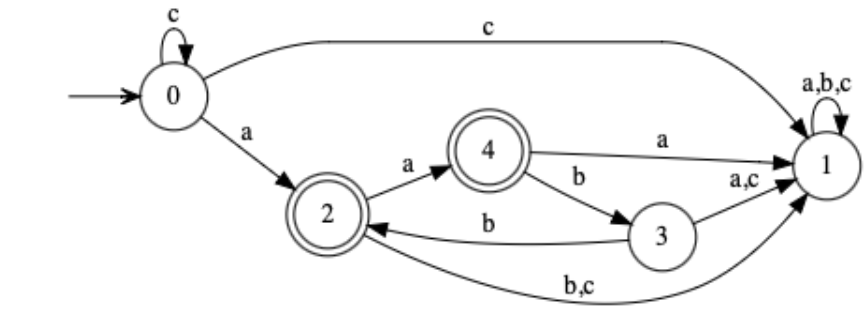


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

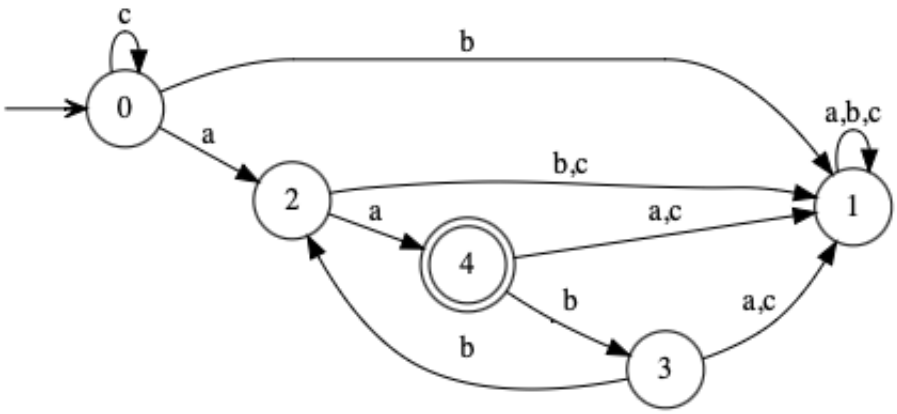


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

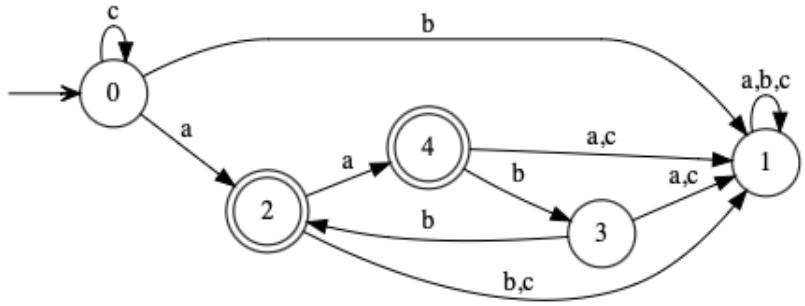
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



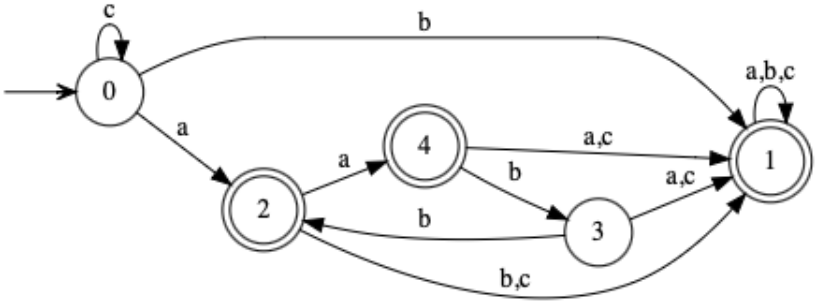
(-i-)



(-ii-)

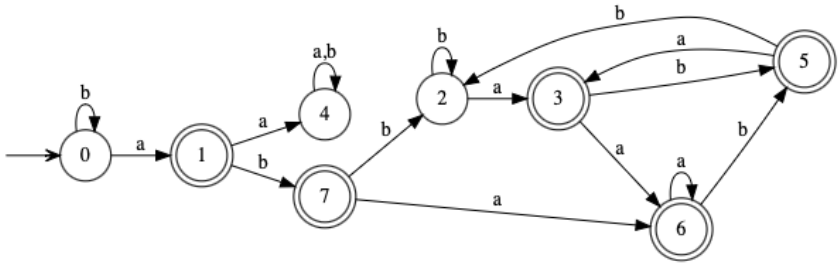


(-iii-)

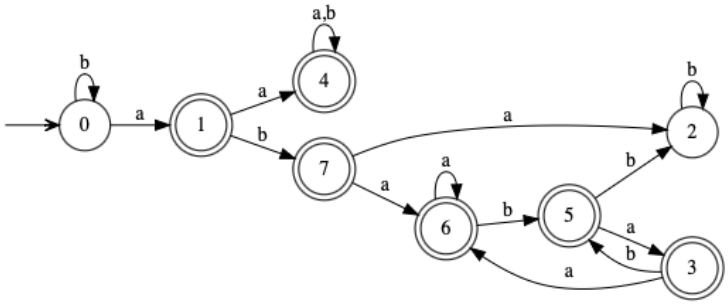


(-iv-)

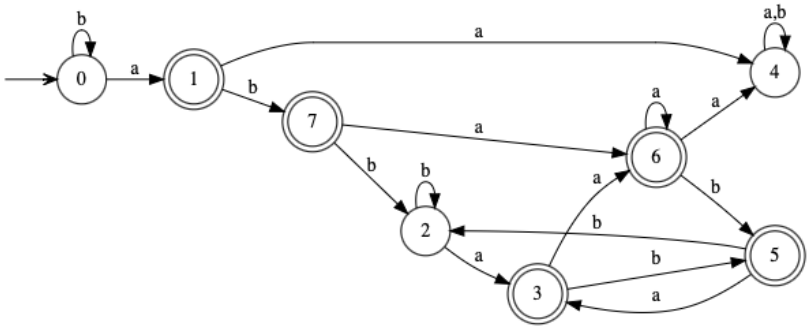
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



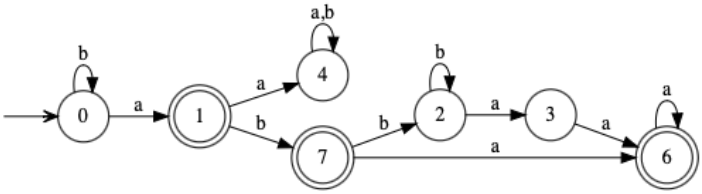
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+206/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e f

Question 3 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 4 : a b ■ d e

Question 5 : a b c ■ e f

Question 6 : a b c d e ■

Question 7 : a b c ■ e f

Question 8 : ■ ■ c ■ ■ f g h i j

Question 9 : a ■ c d e f g h

Question 10 : a b ■ d e f

Question 11 : a b c ■ e ■ ■ h i

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

- [a] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
- [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
- [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
- [d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
- [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
- [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [c] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [c] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

d Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

e Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

h Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 20 états c 8 états d 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

c Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

g La longueur du mot vide est 1.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 6 états c 2 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 20 états [■] 16 états [c] 32 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[b] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
[c] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
[d] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
[e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[f] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[h] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
[i] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
[j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
[b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
[c] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-ii-. [■] la Figure 2-iii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-i-. [d] la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iv- [■] la Figure 3-i- [c] la Figure 3-iii- [d] la Figure 3-ii-
[e] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 3 ☐ b 2 ☐ c 1 ☐ d 7 ☐ e 6 ☐ f 5 ☐ g 0 ■ 4

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

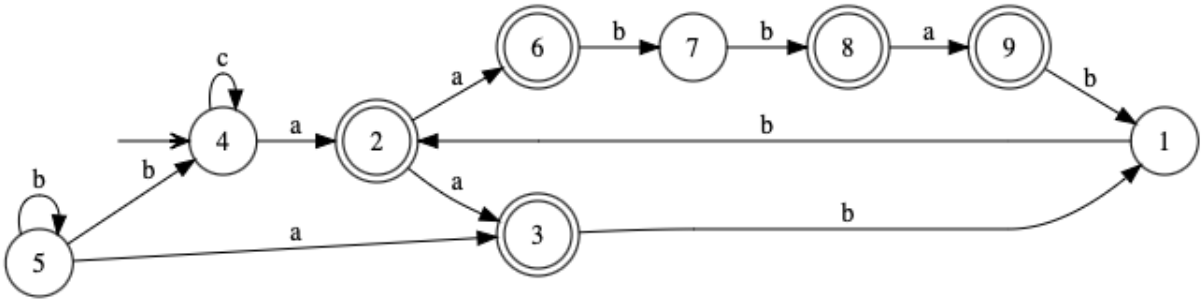
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

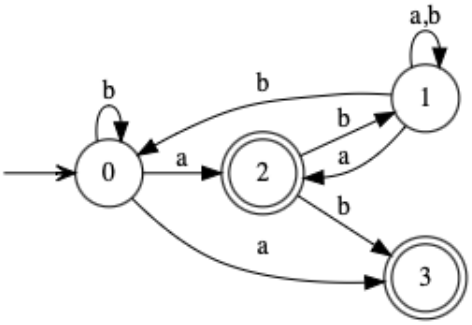
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

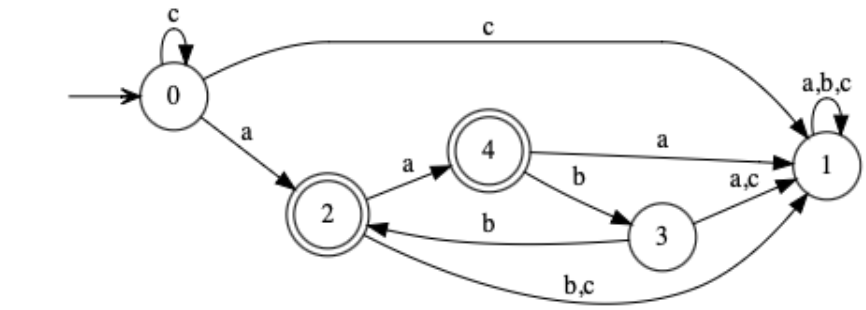


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

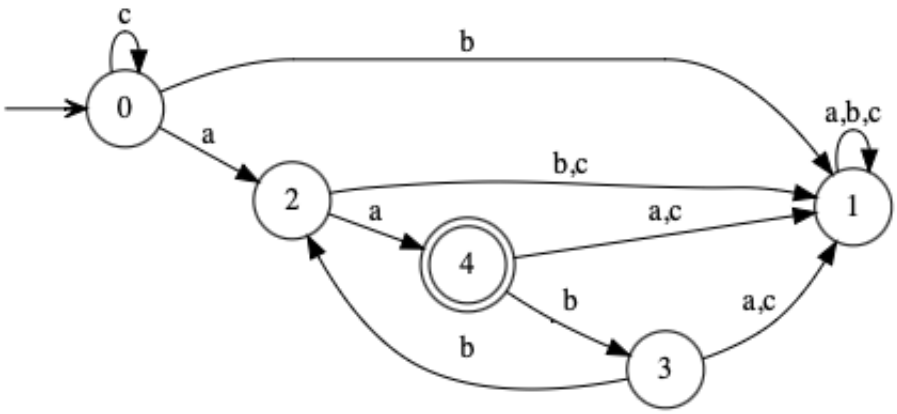


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

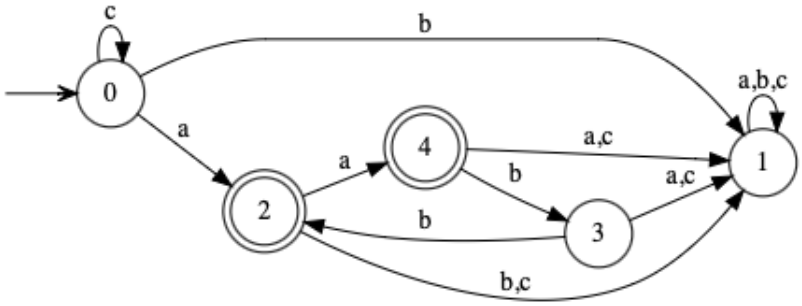
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



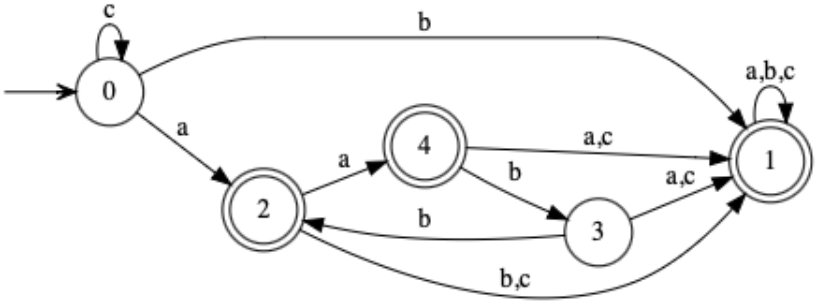
(-i-)



(-ii-)

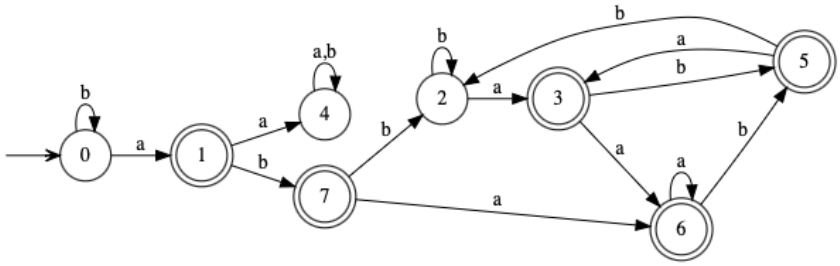


(-iii-)

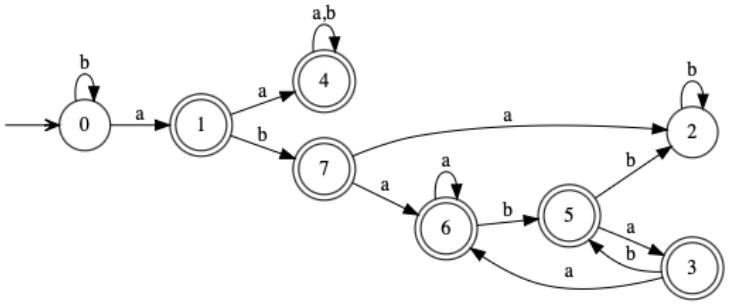


(-iv-)

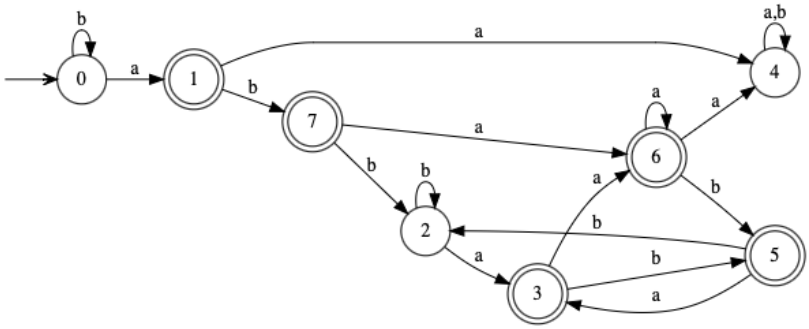
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



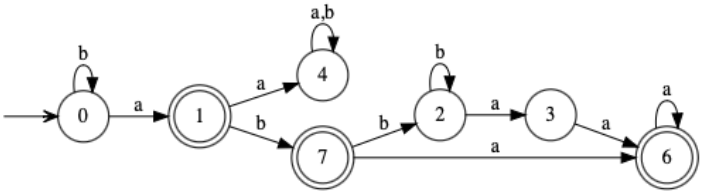
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+207/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d ■ f g h

Question 3 : a b c ■ e f

Question 4 : ■ ■ c d e ■ ■ h i j

Question 5 : a b c d e ■

Question 6 : a b ■ d e

Question 7 : a b c ■ ■ ■ g h i

Question 8 : a b c ■ e f

Question 9 : a ■ c d e f

Question 10 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 11 : a b c ■ e f

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c d e f g ■

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [b] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [d] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [e] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [g] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [i] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [j] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 32 états [c] 16 états [d] 8 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [■] 16 états [c] 32 états [d] 20 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
[b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
[c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
[c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
[d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
[f] La longueur du mot vide est 1.
[■] La longueur du mot vide est 0.
[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
[b] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[b] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[c] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

e Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

f Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états b 8 états ■ 4 états d 2 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-ii-

■ la Figure 3-i- d la Figure 3-iv- e la Figure 3-iii-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 2 c 0 d 3 e 1 f 7 g 6 h 5

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

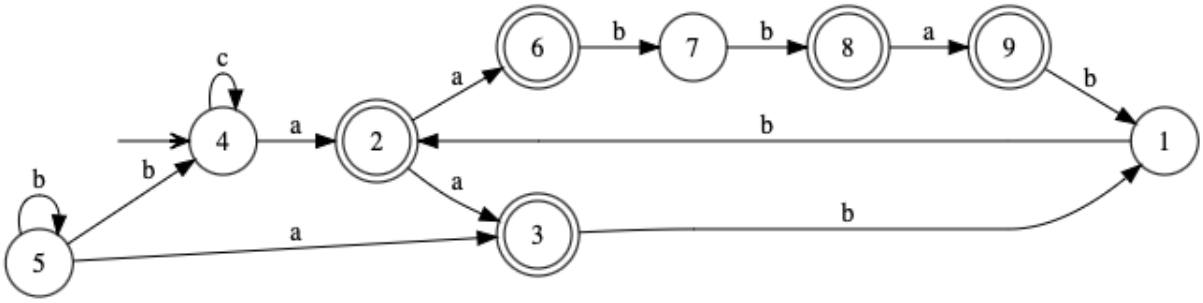
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

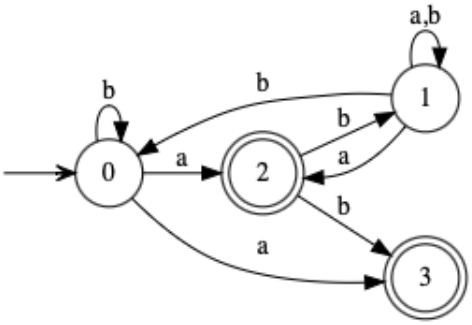
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

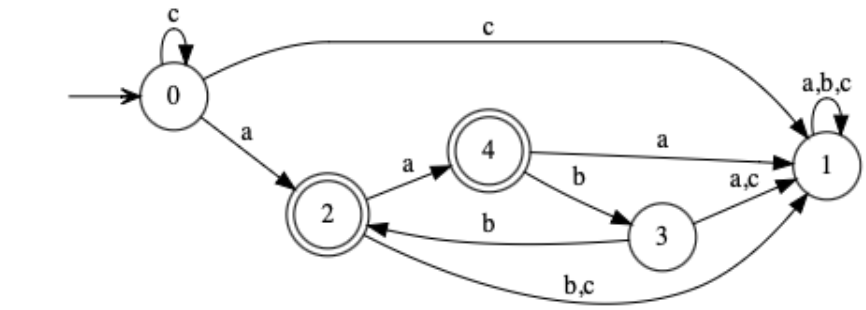


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

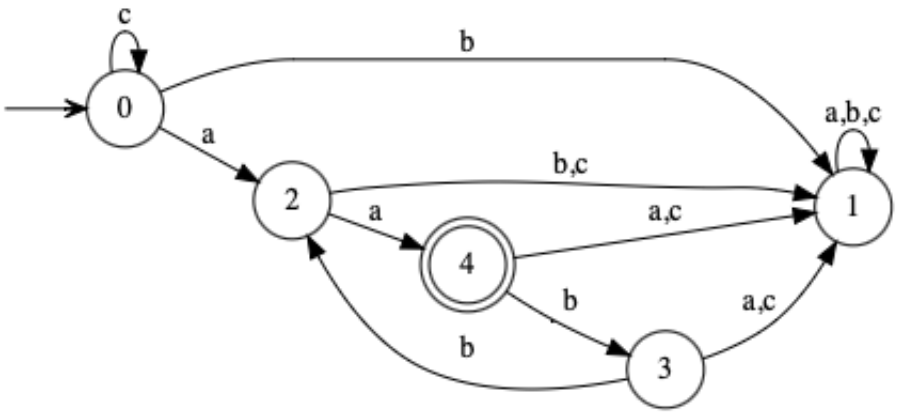


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

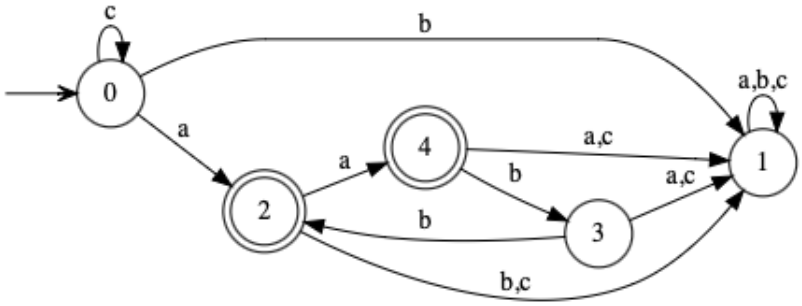
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



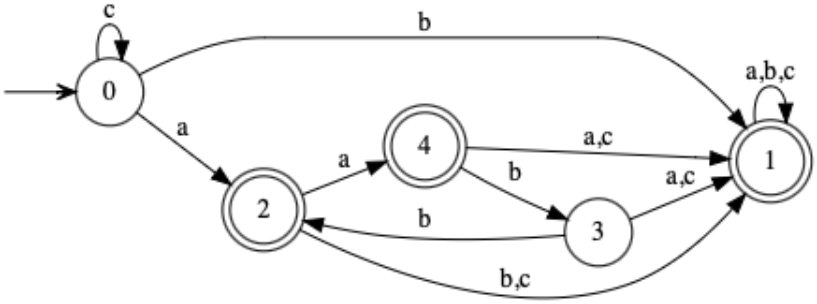
(-i-)



(-ii-)

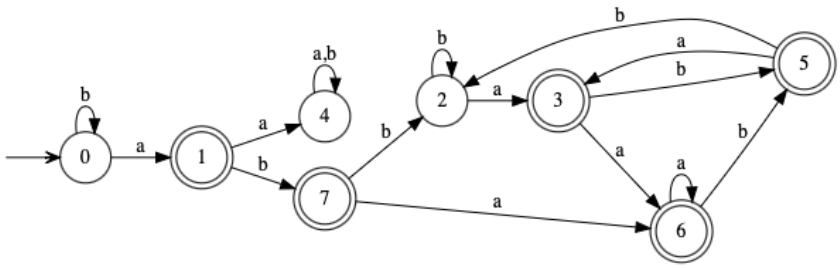


(-iii-)

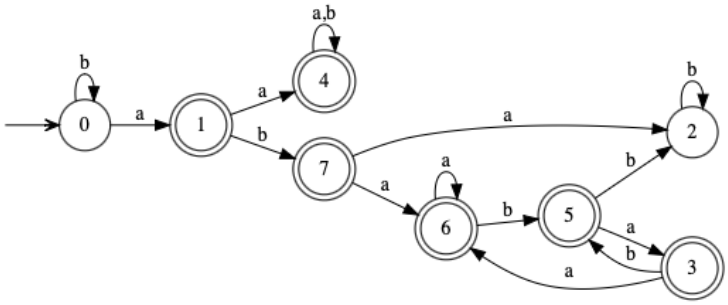


(-iv-)

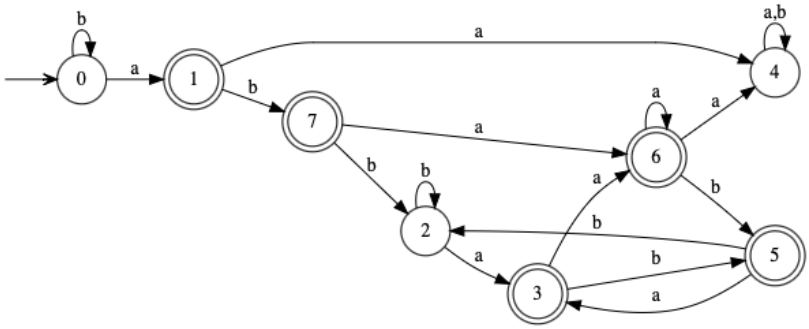
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



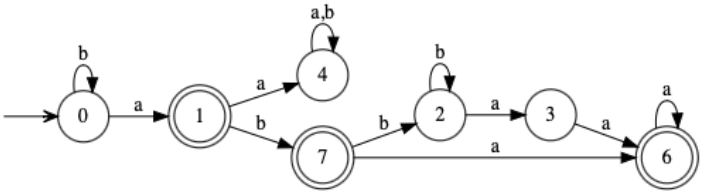
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+208/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 3 : a b c d e ■

Question 4 : a ■ c d e f

Question 5 : ■ b c d e

Question 6 : a ■ c d ■ f ■ h i

Question 7 : a b c ■ e f

Question 8 : ■ b c ■ e f ■ ■ i j

Question 9 : a b ■ d e f

Question 10 : ■ b c d e f

Question 11 : a b c d ■ f g h

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La longueur du mot vide est 1.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [c] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [f] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [g] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 20 états [c] 16 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

[b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 20 états [c] 8 états ■ 16 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[c] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[d] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[e] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[h] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 2 états [b] 6 états [c] 8 états ■ 4 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [b] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [c] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [d] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [e] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [g] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [i] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [j] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- ■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^*+10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- ■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [b] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-i-. [b] la Figure 2-iv-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
■ la Figure 2-iii-. [d] la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- [b] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
[c] la Figure 3-iv- [d] la Figure 3-iii- [e] la Figure 3-ii-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 2 c 0 d 5 e 1 f 7 g 3 h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

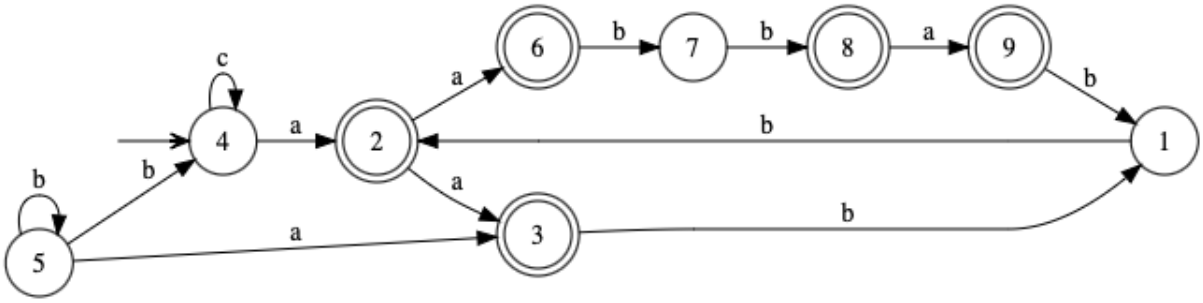
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

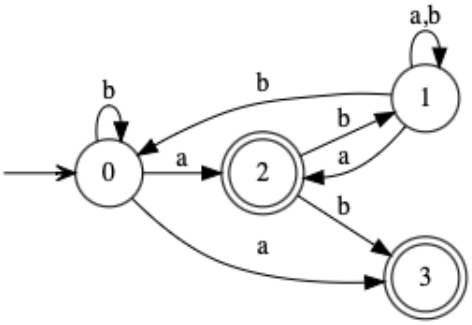
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

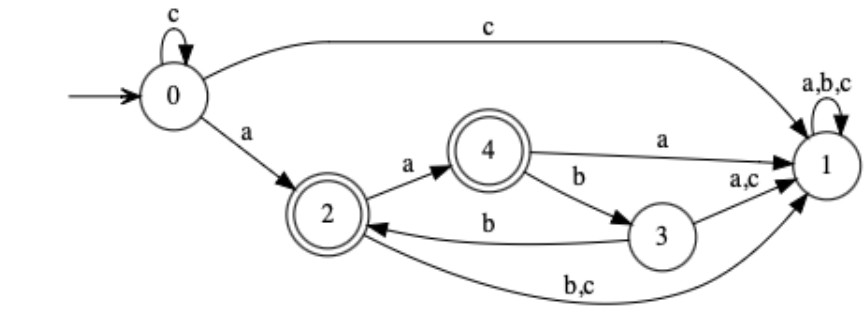


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

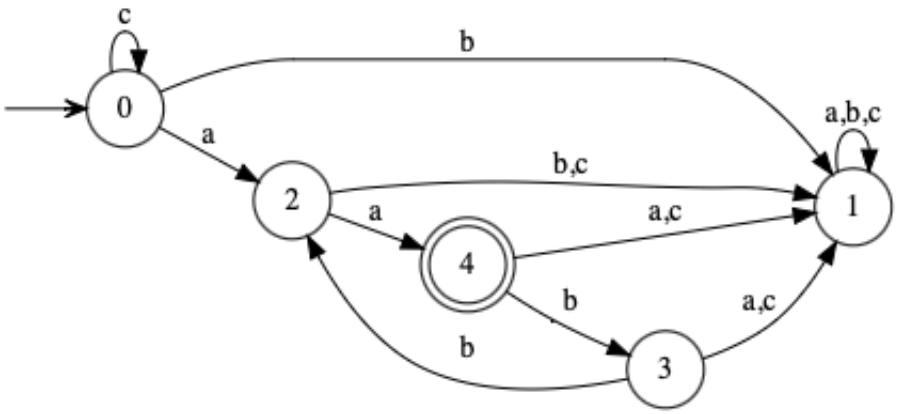


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

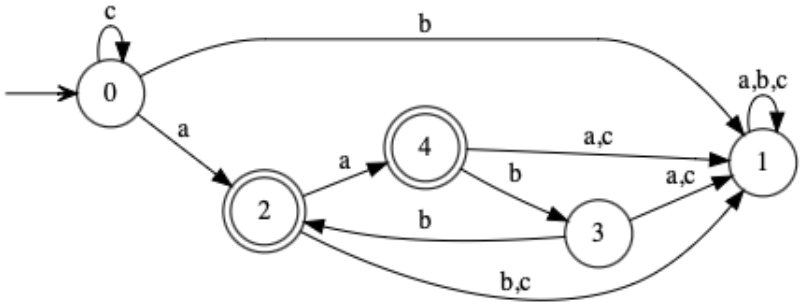
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



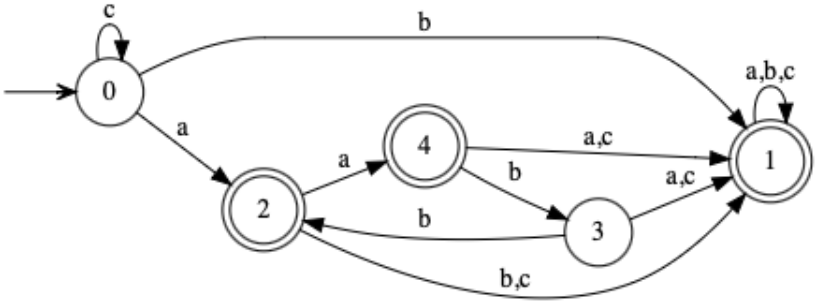
(-i-)



(-ii-)

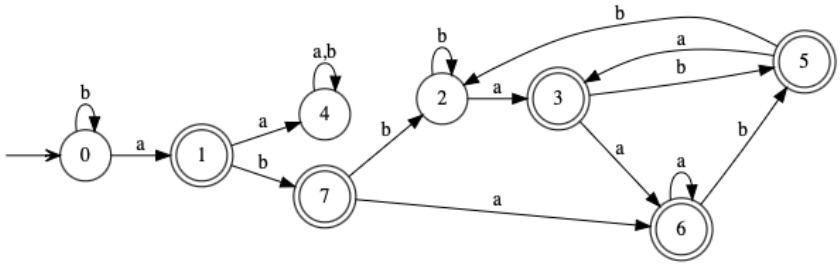


(-iii-)

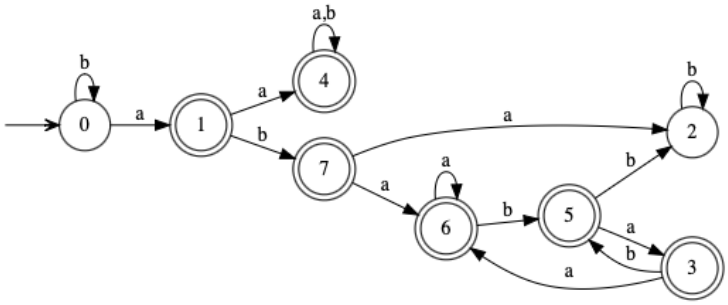


(-iv-)

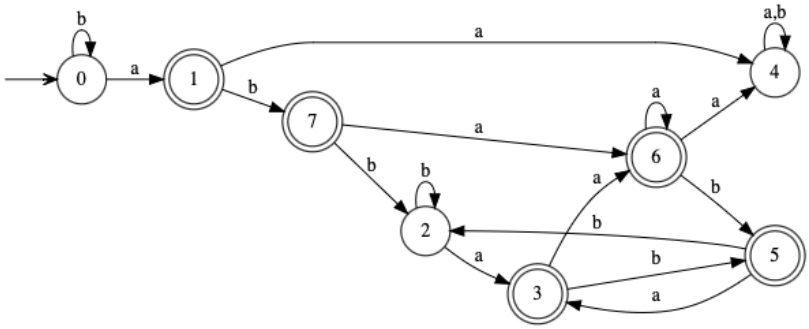
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



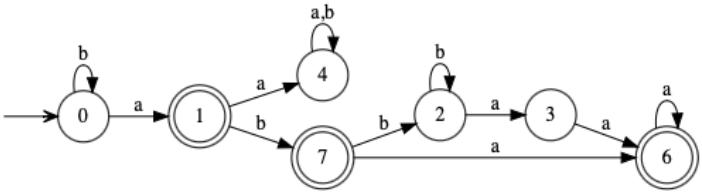
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+209/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [■] [c] [■] [■] [f] [g] [h] [i]

Question 3 : [a] [b] [c] [d] [e] [■]

Question 4 : [a] [■] [c] [d] [e]

Question 5 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 6 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 7 : [■] [■] [c] [d] [e] [■] [■] [h] [i] [j]

Question 8 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 9 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] [■] [l]

Question 10 : [■] [b] [c] [d] [e] [f]

Question 11 : [a] [■] [c] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 12 : [a] [b] [■] [d] [e]

Question 13 : [■] [b] [c] [d] [e] [f]

Question 14 : [■] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

☐ a 16 états ☐ b 32 états ☐ c 20 états ☐ d 8 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
☐ b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
☐ c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
☐ d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
☐ e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
■ La longueur du mot vide est 0.
☐ c Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

f La longueur du mot vide est 1.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états b 20 états c 8 états ■ 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

c Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

f Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

g Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

h Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

j Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [b] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [b] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [d] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [f] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [g] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [■] 4 états [c] 2 états [d] 6 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-iv-. [b] la Figure 2-ii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[■] la Figure 2-iii-. [d] la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i- c la Figure 3-ii-
d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe e la Figure 3-iv-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 6 b 2 ■ 4 d 1 e 3 f 5 g 7 h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

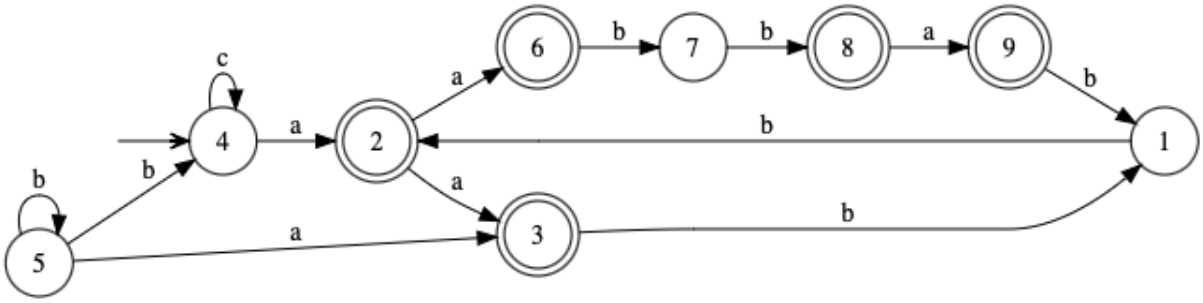
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

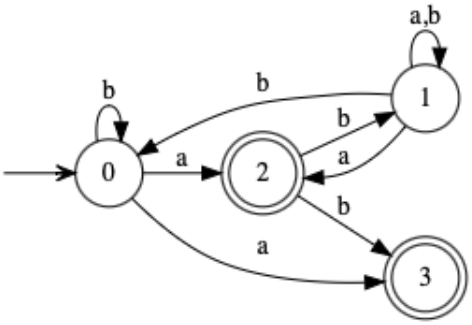
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

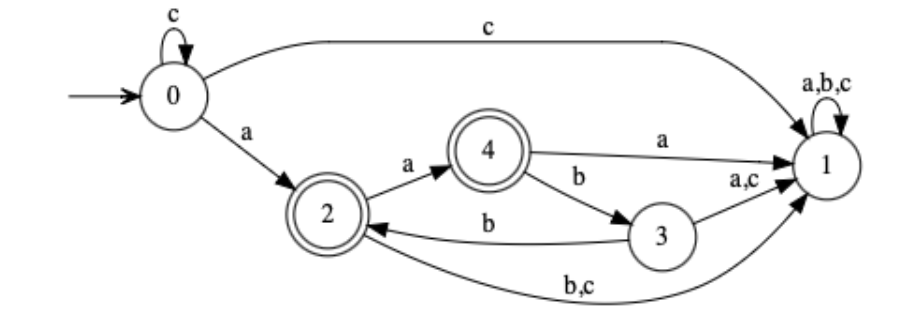


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

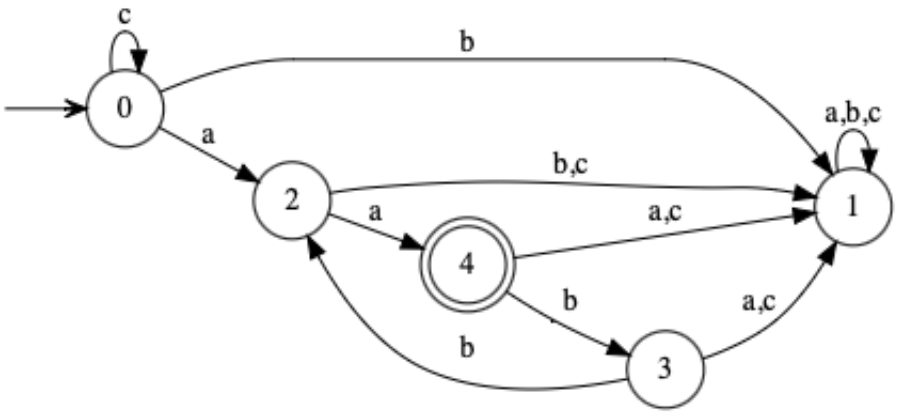


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

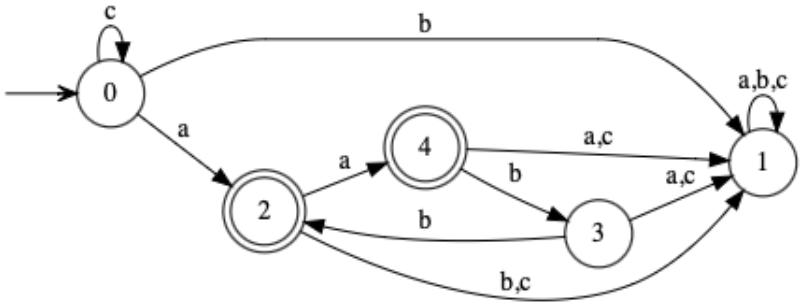
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



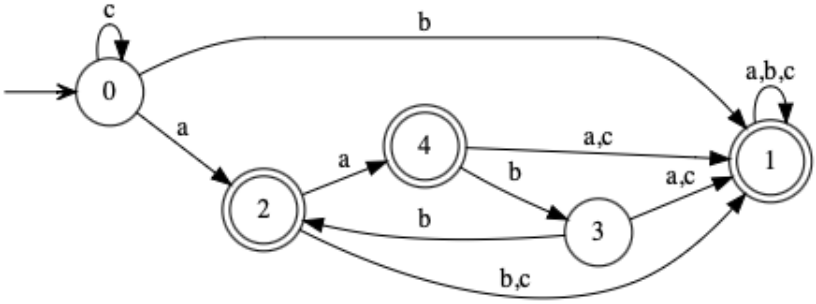
(-i-)



(-ii-)

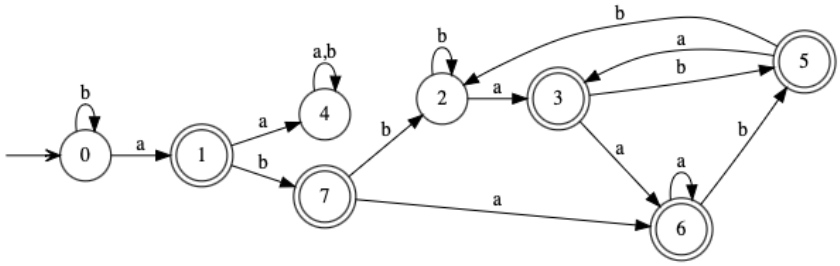


(-iii-)

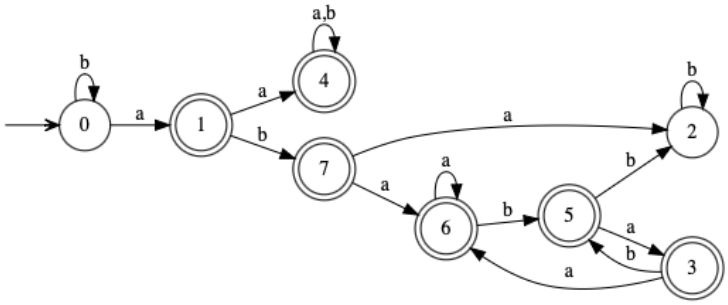


(-iv-)

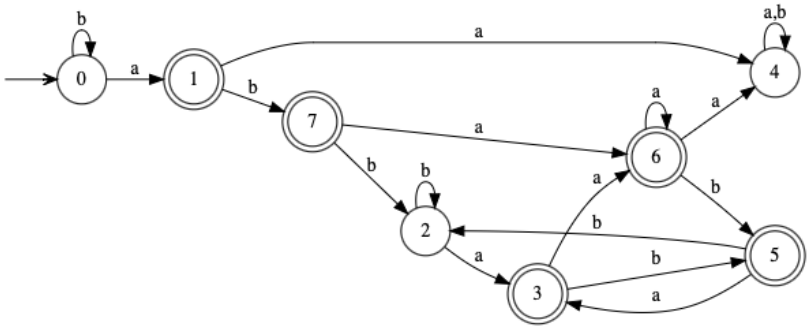
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



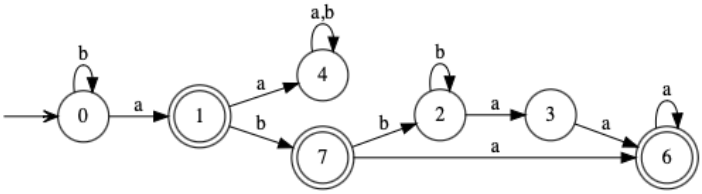
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+210/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e ■

Question 3 : ■ b c d e

Question 4 : ■ ■ c ■ e f g h i

Question 5 : a b c ■ e f

Question 6 : a b c ■ e f

Question 7 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 8 : a b c d ■ f g h

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : ■ b ■ d ■ f g ■ i j

Question 11 : a ■ c d e f

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

☐ a 8 états ■ 16 états ☐ c 32 états ☐ d 20 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
☐ f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
☐ c Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
☐ f Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
☐ g Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
☐ h Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 6 états ■ 4 états [c] 2 états [d] 8 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

[b] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

[c] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

[d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[e] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[g] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

[h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

[j] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[c] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

[c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 16 états c 20 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
■ La longueur du mot vide est 0.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
f La longueur du mot vide est 1.
g Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-ii-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-
c la Figure 3-iii- d la Figure 3-iv- e la Figure 3-ii-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 0 c 3 d 2 e 6 f 7 g 1 h 5

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

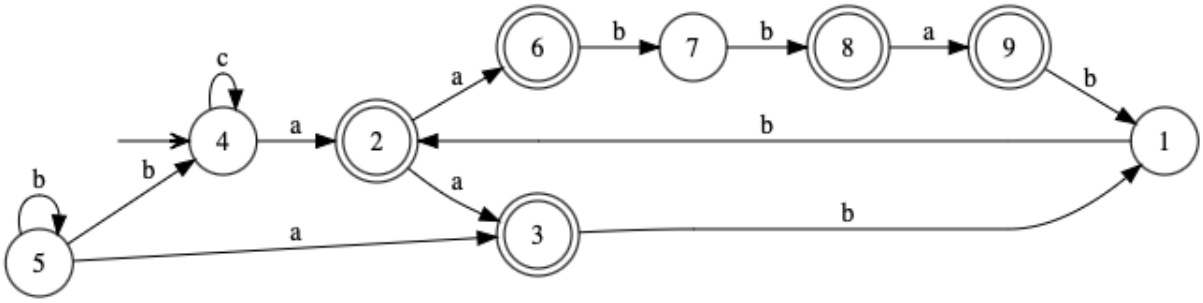
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

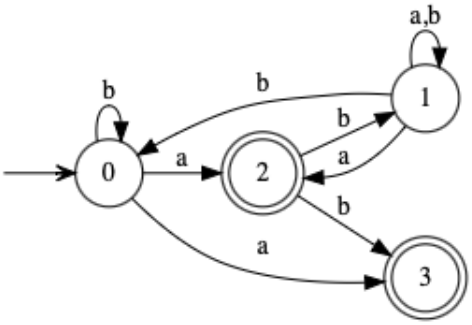
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

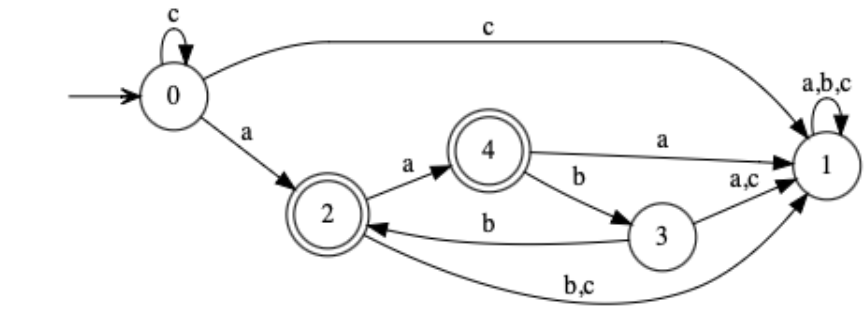


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

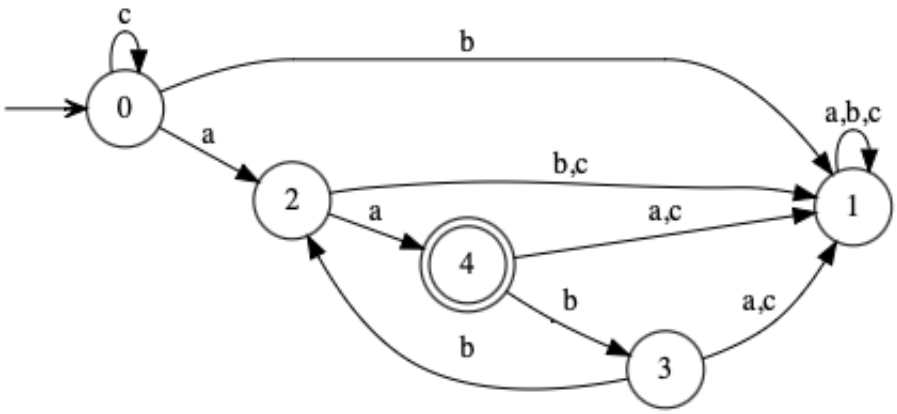


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

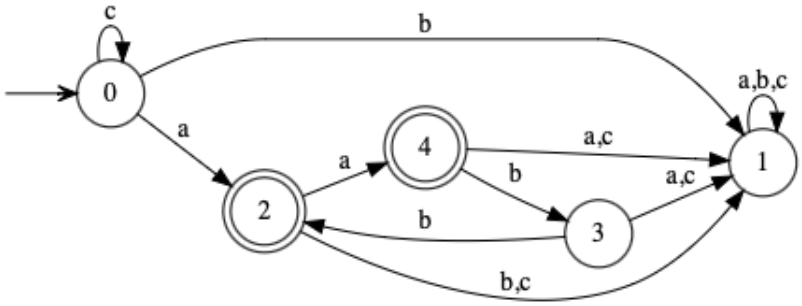
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



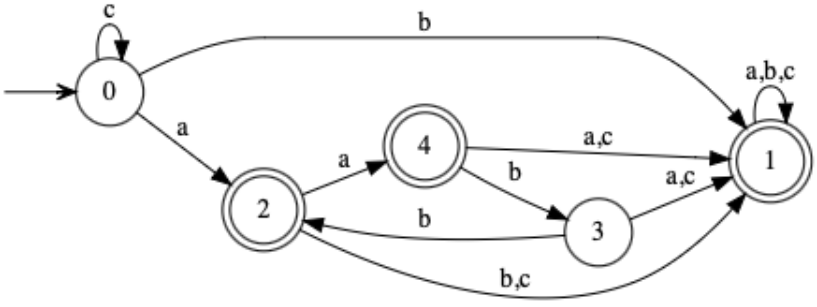
(-i-)



(-ii-)

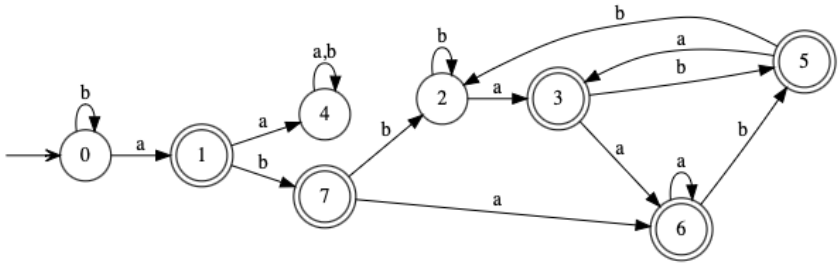


(-iii-)

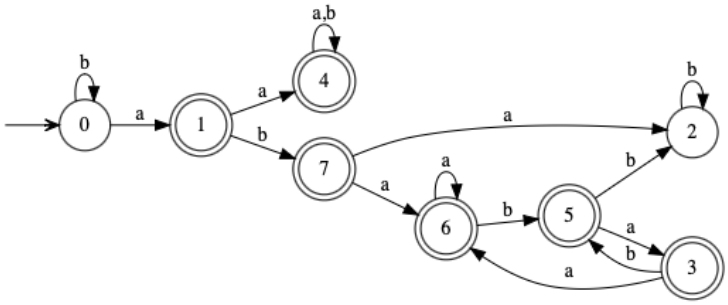


(-iv-)

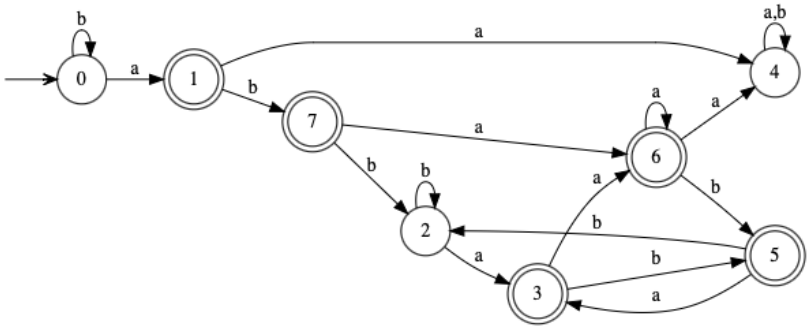
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



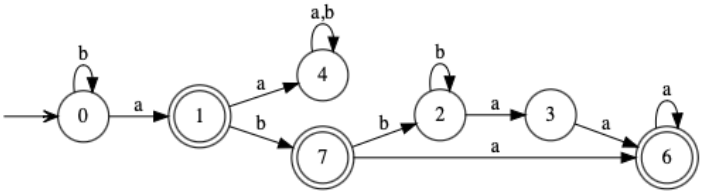
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+211/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 3 : [■] [■] [c] [■] [■] [f] [g] [h] [i] [j]

Question 4 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 5 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] [■] [l]

Question 6 : [■] [b] [c] [d] [e] [f]

Question 7 : [■] [b] [c] [d] [e]

Question 8 : [a] [b] [c] [d] [e] [■]

Question 9 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 10 : [a] [b] [c] [d] [■] [f] [g] [h]

Question 11 : [■] [b] [c] [■] [■] [f] [g] [h] [i]

Question 12 : [■] [b] [c] [d] [e]

Question 13 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 14 : [■] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [d] La longueur du mot vide est 1.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [f] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 8 états [■] 16 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

b Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

c Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

e Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états b 8 états c 2 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 8 états c 20 états d 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

b Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

c Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

d Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

f Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

g Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-iv-
c la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i- e la Figure 3-iii-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 7 ☐ b 0 ☐ c 2 ☐ d 5 ☐ e 6 ☐ f 3 ■ 4 ☐ h 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

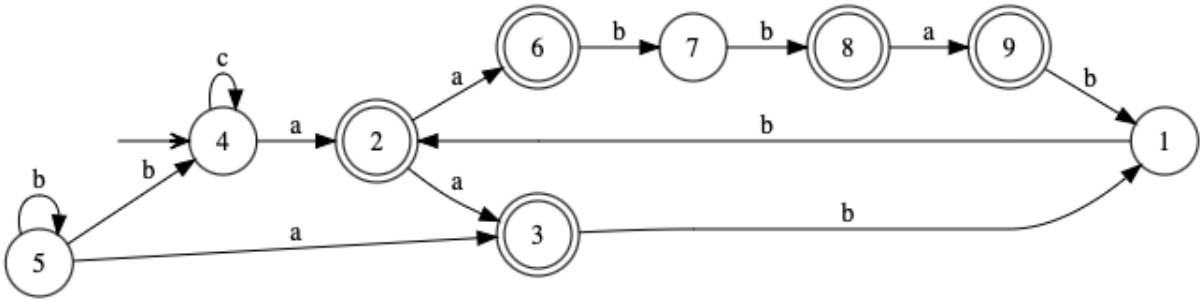
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

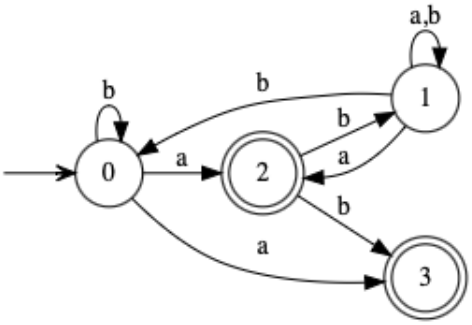
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

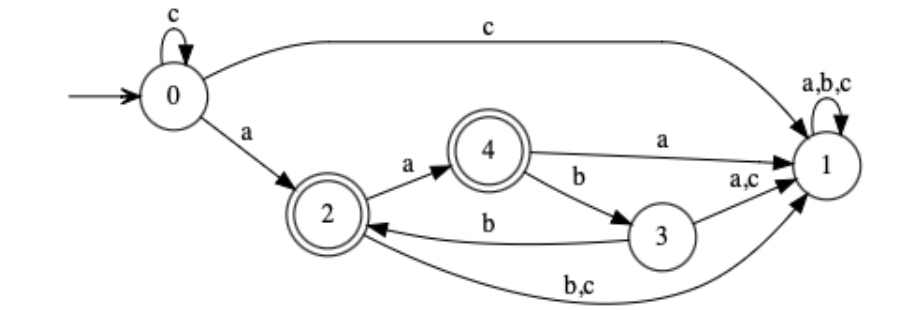


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

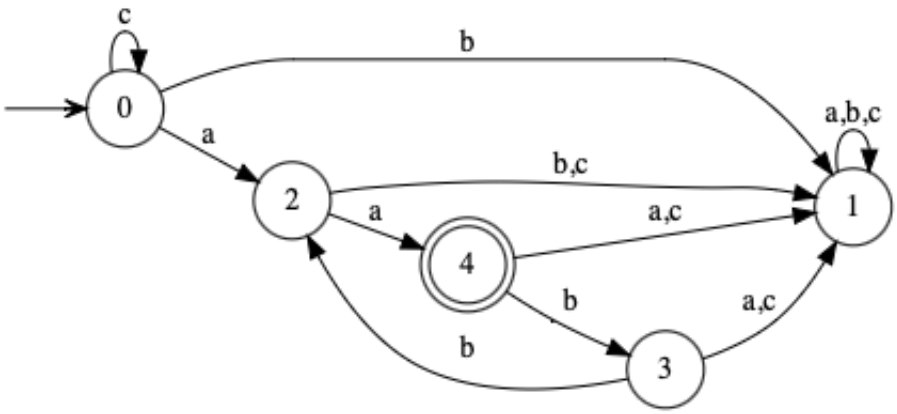


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

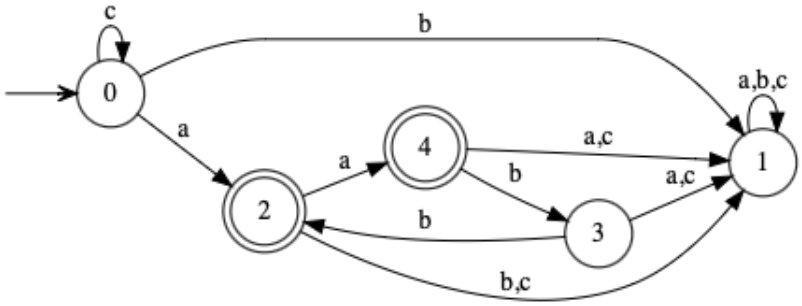
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



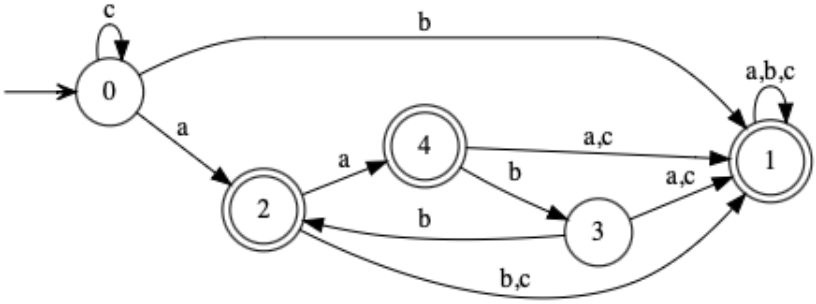
(-i-)



(-ii-)

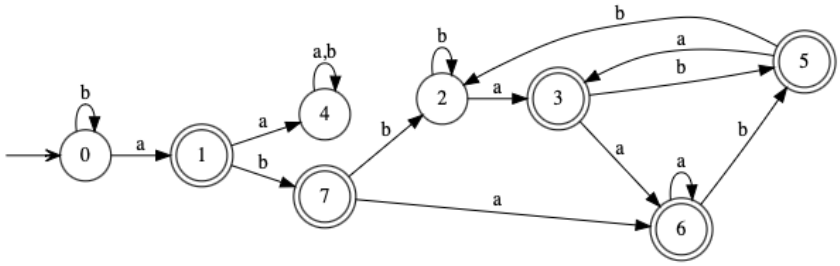


(-iii-)

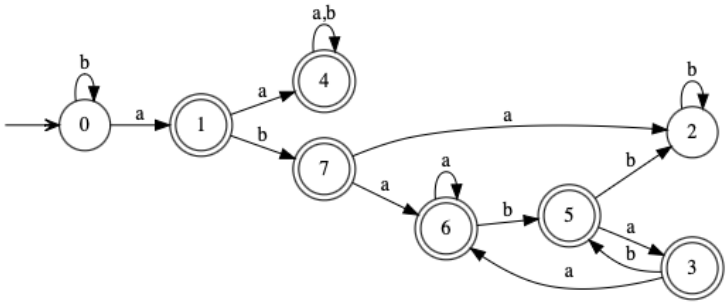


(-iv-)

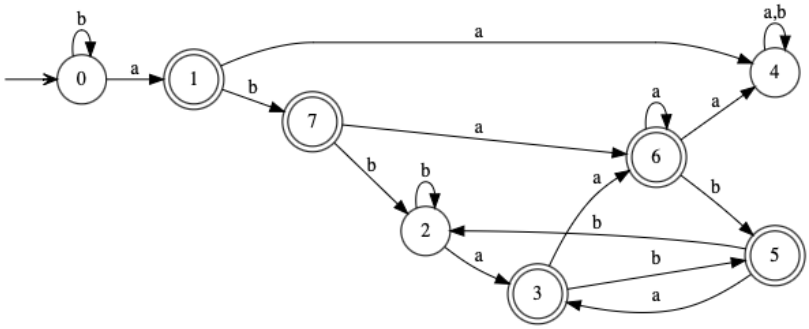
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



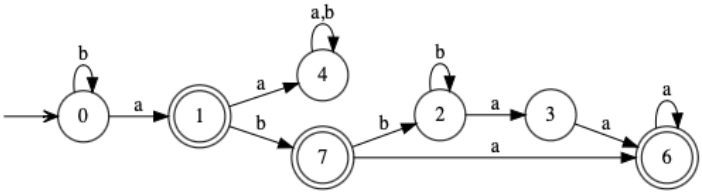
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+212/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d ■ f ■ h i

Question 3 : a b ■ d e f

Question 4 : a b c ■ e ■ ■ ■ i j

Question 5 : a ■ c d e f

Question 6 : a b ■ d e f g h

Question 7 : a b c ■ e f

Question 8 : a b c d e ■

Question 9 : a b ■ d e

Question 10 : a ■ c d e f

Question 11 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b c d e f ■ h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 6 états c 2 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 20 états c 8 états d 16 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [c] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [d] La longueur du mot vide est 1.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [f] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [g] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 20 états [■] 16 états [d] 8 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

[d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [c] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [d] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [f] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [g] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [h] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [i] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

[j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^*+10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[a] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[d] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[e] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[g] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-iv-. [b] la Figure 2-i-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
■ la Figure 2-iii-. [d] la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [b] la Figure 3-iii-
[c] la Figure 3-ii- [d] la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 1 ☐ b 3 ☐ c 6 ☐ d 0 ☐ e 2 ■ 4 ☐ g 5 ☐ h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

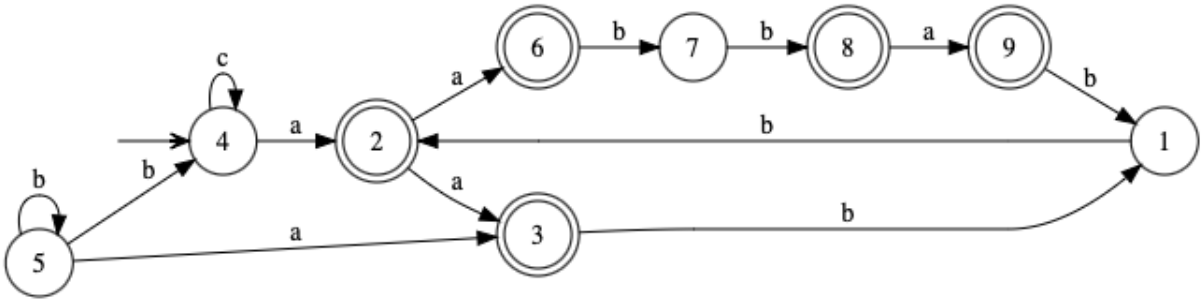
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

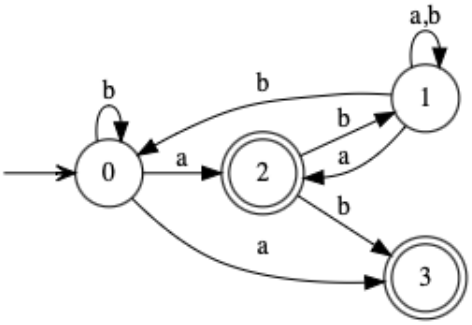
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

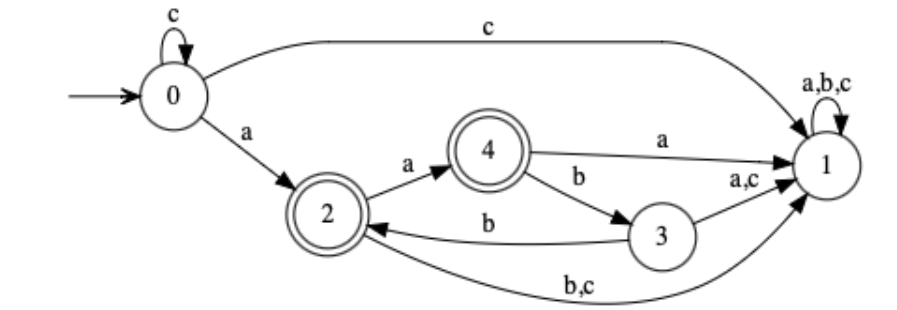


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

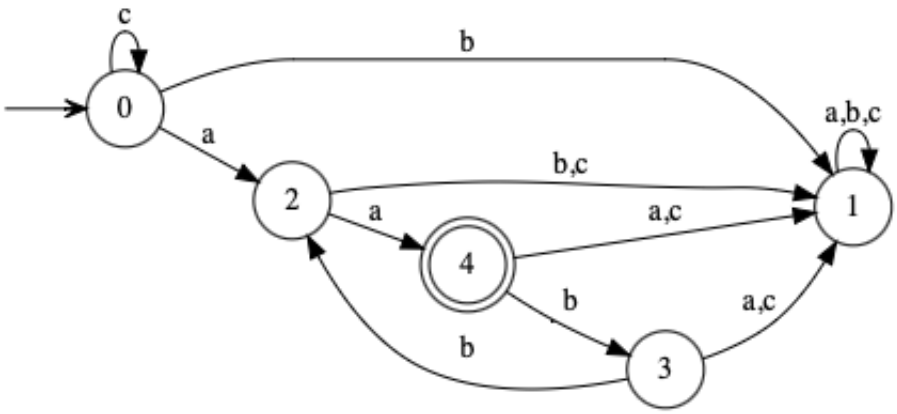


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

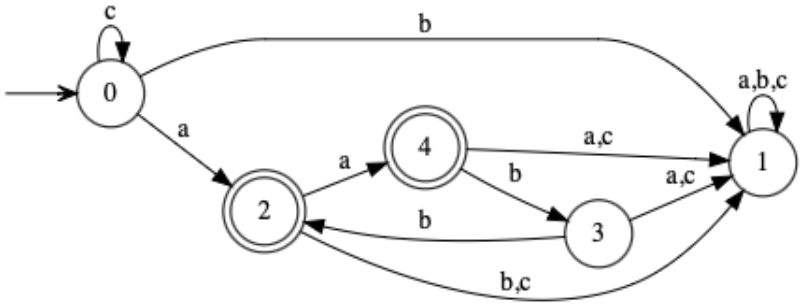
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



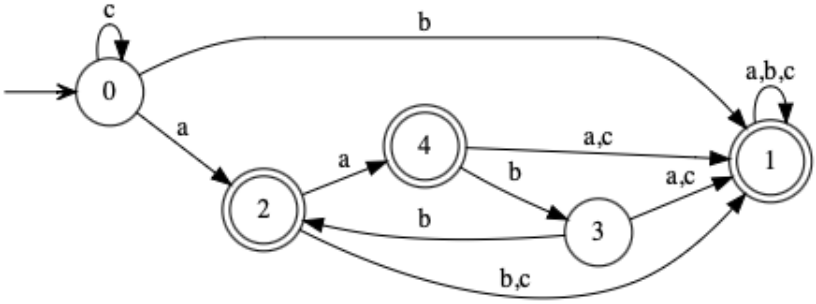
(-i-)



(-ii-)

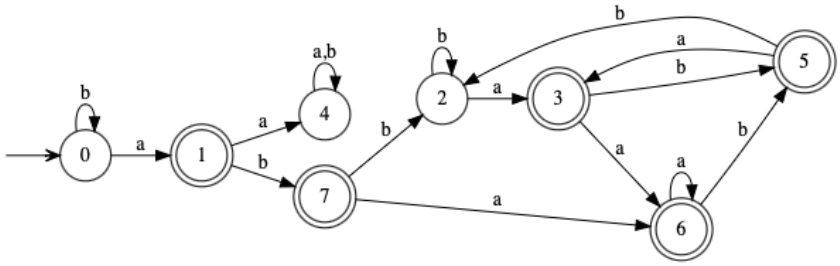


(-iii-)

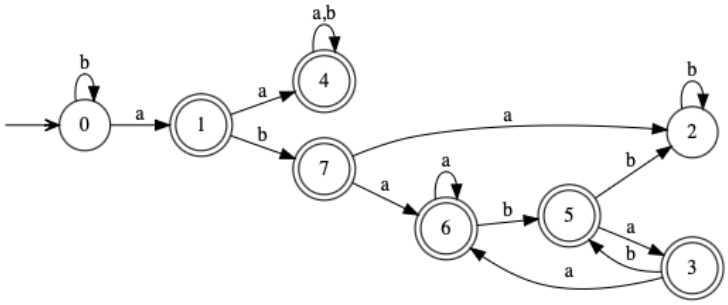


(-iv-)

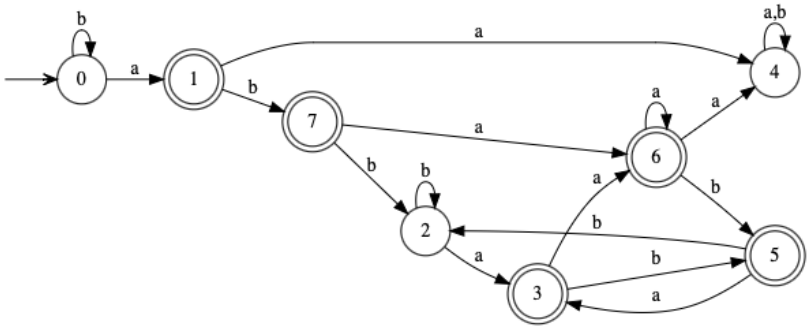
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



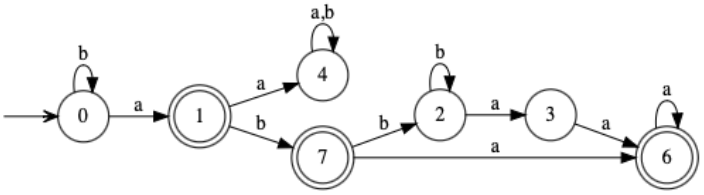
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+213/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f

Question 3 : a b ■ d e f

Question 4 : a b c d e ■

Question 5 : ■ ■ c d ■ f g h i

Question 6 : a b ■ d e f

Question 7 : a b c d ■ f g h

Question 8 : ■ b c d e

Question 9 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 10 : a ■ c d e f

Question 11 : a ■ ■ d e ■ g ■ i j

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d e ■ g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 32 états [c] 16 états [d] 20 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[b] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[e] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[h] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 4 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

[b] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

[c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[d] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[e] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[g] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

[h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[i] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

[j] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

[■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

[b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

[c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

[■] La longueur du mot vide est 0.

[c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

[e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

[f] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

[g] La longueur du mot vide est 1.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

b Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 32 états c 8 états ■ 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états ■ 4 états c 8 états d 6 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- b la Figure 3-ii-

c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe d la Figure 3-iii-

■ la Figure 3-i- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 5 c 6 d 1 e 0 f 3 g 2 h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

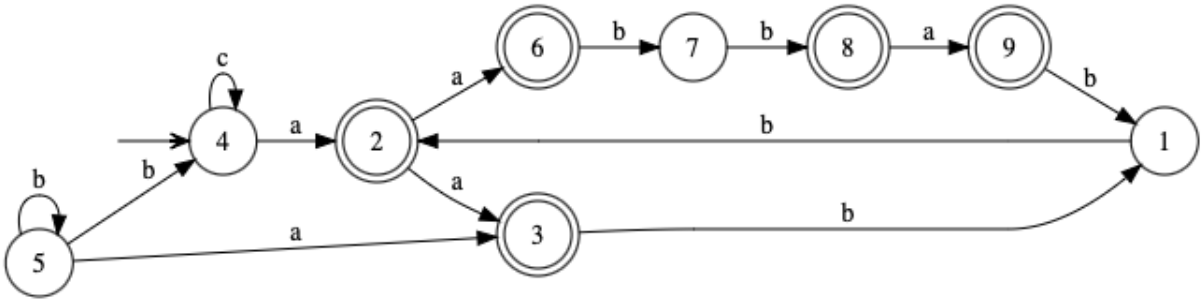
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

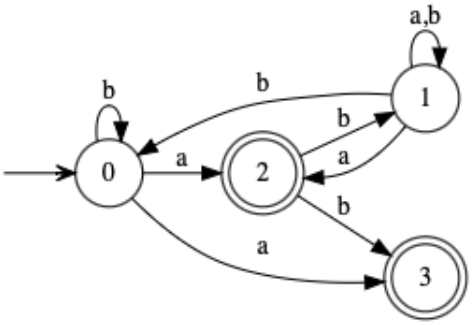
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

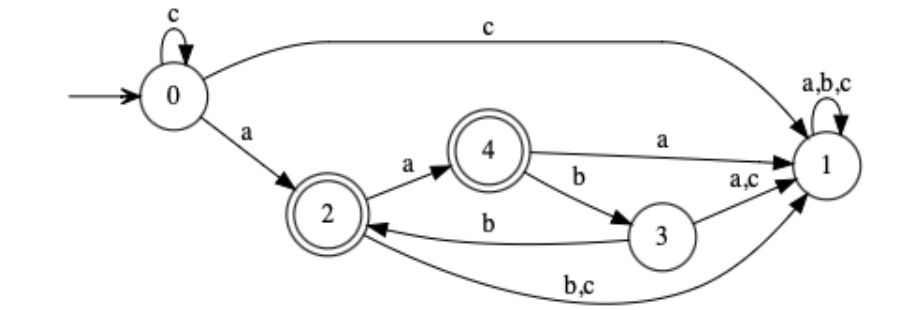


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

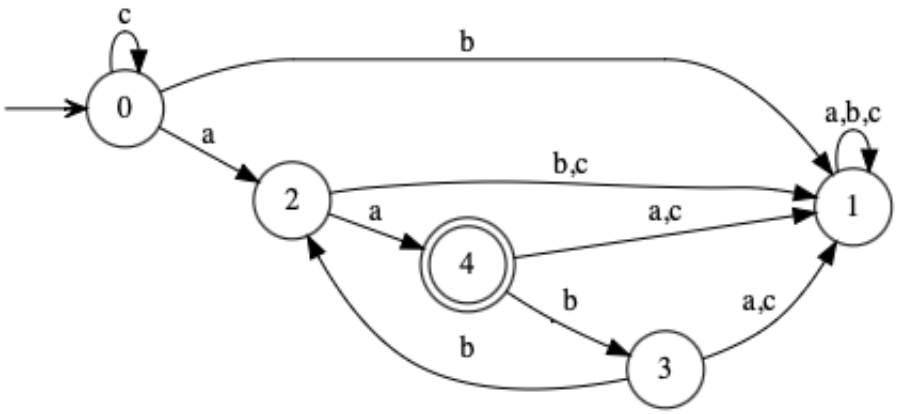


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

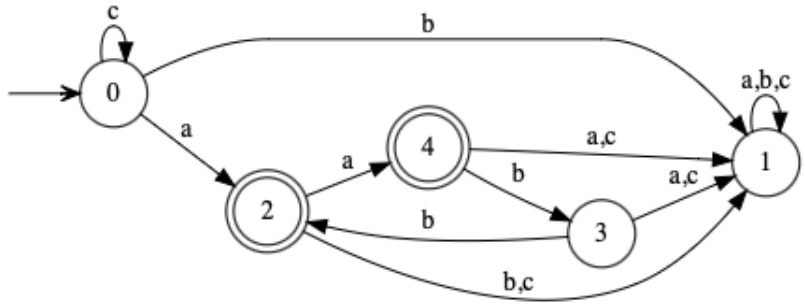
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



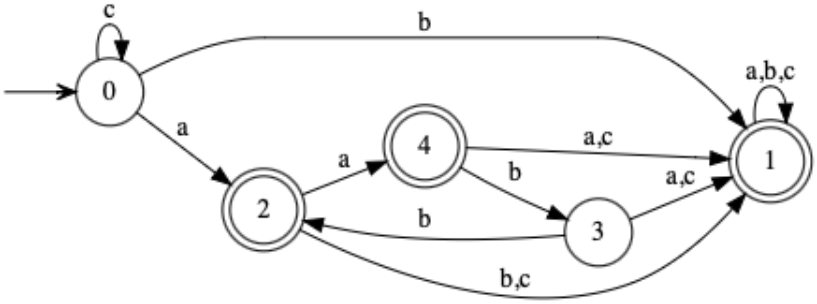
(-i-)



(-ii-)

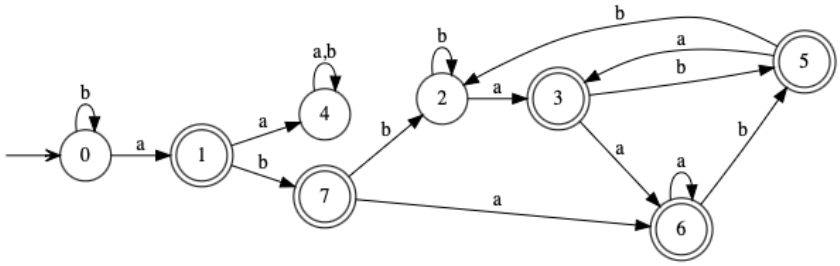


(-iii-)

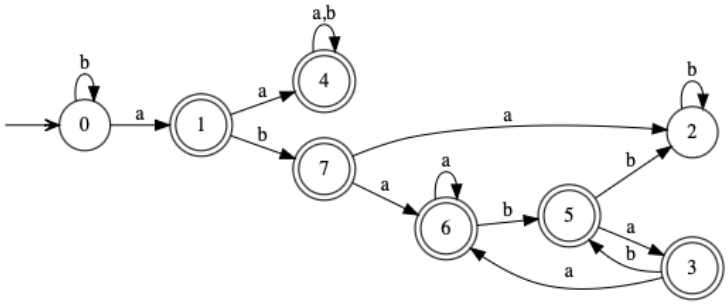


(-iv-)

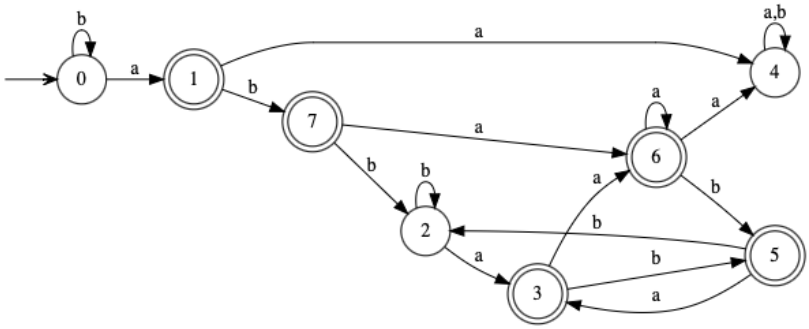
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



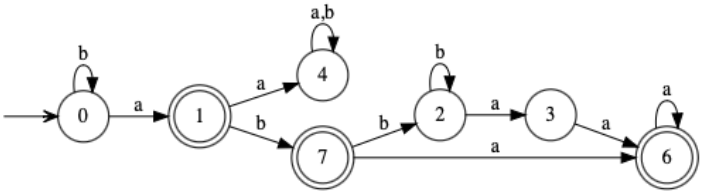
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+214/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e ■

Question 3 : ■ b ■ d e ■ ■ h i j

Question 4 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 5 : a b c ■ e f

Question 6 : ■ ■ c ■ e f g h i

Question 7 : a ■ c d e

Question 8 : a b c ■ e f

Question 9 : ■ b c d e f g h

Question 10 : a b c ■ e f

Question 11 : a ■ c d e f

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 20 états [c] 8 états [■] 16 états

- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
- [f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 16 états [c] 8 états [d] 20 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[a] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[c] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[e] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[h] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

[b] La longueur du mot vide est 1.

[c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

[f] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

[b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

b Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont identiques.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 6 états c 2 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

b Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

c Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

e Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

h Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

i Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-ii-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i- c la Figure 3-iii- d la Figure 3-iv-

e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 1 ☐ b 7 ■ 4 ☐ d 2 ☐ e 3 ☐ f 5 ☐ g 6 ☐ h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

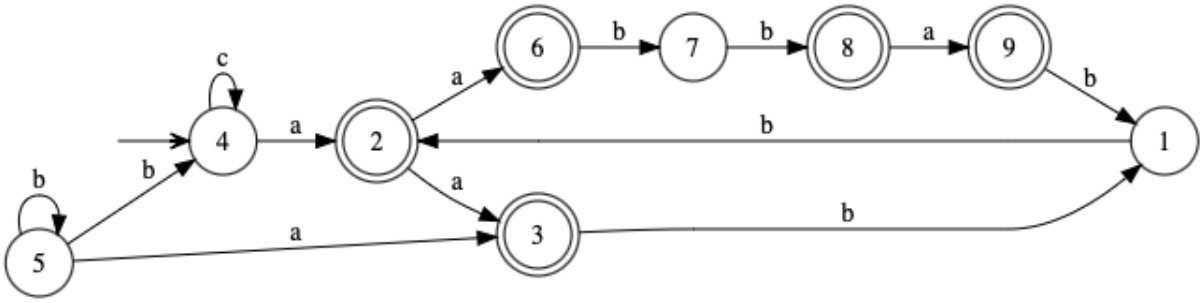
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

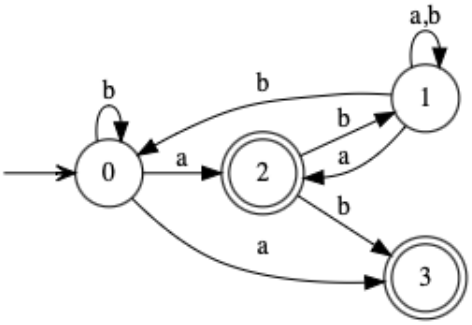
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

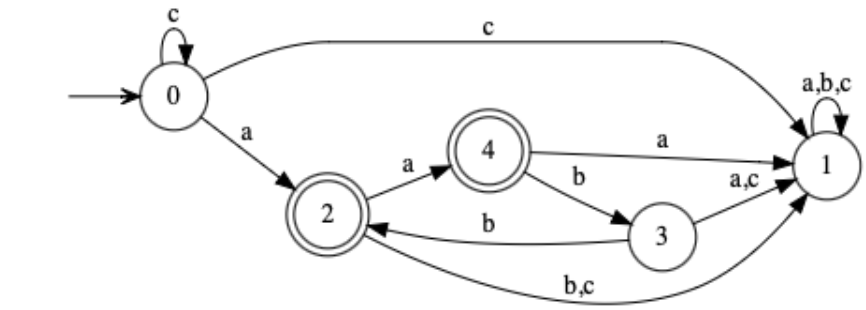


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

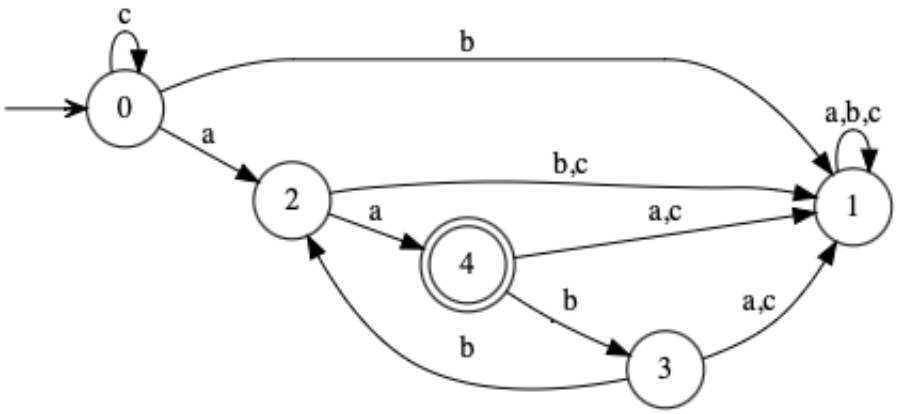


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

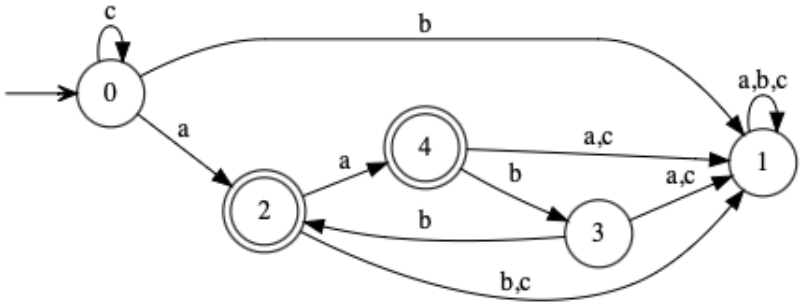
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



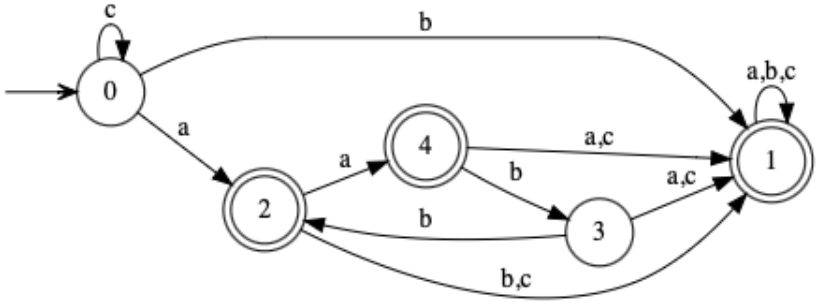
(-i-)



(-ii-)

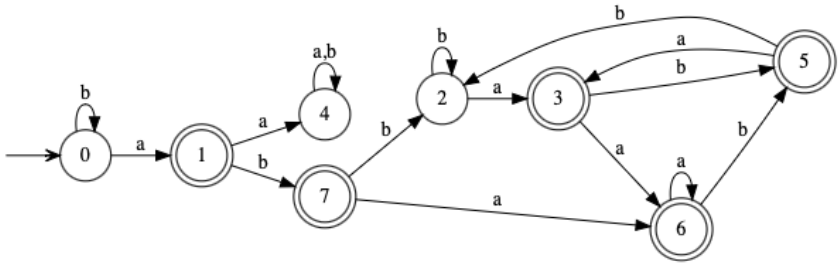


(-iii-)

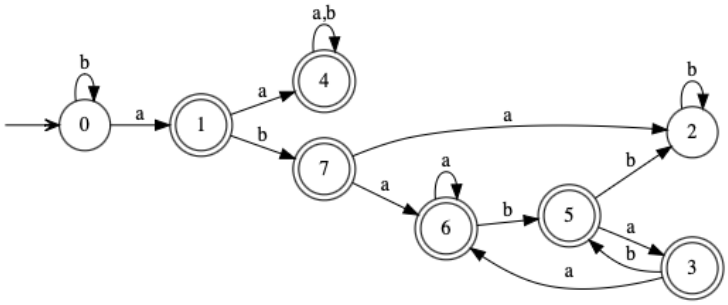


(-iv-)

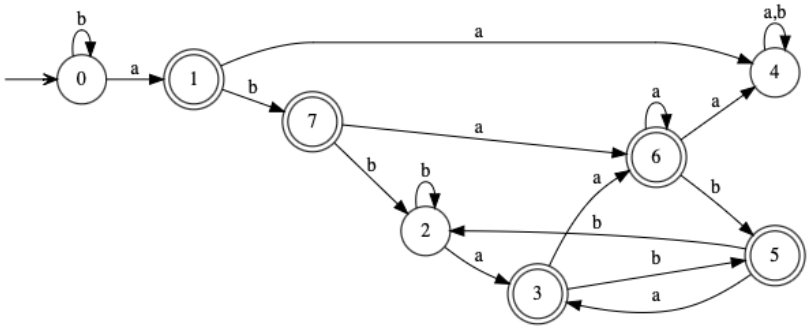
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



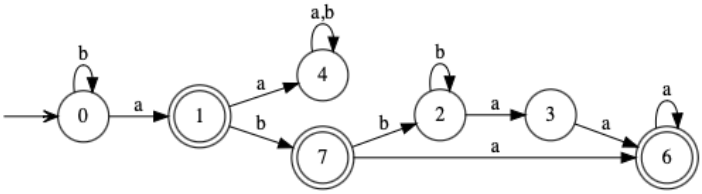
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+215/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c ■ e f

Question 3 : a b c d e ■ g h

Question 4 : a b c ■ e f

Question 5 : a b c d e ■

Question 6 : a ■ c ■ e ■ ■ h i j

Question 7 : a b c ■ ■ f ■ h i

Question 8 : a b ■ d e

Question 9 : ■ b c d e f

Question 10 : a b c ■ e f

Question 11 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [b] La longueur du mot vide est 1.
- [c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [f] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [b] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [c] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [d] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [e] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [f] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [h] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

i Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états ■ 4 états c 8 états d 2 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 16 états c 32 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 32 états c 8 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont identiques.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

c Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

f Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

g Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

h Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- b la Figure 3-iii-
c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe d la Figure 3-ii-
■ la Figure 3-i- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 2 ■ 4 ☐ c 6 ☐ d 0 ☐ e 5 ☐ f 1 ☐ g 7 ☐ h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

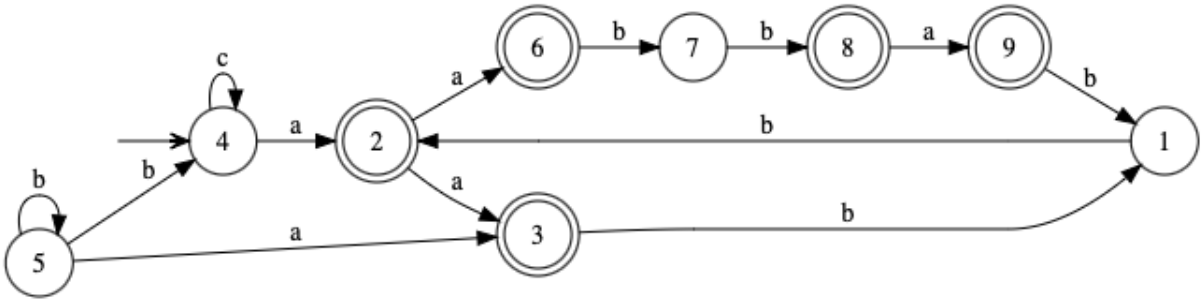
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

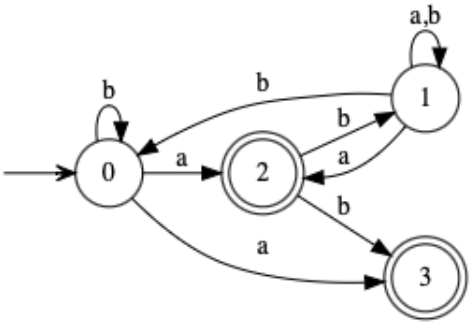
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

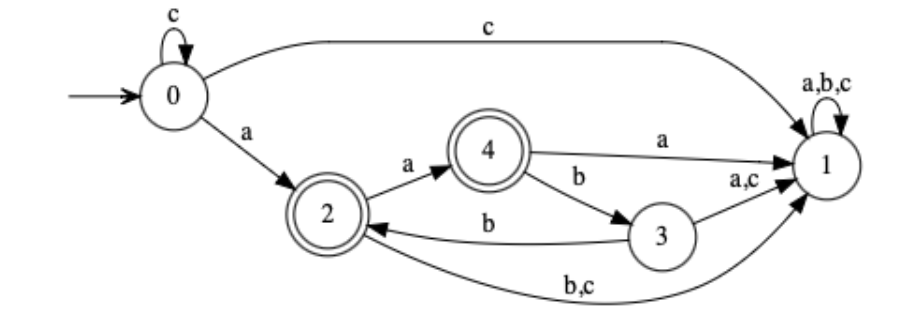


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

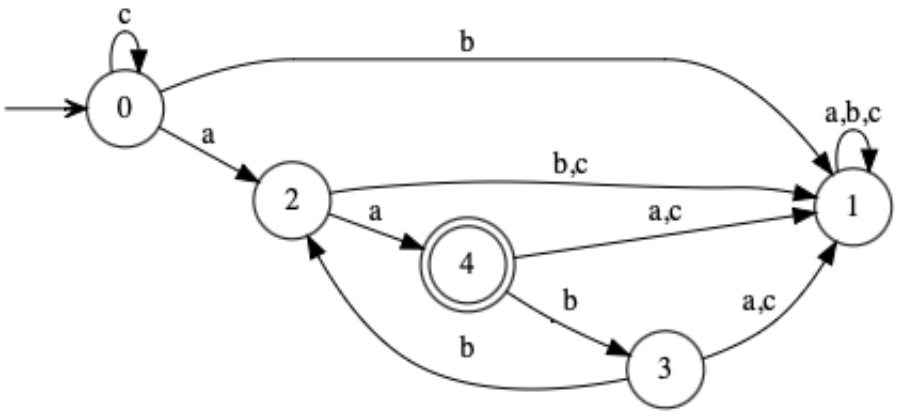


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

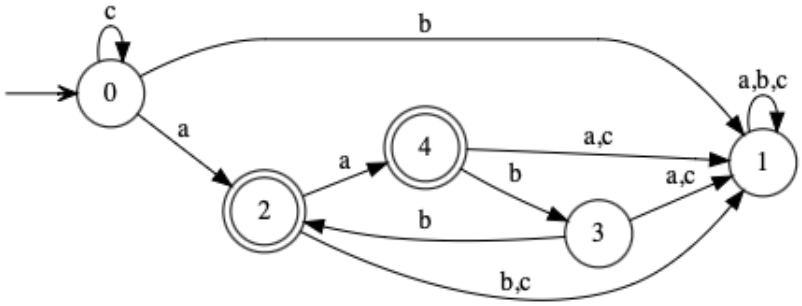
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



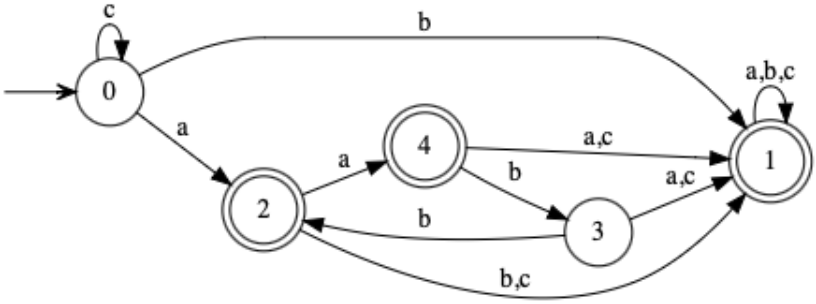
(-i-)



(-ii-)

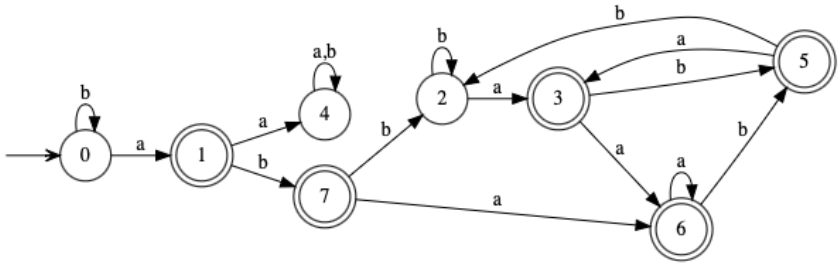


(-iii-)

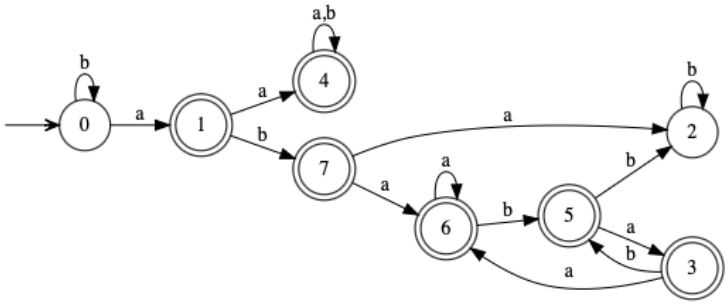


(-iv-)

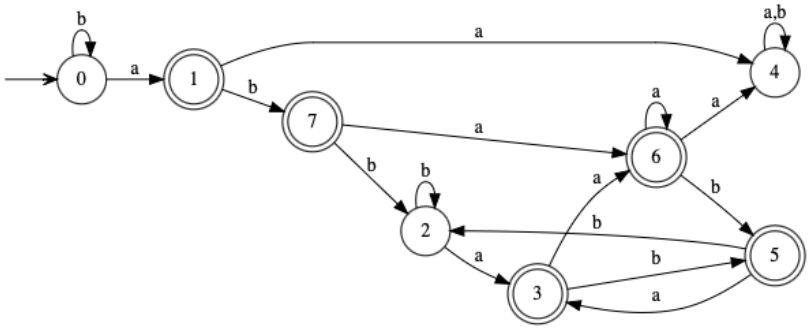
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



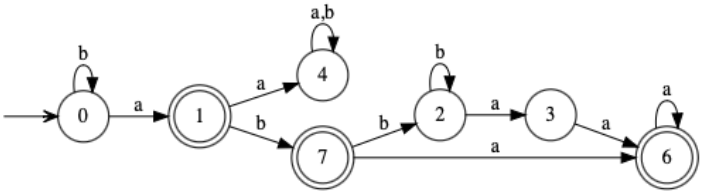
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+216/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c ■ e f ■ h i

Question 3 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 4 : a ■ c d e f

Question 5 : a b ■ d e f

Question 6 : a b c d e ■

Question 7 : a ■ c d e f g h

Question 8 : ■ b c d e f

Question 9 : a ■ c d e f

Question 10 : a ■ c d e

Question 11 : ■ ■ c ■ ■ f g h i j

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a ■ c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

☐ a 20 états ☐ b 16 états ☐ c 8 états ☐ d 32 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

☐ a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
☐ b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
☐ d Les langages dénotés par A et B sont identiques.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
☐ f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

☐ a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. ☐ c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
☐ d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ☐ e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. ☐ f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
☐ g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
☐ h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [d] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [e] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [f] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [g] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [h] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 8 états [c] 20 états [■] 16 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [b] La longueur du mot vide est 1.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

[f] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

[g] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 6 états [c] 2 états ■ 4 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[b] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[c] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[e] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. [b] la Figure 2-iv-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-i-. [d] la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iv- [b] la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i-

[d] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [e] la Figure 3-iii-

[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 1 ■ 4 ☐ c 5 ☐ d 2 ☐ e 6 ☐ f 0 ☐ g 3 ☐ h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

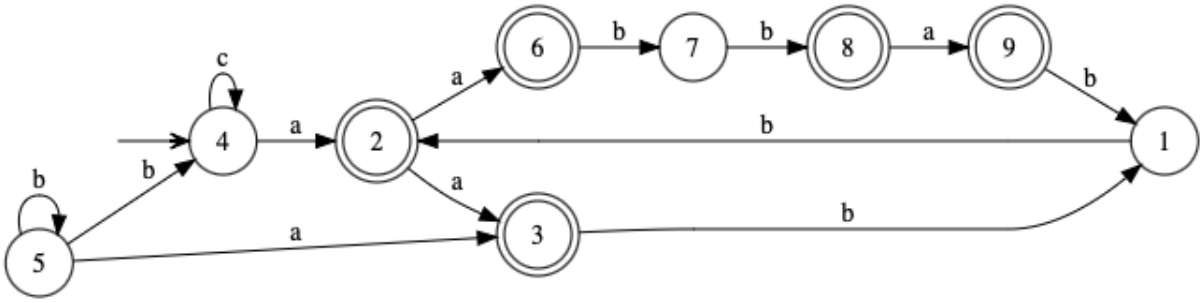
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

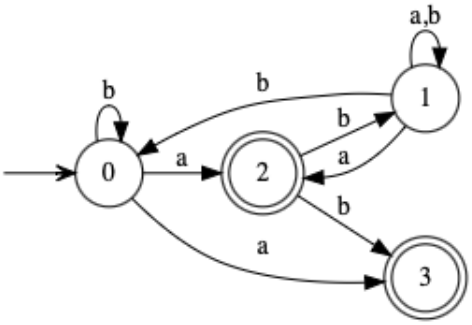
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

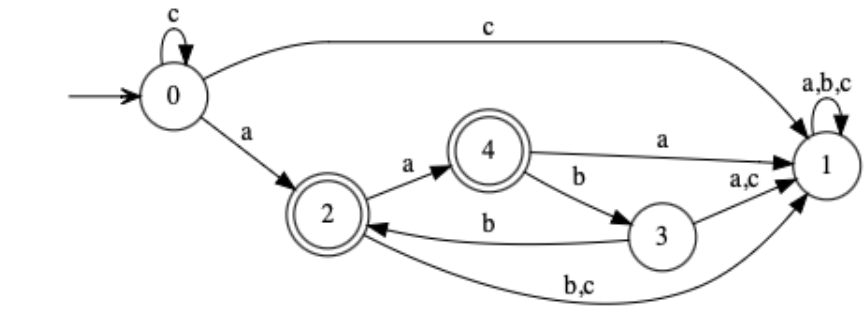


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

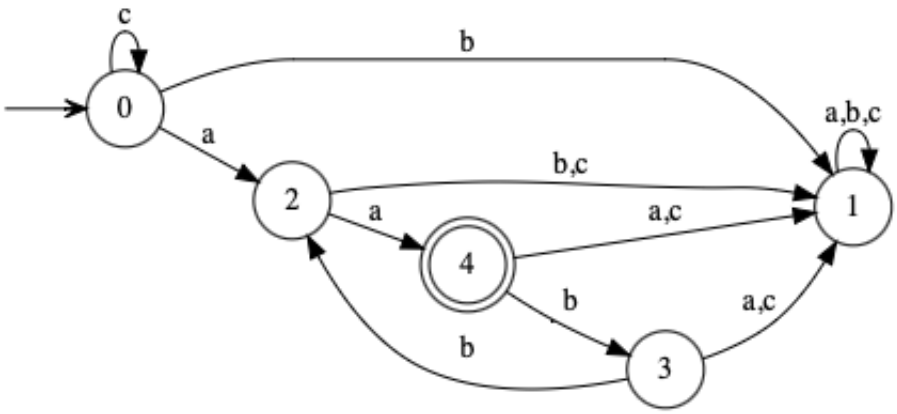


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

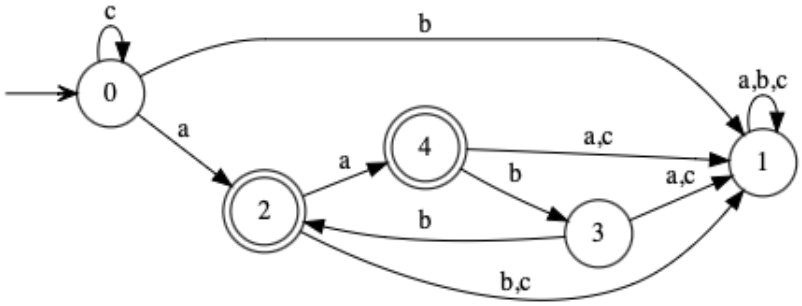
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



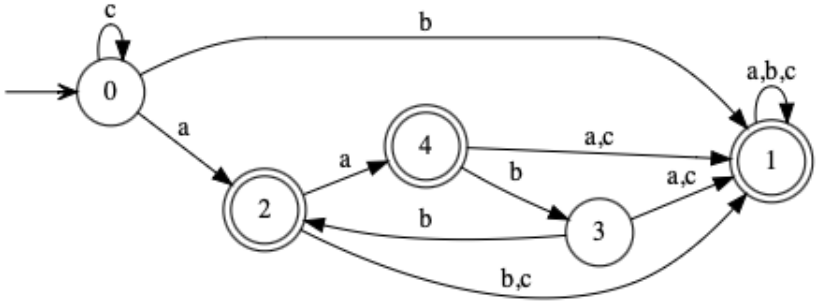
(-i-)



(-ii-)

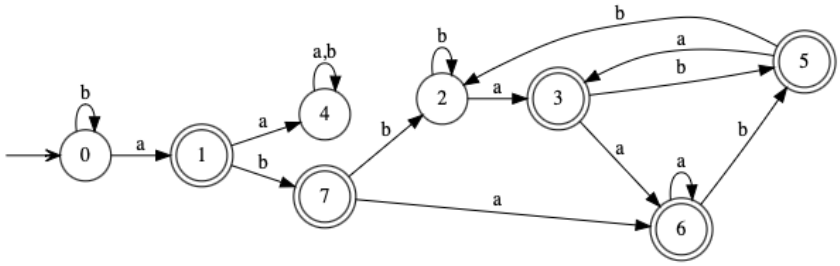


(-iii-)

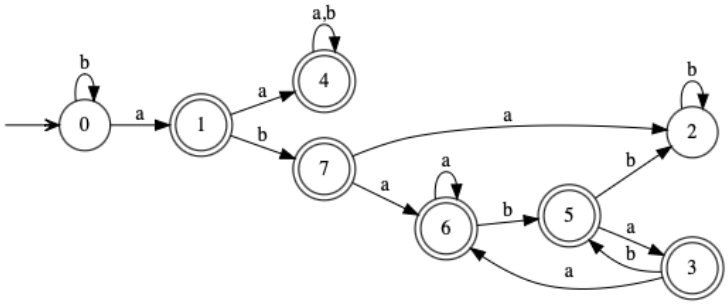


(-iv-)

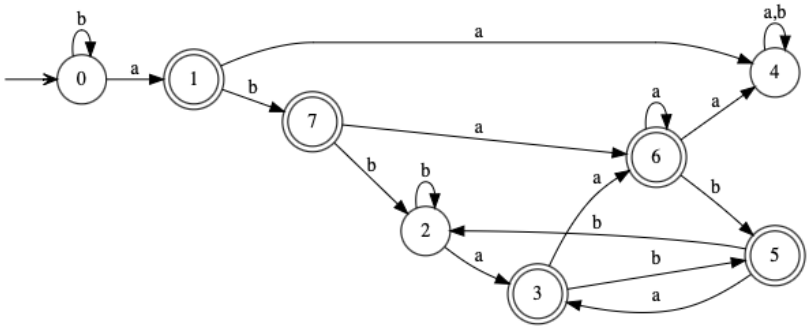
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



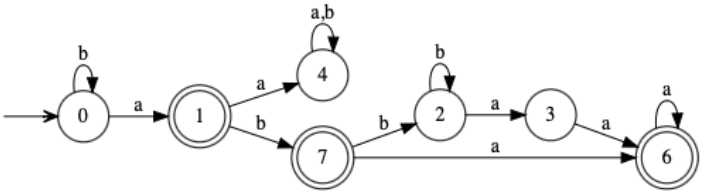
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+217/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e ■

Question 3 : a b ■ d e f

Question 4 : a ■ c d e f g h

Question 5 : a b ■ d e f

Question 6 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 7 : ■ b c d e

Question 8 : a b c ■ e f

Question 9 : a b ■ ■ ■ f g h i

Question 10 : a b c ■ e f

Question 11 : a b c ■ e ■ ■ ■ i j

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a ■ c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [d] La longueur du mot vide est 1.
- [e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [b] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [f] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [h] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 2 états [c] 6 états [■] 4 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[■] 16 états [b] 32 états [c] 8 états [d] 20 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [c] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [d] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

e Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

i Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

j Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 16 états c 32 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-iv-

c la Figure 3-iii- d la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 7 ☐ b 3 ☐ c 0 ☐ d 1 ☐ e 2 ☐ f 5 ☐ g 6 ■ 4

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

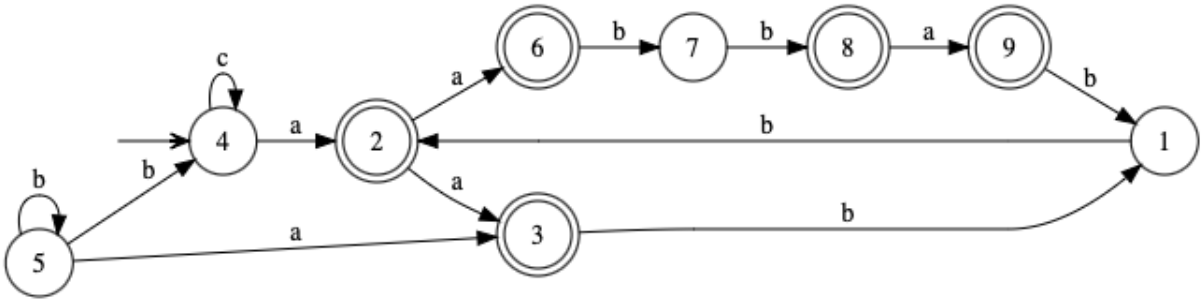
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

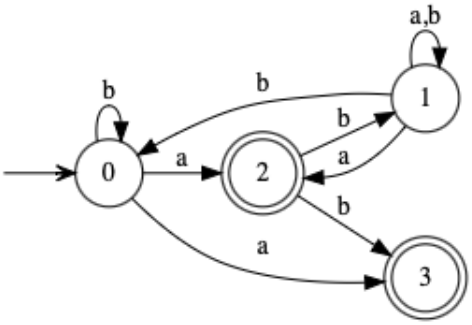
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

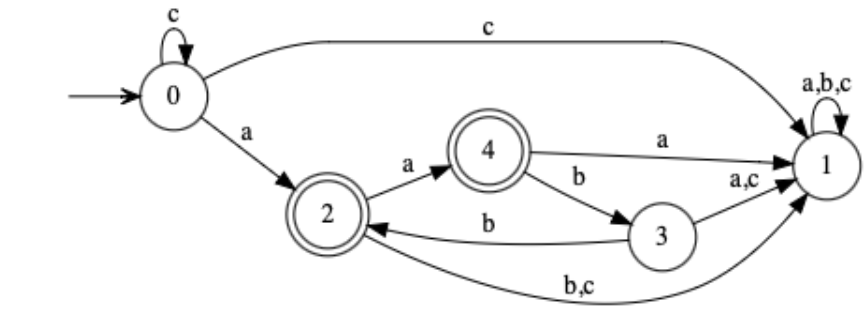


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

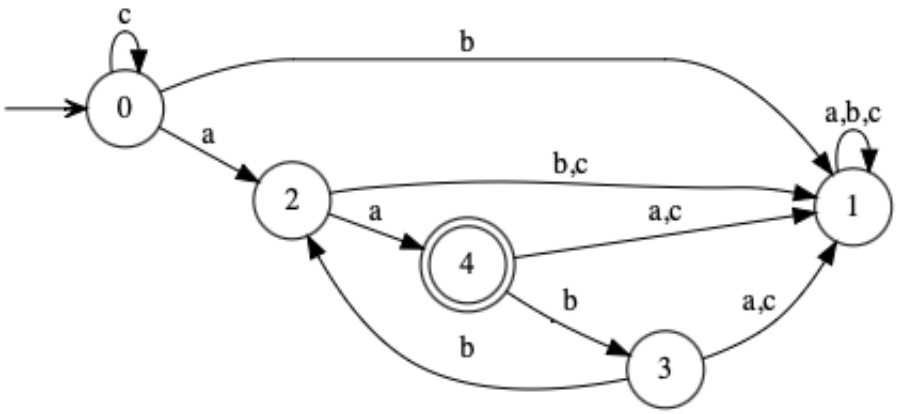


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

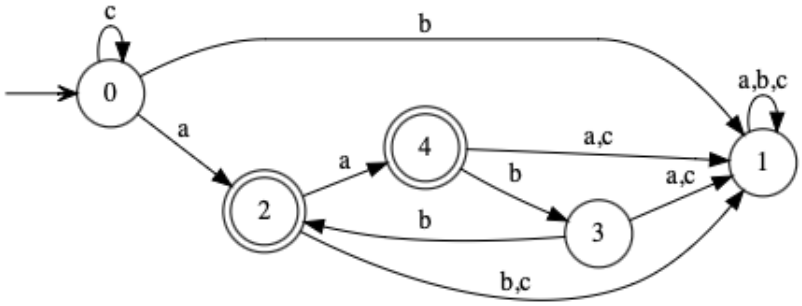
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



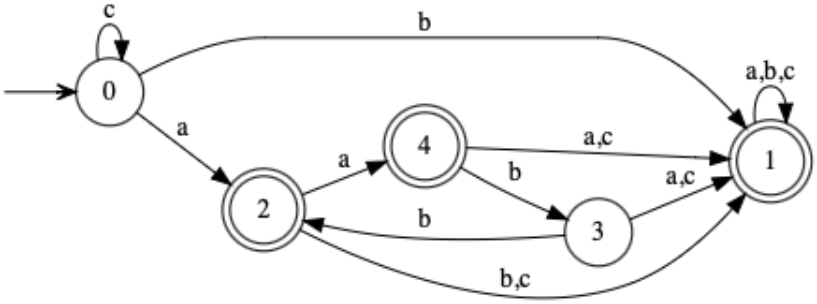
(-i-)



(-ii-)

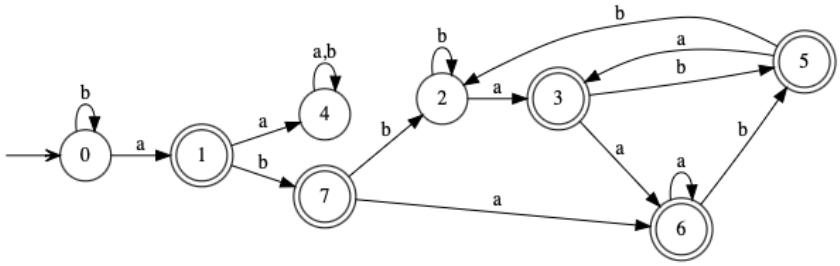


(-iii-)

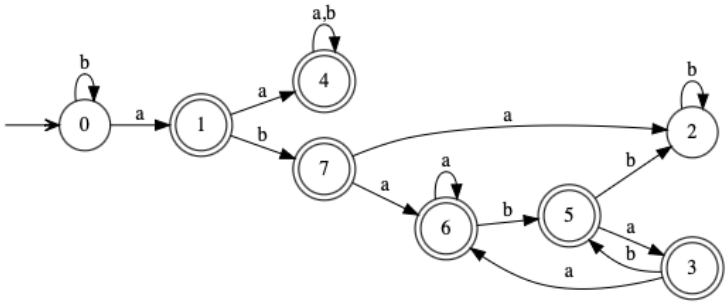


(-iv-)

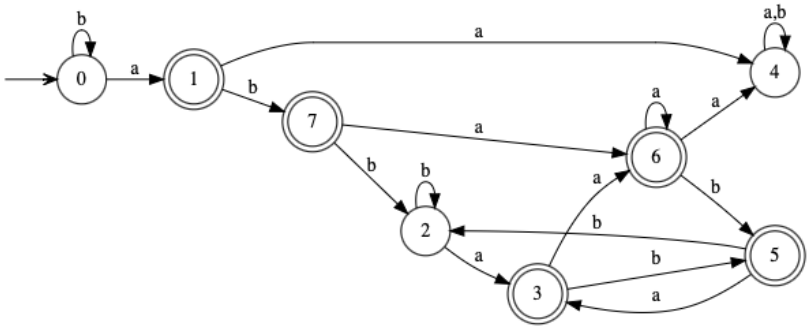
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



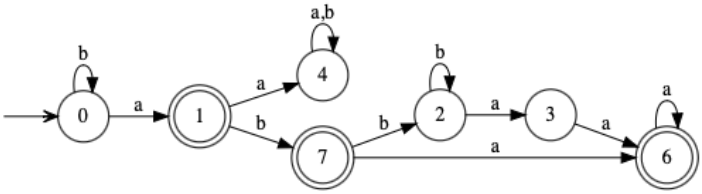
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+218/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e f

Question 3 : a ■ c d e ■ ■ h i

Question 4 : a b ■ d e

Question 5 : ■ b c ■ ■ f ■ h i j

Question 6 : a b c ■ e f

Question 7 : ■ b c d e f

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : a ■ c d e f

Question 10 : a b c d e ■

Question 11 : a ■ c d e f g h

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d e f g ■

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [b] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [c] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [e] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 4 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

[c] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

[d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

[g] La longueur du mot vide est 1.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 5 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 6 états [b] 8 états [c] 2 états ■ 4 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

[d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 7 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

[b] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

[c] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[e] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

[f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[h] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

[i] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[j] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 8 états c 20 états d 32 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 8 états ■ 16 états c 32 états d 20 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
d Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-i-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-iii-
c la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i- e la Figure 3-iv-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 5 b 2 c 7 ■ 4 e 0 f 1 g 3 h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

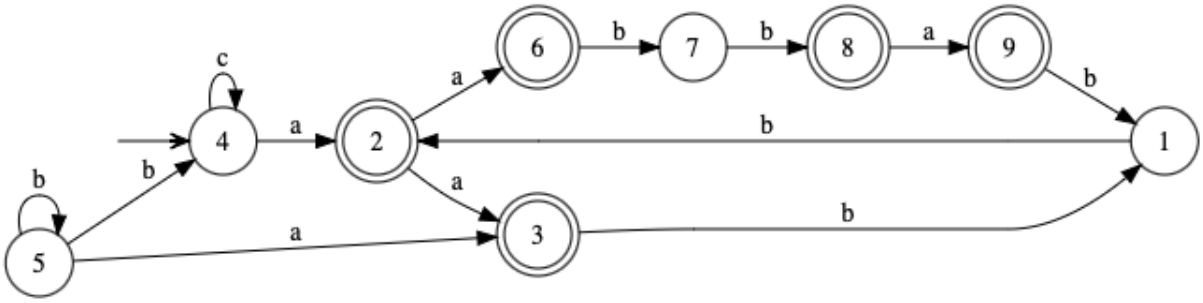
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

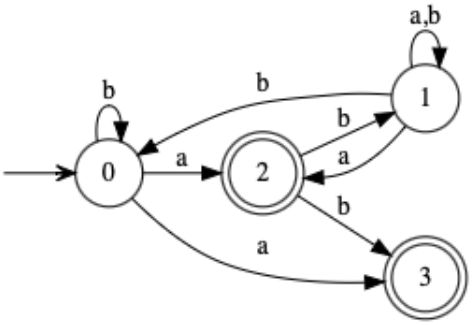
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

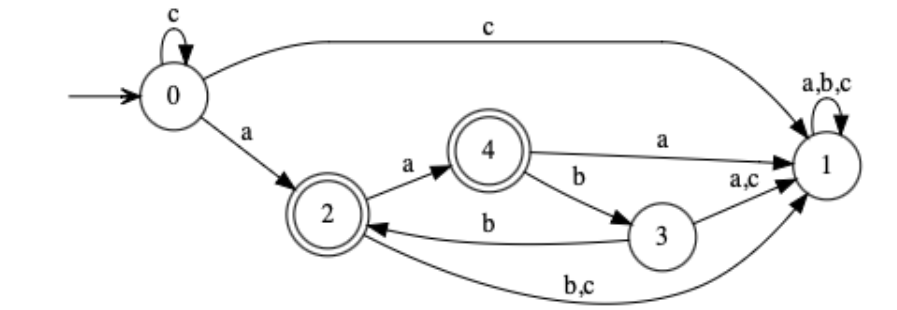


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

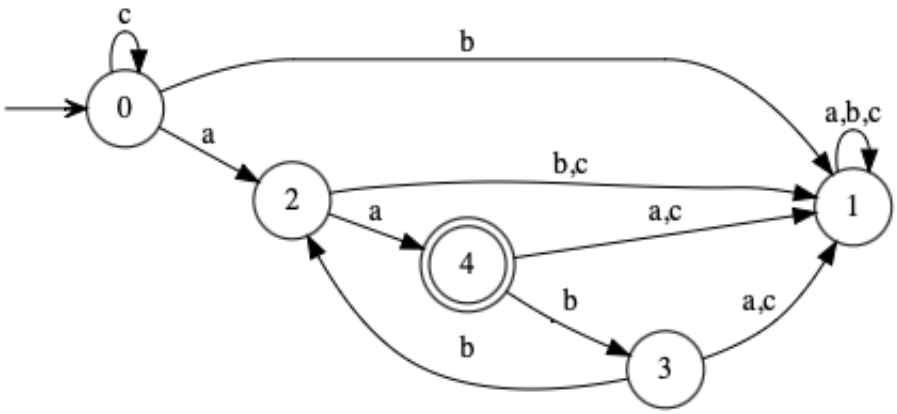


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

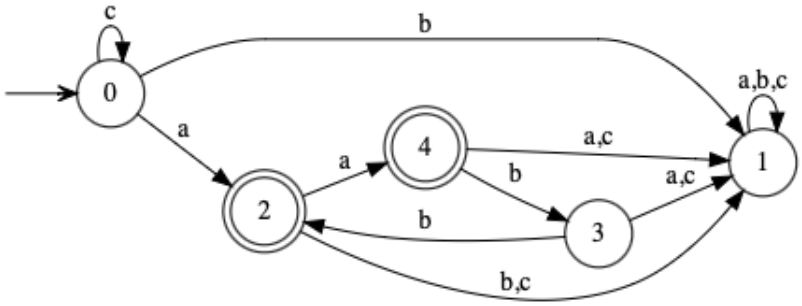
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



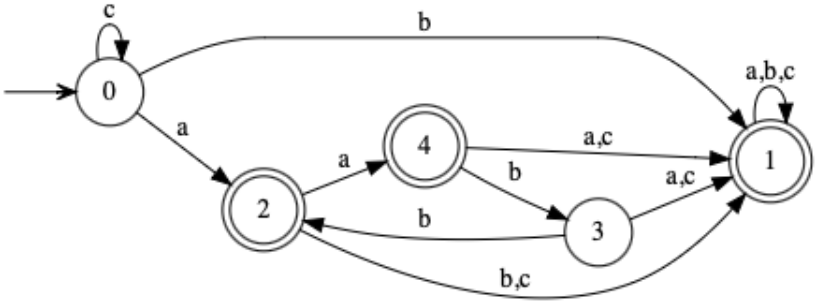
(-i-)



(-ii-)

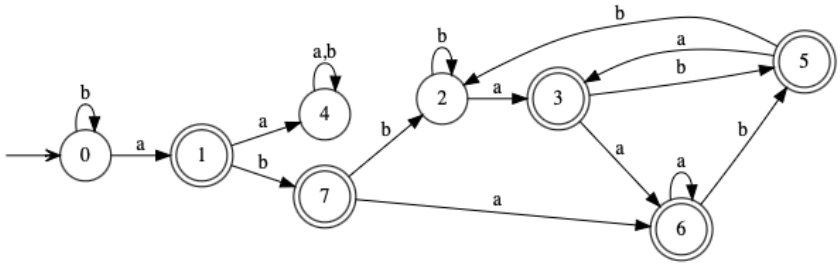


(-iii-)

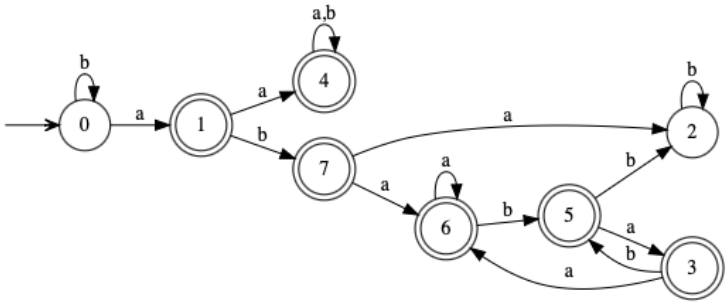


(-iv-)

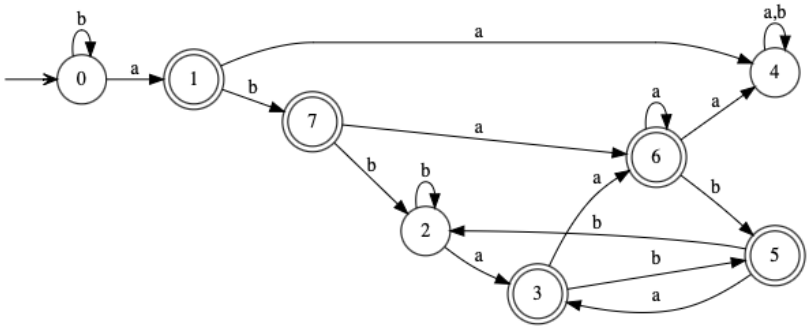
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



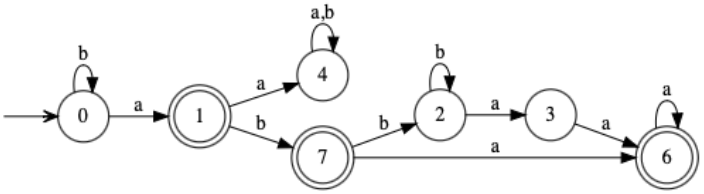
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+219/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e f

Question 3 : a b c ■ e ■ ■ ■ i j

Question 4 : a ■ c d ■ ■ g h i

Question 5 : a b c ■ e f

Question 6 : ■ b c d e f g h

Question 7 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 8 : a b c d e ■

Question 9 : a ■ c d e f

Question 10 : a ■ c d e

Question 11 : a b ■ d e f

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab ■ *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [e] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [f] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [h] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

- [a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
- [b] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
- [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
- [d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
- [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
- [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

c La longueur du mot vide est 1.

■ La longueur du mot vide est 0.

e Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 8 états c 32 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont identiques.

c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

c Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

f Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

j Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états b 2 états ■ 4 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

d Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 8 états c 32 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-iv-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- b la Figure 3-iv- c la Figure 3-iii-

d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 2 ☐ b 7 ☐ c 6 ☐ d 0 ■ 4 ☐ f 3 ☐ g 5 ☐ h 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

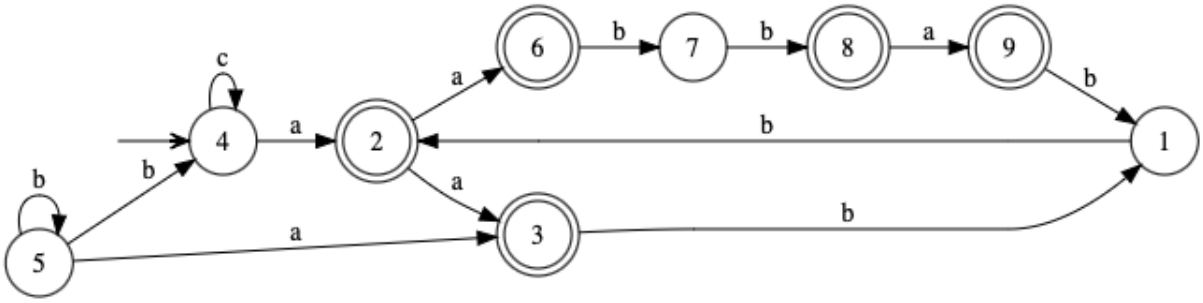
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

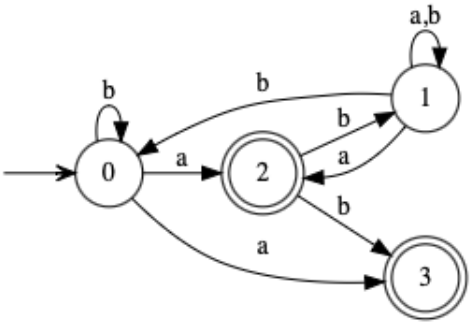
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

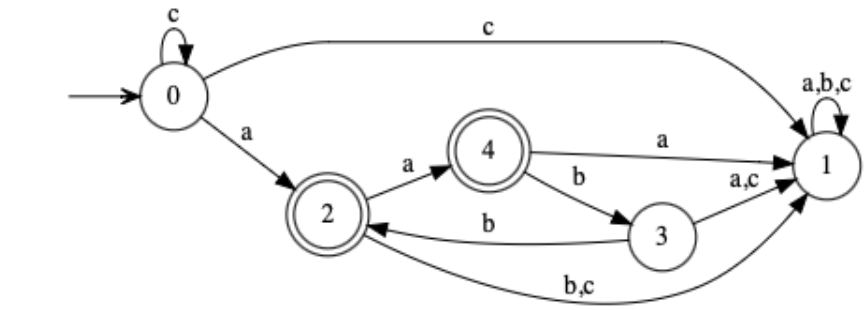


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

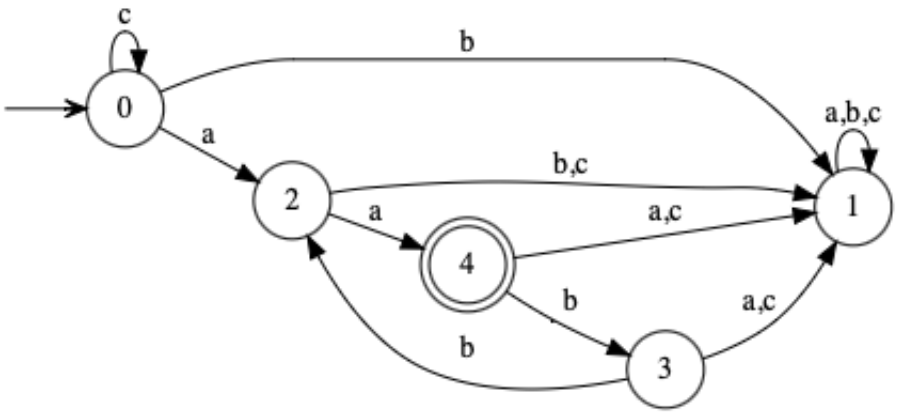


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

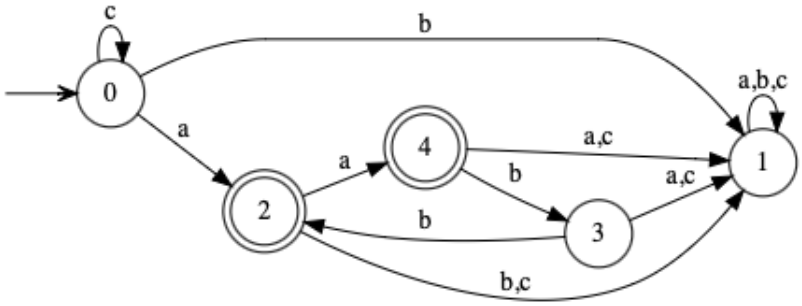
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



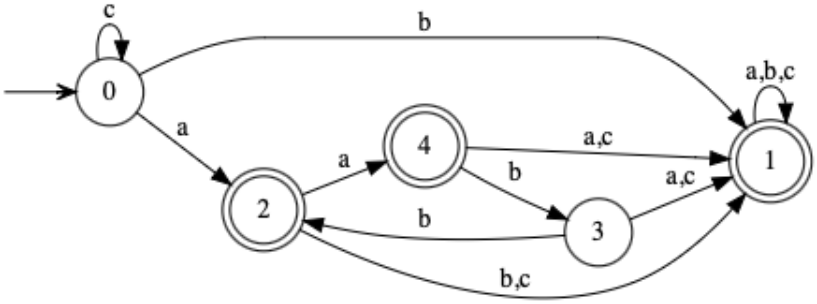
(-i-)



(-ii-)

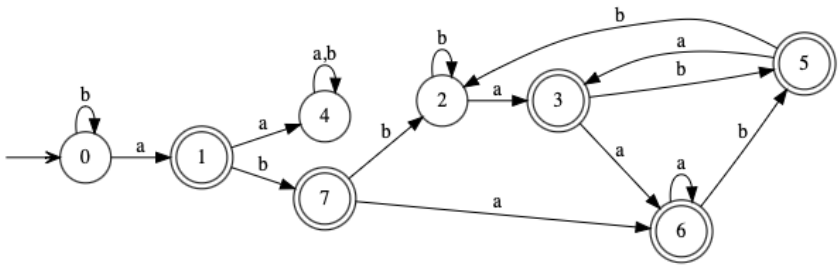


(-iii-)

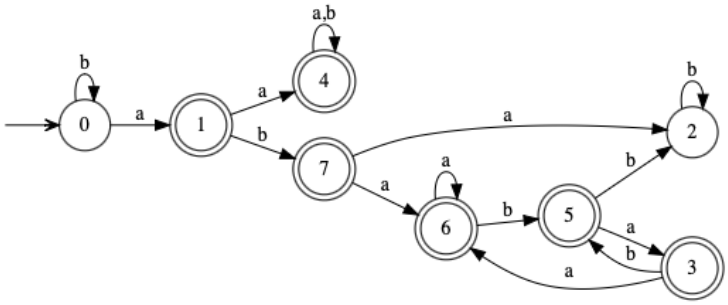


(-iv-)

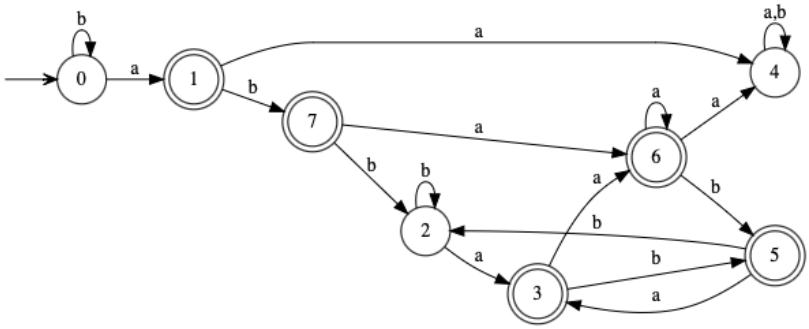
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



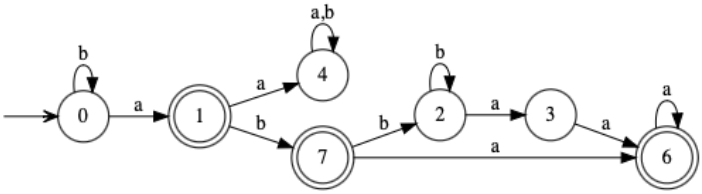
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+220/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [■] [■] [■] [e] [f] [■] [h] [i] [j]

Question 3 : [a] [b] [c] [d] [■] [f] [g] [h]

Question 4 : [■] [b] [c] [■] [e] [■] [g] [h] [i]

Question 5 : [■] [b] [c] [d] [e]

Question 6 : [a] [b] [c] [d] [e] [■]

Question 7 : [■] [b] [c] [d] [e] [f]

Question 8 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] [■] [l]

Question 9 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 10 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 11 : [■] [b] [c] [d] [e] [f]

Question 12 : [a] [■] [c] [d] [e]

Question 13 : [a] [b] [c] [d] [■] [f]

Question 14 : [a] [b] [c] [d] [■] [f] [g] [h]

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états b 8 états c 2 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [d] La longueur du mot vide est 1.
- [e] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [g] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [b] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [g] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[■] 16 états [b] 20 états [c] 8 états [d] 32 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 32 états [c] 16 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
[b] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
[c] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
[d] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
[e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[f] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[i] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[j] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
[c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-ii-. [b] la Figure 2-iv-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
■ la Figure 2-iii-. [d] la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- [b] la Figure 3-ii-
[c] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [d] la Figure 3-iv-
[e] la Figure 3-iii- [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a	0	b	2	c	1	d	6	e	3	■	4	g	7	h	5

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

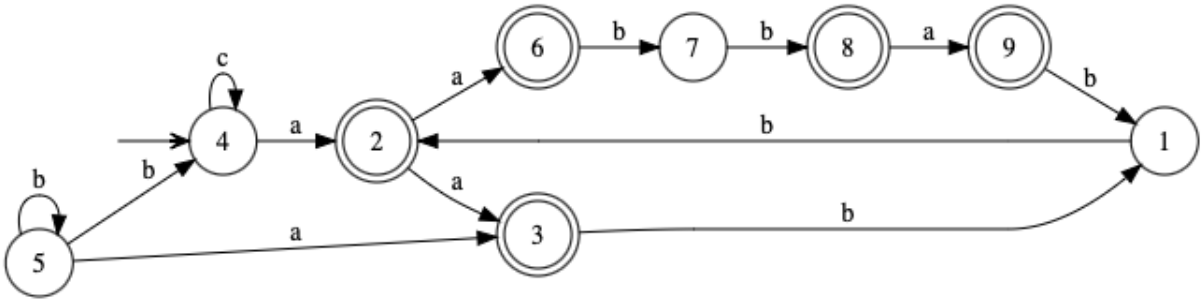
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

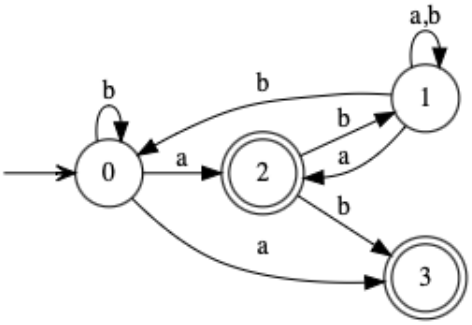
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

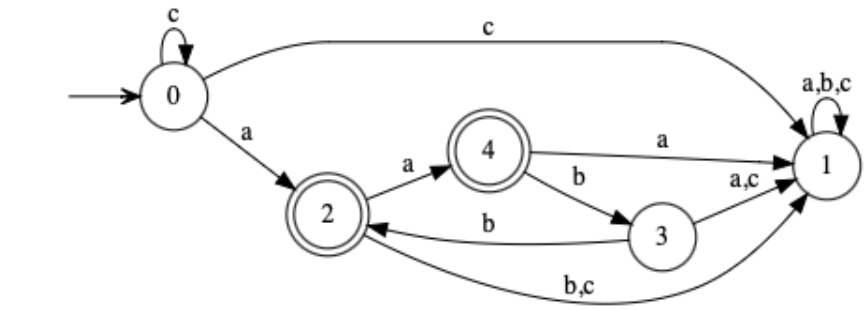


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

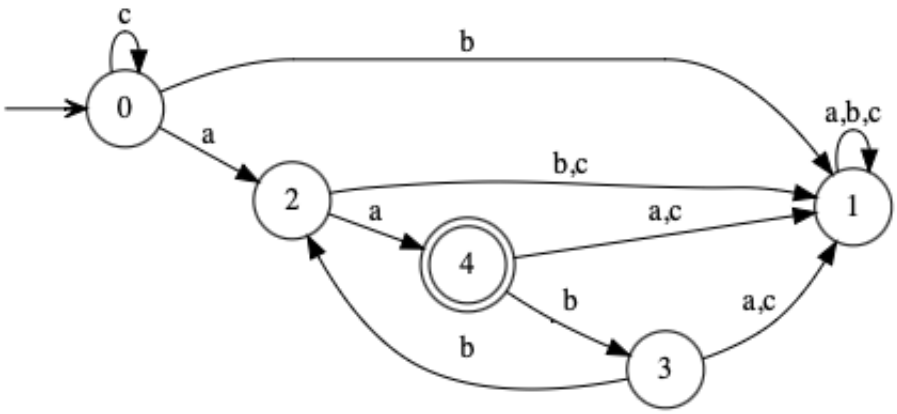


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

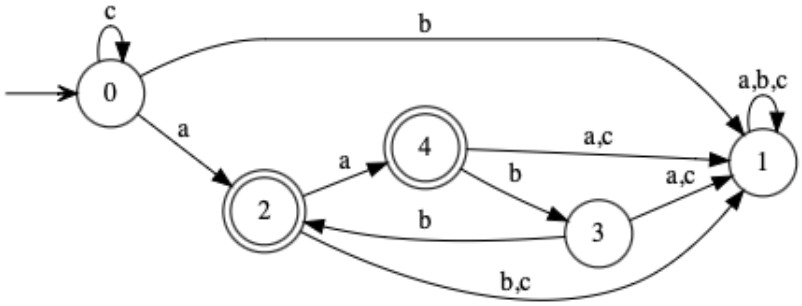
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



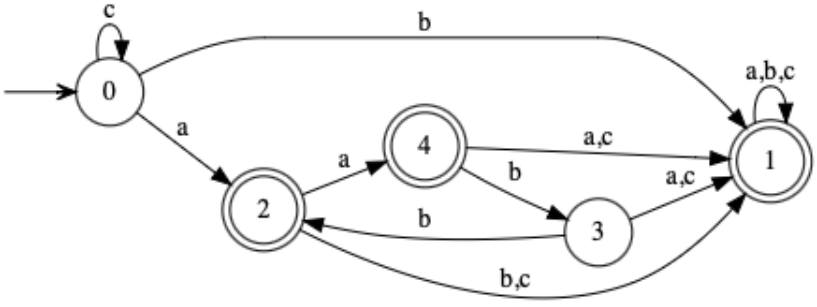
(-i-)



(-ii-)

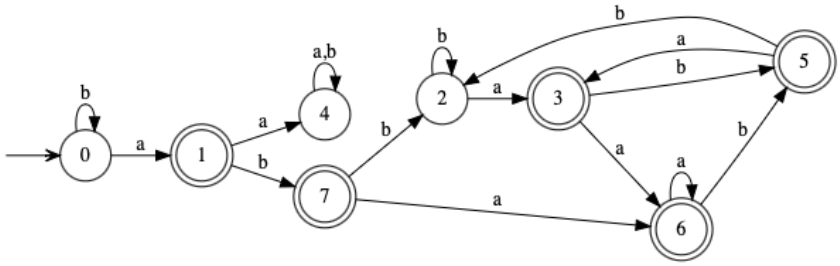


(-iii-)

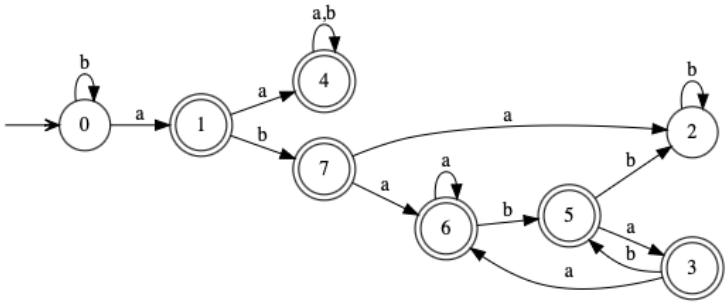


(-iv-)

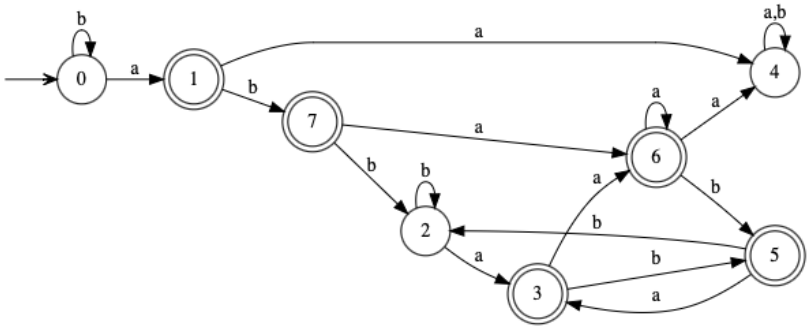
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



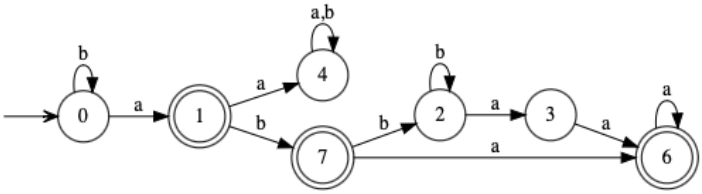
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+221/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e

Question 3 : a ■ c d e f g h

Question 4 : a b c ■ e f

Question 5 : a ■ ■ d e ■ g h i

Question 6 : a b c ■ ■ ■ g ■ i j

Question 7 : a b c ■ e f

Question 8 : ■ b c d e f

Question 9 : a b c d e ■

Question 10 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 11 : a b c ■ e f

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a b c d e ■ g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[■] 4 états [b] 8 états [c] 2 états [d] 6 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
[b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [b] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [e] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [f] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [g] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [h] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [i] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [j] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 6 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 8 états [c] 20 états [■] 16 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [d] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [e] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [g] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 8 états b 20 états c 32 états d 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La longueur du mot vide est 1.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

c Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-ii-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 3-iv-

c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe d la Figure 3-ii-

■ la Figure 3-i- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 2 ☐ b 7 ☐ c 1 ■ 4 ☐ e 0 ☐ f 6 ☐ g 5 ☐ h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

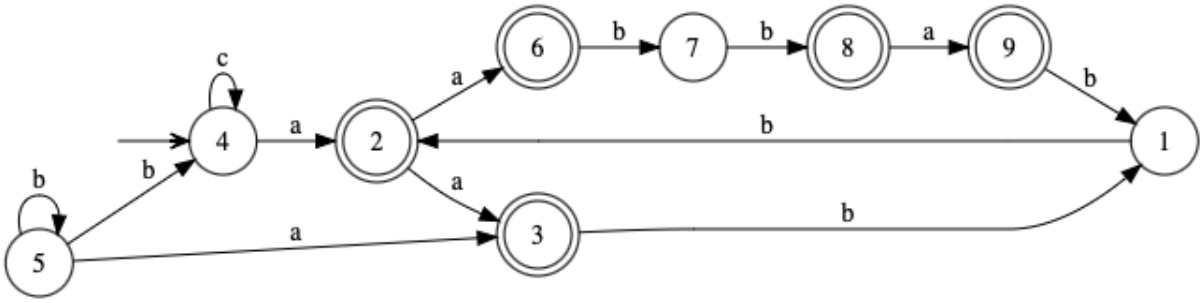
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

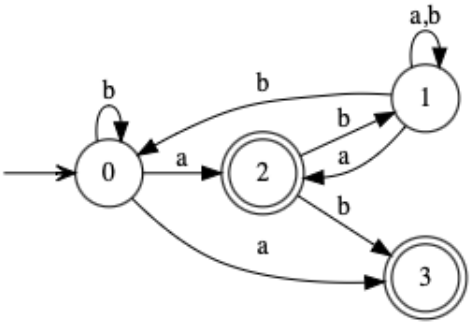
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

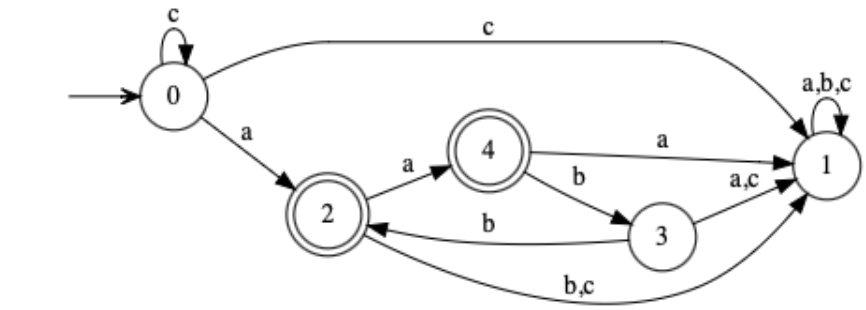


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

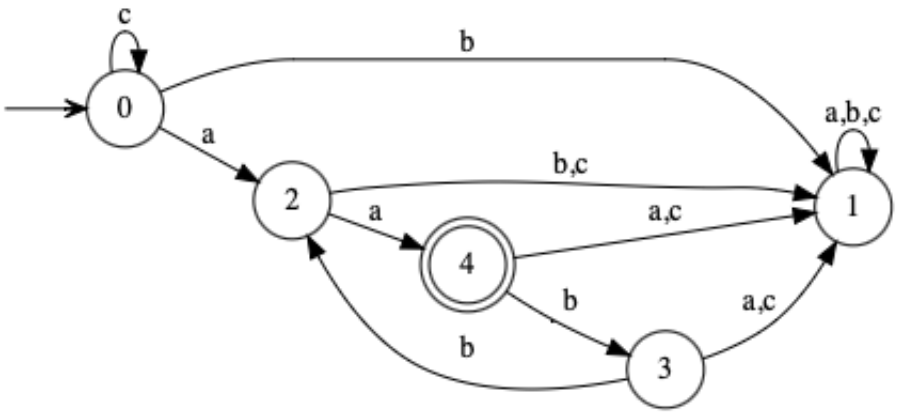


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

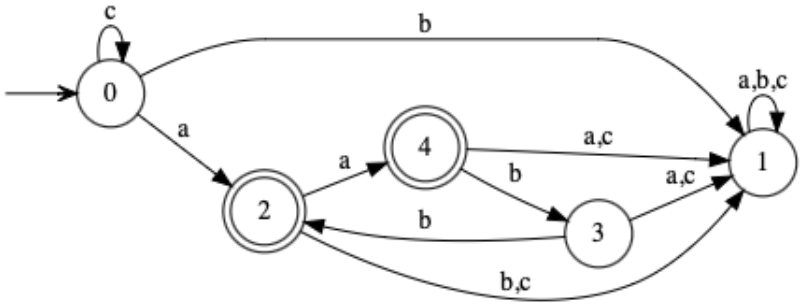
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



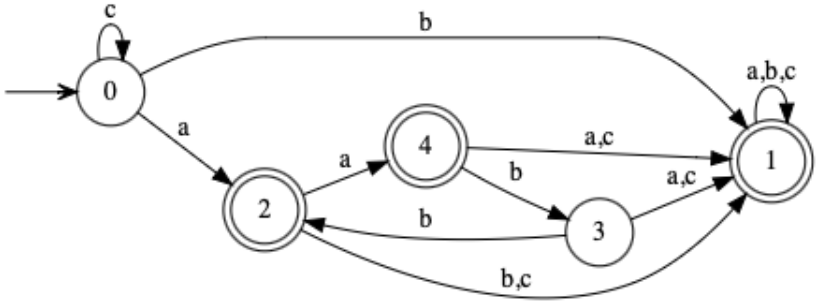
(-i-)



(-ii-)

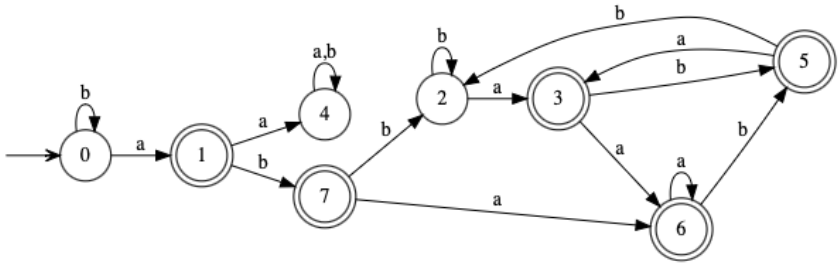


(-iii-)

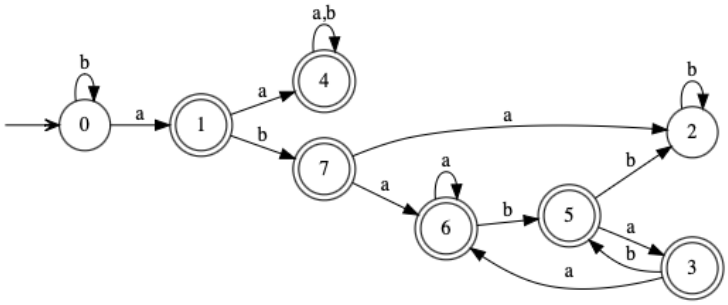


(-iv-)

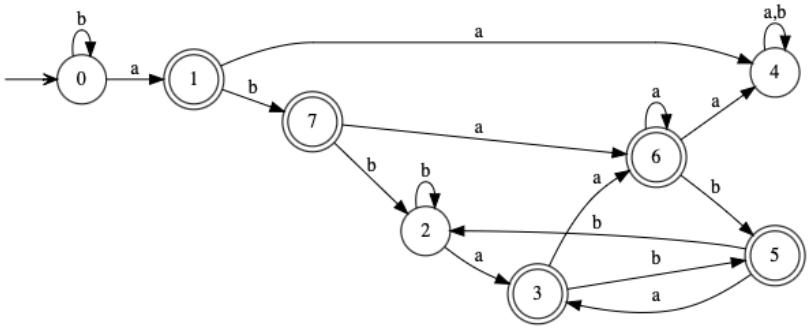
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



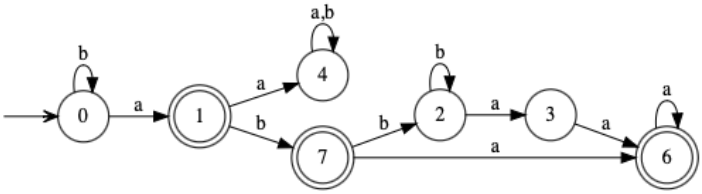
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+222/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d ■ f g h

Question 3 : ■ b c d e f

Question 4 : a b ■ d e

Question 5 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 6 : a b c ■ e f

Question 7 : a b ■ d e f

Question 8 : a ■ ■ d e ■ g ■ i j

Question 9 : a b c d e ■

Question 10 : a ■ c d e ■ ■ h i

Question 11 : a b c ■ e f

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

c Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

d Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

e Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

h Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 8 états c 32 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états b 6 états c 8 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 8 états c 32 états d 20 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
b Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
c Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
d Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
e Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
g Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
j Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
c Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
■ La longueur du mot vide est 0.
g La longueur du mot vide est 1.
h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-iv-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-iv-
c la Figure 3-iii- d la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 5 ■ 4 ☐ c 2 ☐ d 3 ☐ e 6 ☐ f 0 ☐ g 1 ☐ h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

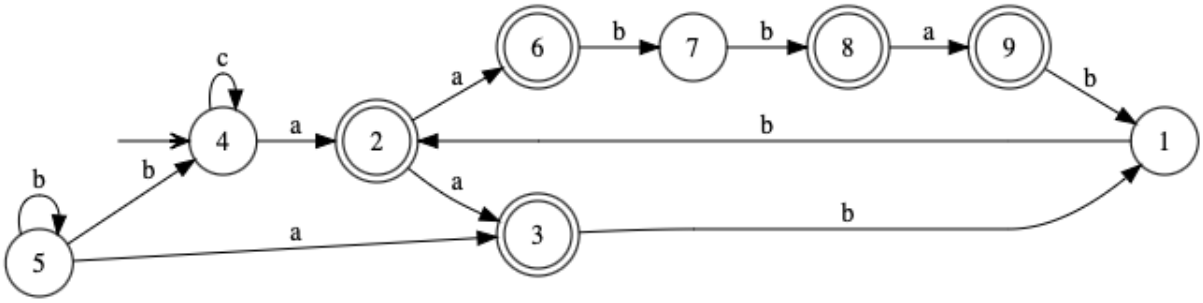
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

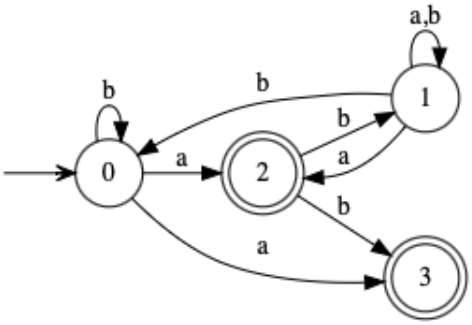
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

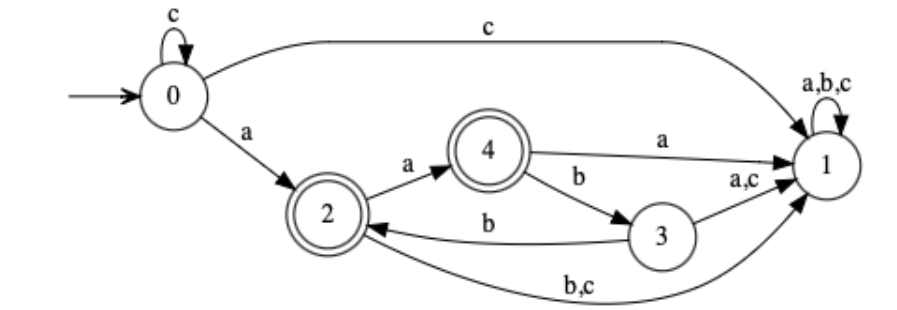


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

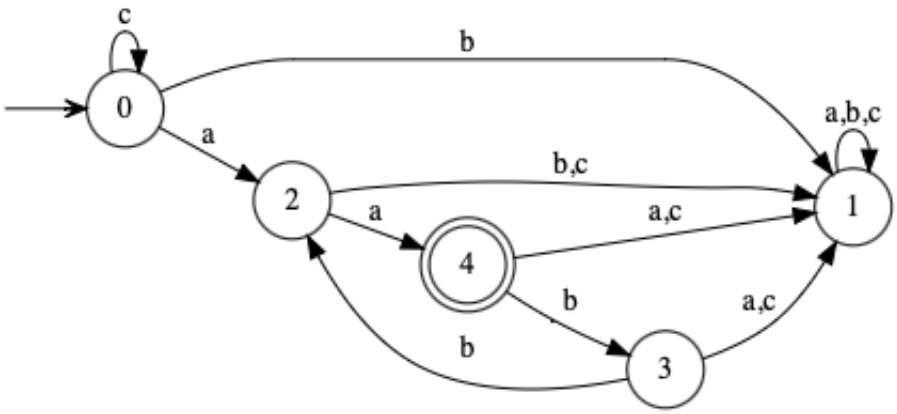


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

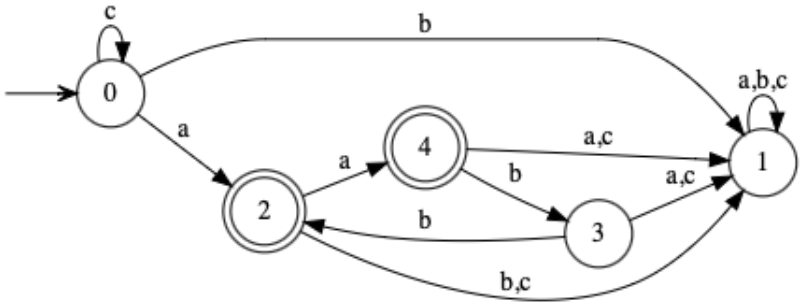
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



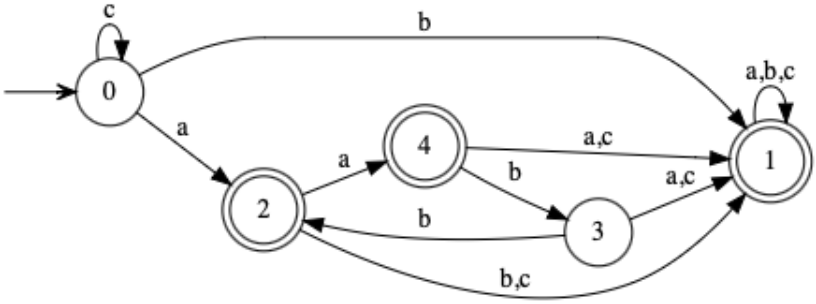
(-i-)



(-ii-)

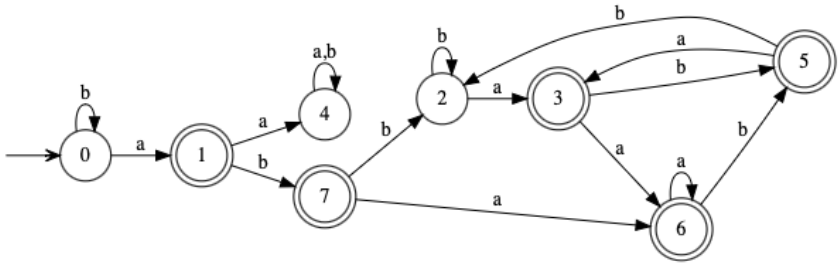


(-iii-)

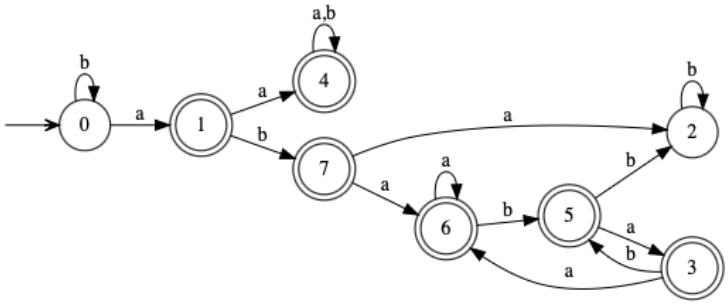


(-iv-)

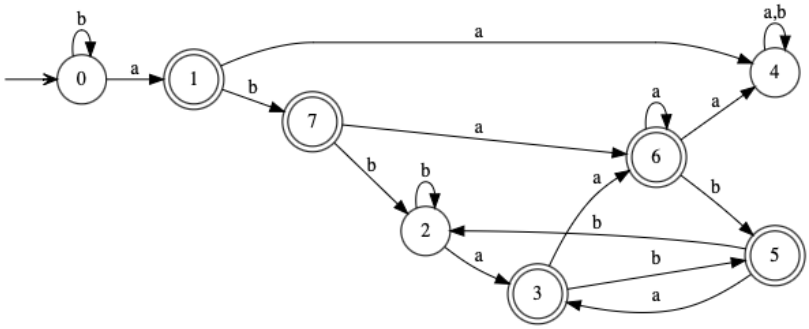
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



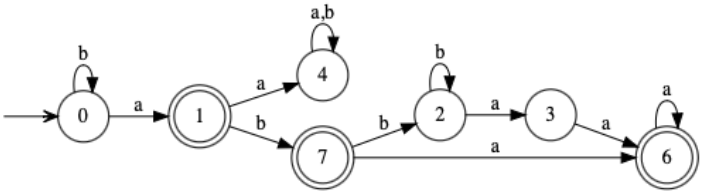
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+223/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f

Question 3 : a b c ■ e f

Question 4 : ■ ■ c d e ■ ■ h i j

Question 5 : a b c d e ■

Question 6 : a ■ c d e

Question 7 : a b c ■ e f

Question 8 : ■ b c d e f g h

Question 9 : ■ b c d e f

Question 10 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 11 : a ■ c d ■ ■ g h i

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a ■ c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [d] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [e] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [g] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 4 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états ■ 16 états c 20 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 2 états ■ 4 états d 6 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

e Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

g La longueur du mot vide est 1.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 8 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 8 états b 20 états c 16 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

[b] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

[c] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

[d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[e] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

[f] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[h] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

[i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[■] la Figure 2-iii-. [b] la Figure 2-ii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-i-. [d] la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-ii- [■] la Figure 3-i- [c] la Figure 3-iv-
[d] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [e] la Figure 3-iii-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 2 ☐ b 7 ■ 4 ☐ d 3 ☐ e 6 ☐ f 1 ☐ g 5 ☐ h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

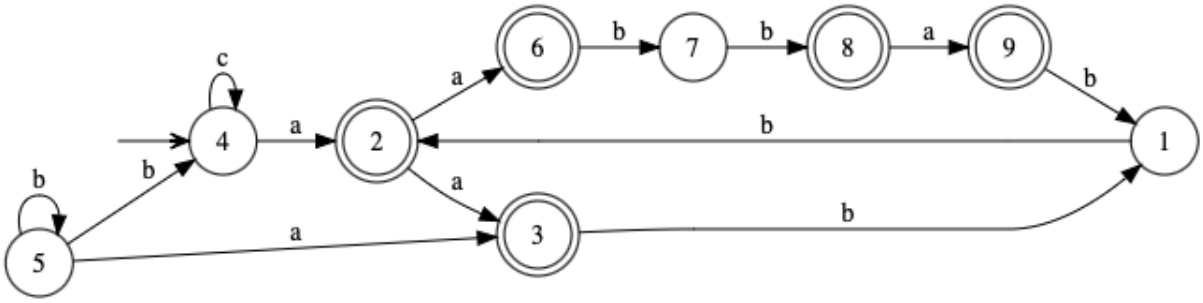
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

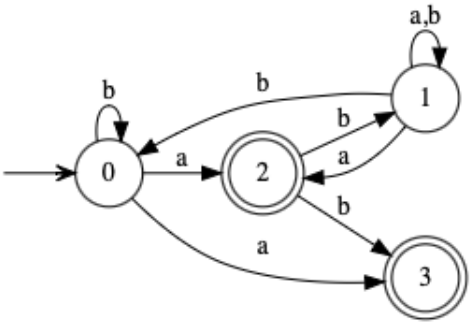
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

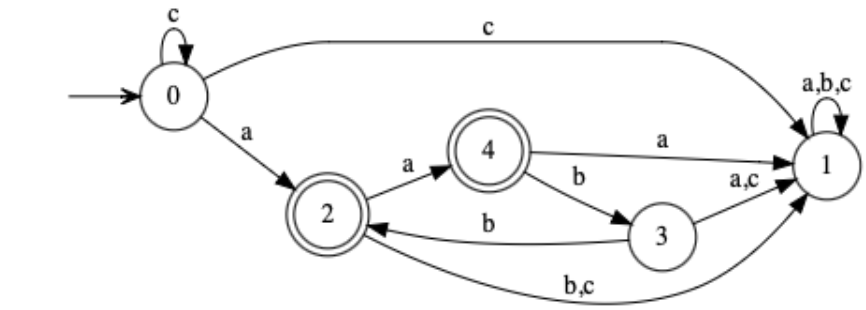


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

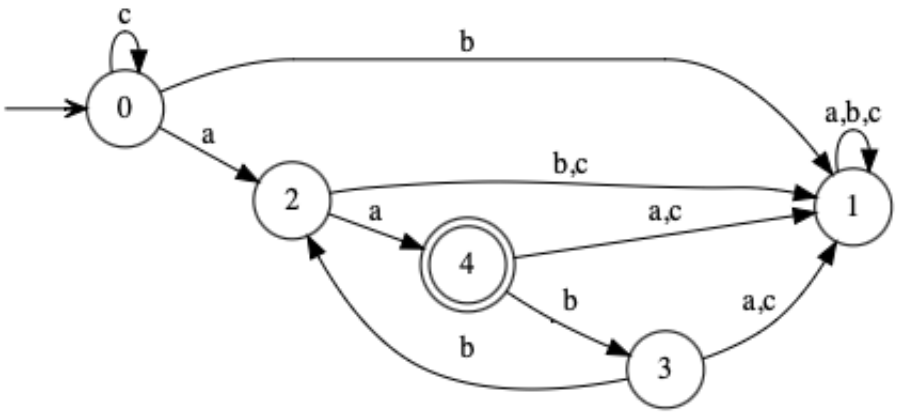


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

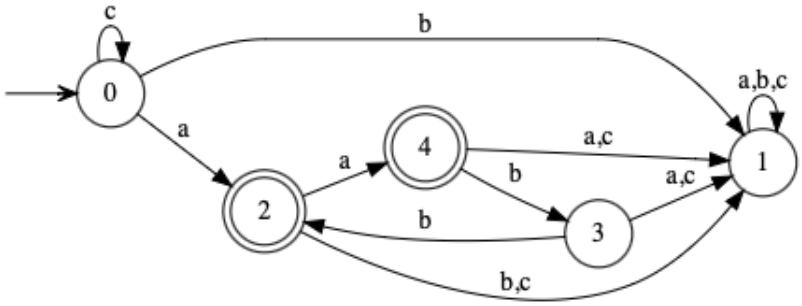
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



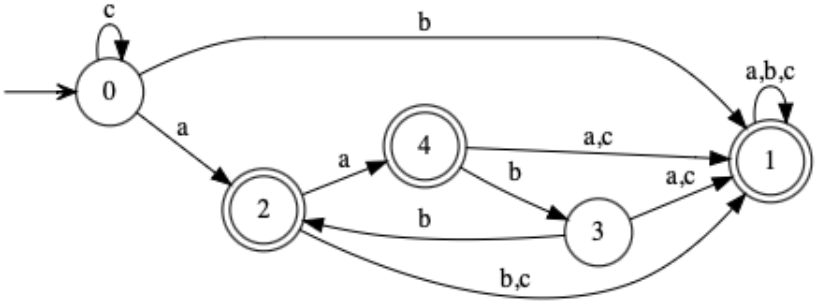
(-i-)



(-ii-)

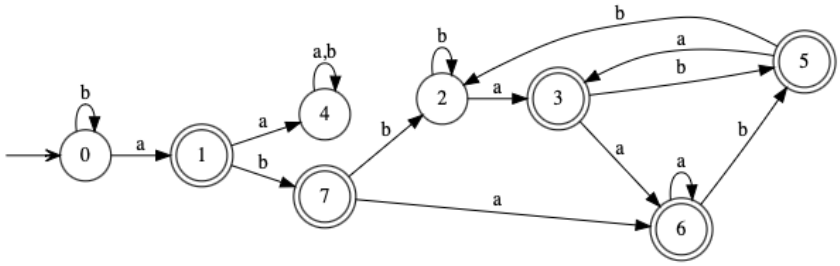


(-iii-)

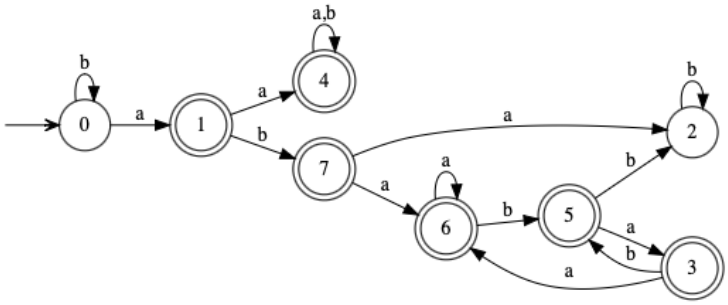


(-iv-)

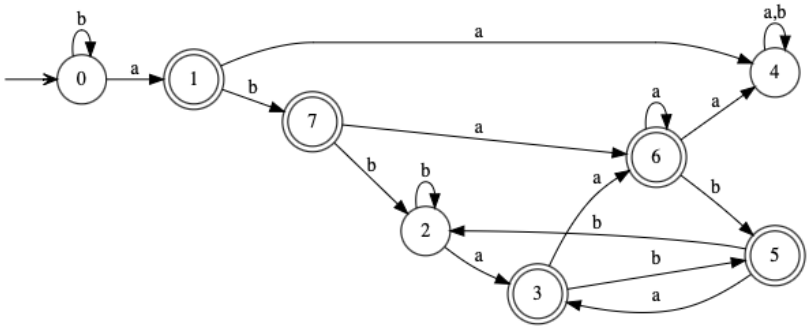
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



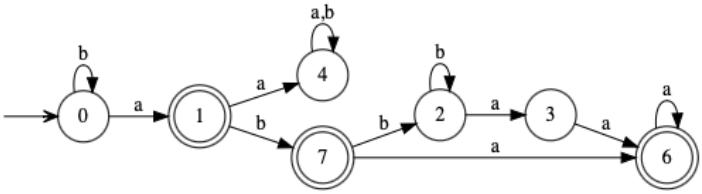
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+224/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e f

Question 3 : ■ ■ c d e ■ g ■ i j

Question 4 : ■ b c d e

Question 5 : a ■ c d e f

Question 6 : a b ■ d e f

Question 7 : ■ b ■ ■ e f g h i

Question 8 : a b c d e ■

Question 9 : a ■ c d e f

Question 10 : a b ■ d e f g h

Question 11 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 2 états [b] 6 états [■] 4 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 16 états [c] 20 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[b] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

- [c] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [d] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [e] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [f] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [g] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [b] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [d] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[■] 16 états [b] 8 états [c] 32 états [d] 20 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

[b] La longueur du mot vide est 1.

[c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

[d] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

[e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

[■] La longueur du mot vide est 0.

[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-iv-. [■] la Figure 2-iii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

[c] la Figure 2-ii-. [d] la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [b] la Figure 3-ii-

[c] la Figure 3-iv- [d] la Figure 3-iii- [■] la Figure 3-i-

[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a	1	b	0	c	6	d	7	e	2	f	3	■	4	h	5

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

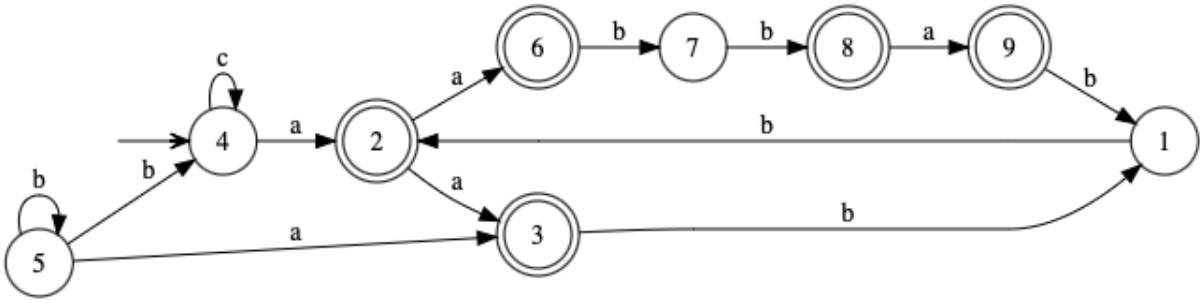
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

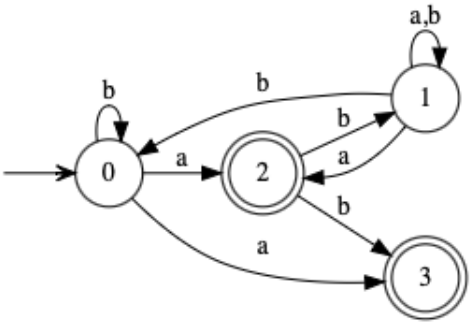
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

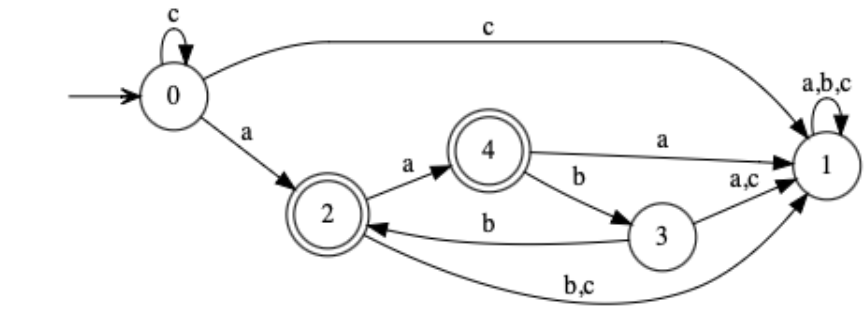


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

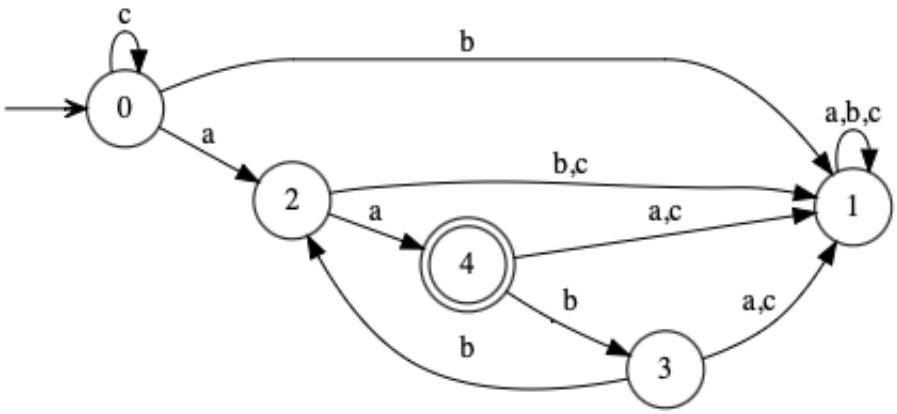


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

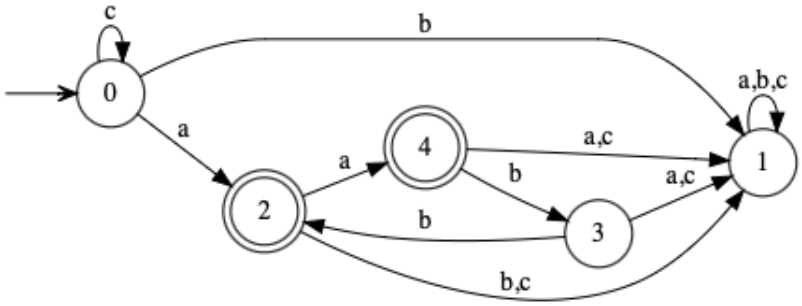
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



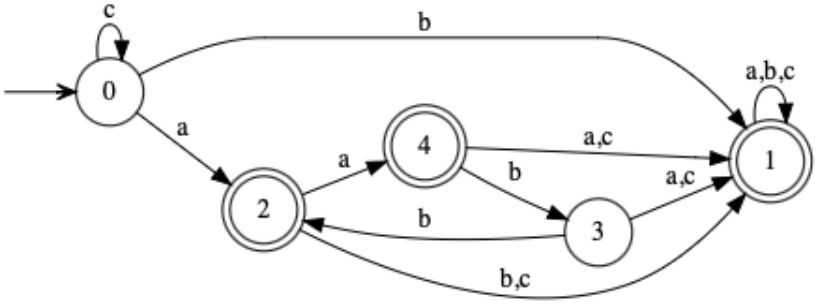
(-i-)



(-ii-)

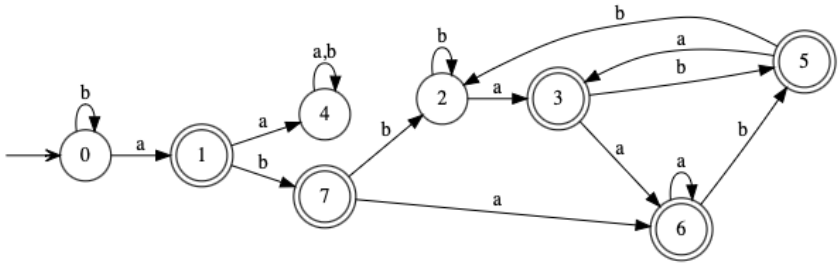


(-iii-)

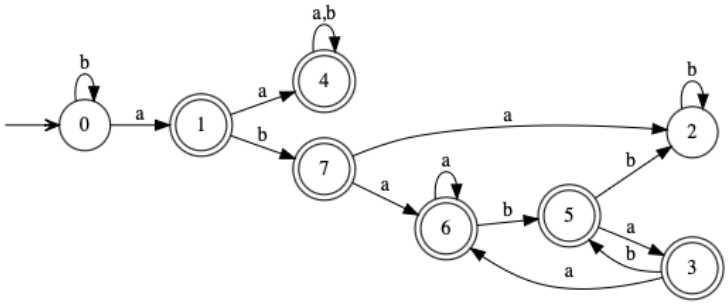


(-iv-)

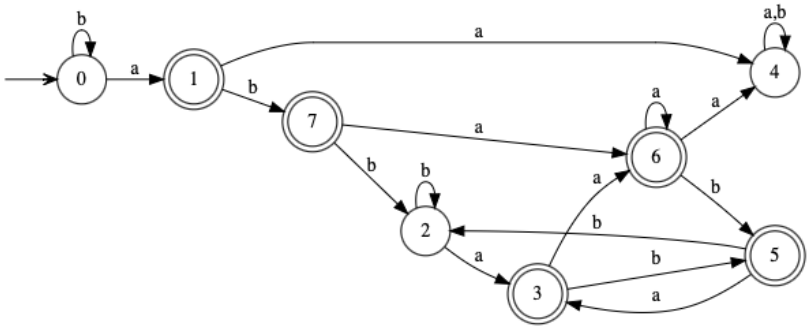
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



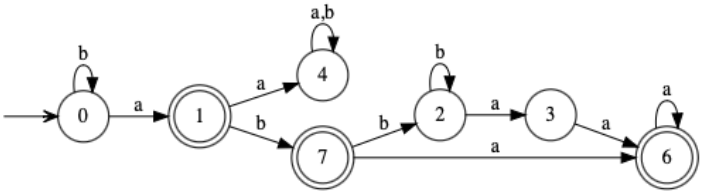
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+225/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e f

Question 3 : a ■ c d e f g h

Question 4 : a b c d e ■

Question 5 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 6 : a ■ c d e

Question 7 : ■ b c d e f

Question 8 : a b c d ■ ■ ■ ■ i j

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : ■ b c d e f

Question 11 : ■ b c d e ■ ■ h i

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d e f ■ h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [b] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [e] La longueur du mot vide est 1.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [g] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[e] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[f] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[h] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
[b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
[c] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 2 états [b] 6 états [c] 8 états ■ 4 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 20 états [c] 32 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [c] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [d] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [f] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [g] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [h] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [i] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- ■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états [b] 32 états [c] 20 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [b] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- ■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-iv-. [b] la Figure 2-i-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
■ la Figure 2-iii-. [d] la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- [b] la Figure 3-ii- [c] la Figure 3-iv-
[d] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [e] la Figure 3-iii-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 3 ☐ b 6 ☐ c 1 ☐ d 5 ☐ e 0 ☐ f 7 ■ 4 ☐ h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

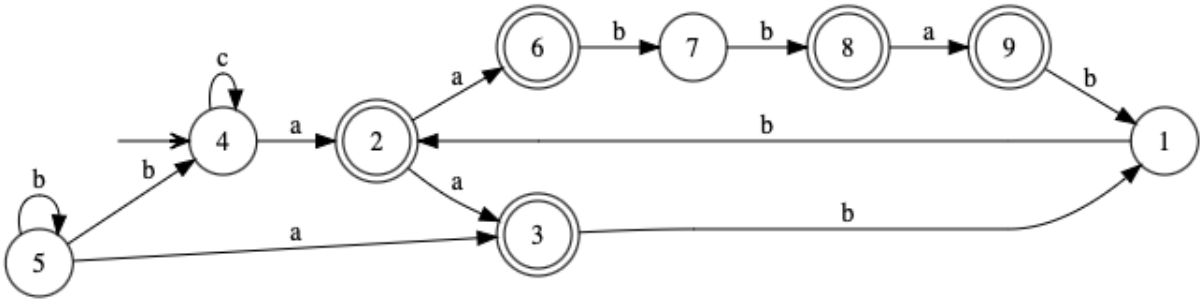
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

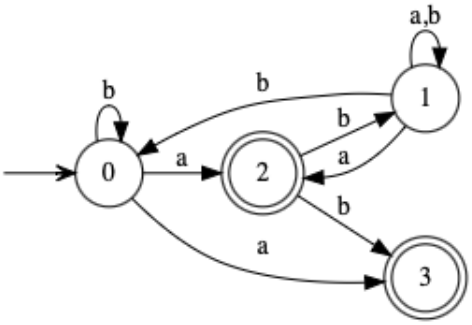
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

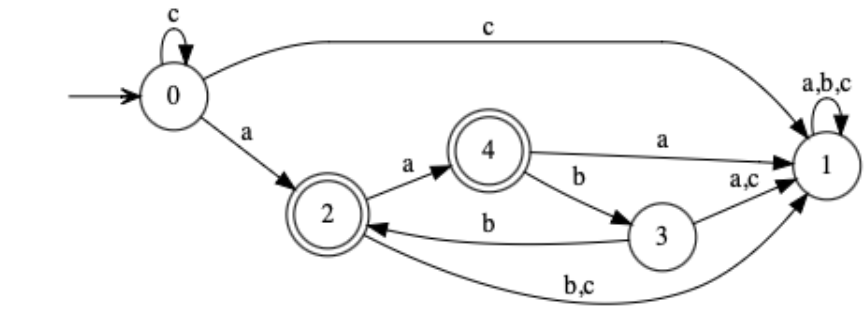


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

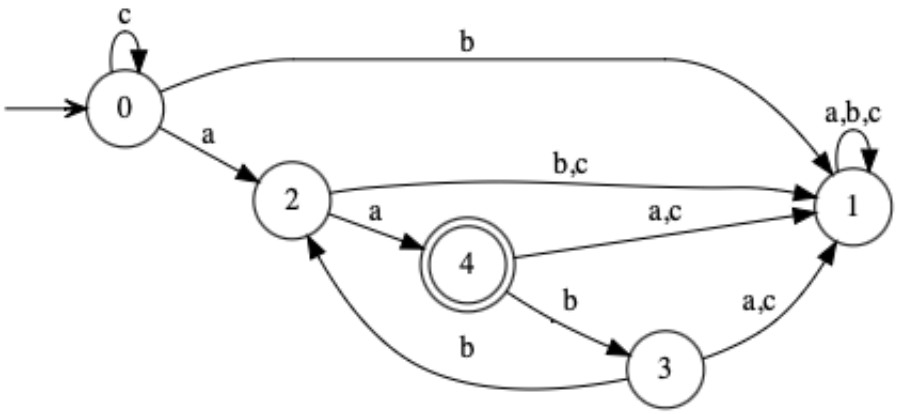


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

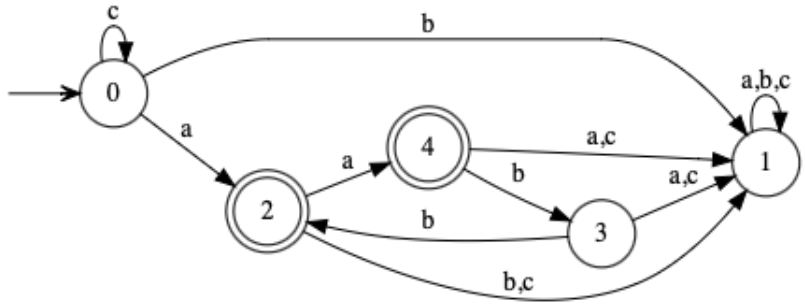
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



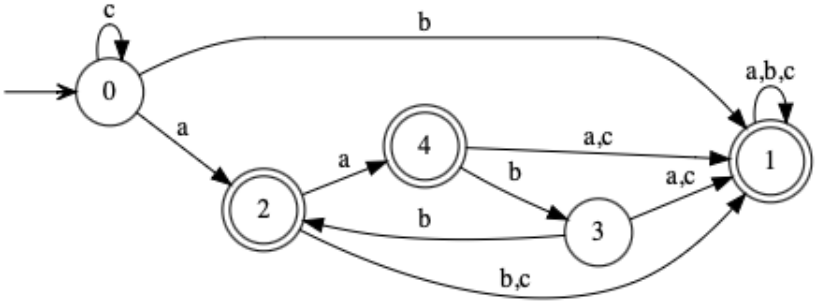
(-i-)



(-ii-)

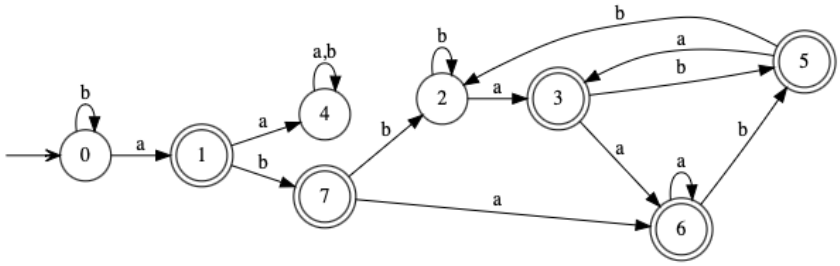


(-iii-)

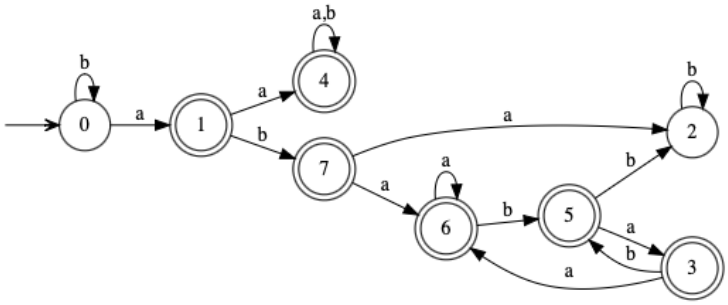


(-iv-)

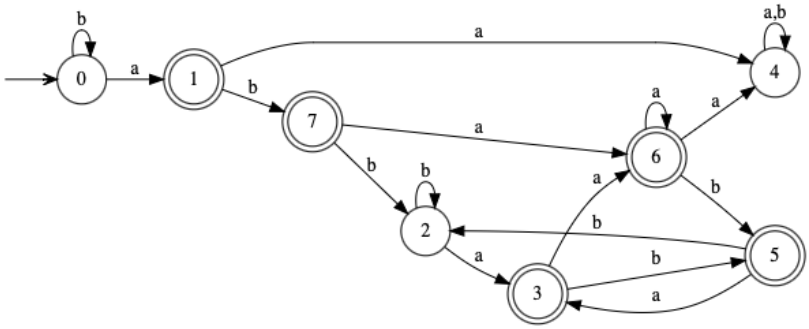
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



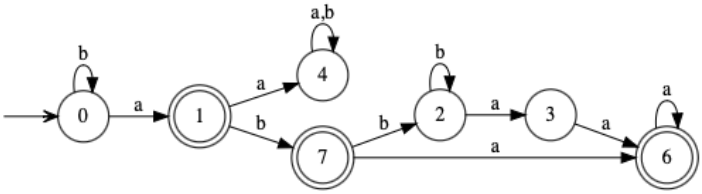
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+226/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ ■ e ■ g h i

Question 3 : a b ■ d e

Question 4 : a b c d ■ f g h

Question 5 : a ■ ■ ■ e f ■ h i j

Question 6 : a b c ■ e f

Question 7 : a b c ■ e f

Question 8 : a b c d e ■

Question 9 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 10 : ■ b c d e f

Question 11 : a b c ■ e f

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a b c d e f ■ h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 6 états [b] 8 états [c] 2 états ■ 4 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états ■ 16 états [c] 32 états [d] 20 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La longueur du mot vide est 0.
[b] La longueur du mot vide est 1.
[c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
[f] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

c Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

d Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

e Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 8 états b 20 états c 16 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

e Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

f Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

g Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

h Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-i-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i-
c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe d la Figure 3-ii-
e la Figure 3-iii- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 0 ☐ b 3 ☐ c 5 ☐ d 6 ☐ e 7 ■ 4 ☐ g 2 ☐ h 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

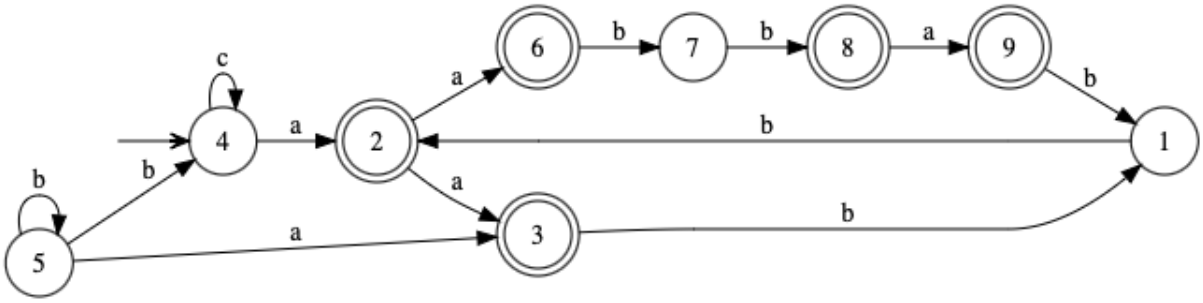
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

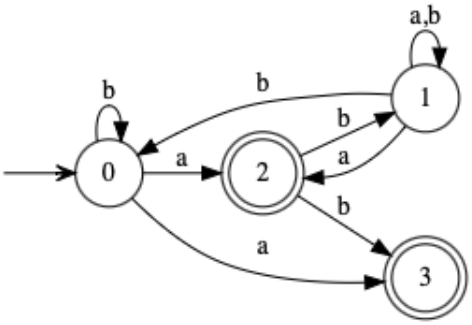
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

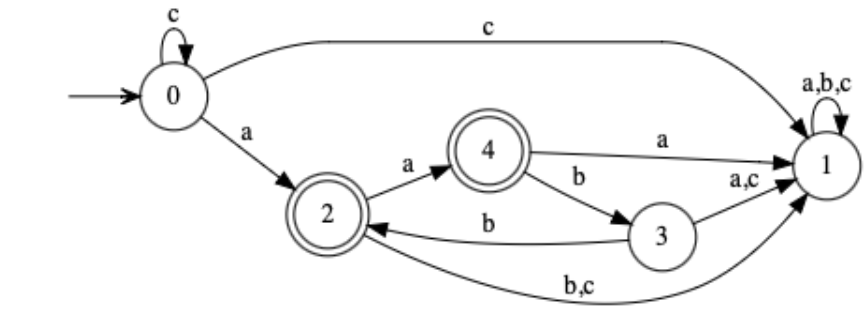


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

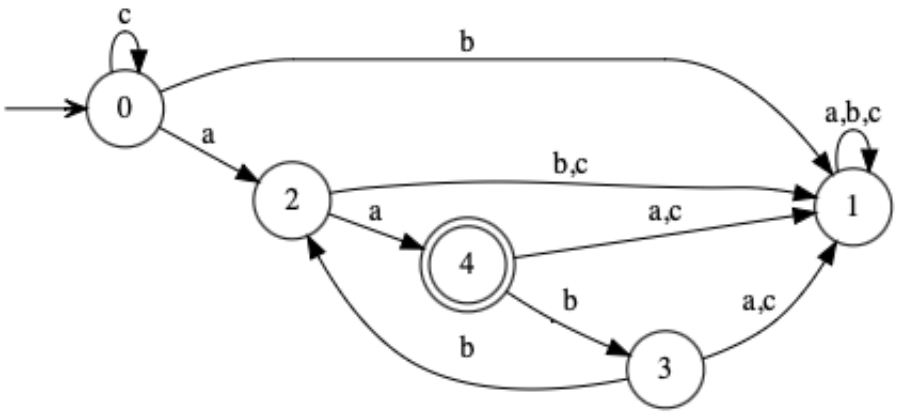


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

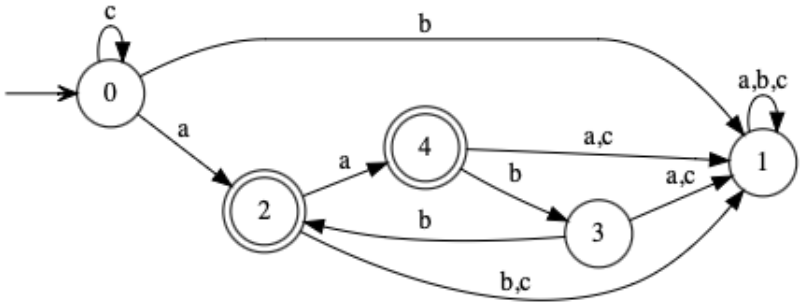
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



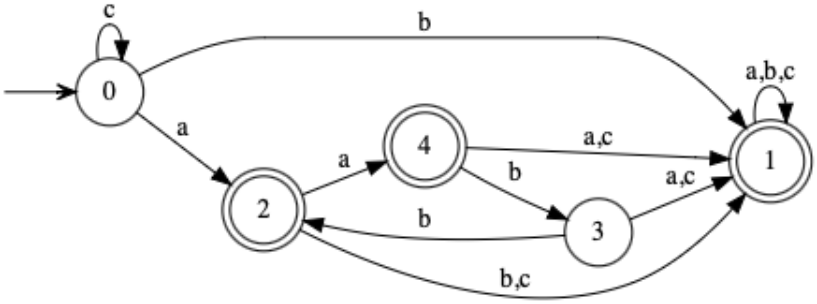
(-i-)



(-ii-)

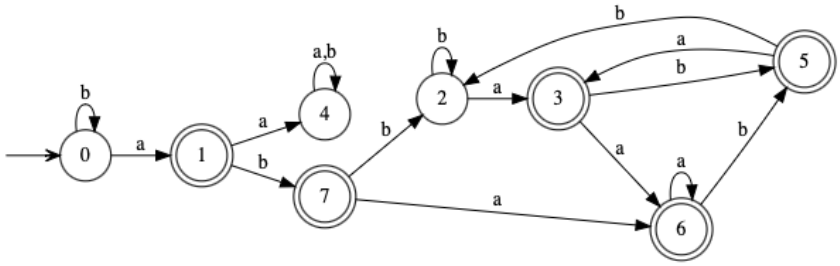


(-iii-)

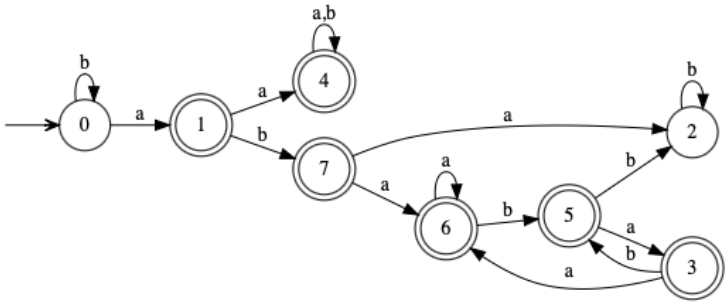


(-iv-)

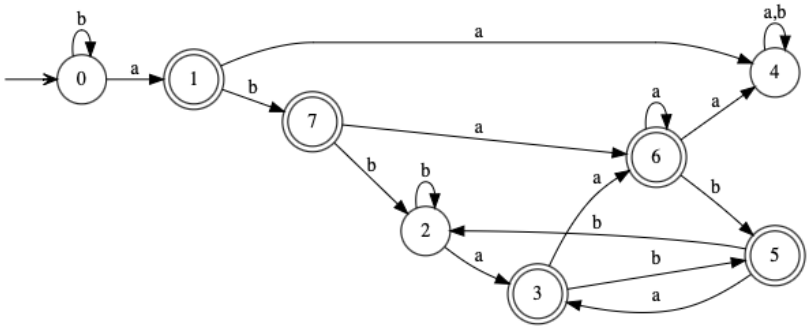
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



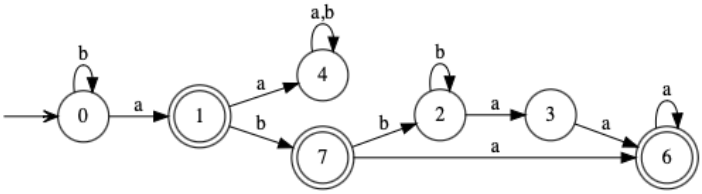
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+227/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 3 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 4 : [■] [b] [c] [■] [■] [f] [g] [h] [i]

Question 5 : [a] [■] [c] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 6 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 7 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] [■] [l]

Question 8 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 9 : [■] [b] [c] [d] [e]

Question 10 : [a] [b] [c] [d] [e] [■]

Question 11 : [■] [■] [■] [■] [e] [f] [g] [h] [i] [j]

Question 12 : [■] [b] [c] [d] [e]

Question 13 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 14 : [a] [b] [c] [d] [e] [■] [g] [h]

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 2 états [b] 8 états [■] 4 états [d] 6 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

b Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

c La longueur du mot vide est 1.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La longueur du mot vide est 0.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

b Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

c Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

d Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

e Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

h Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 7 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états ■ 16 états c 8 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 8 états b 20 états c 32 états d 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

b Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont identiques.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

b Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

e Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

h Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 3-ii- c la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i-

e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 2 ■ 4 ☐ c 3 ☐ d 1 ☐ e 7 ☐ f 5 ☐ g 6 ☐ h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

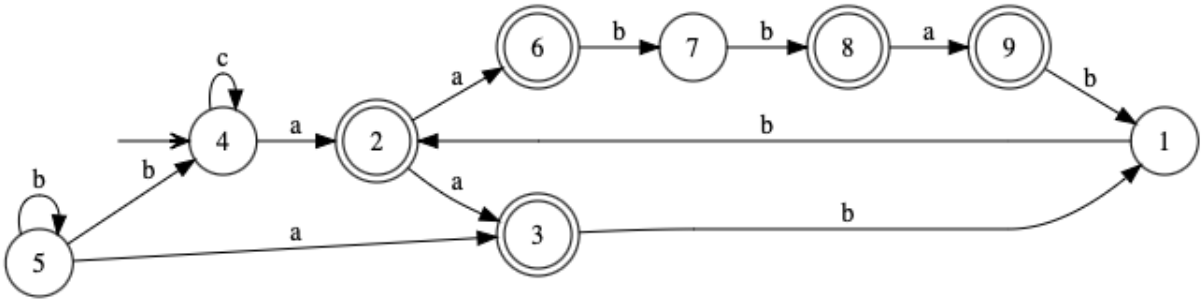
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

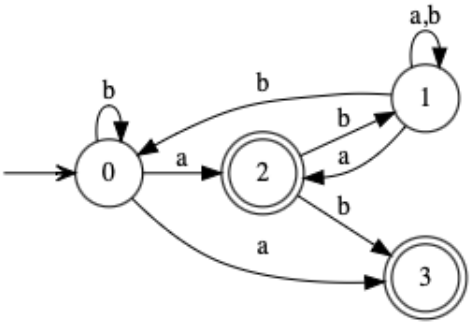
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

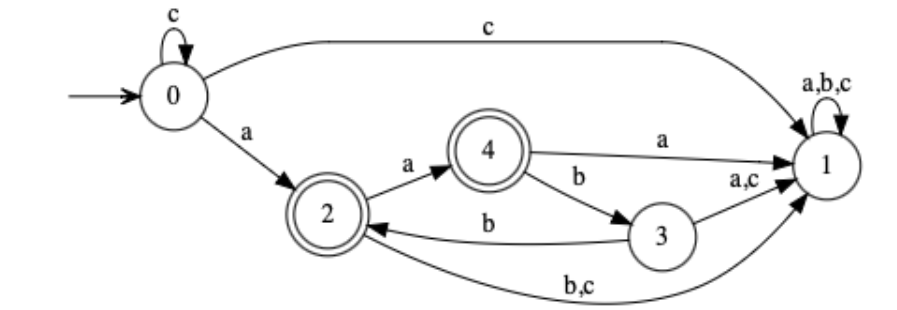


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

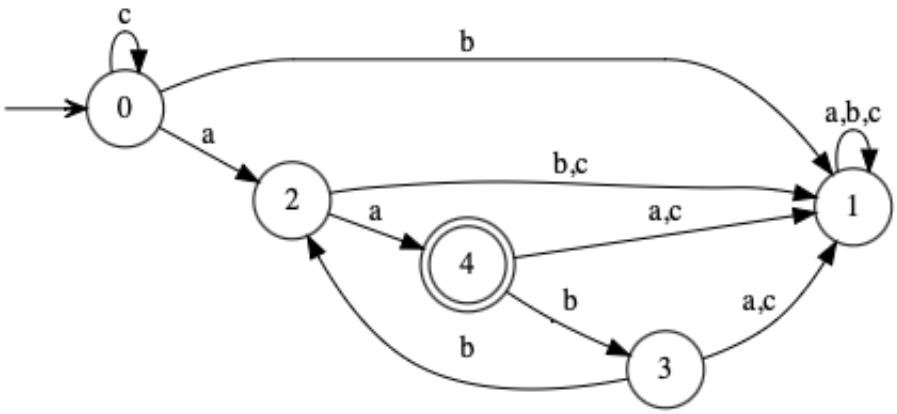


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

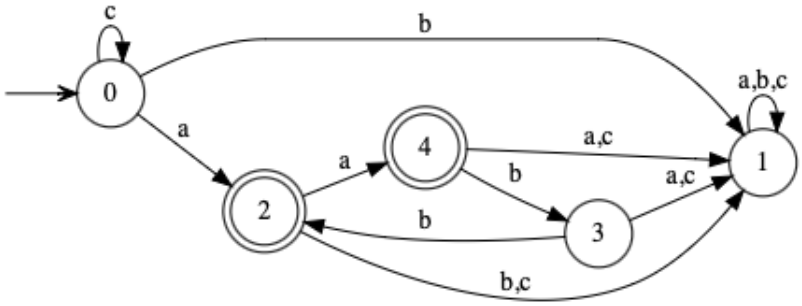
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



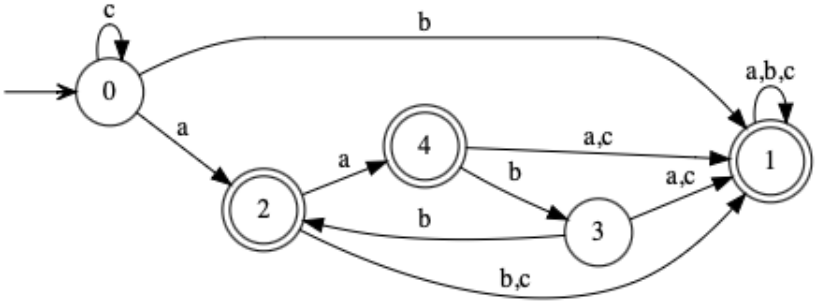
(-i-)



(-ii-)

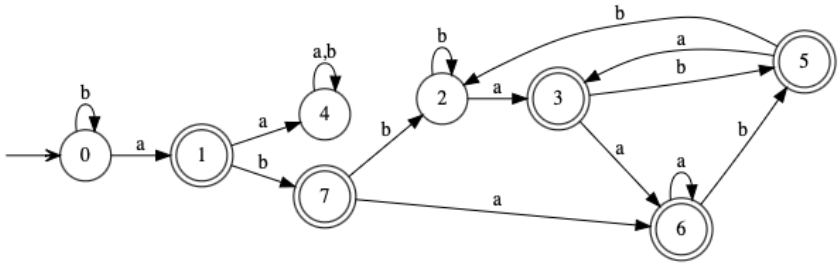


(-iii-)

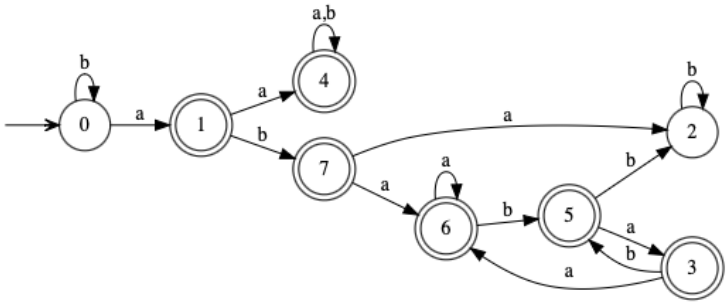


(-iv-)

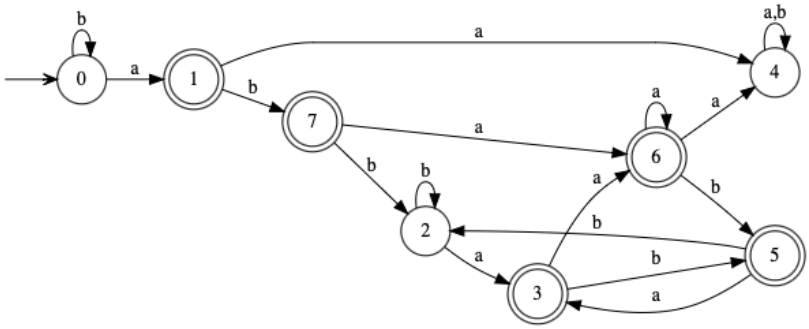
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



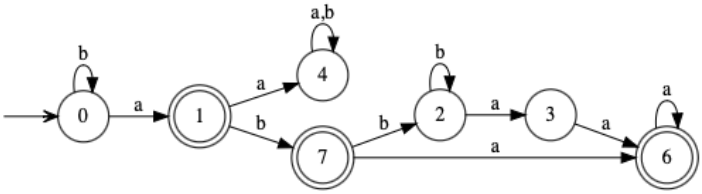
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+228/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e f

Question 3 : ■ b c d e

Question 4 : a ■ c d e f

Question 5 : a b c ■ ■ f ■ h i

Question 6 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 7 : a ■ c d e f

Question 8 : a b c d e ■

Question 9 : ■ b c d e f

Question 10 : a b ■ ■ e ■ ■ h i j

Question 11 : a ■ c d e f g h

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a ■ c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

☐ a 6 états ☐ b 8 états ☐ c 2 états ■ 4 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
☐ f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La longueur du mot vide est 0.
☐ b La longueur du mot vide est 1.
☐ c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
☐ e Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
☐ f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 8 états ■ 16 états d 32 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
b Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
c Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
e Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
h Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 16 états c 8 états d 32 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

b Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

c Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

d Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

e Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-i-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-iii-
c la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i- e la Figure 3-iv-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 3 ☐ b 1 ■ 4 ☐ d 6 ☐ e 7 ☐ f 0 ☐ g 2 ☐ h 5

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

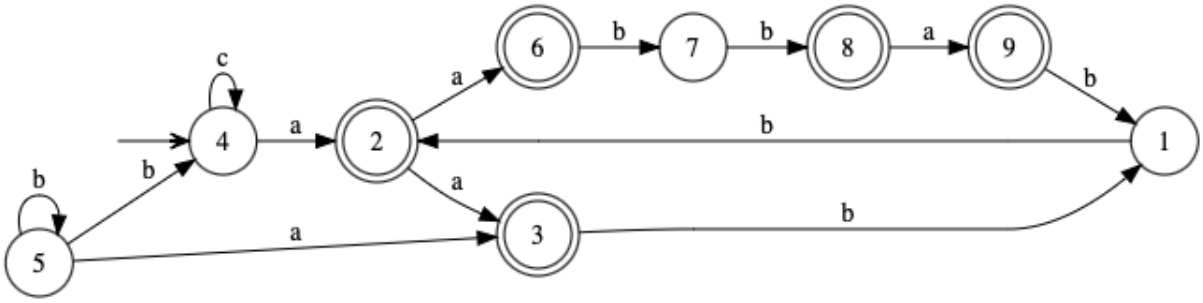
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

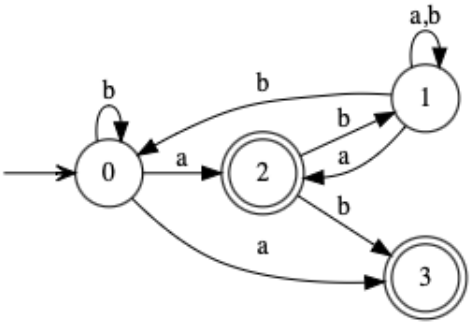
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

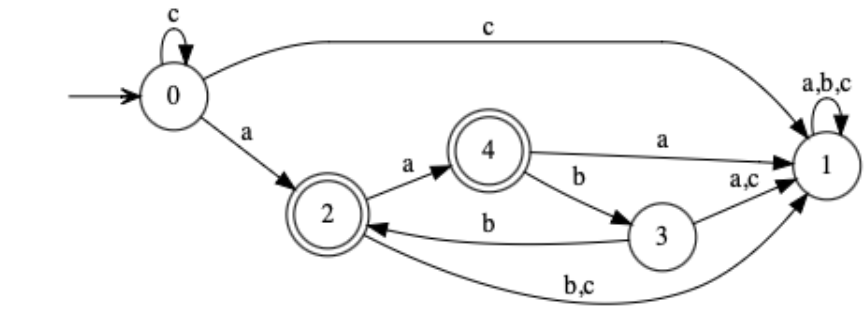


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

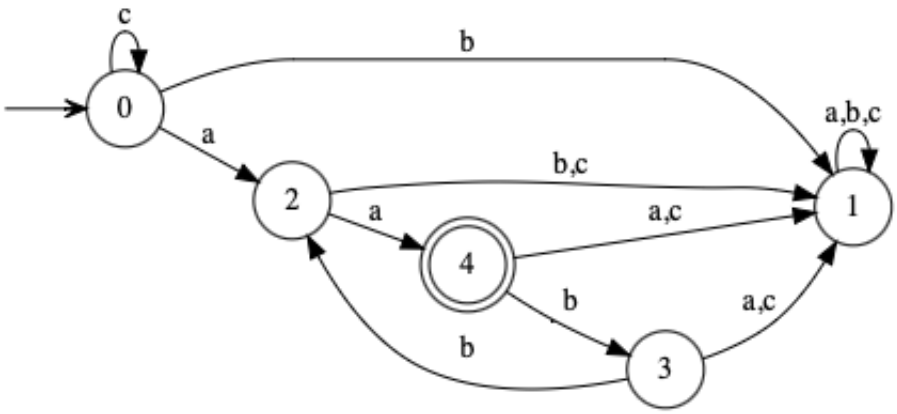


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

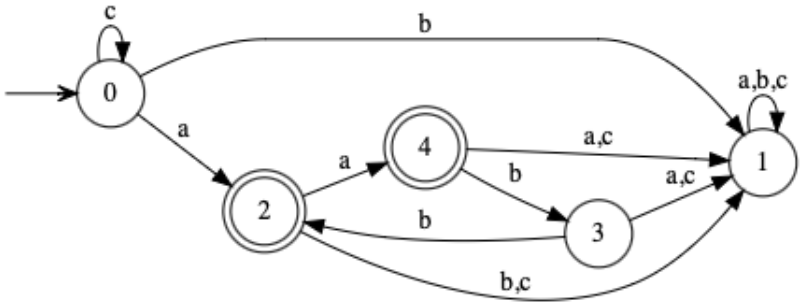
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



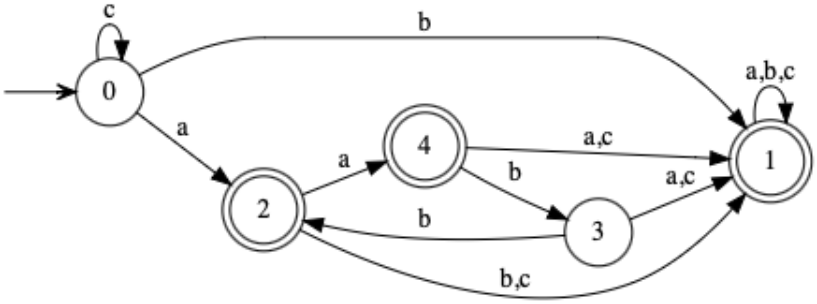
(-i-)



(-ii-)

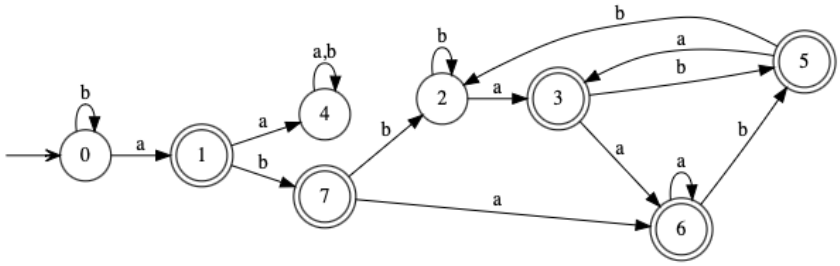


(-iii-)

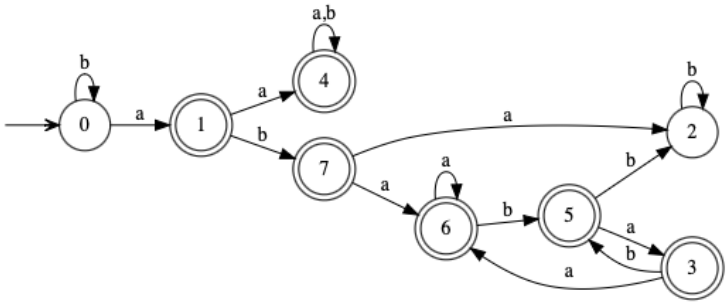


(-iv-)

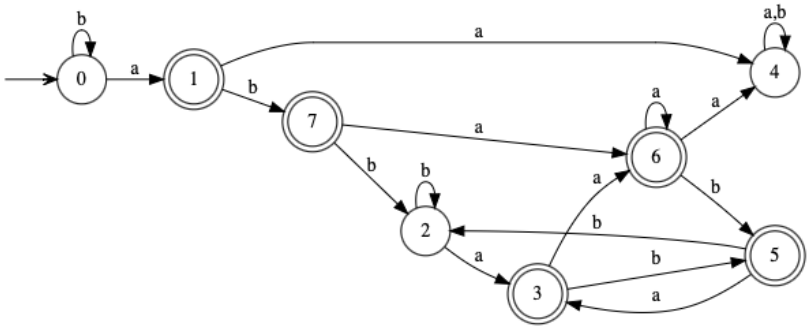
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



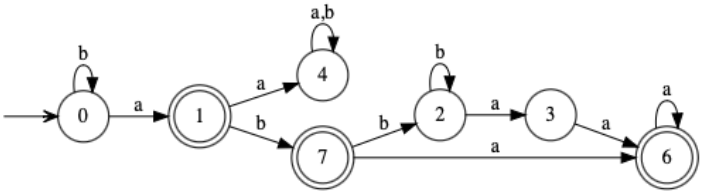
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c ■ e f

Question 3 : ■ b c ■ e f ■ h i

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : ■ b c ■ e ■ ■ h i j

Question 6 : a b c d e ■

Question 7 : a b ■ d e f g h

Question 8 : ■ b c d e

Question 9 : a b ■ d e f

Question 10 : ■ b c d e f

Question 11 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états [b] 20 états [c] 32 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
[b] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
[d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

b Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

c Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

d Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

b Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

c Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

d Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

e Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

f Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

g Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 7 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 32 états c 8 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 6 états c 8 états d 2 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [d] La longueur du mot vide est 1.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [f] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-ii-. [■] la Figure 2-iii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-i-. [d] la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [■] la Figure 3-i-
[c] la Figure 3-iv- [d] la Figure 3-iii- [e] la Figure 3-ii-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 0 ☐ b 1 ☐ c 6 ■ 4 ☐ e 2 ☐ f 5 ☐ g 7 ☐ h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

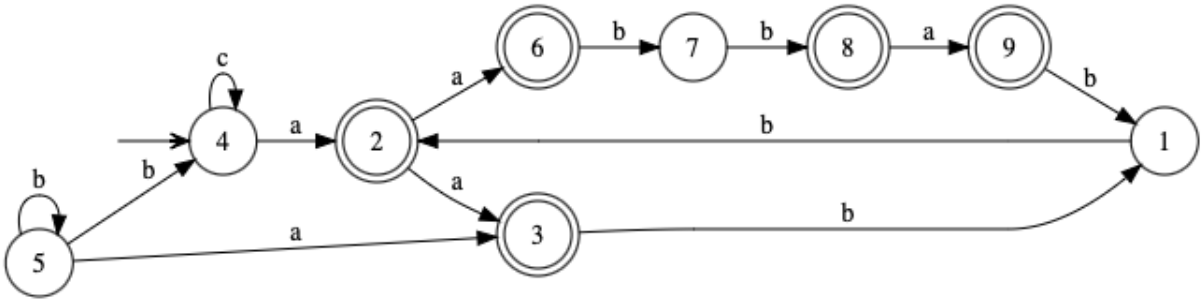
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

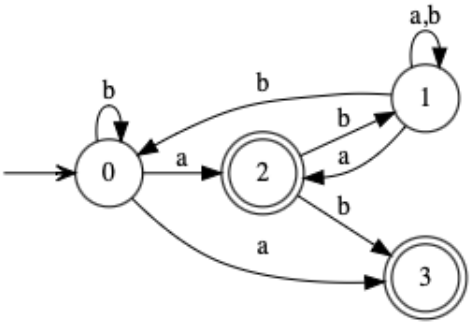
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

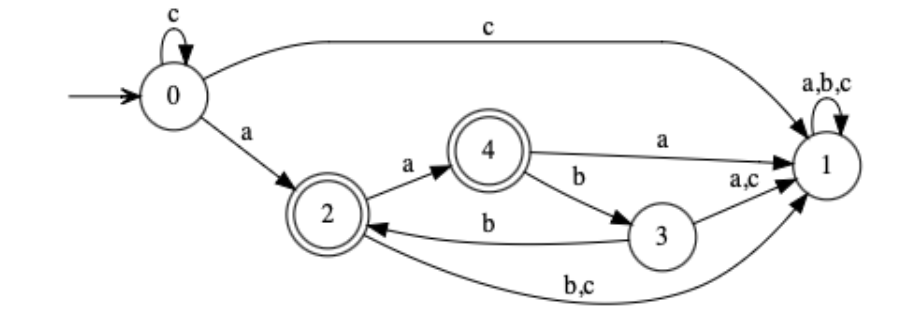


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

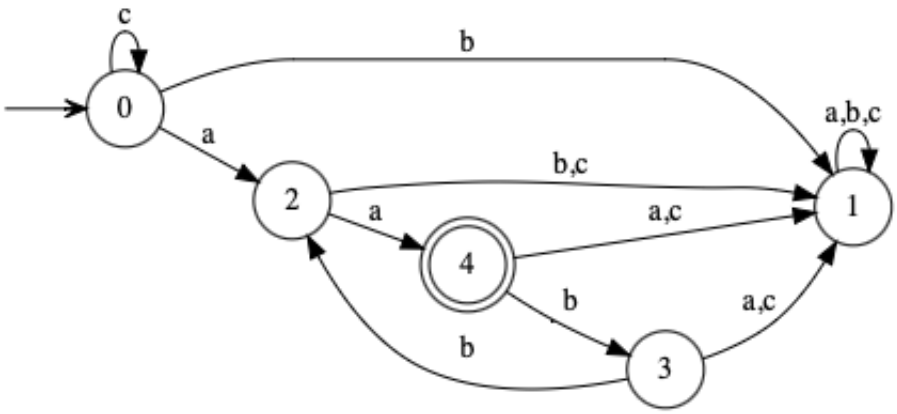


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

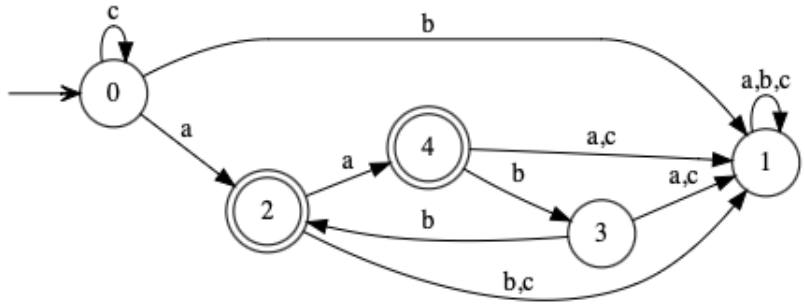
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



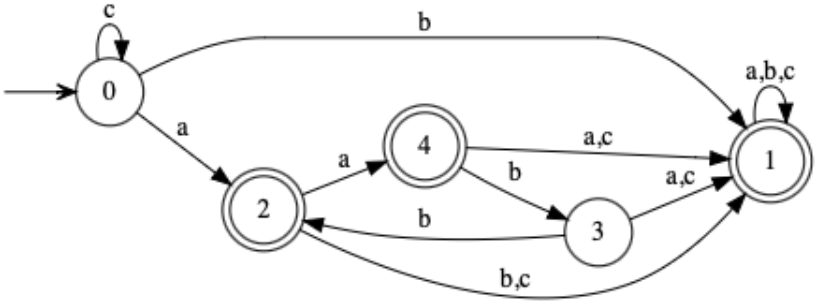
(-i-)



(-ii-)

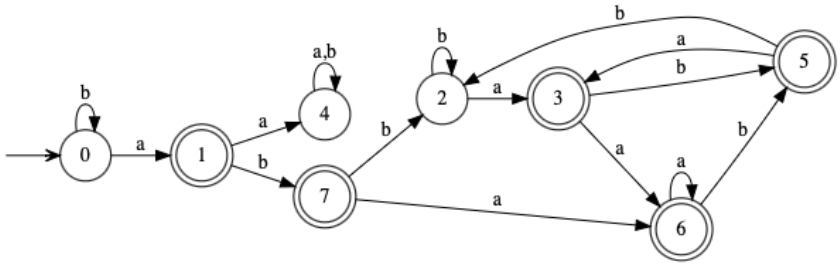


(-iii-)

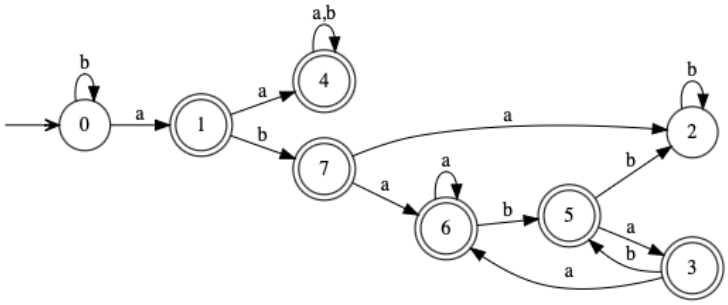


(-iv-)

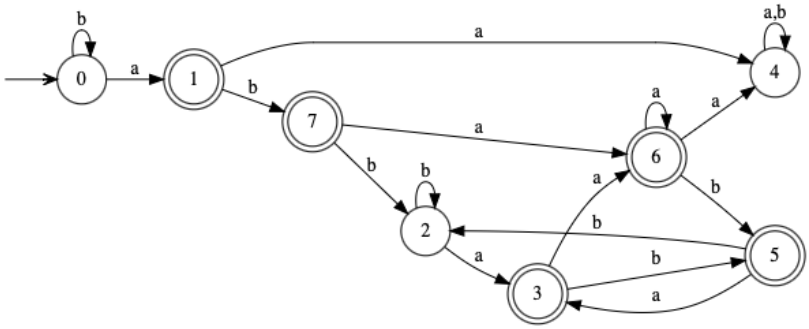
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



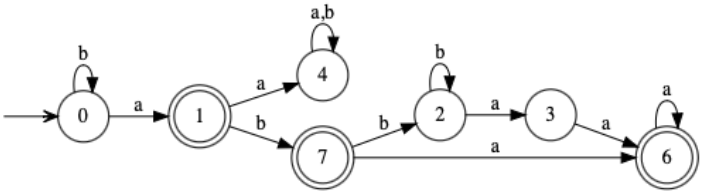
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f

Question 3 : a b ■ d e f g h

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : a b c d ■ ■ ■ ■ i j

Question 6 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 7 : a b c d e ■

Question 8 : ■ b c d e f

Question 9 : a b ■ d ■ f ■ h i

Question 10 : a b ■ d e f

Question 11 : a b ■ d e

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [b] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [d] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [g] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [h] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [i] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [j] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [b] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[h] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états ■ 4 états [c] 2 états [d] 6 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

[b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

[e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

[f] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

[g] La longueur du mot vide est 1.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

[d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont identiques.

b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 10 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 16 états c 20 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 32 états c 8 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe

c la Figure 3-ii- d la Figure 3-iii- e la Figure 3-iv-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

[a] 0 [b] 6 [c] 5 [d] 3 [e] 2 [f] 1 [g] 7 ■ 4

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

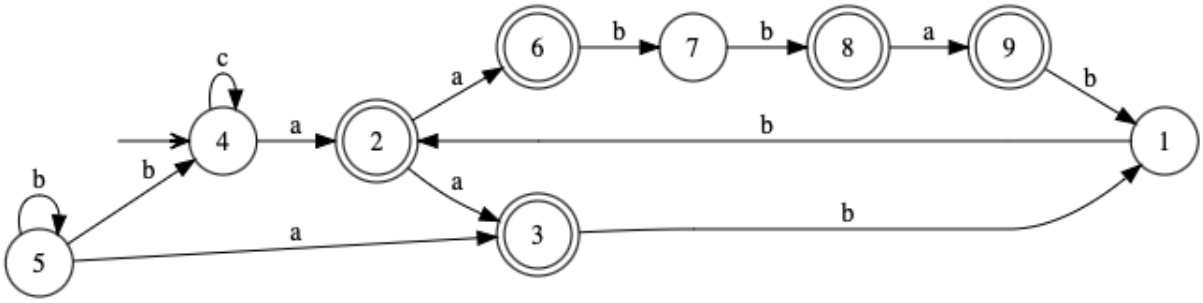
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

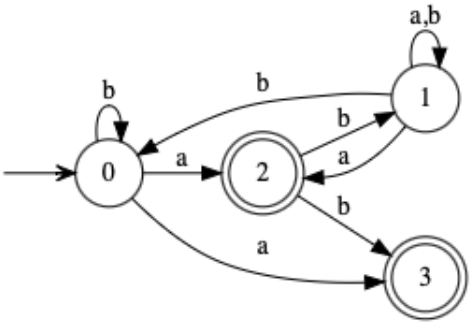
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

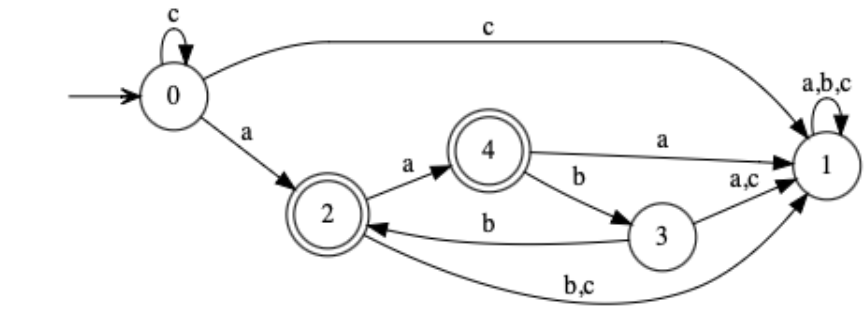


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

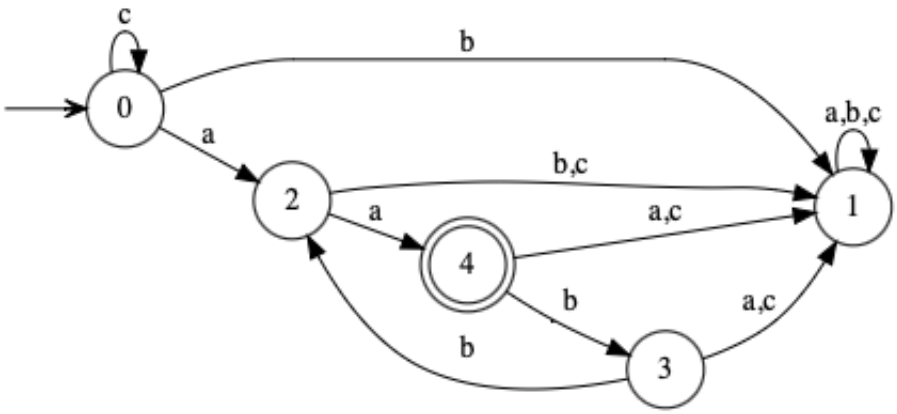


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

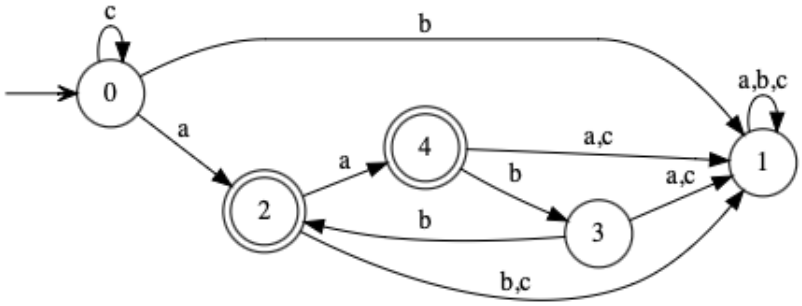
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



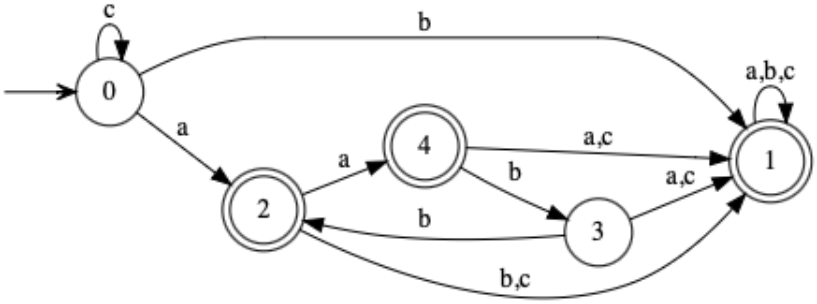
(-i-)



(-ii-)

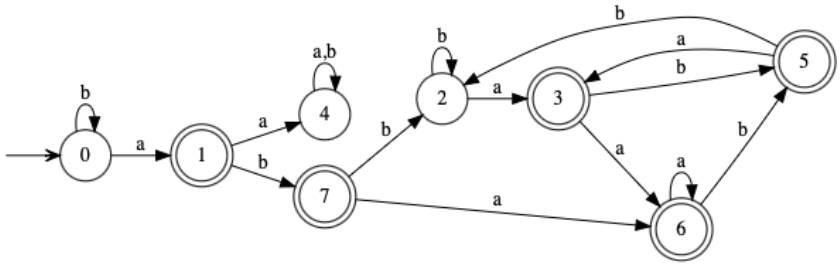


(-iii-)

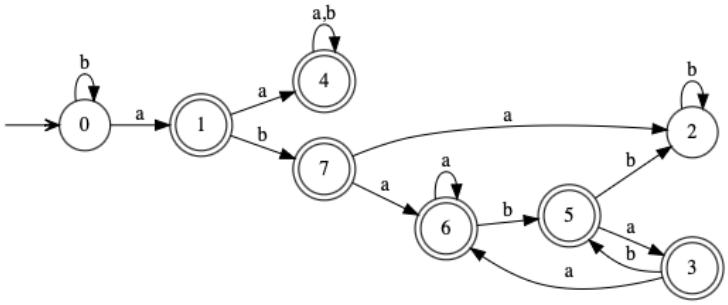


(-iv-)

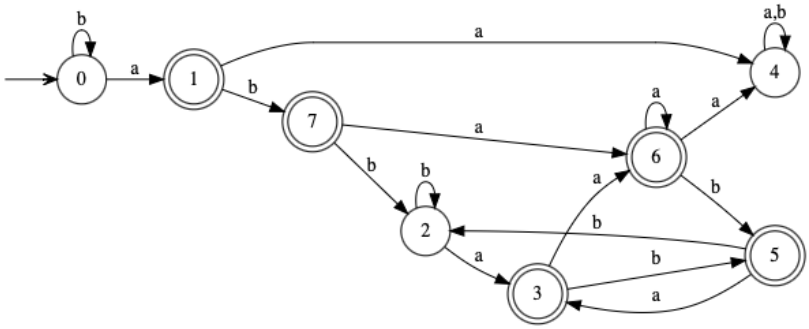
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



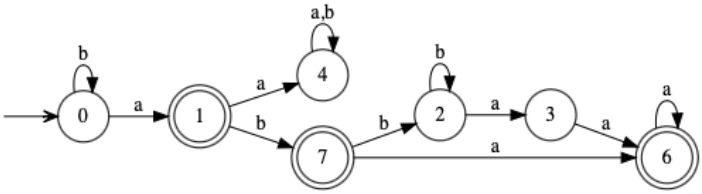
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+231/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 3 : a b c ■ ■ ■ ■ h i j

Question 4 : a ■ c d e f

Question 5 : a b ■ d e f

Question 6 : a ■ ■ ■ e f g h i

Question 7 : a b c d ■ f g h

Question 8 : a b ■ d e f

Question 9 : a ■ c d e

Question 10 : a b c d e ■

Question 11 : ■ b c d e f

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a b c d e f g ■

Question 15 :

f i ab b ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [b] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [b] La longueur du mot vide est 1.
- [c] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 4 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

b Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

d Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

e Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

i Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

j Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 5 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états b 20 états c 8 états ■ 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 6 états c 2 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 32 états [c] 20 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-ii-. [■] la Figure 2-iii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-i-. [d] la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iii- [b] la Figure 3-ii- [c] la Figure 3-iv-
[d] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [■] la Figure 3-i-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 3 ☐ b 5 ☐ c 2 ☐ d 0 ☐ e 7 ☐ f 6 ☐ g 1 ■ 4

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

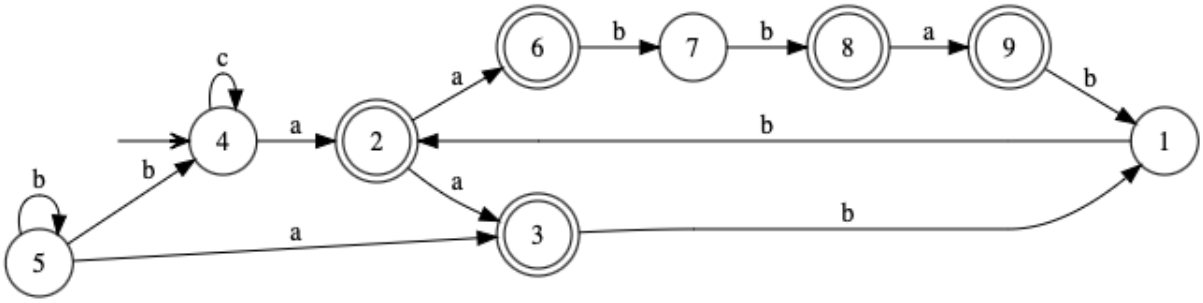
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

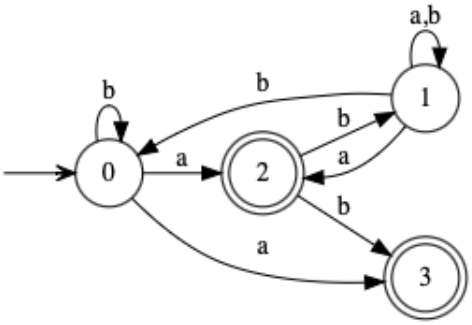
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

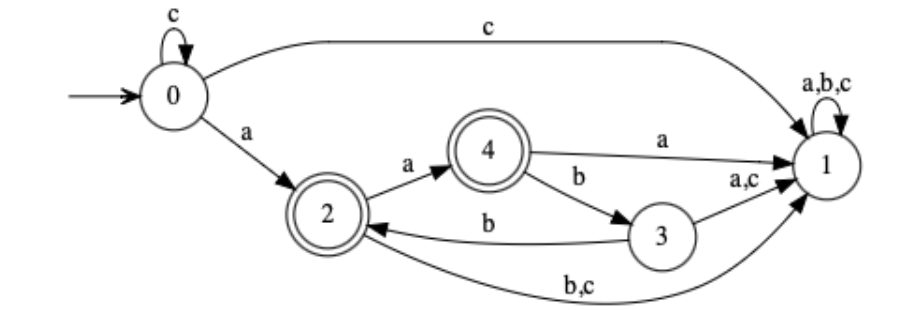


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

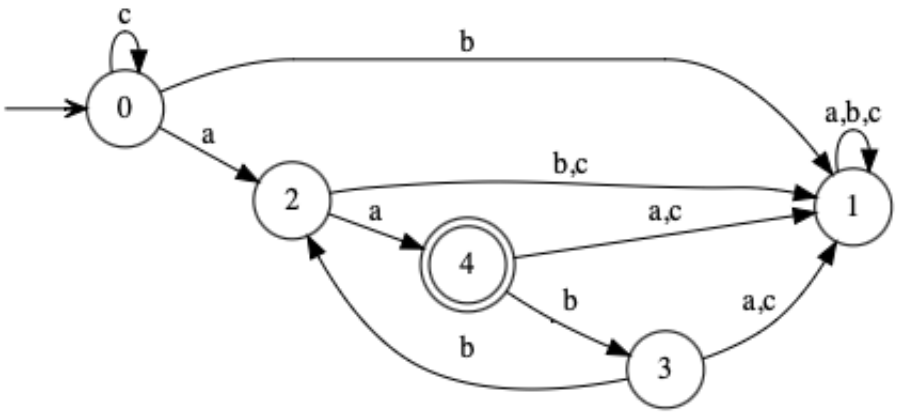


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

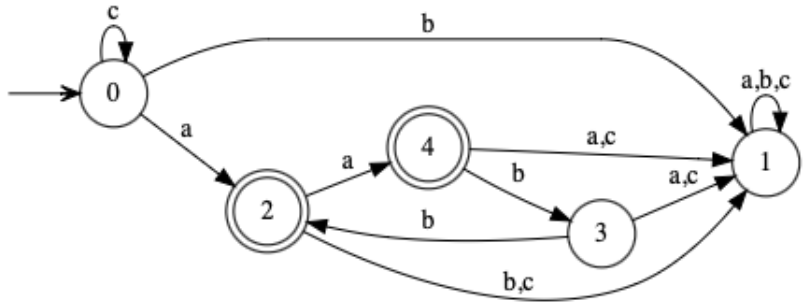
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



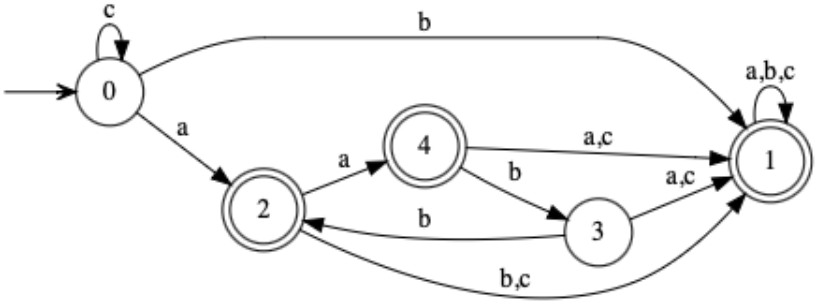
(-i-)



(-ii-)

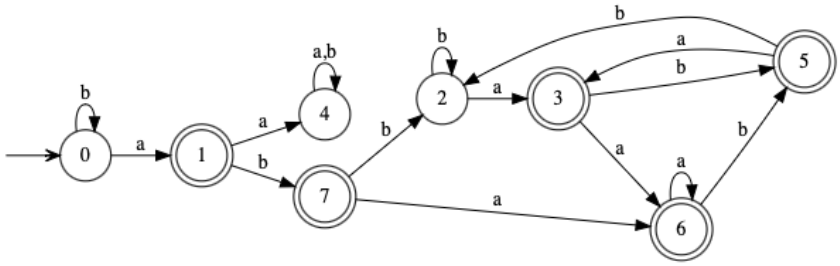


(-iii-)

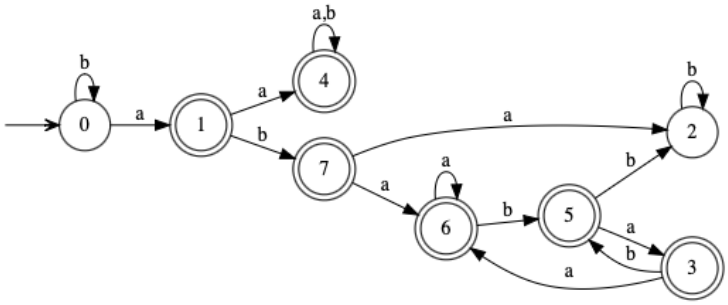


(-iv-)

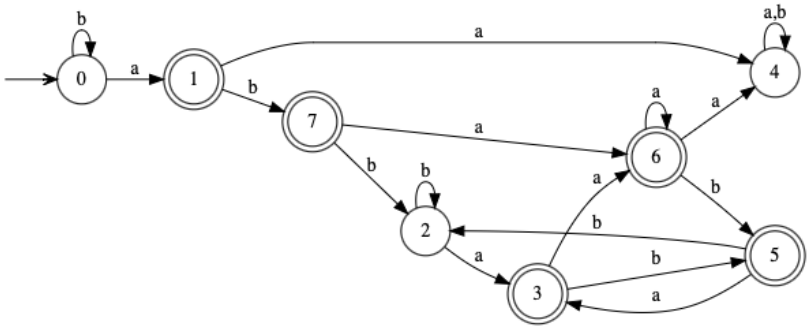
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



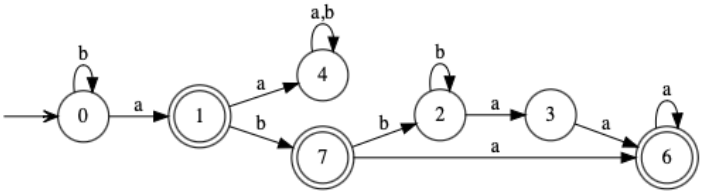
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d ■ ■ ■ ■ i j

Question 3 : ■ b c d ■ f ■ h i

Question 4 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 5 : a b c ■ e f

Question 6 : a ■ c d e f

Question 7 : ■ b c d e f

Question 8 : a b ■ d e f

Question 9 : a b c d e ■

Question 10 : a ■ c d e

Question 11 : a b c d e ■ g h

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d e f g ■

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [b] La longueur du mot vide est 1.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [g] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états [■] 16 états [c] 20 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 6 états c 2 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

d Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

b Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

c Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

d Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

h Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

d Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

e Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

f Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

i Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

j Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 11 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 8 états b 32 états c 16 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe

c la Figure 3-iv- d la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 5 ☐ b 2 ☐ c 1 ☐ d 3 ☐ e 7 ■ 4 ☐ g 6 ☐ h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

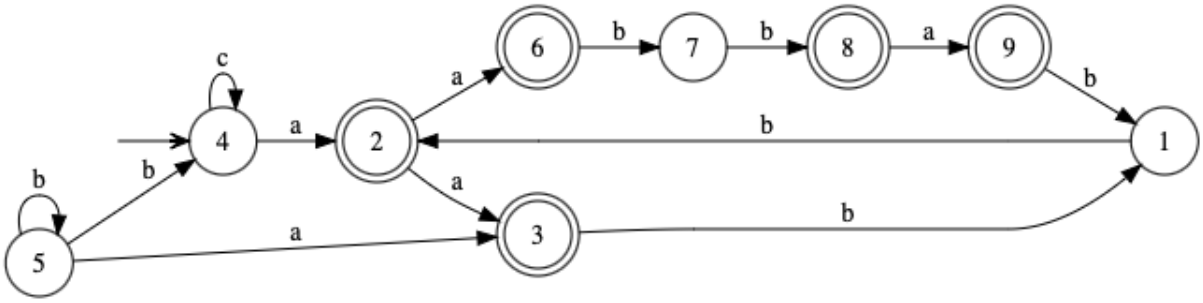
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

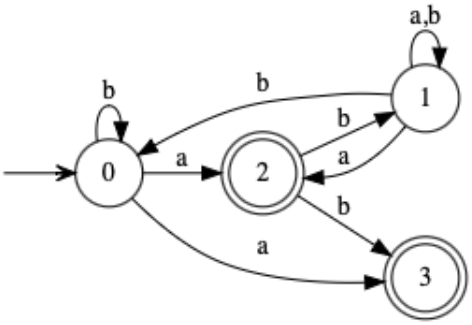
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

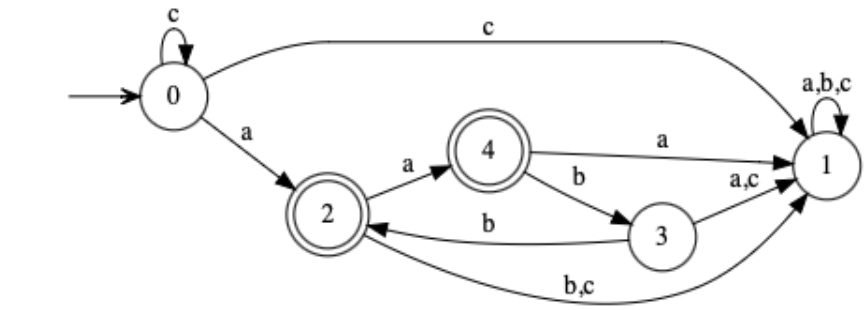


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

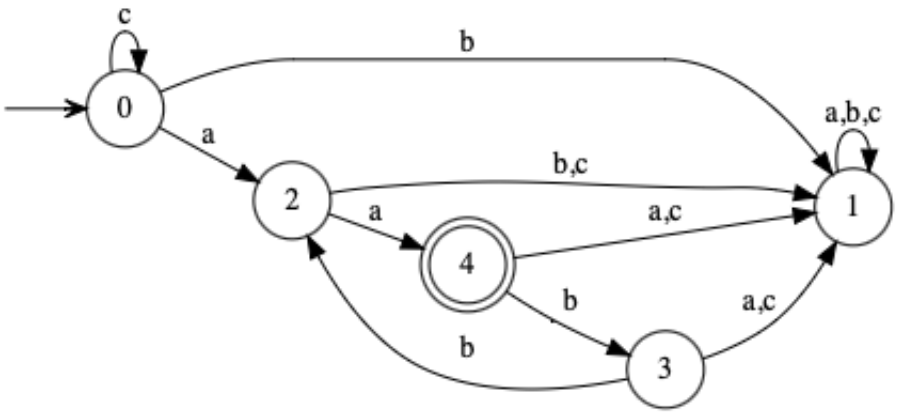


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

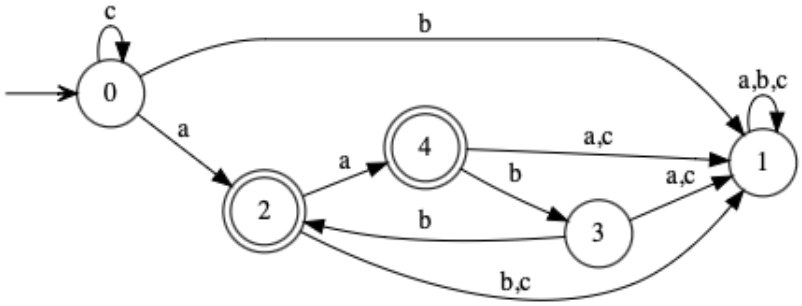
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



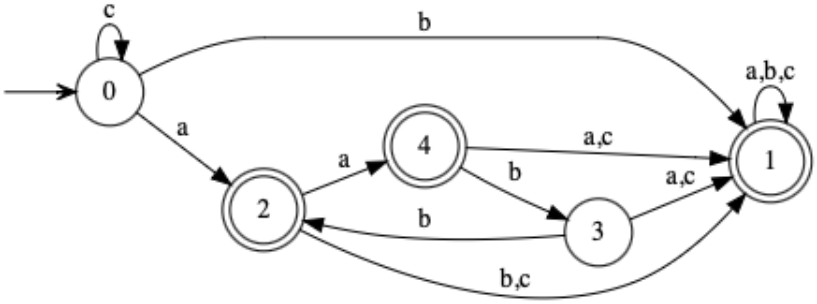
(-i-)



(-ii-)

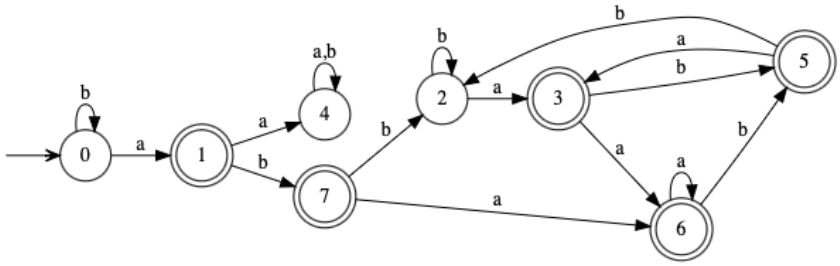


(-iii-)

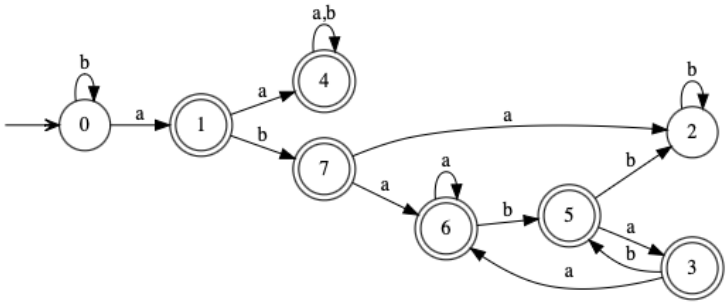


(-iv-)

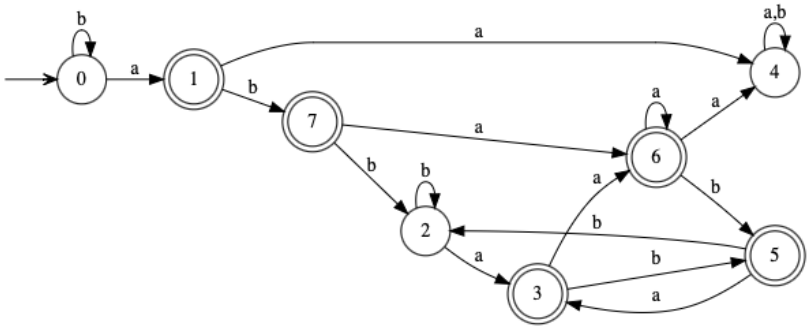
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



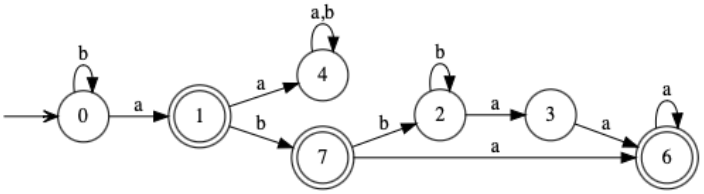
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+233/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b ■ d e ■ g h i

Question 3 : a ■ c d e f

Question 4 : a ■ c d e f

Question 5 : a b c ■ e f

Question 6 : a ■ c d e f

Question 7 : ■ b c d ■ ■ ■ h i j

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : ■ b c d e

Question 10 : a ■ c d e f g h

Question 11 : a b c d e ■

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d e ■ g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [b] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [f] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

b Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

c Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

d Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

e Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 20 états c 8 états d 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

c La longueur du mot vide est 1.

■ La longueur du mot vide est 0.

e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

g Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 2 états ■ 4 états d 6 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont identiques.
b Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états b 8 états c 20 états ■ 16 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
c la Figure 3-ii- d la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 7 ☐ b 0 ☐ c 6 ☐ d 2 ☐ e 5 ☐ f 3 ■ 4 ☐ h 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

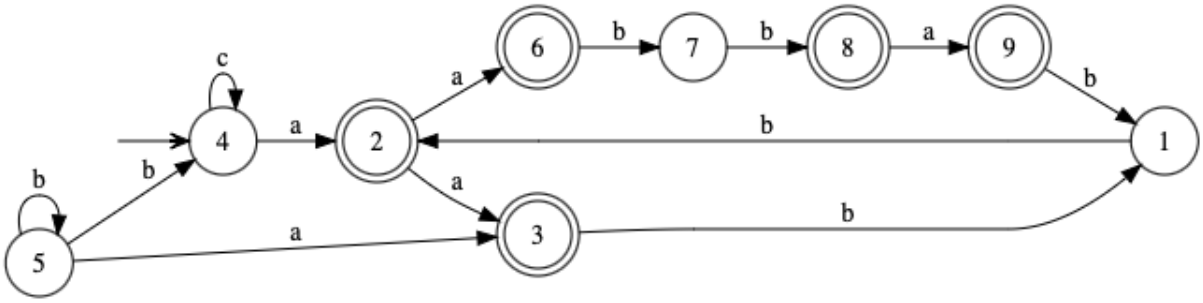
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

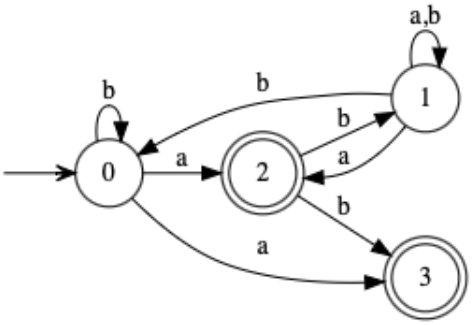
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.



(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).



(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.

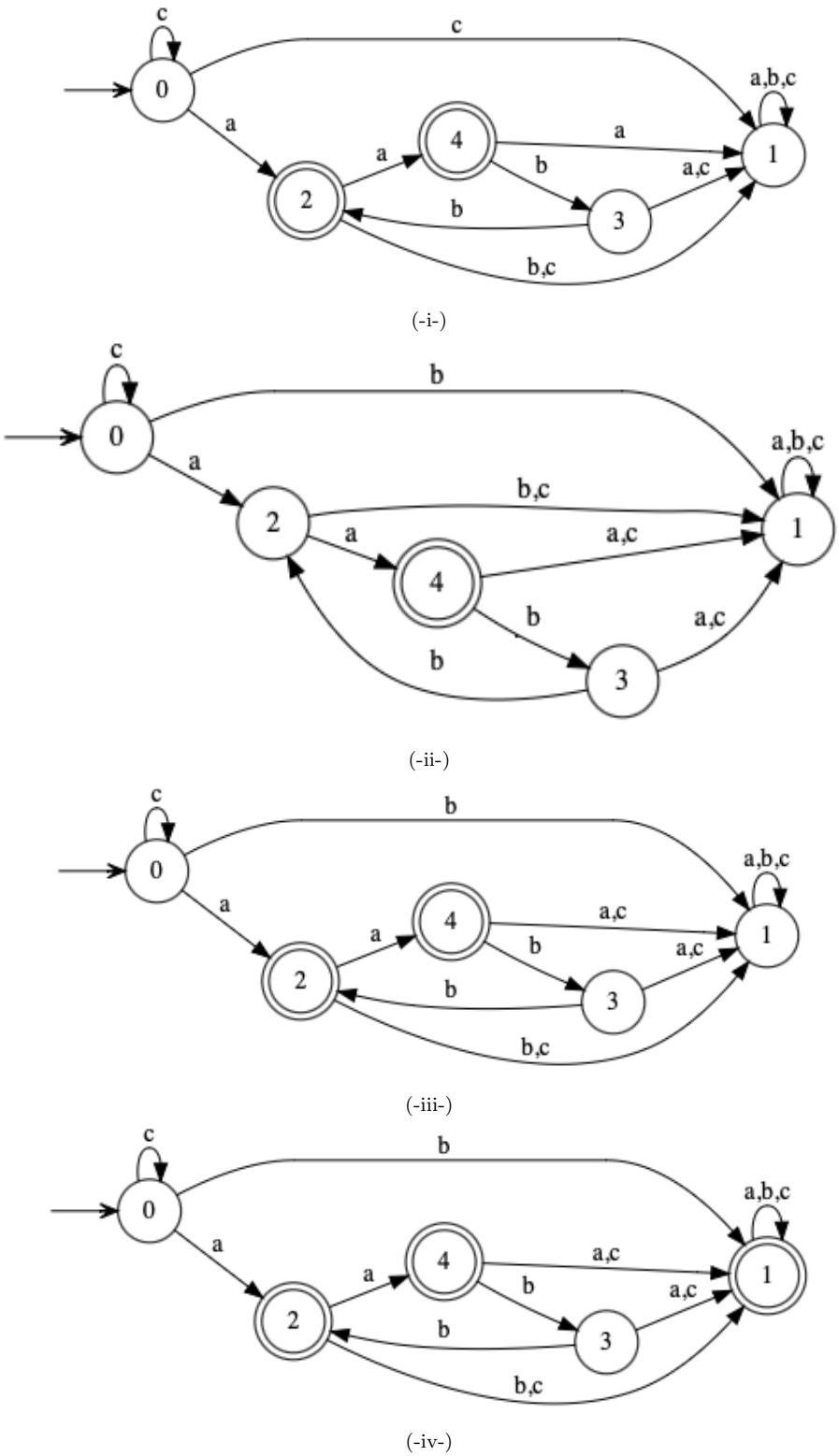
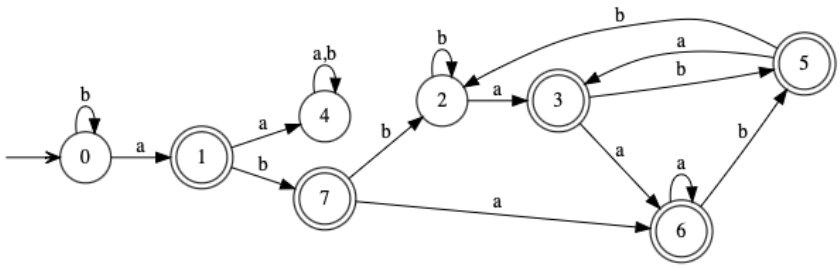
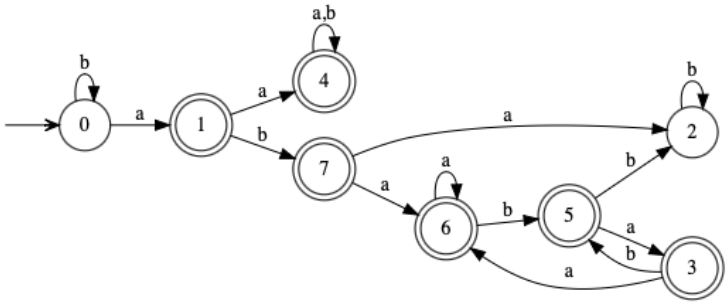


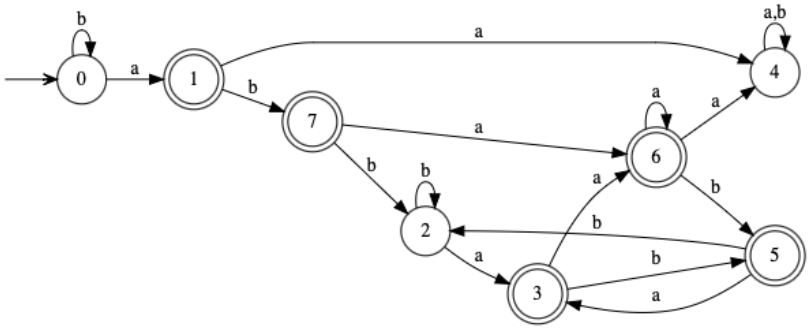
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



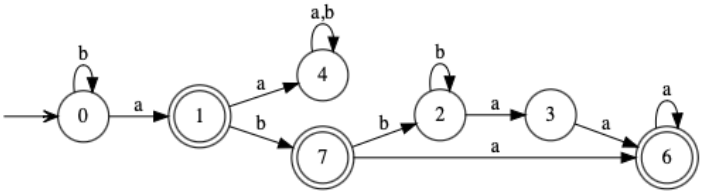
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+234/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [b] [c] [■] [■] [f] [■] [■] [i] [j]

Question 3 : [a] [■] [c] [d] [e]

Question 4 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] [■] [l]

Question 5 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 6 : [a] [b] [c] [d] [e] [■]

Question 7 : [a] [■] [c] [■] [e] [■] [g] [h] [i]

Question 8 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 9 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 10 : [a] [b] [c] [d] [e] [■] [g] [h]

Question 11 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 12 : [a] [b] [c] [■] [e]

Question 13 : [a] [b] [c] [d] [■] [f]

Question 14 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [■] [h]

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [b] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [e] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [f] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [g] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [c] La longueur du mot vide est 1.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La longueur du mot vide est 0.

g Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 4 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

c Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

d Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

g Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

j Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 5 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 8 états b 32 états c 16 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

d Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 6 états [b] 2 états [c] 8 états ■ 4 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
[b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
[c] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
[d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états ■ 16 états [c] 32 états [d] 20 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-ii-. [d] la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iv- [b] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
■ la Figure 3-i- [d] la Figure 3-iii- [e] la Figure 3-ii-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 1 c 3 d 5 e 7 f 0 g 6 h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

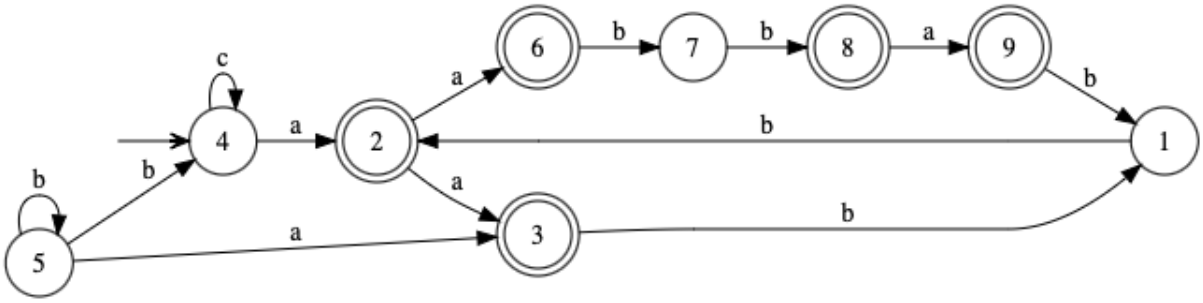
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

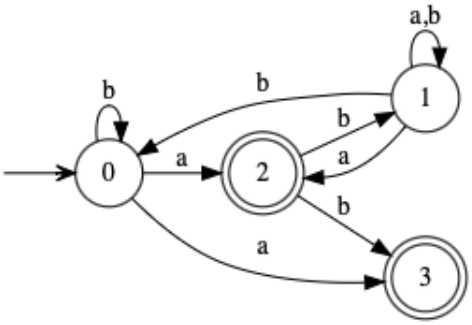
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.



(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).



(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.

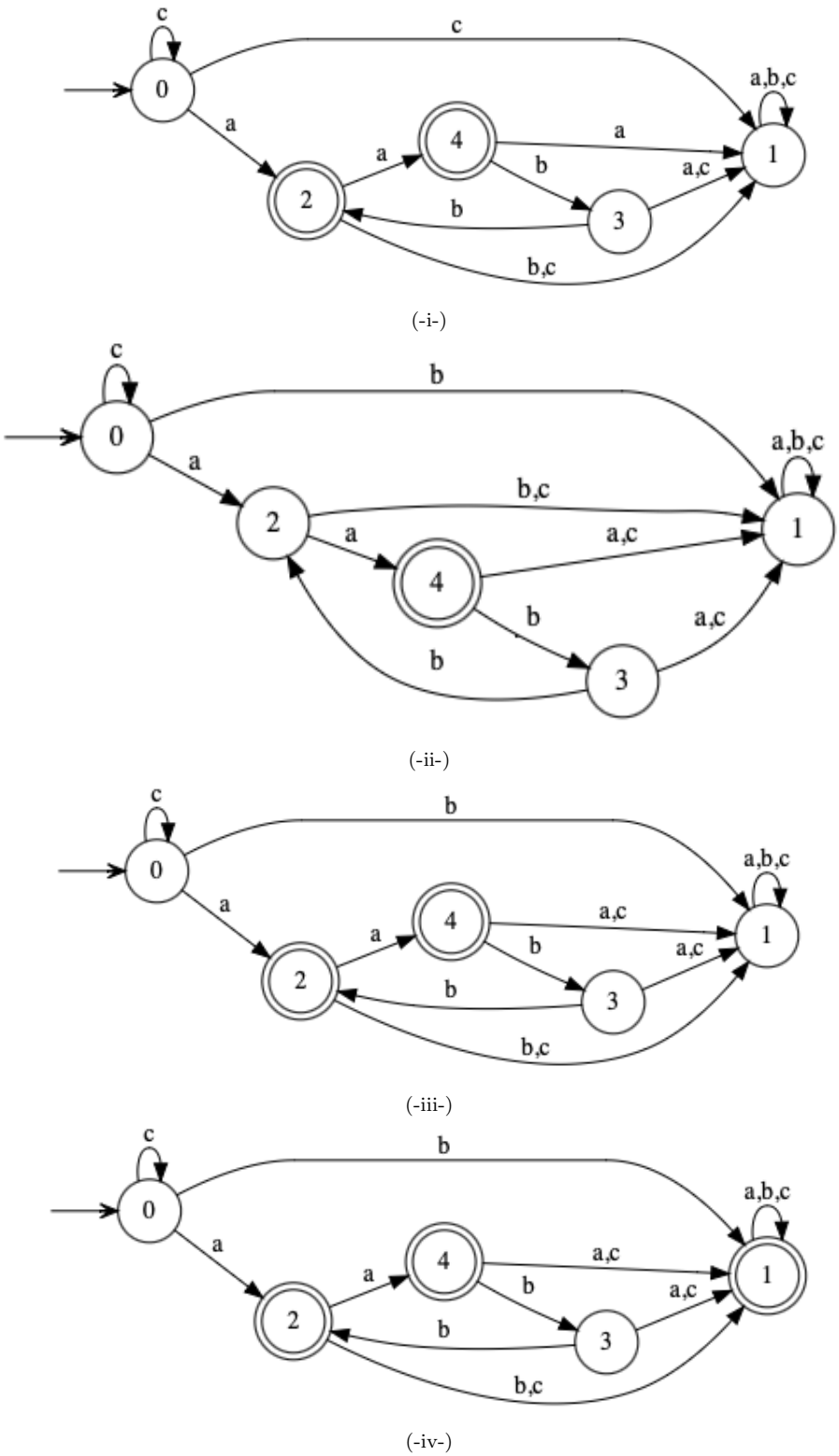
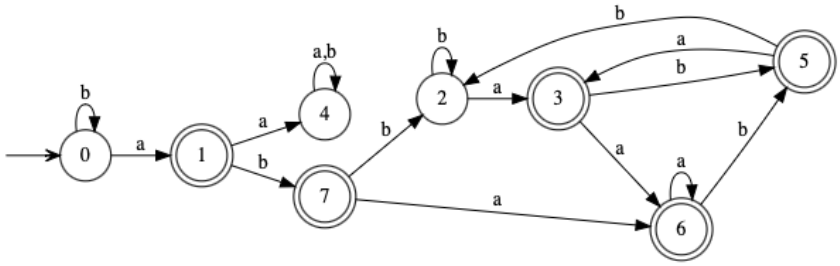
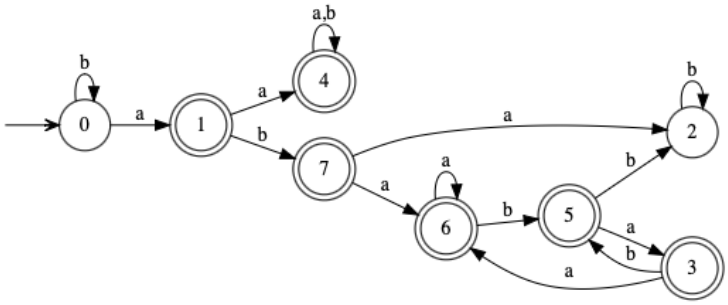


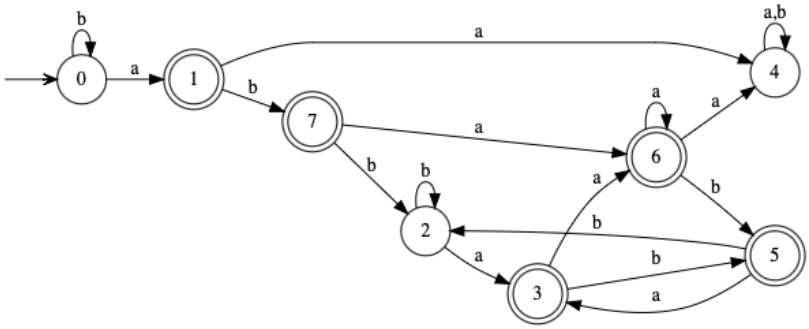
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



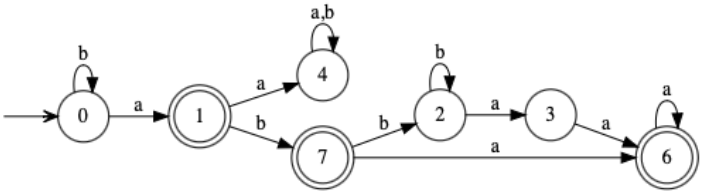
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+235/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b ■ ■ e f g ■ i j

Question 3 : a ■ c ■ e ■ g h i

Question 4 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 5 : a b c d e ■

Question 6 : a b ■ d e f

Question 7 : a b ■ d e

Question 8 : a b c ■ e f g h

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : ■ b c d e f

Question 11 : a ■ c d e f

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

☐ a 32 états ☐ b 8 états ■ 16 états ☐ d 20 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
☐ f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

☐ a 8 états ☐ b 20 états ☐ c 16 états ☐ d 32 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

☐ a Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
☐ b Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
☐ c Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
☐ e Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 2 états [b] 8 états ■ 4 états [d] 6 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

[b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[b] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[c] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

[d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[e] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

[f] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

[g] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

[h] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[i] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[j] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [d] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [f] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [g] La longueur du mot vide est 1.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-iv-. [■] la Figure 2-iii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-i-. [d] la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-iii-
■ la Figure 3-i- d la Figure 3-ii- e la Figure 3-iv-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 7 b 2 c 6 d 5 ■ 4 f 0 g 3 h 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

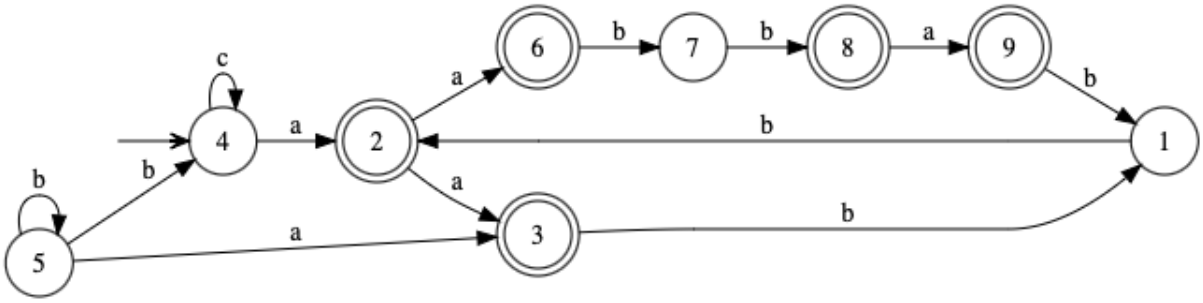
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

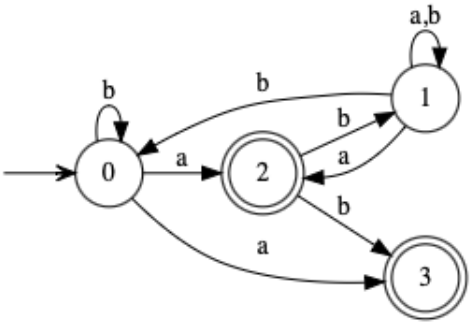
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

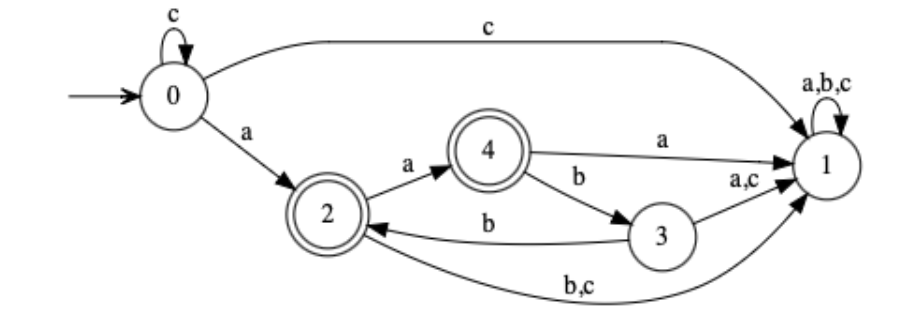


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

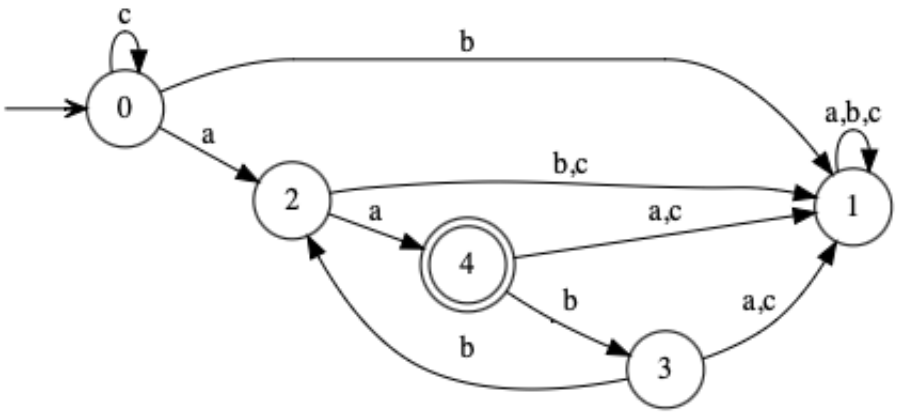


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

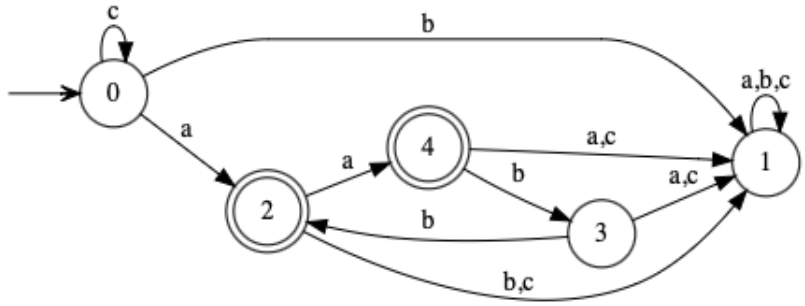
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



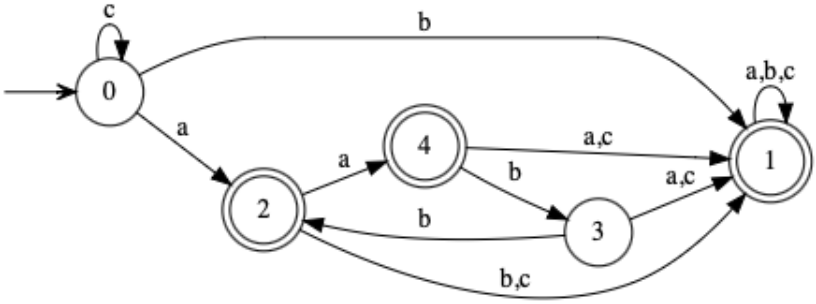
(-i-)



(-ii-)

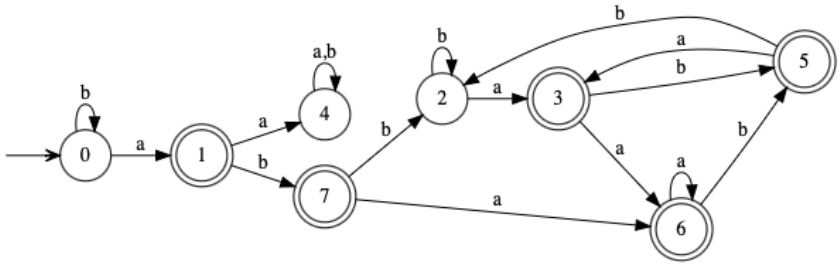


(-iii-)

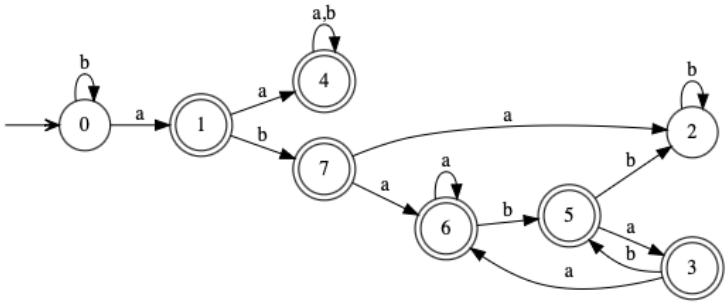


(-iv-)

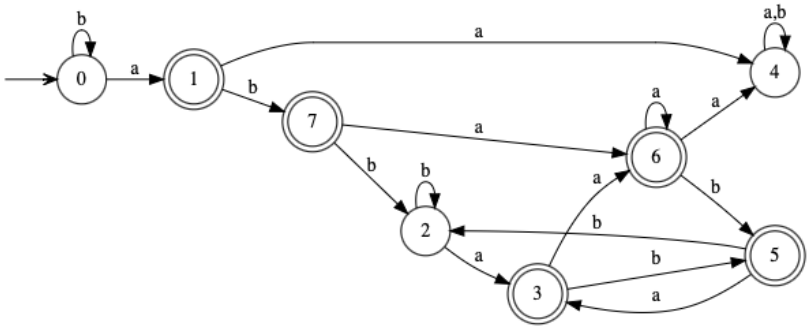
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



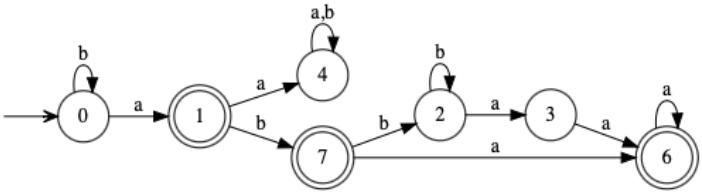
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+236/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [b] ■ [d] [e] [f]

Question 3 : [a] [b] [c] [d] [e] ■

Question 4 : [a] [b] [c] ■ [e] ■ ■ ■ [i] [j]

Question 5 : [a] [b] ■ [d] [e] [f]

Question 6 : [a] [b] ■ [d] [e] [f]

Question 7 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] ■ [l]

Question 8 : [a] ■ [c] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 9 : ■ ■ [c] [d] ■ [f] [g] [h] [i]

Question 10 : [a] ■ [c] [d] [e]

Question 11 : [a] [b] ■ [d] [e] [f]

Question 12 : [a] ■ [c] [d] [e]

Question 13 : [a] [b] ■ [d] [e] [f]

Question 14 : [a] [b] [c] [d] ■ [f] [g] [h]

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 2 états [■] 4 états [d] 6 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
[b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
[b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
[c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

[b] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

[c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

[c] La longueur du mot vide est 1.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

[e] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

[f] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[c] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[d] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[e] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 32 états c 20 états ■ 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

b Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

g Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

h Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

i Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

j Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 8 états b 16 états c 32 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-iv-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- b la Figure 3-iii- c la Figure 3-iv-

d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 3 ☐ b 2 ☐ c 0 ☐ d 5 ☐ e 1 ☐ f 6 ■ 4 ☐ h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

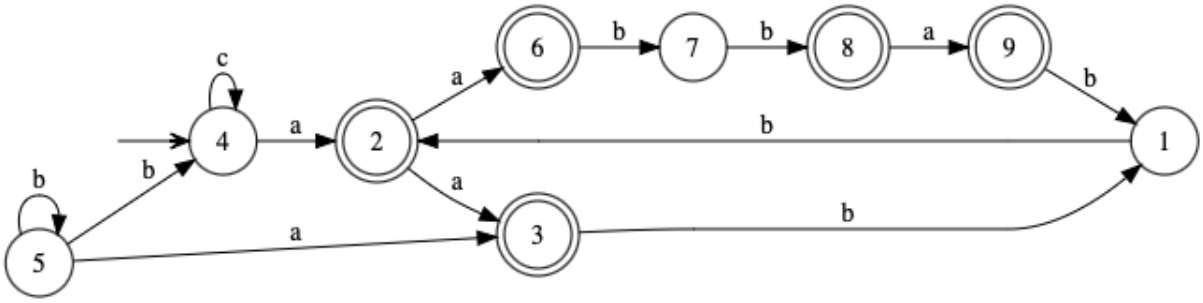
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

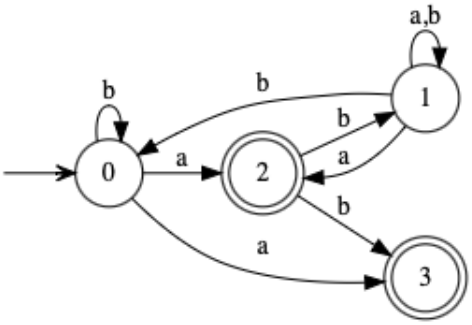
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.



(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).



(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.

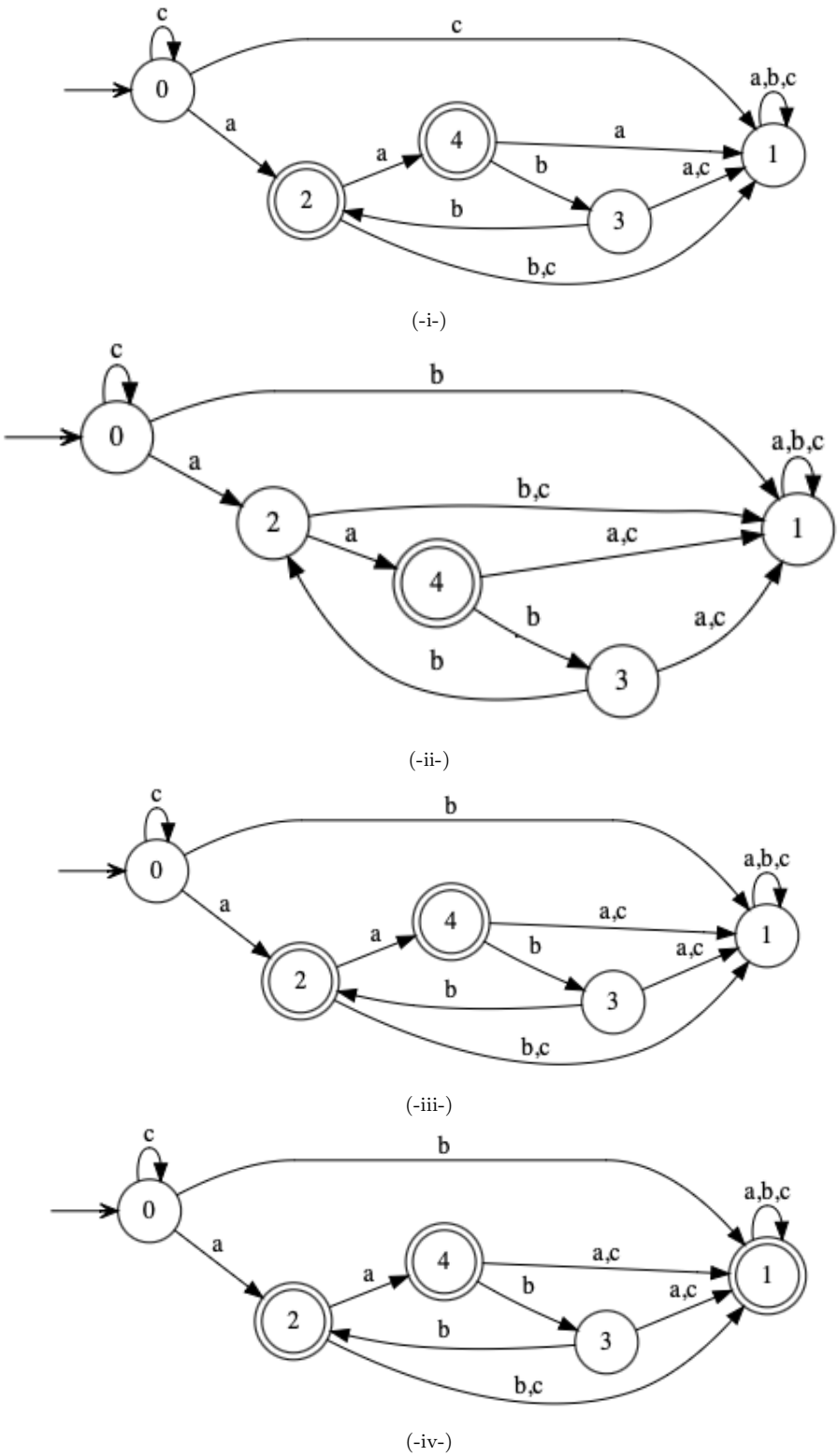
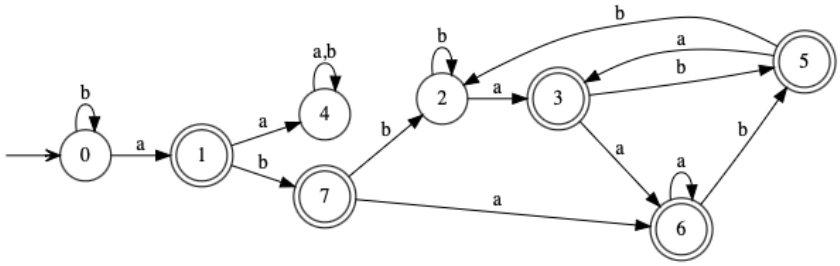
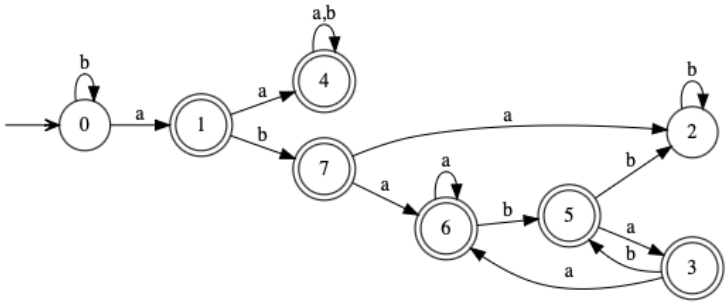


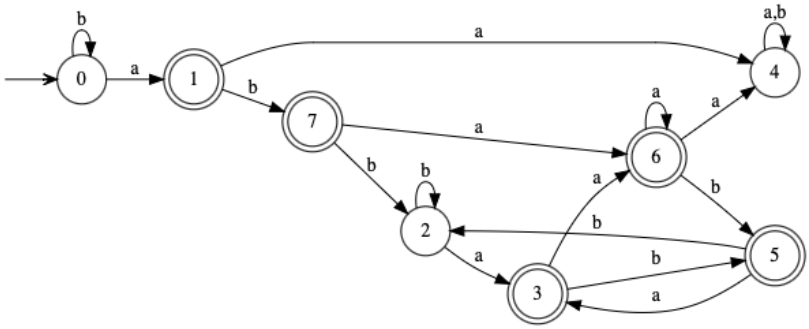
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



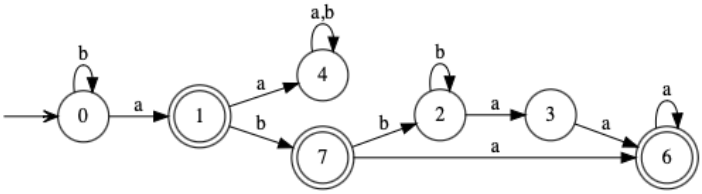
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+237/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 3 : [a] [b] [■] [d] [e]

Question 4 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 5 : [a] [b] [■] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 6 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 7 : [a] [■] [c] [■] [e] [f] [■] [h] [i]

Question 8 : [a] [■] [c] [d] [e] [■] [■] [■] [i] [j]

Question 9 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 10 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] [■] [l]

Question 11 : [a] [b] [c] [d] [e] [■]

Question 12 : [■] [b] [c] [d] [e]

Question 13 : [a] [b] [c] [d] [■] [f]

Question 14 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [■] [h]

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 32 états [c] 16 états [d] 20 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [b] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [f] La longueur du mot vide est 1.
- [g] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [b] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [c] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [g] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [h] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [■] 16 états [c] 32 états [d] 20 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [b] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [c] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [d] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [e] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [f] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [h] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [i] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- ■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- ■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états [b] 6 états [c] 8 états [d] 2 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-ii-. [d] la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- [b] la Figure 3-iv- [c] la Figure 3-iii-
[d] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [e] la Figure 3-ii-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 1 ■ 4 ☐ c 0 ☐ d 2 ☐ e 6 ☐ f 7 ☐ g 3 ☐ h 5

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

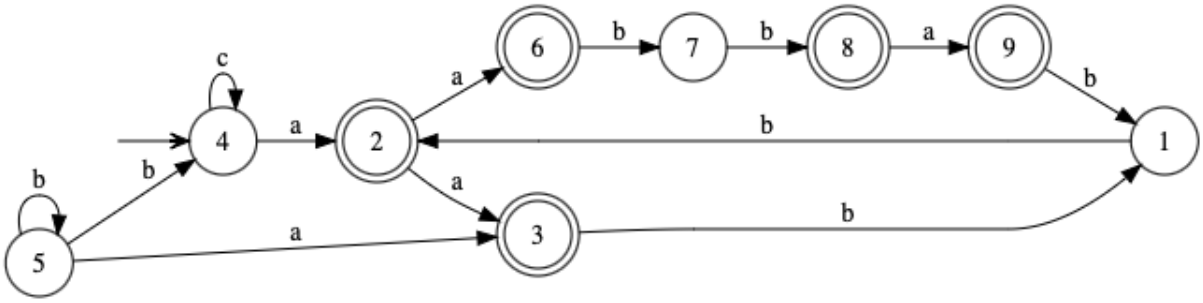
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

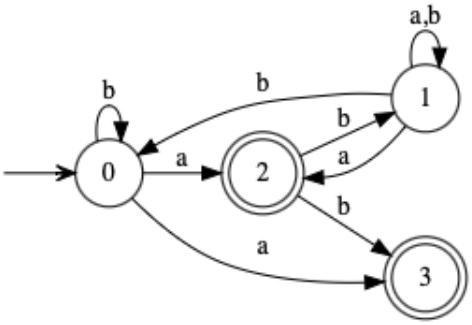
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

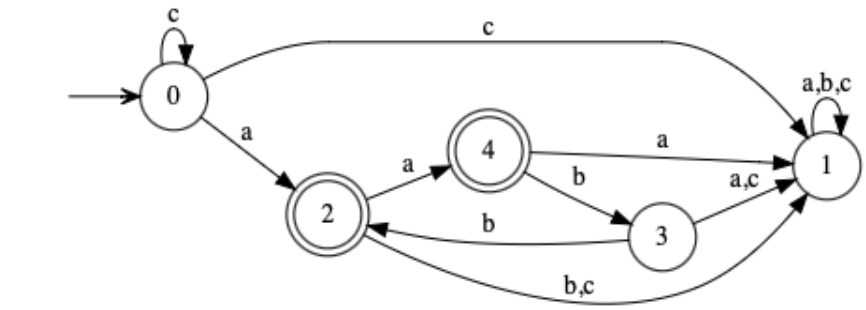


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

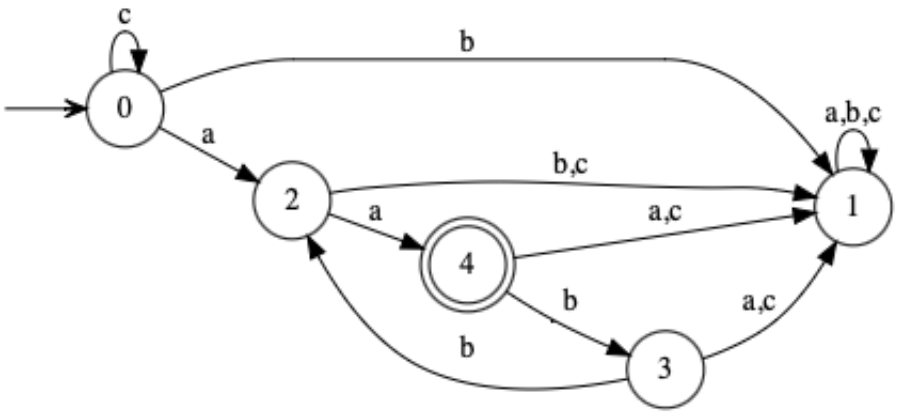


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

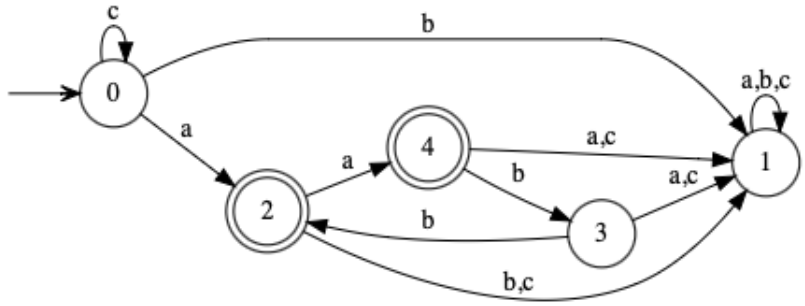
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



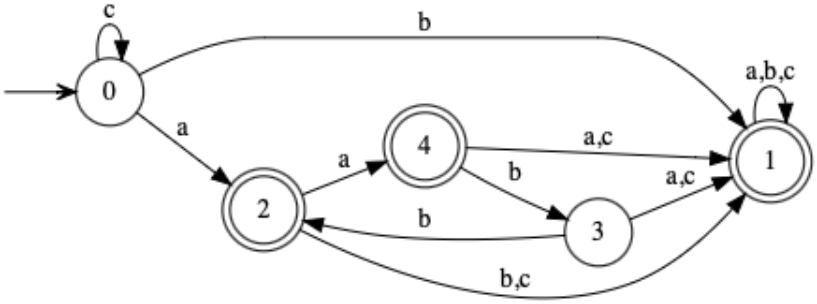
(-i-)



(-ii-)

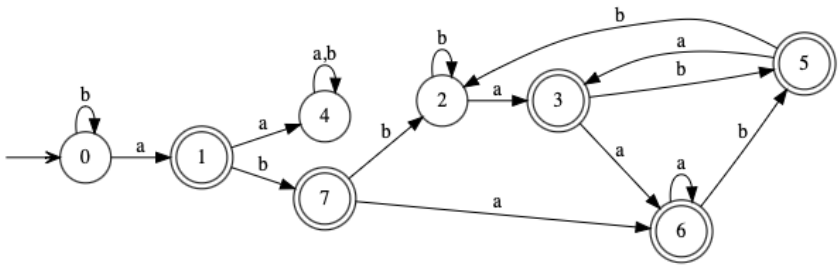


(-iii-)

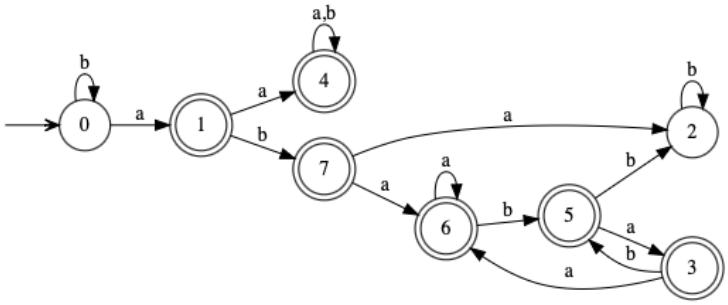


(-iv-)

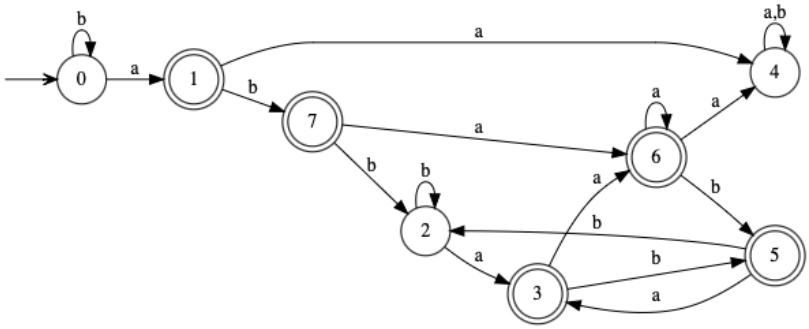
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



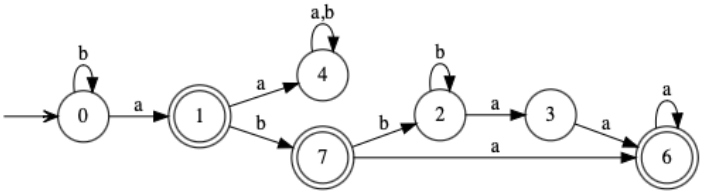
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+238/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e f

Question 3 : a b c d e ■

Question 4 : ■ b c d e f g h

Question 5 : a b ■ ■ ■ f g h i

Question 6 : a ■ c d e

Question 7 : ■ b c ■ ■ ■ g h i j

Question 8 : a ■ c d e f

Question 9 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 10 : ■ b c d e f

Question 11 : ■ b c d e f

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a ■ c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 2 états [c] 6 états [■] 4 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 8 états [c] 20 états [■] 16 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 16 états [c] 20 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [d] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [e] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [f] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [g] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [h] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [i] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

b Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

d Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

e Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

f Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

b Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

g La longueur du mot vide est 1.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-iv-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
c la Figure 3-iv- d la Figure 3-iii- e la Figure 3-ii-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 1 b 2 c 7 d 5 ■ 4 f 6 g 3 h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

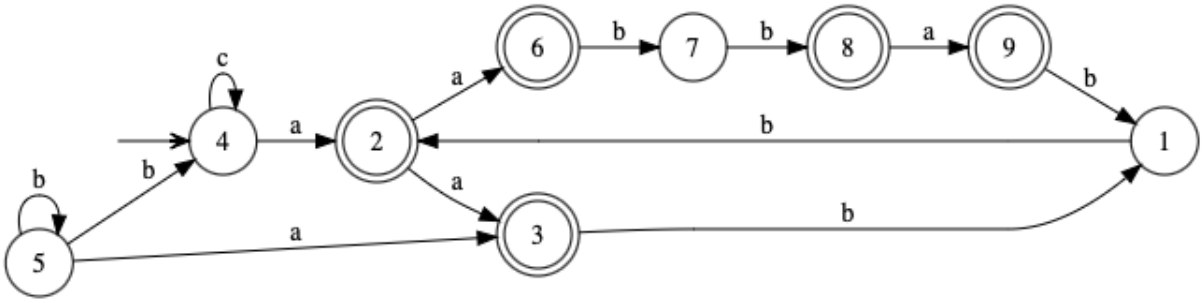
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

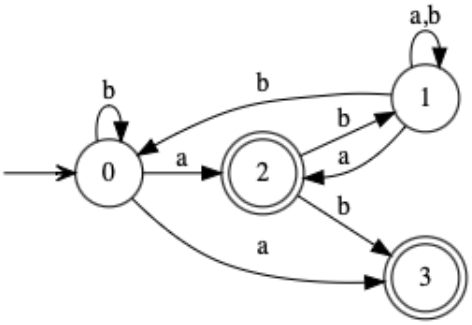
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

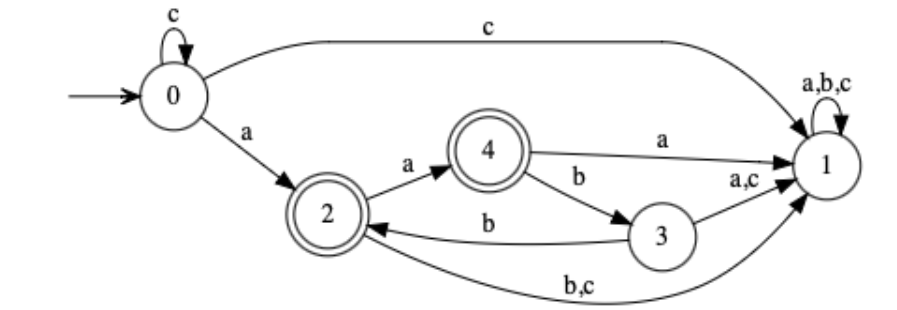


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

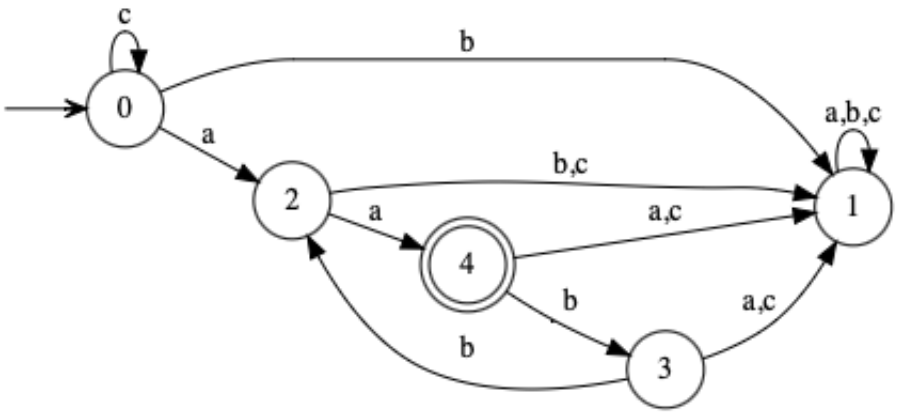


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

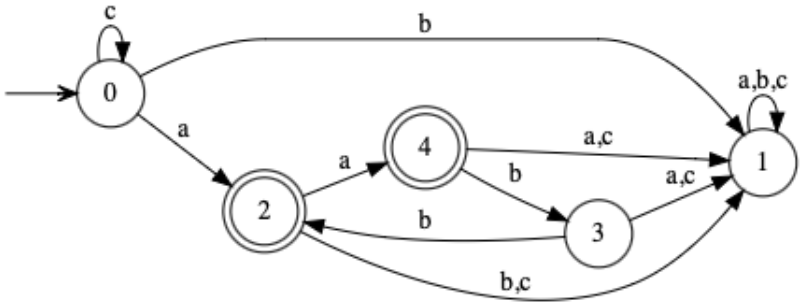
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



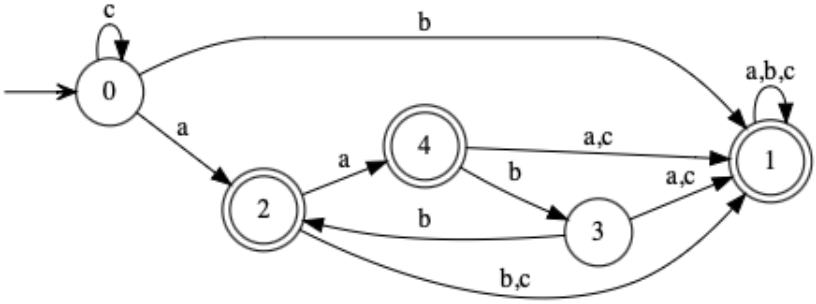
(-i-)



(-ii-)

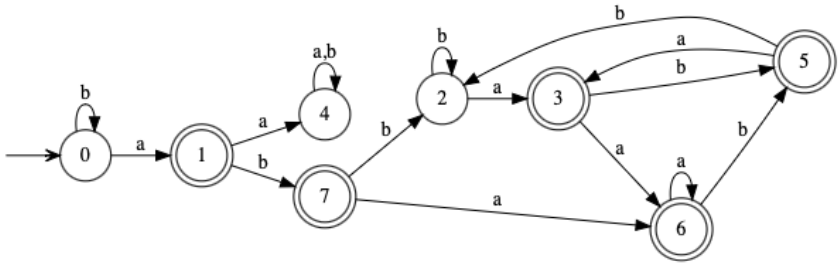


(-iii-)

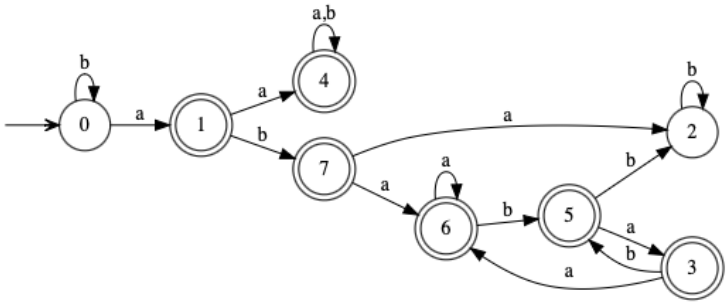


(-iv-)

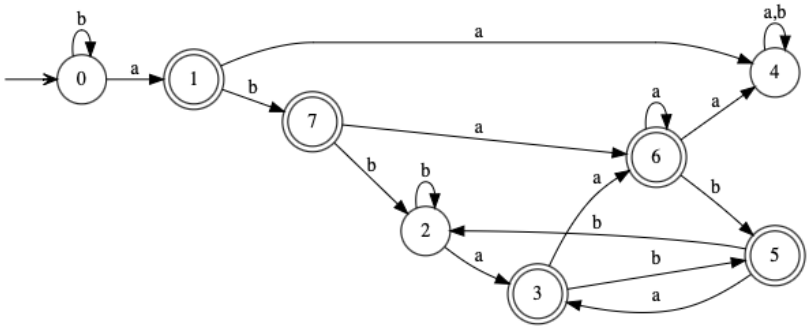
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



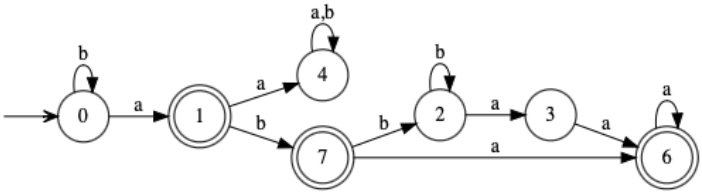
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c ■ e f

Question 3 : a b c ■ e f

Question 4 : a b c d e ■

Question 5 : a b ■ d e f

Question 6 : ■ b c d e f g h

Question 7 : ■ b c d e

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : ■ b ■ d e f ■ ■ i j

Question 11 : ■ b c d ■ ■ g h i

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [e] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [f] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

- [a] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
- [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
- [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
- [d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
- [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
- [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[b] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 32 états [c] 8 états [d] 20 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

[b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états [■] 16 états [c] 8 états [d] 20 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[b] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

[c] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[e] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

[f] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

[g] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

[h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[i] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

[j] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

[d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

[e] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

[g] La longueur du mot vide est 1.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 2 états [c] 6 états ■ 4 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. [b] la Figure 2-i-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-iv-. [d] la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- [b] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
[c] la Figure 3-iii- [d] la Figure 3-iv- [e] la Figure 3-ii-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 1 ☐ b 5 ■ 4 ☐ d 7 ☐ e 0 ☐ f 6 ☐ g 3 ☐ h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

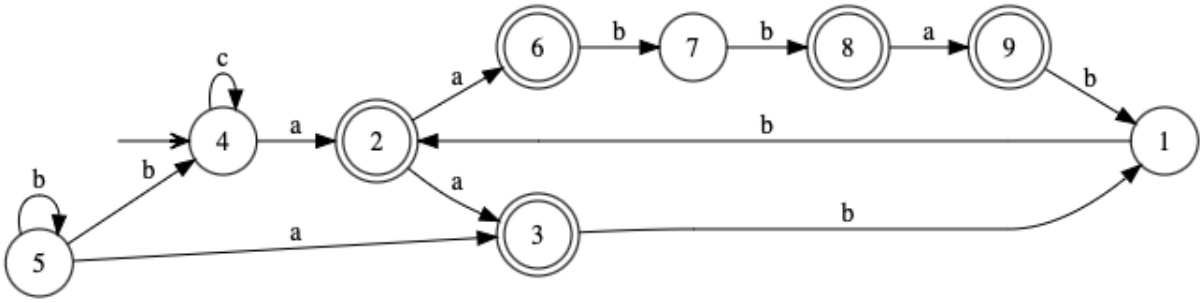
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

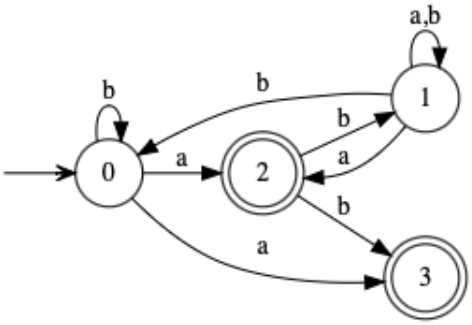
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

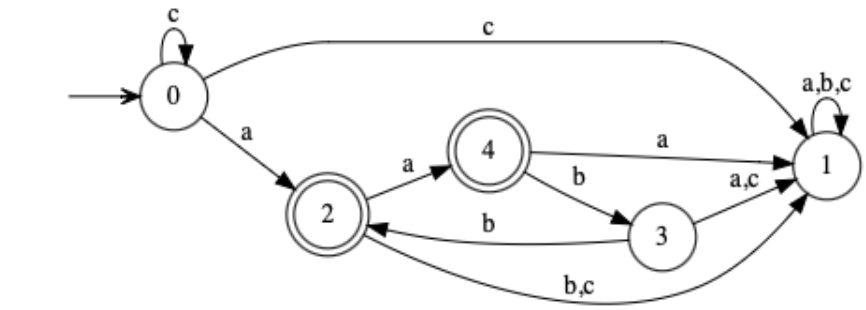


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

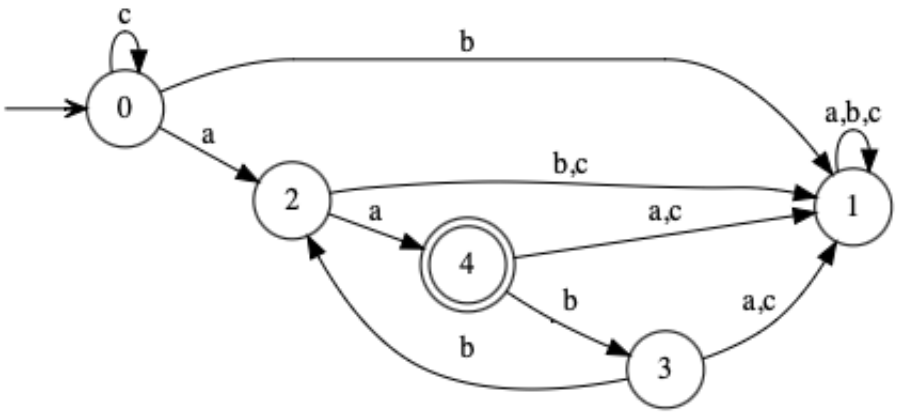


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

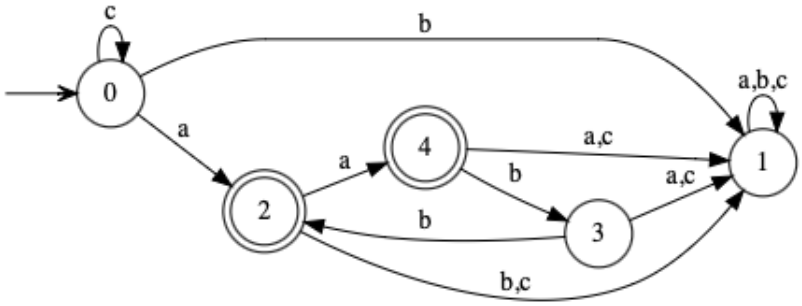
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



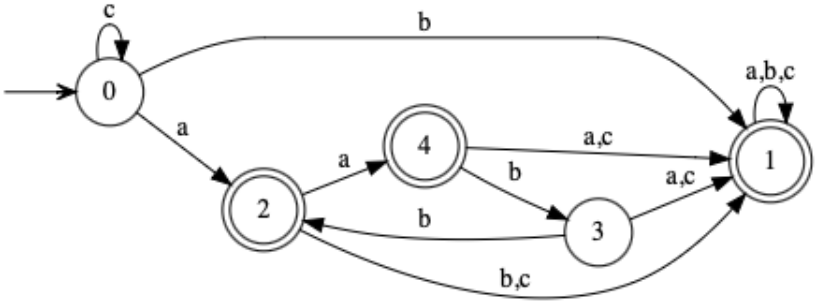
(-i-)



(-ii-)

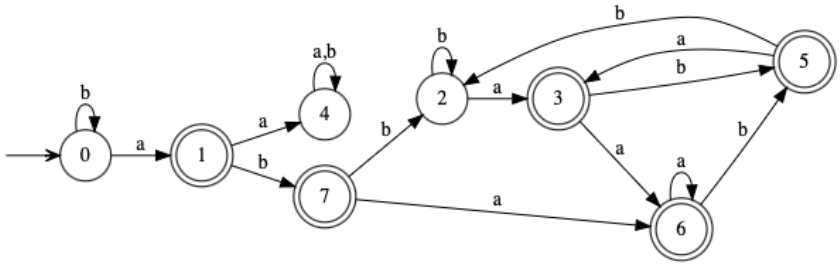


(-iii-)

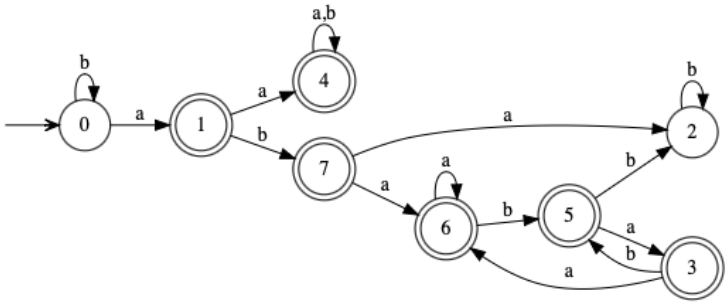


(-iv-)

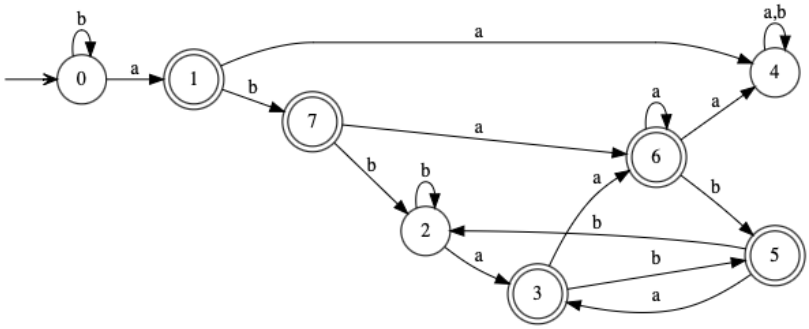
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



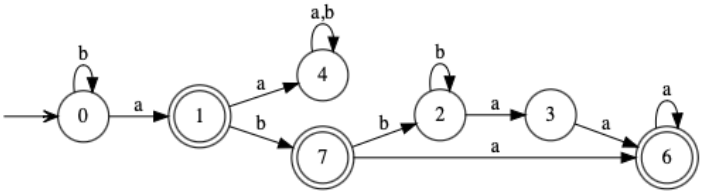
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+240/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c ■ e f ■ ■ i j

Question 3 : a ■ c d e f g h

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : a b c d e ■

Question 6 : a b ■ d e f

Question 7 : a ■ c d e f

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : a ■ ■ d e ■ g h i

Question 10 : a b c ■ e f

Question 11 : a ■ c d e

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 8 états [c] 32 états [d] 16 états

- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
- [■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

d Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

e Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

h Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

e La longueur du mot vide est 1.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

g Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états ■ 4 états c 8 états d 6 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états ■ 16 états c 32 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

e Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

f Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

g Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

j Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^*+10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont identiques.

b Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-iv-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i-
c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe d la Figure 3-iii-
e la Figure 3-ii- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 0 ☐ b 7 ☐ c 2 ☐ d 5 ☐ e 1 ☐ f 3 ■ 4 ☐ h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

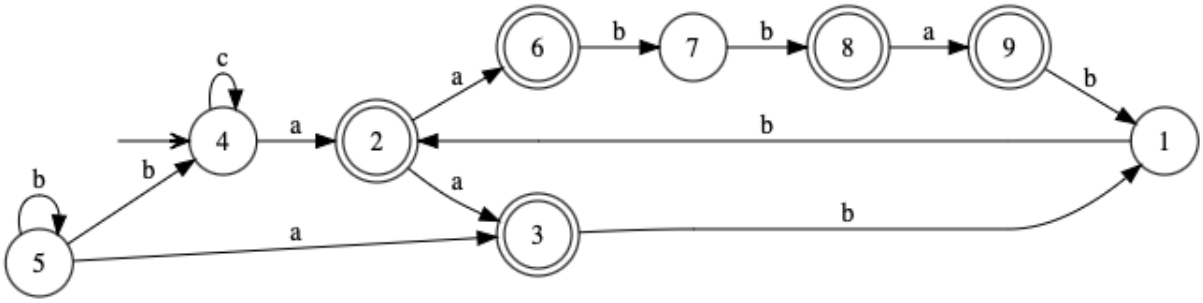
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

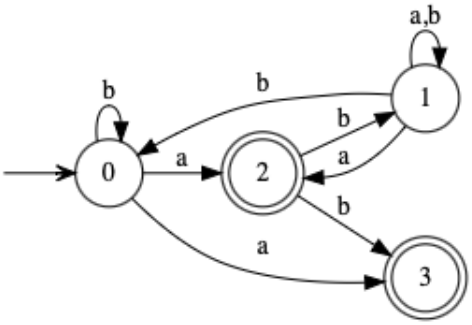
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

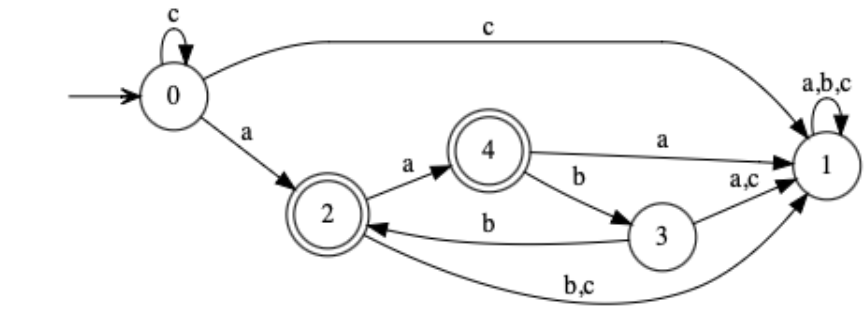


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

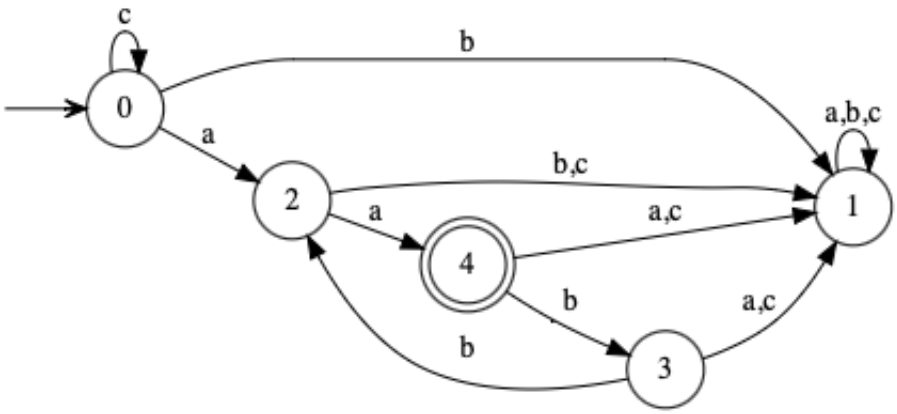


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

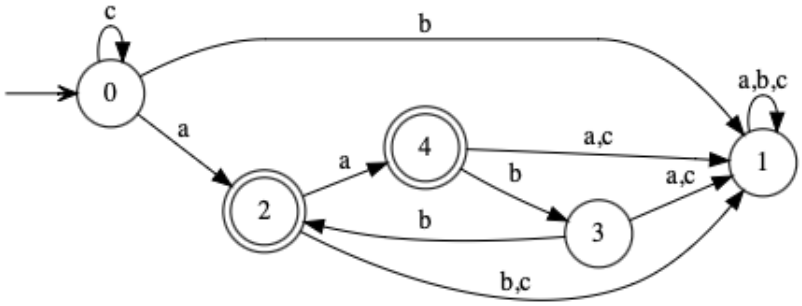
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



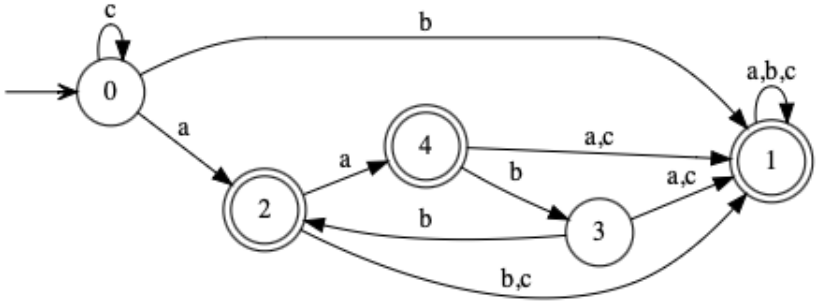
(-i-)



(-ii-)

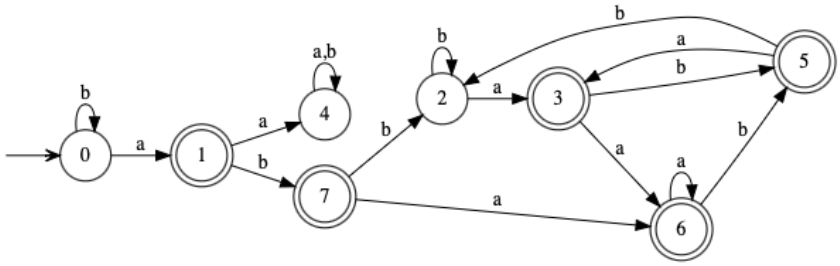


(-iii-)

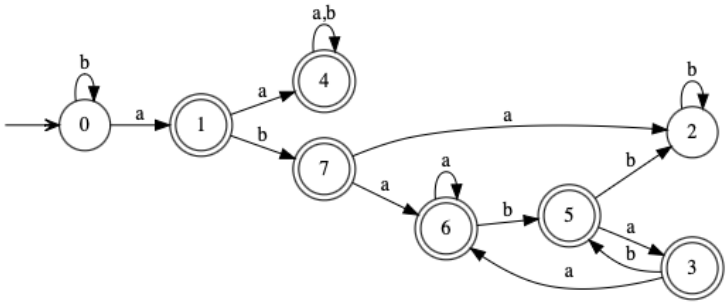


(-iv-)

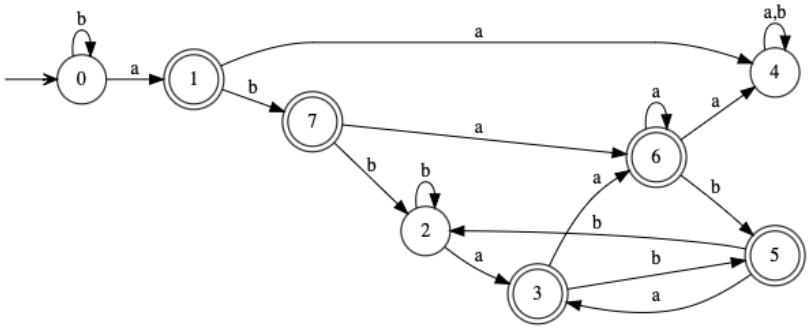
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



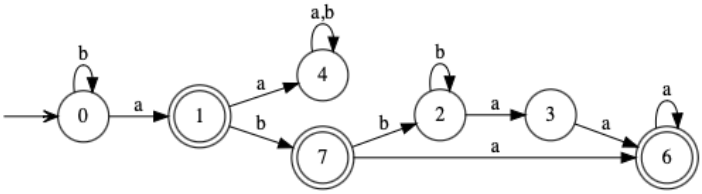
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e f

Question 3 : a b c d e ■

Question 4 : ■ ■ c d e ■ ■ h i j

Question 5 : a ■ ■ ■ e f g h i

Question 6 : a ■ c d e f

Question 7 : a ■ c d e f

Question 8 : a b c d e ■ g h

Question 9 : a b ■ d e

Question 10 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 11 : a b c ■ e f

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c d e f ■ h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [b] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [c] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [g] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [h] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $\mathrm{A} = (01^* + 10^*)^*$ et $\mathrm{B} = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

c Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

d Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

e Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

j Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 5 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 8 états c 32 états ■ 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états b 8 états ■ 4 états d 2 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 20 états c 8 états d 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

d Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

e La longueur du mot vide est 1.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- b la Figure 3-ii- c la Figure 3-iii- d la Figure 3-iv-

e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 1 ☐ b 3 ☐ c 0 ☐ d 2 ☐ e 5 ☐ f 6 ☐ g 7 ■ 4

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

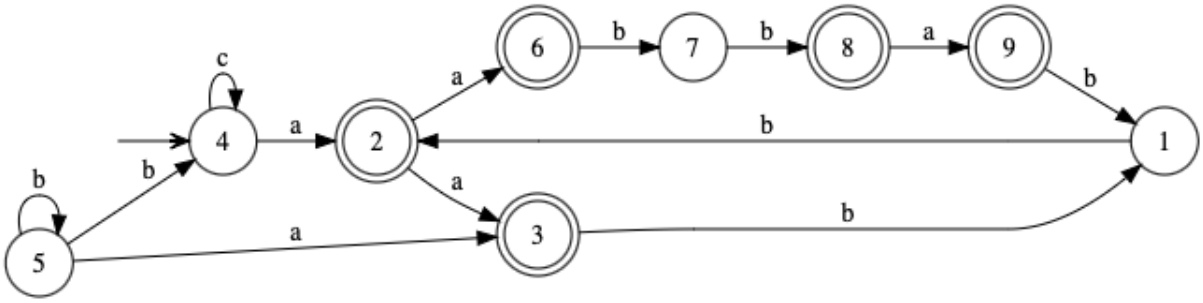
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

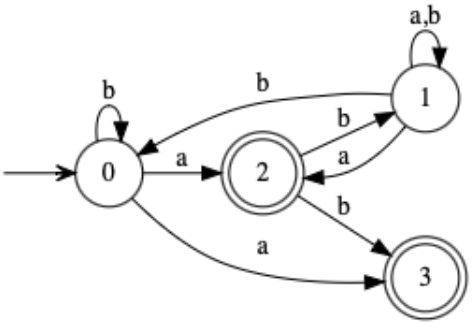
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

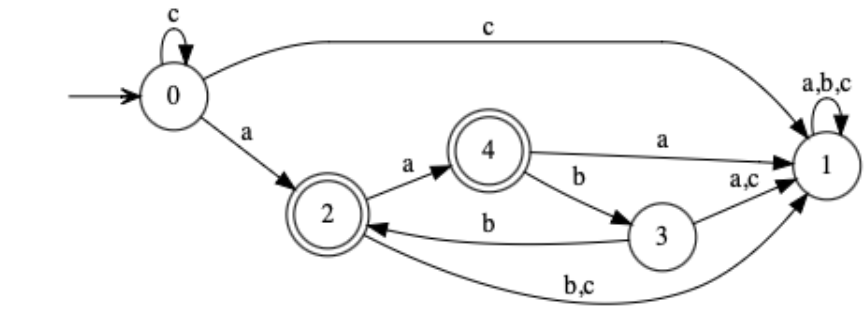


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

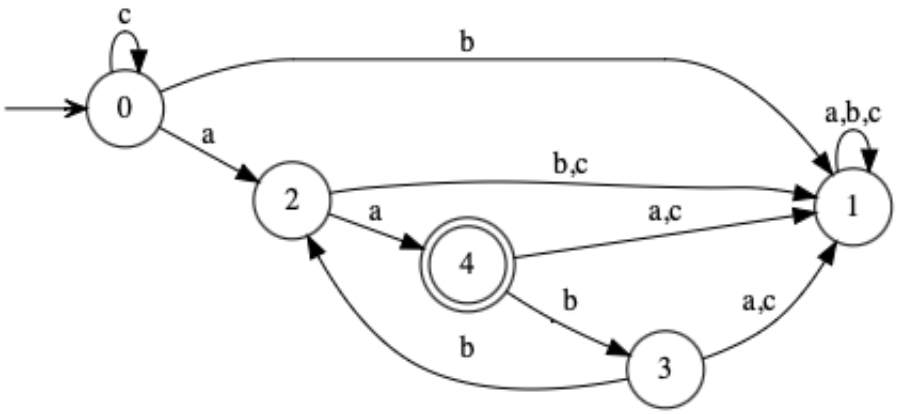


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

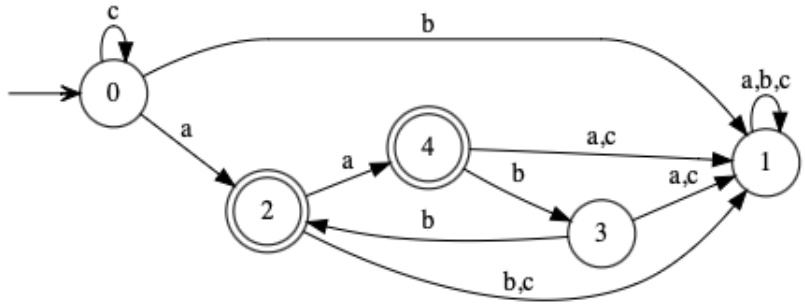
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



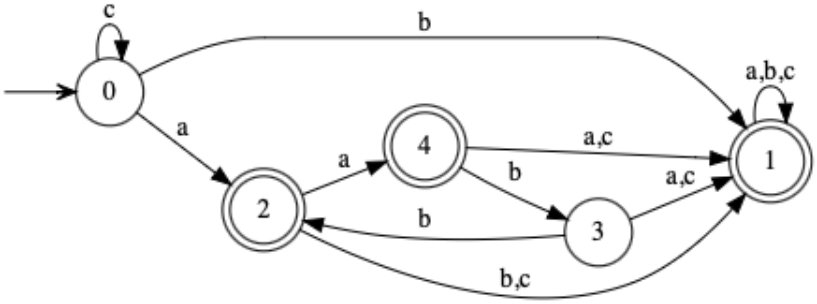
(-i-)



(-ii-)

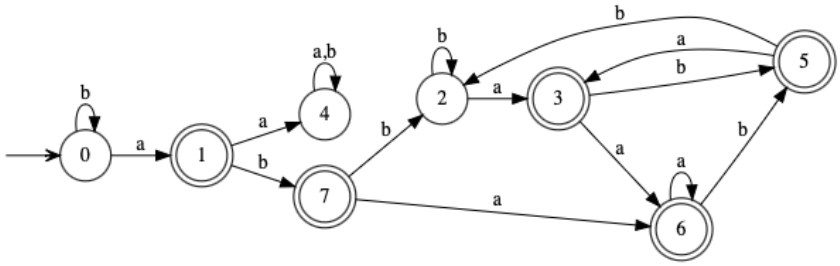


(-iii-)

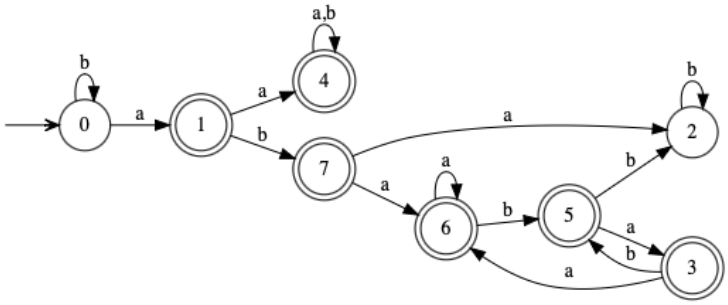


(-iv-)

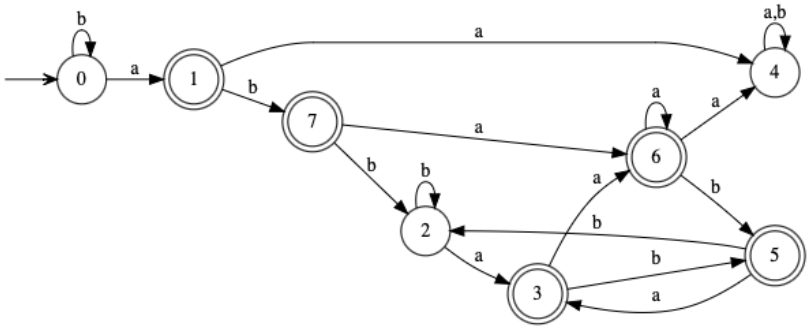
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



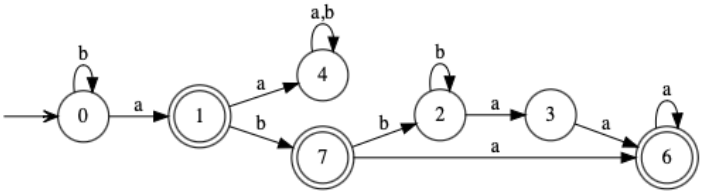
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+242/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c ■ ■ ■ g h i j

Question 3 : ■ b c d e f

Question 4 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 5 : a b c ■ e f

Question 6 : a b ■ d e f

Question 7 : a b c d e ■

Question 8 : a ■ ■ d e f ■ h i

Question 9 : a b ■ d e f

Question 10 : a ■ c d e f g h

Question 11 : ■ b c d e

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a b c d e f g ■

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 32 états ■ 16 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

c Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

d Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

h Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

i Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

j Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

b Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

d La longueur du mot vide est 1.

e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 7 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

c Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

e Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

f Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

h Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 6 états [c] 2 états [■] 4 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[b] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[c] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
[b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
[c] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 32 états [c] 20 états [d] 16 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-i-. [b] la Figure 2-iv-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[■] la Figure 2-iii-. [d] la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[■] la Figure 3-i- [b] la Figure 3-ii- [c] la Figure 3-iii-
[d] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [e] la Figure 3-iv-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 6 ☐ b 2 ☐ c 3 ☐ d 0 ■ 4 ☐ f 1 ☐ g 7 ☐ h 5

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

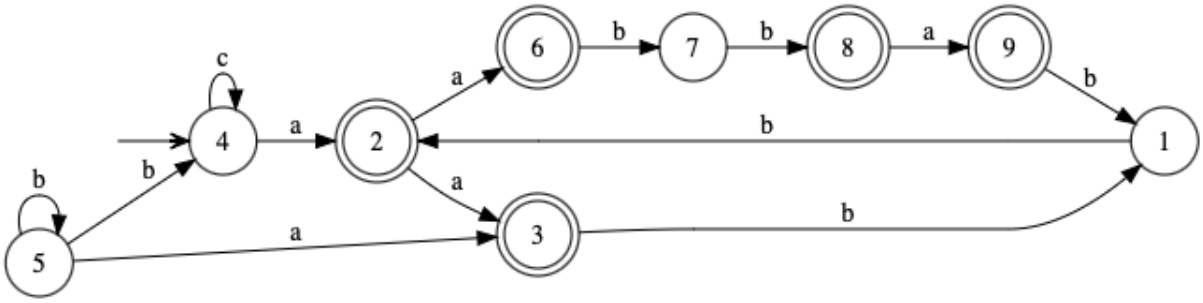
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

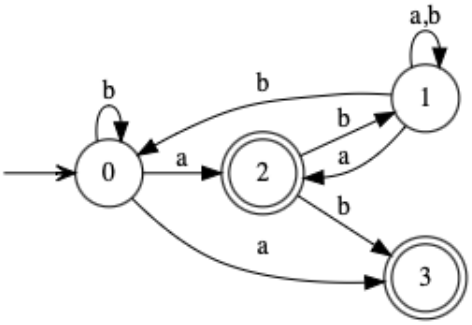
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

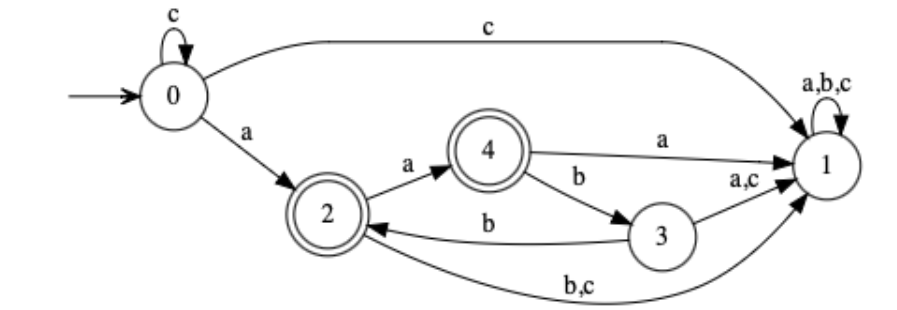


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

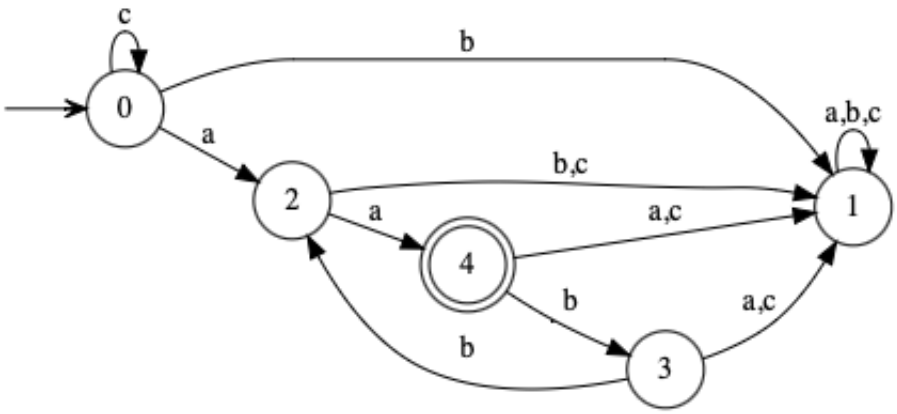


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

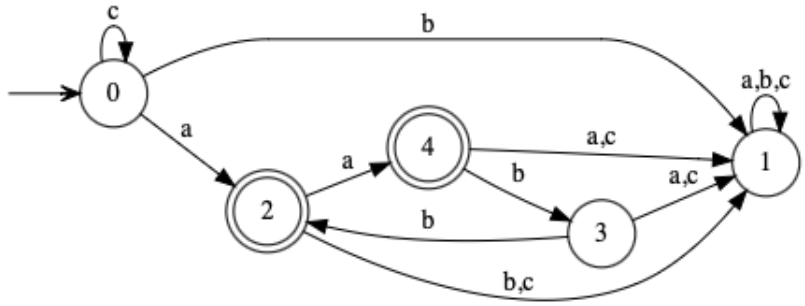
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



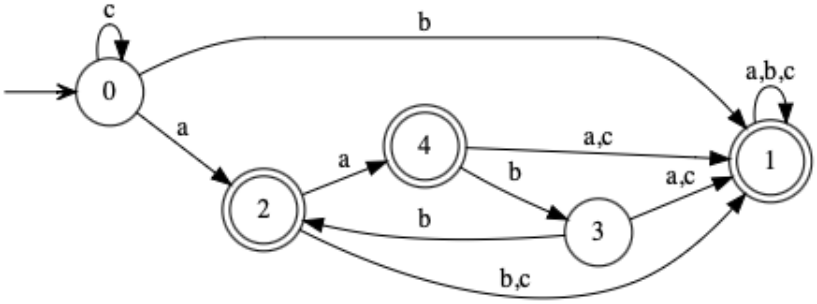
(-i-)



(-ii-)

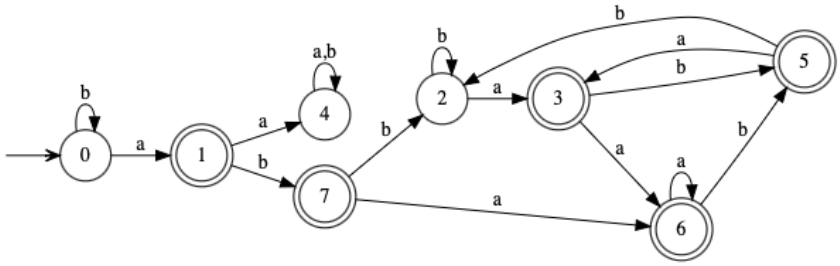


(-iii-)

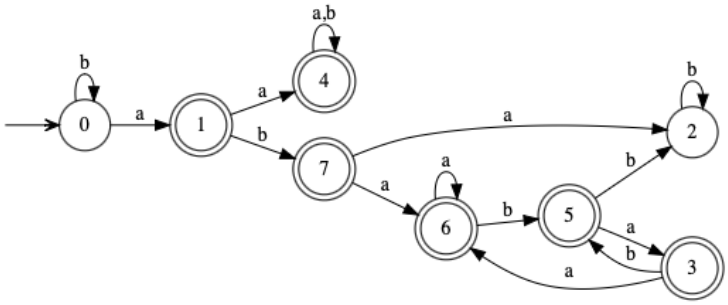


(-iv-)

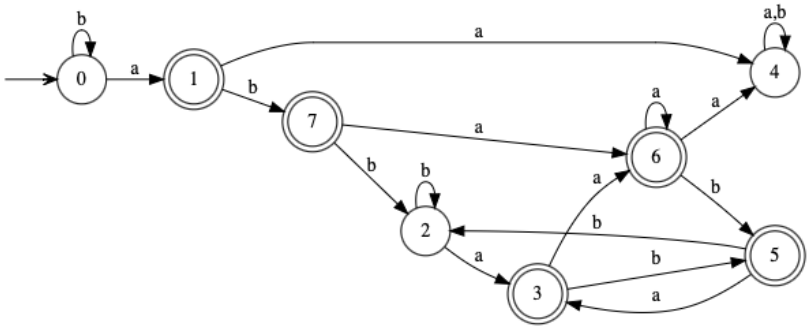
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



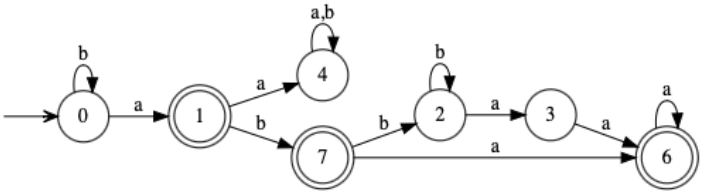
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+243/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e

Question 3 : a b ■ d e f

Question 4 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 5 : ■ b ■ d e f ■ h i

Question 6 : a ■ c d e f g h

Question 7 : ■ ■ c ■ e f ■ h i j

Question 8 : a b c ■ e f

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : a b c ■ e f

Question 11 : a b c d e ■

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [c] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [f] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états ■ 16 états c 8 états d 32 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états ■ 4 états c 2 états d 6 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 7 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

b Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont identiques.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
[b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[c] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[d] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
[e] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
[f] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[g] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
[h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[i] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[j] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
[■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.
[a] La longueur du mot vide est 1.
[b] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
[■] La longueur du mot vide est 0.
[d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
[e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 16 états [c] 8 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-iv-. [b] la Figure 2-i-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-ii-. [■] la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
c la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i- e la Figure 3-iv-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 7 b 0 c 6 d 1 e 2 f 5 ■ 4 h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

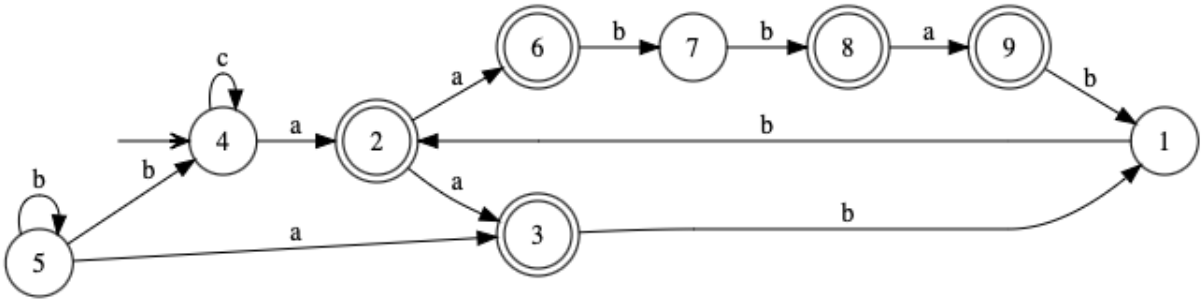
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

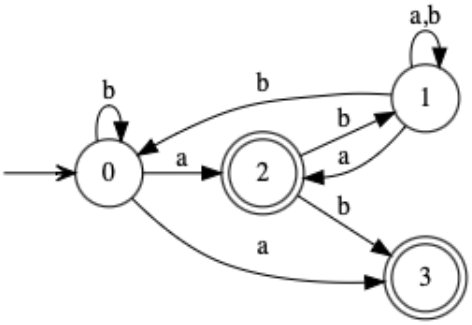
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

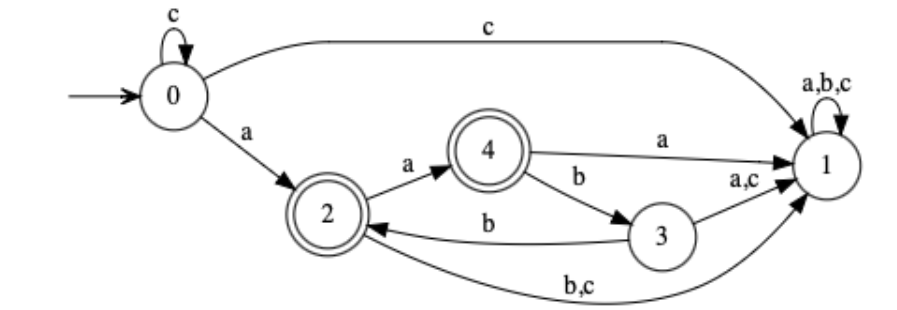


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

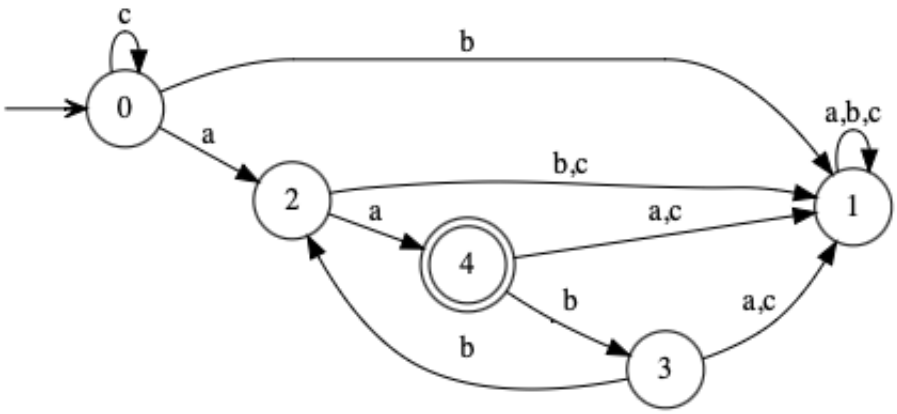


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

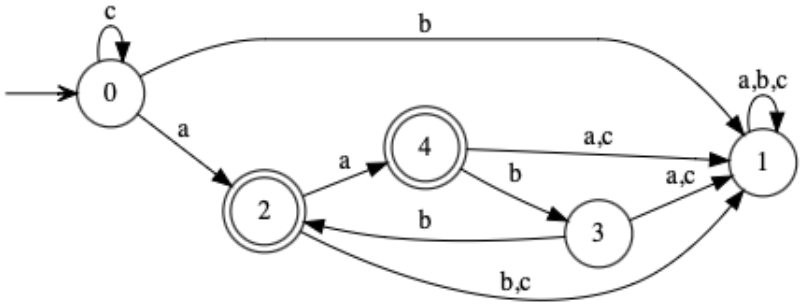
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



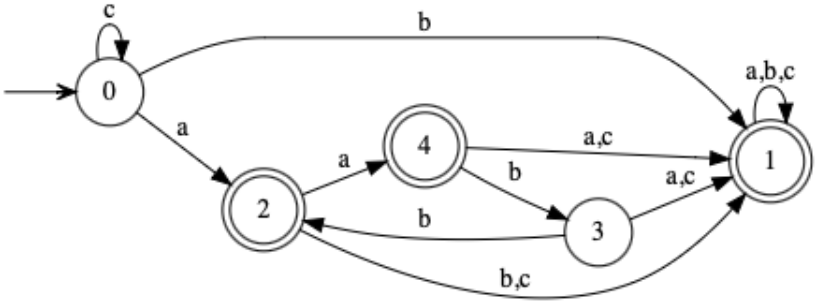
(-i-)



(-ii-)

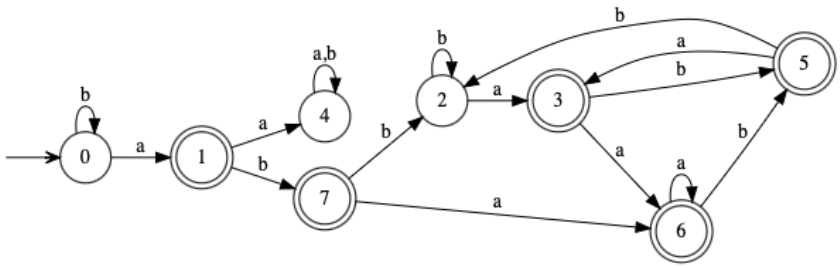


(-iii-)

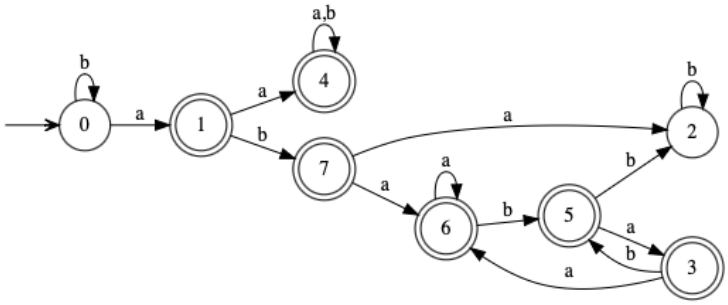


(-iv-)

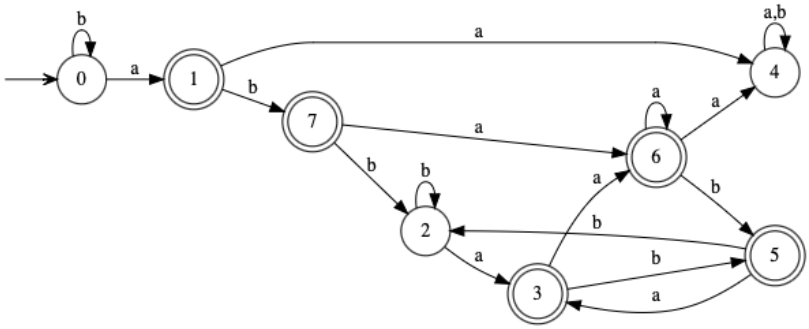
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



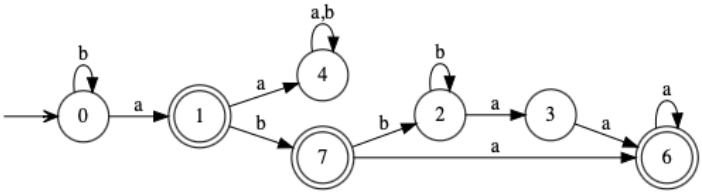
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+244/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d ■ f ■ ■ i j

Question 3 : a ■ c d e f

Question 4 : a ■ c d e

Question 5 : a ■ c d e f

Question 6 : a b c d ■ f g h

Question 7 : a ■ c d e f

Question 8 : ■ b c d e f

Question 9 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 10 : a b ■ d e ■ ■ h i

Question 11 : a b c d e ■

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b c d e f ■ h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab ■ *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états ■ 4 états c 6 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

d Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

b Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

d Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

g Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

h Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 7 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 8 états c 32 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

d La longueur du mot vide est 1.

e Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

d Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

f Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

g Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 20 états c 32 états ■ 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i- c la Figure 3-iii- d la Figure 3-iv-

e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 5 ☐ b 7 ☐ c 1 ☐ d 0 ■ 4 ☐ f 2 ☐ g 6 ☐ h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

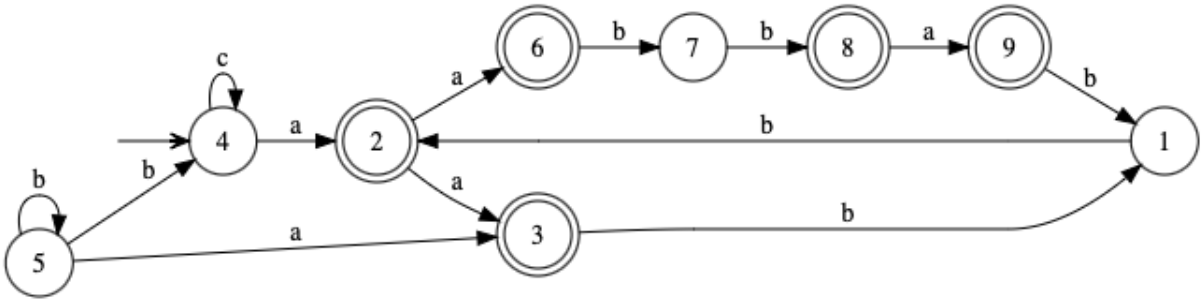
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

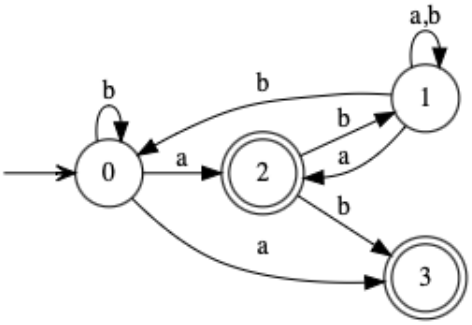
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.



(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).



(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.

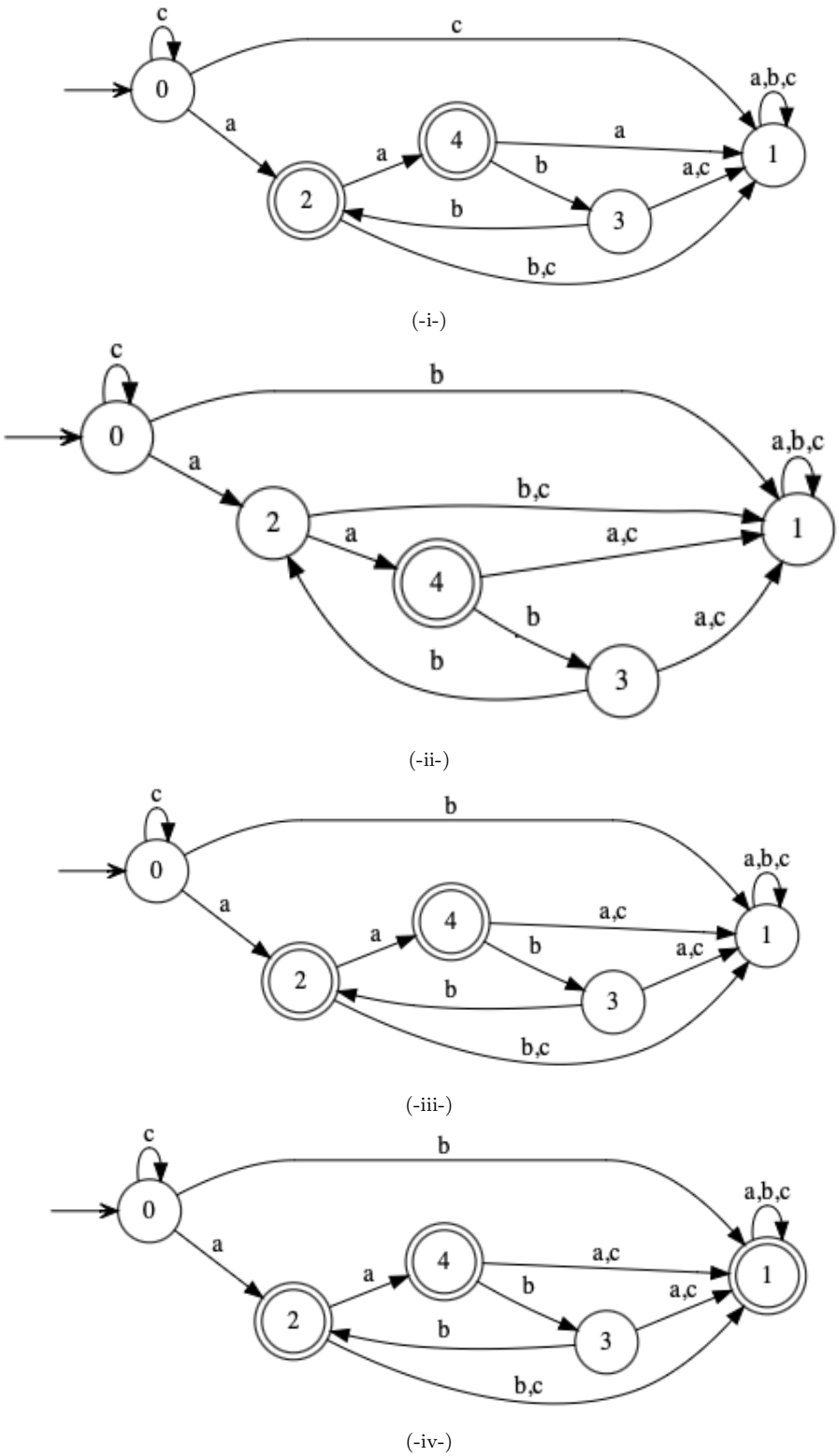
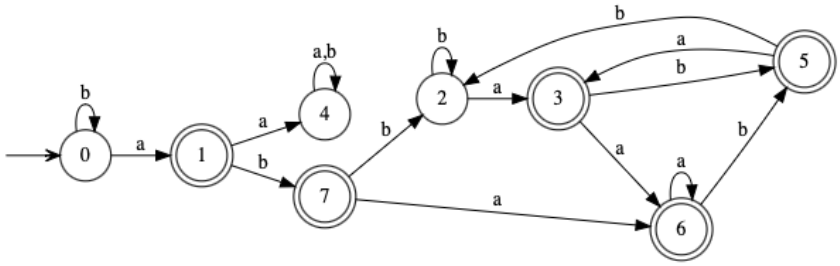
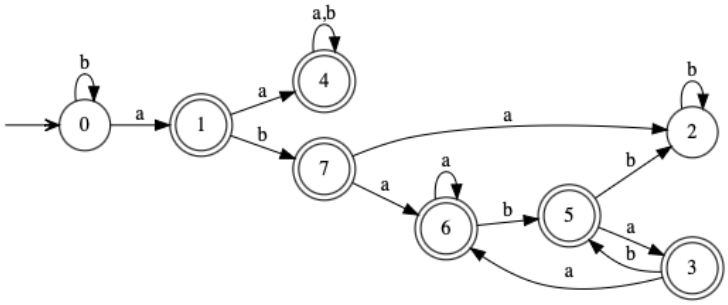


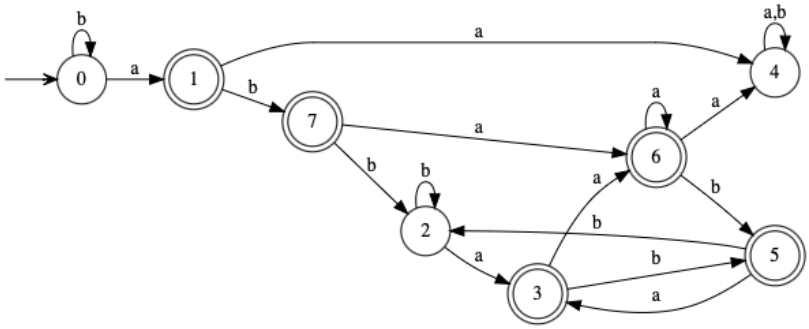
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



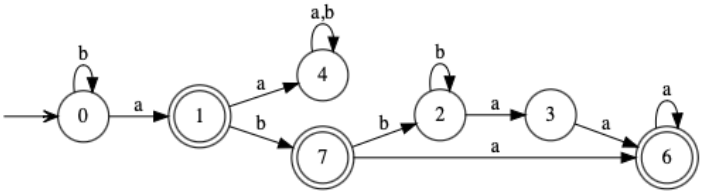
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e f

Question 3 : a b ■ d e

Question 4 : a ■ c d e f

Question 5 : a b ■ d e f

Question 6 : ■ b ■ d ■ ■ g h i j

Question 7 : a b c d e ■

Question 8 : a b c ■ e f g h

Question 9 : ■ ■ c d e ■ g h i

Question 10 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 11 : a b c ■ e f

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 2 états c 8 états d 6 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
■ La longueur du mot vide est 0.
c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
f Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
g La longueur du mot vide est 1.
h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 7 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
c Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
g Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
h Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 8 états c 16 états d 32 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 32 états c 20 états ■ 16 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
d Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
e Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
g Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
i Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
j Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-i-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
c la Figure 3-iv- d la Figure 3-iii- e la Figure 3-ii-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 0 c 7 d 6 e 5 f 3 g 2 h 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

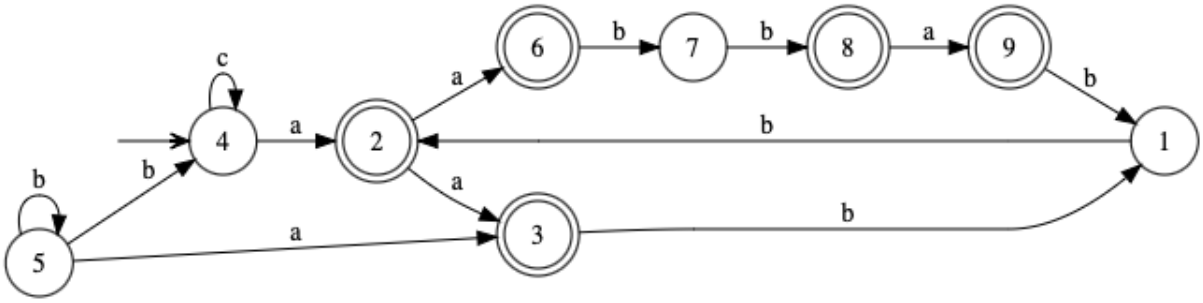
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

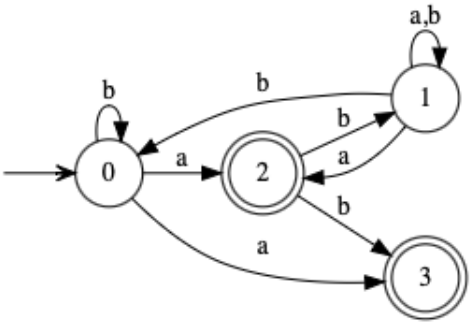
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

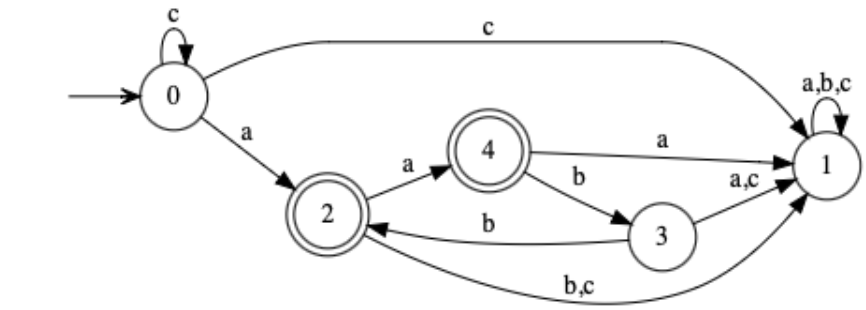


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

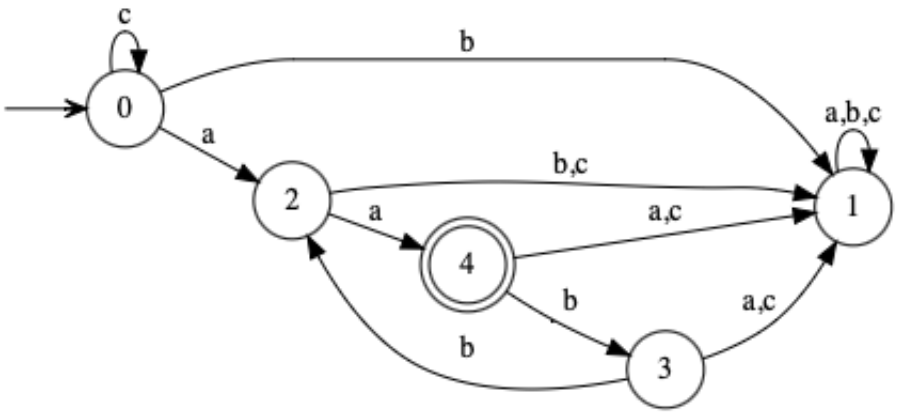


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

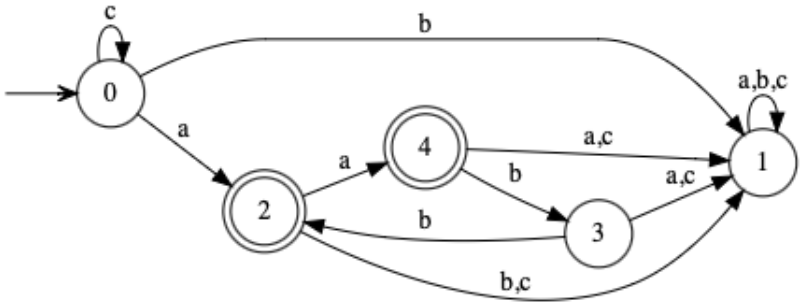
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



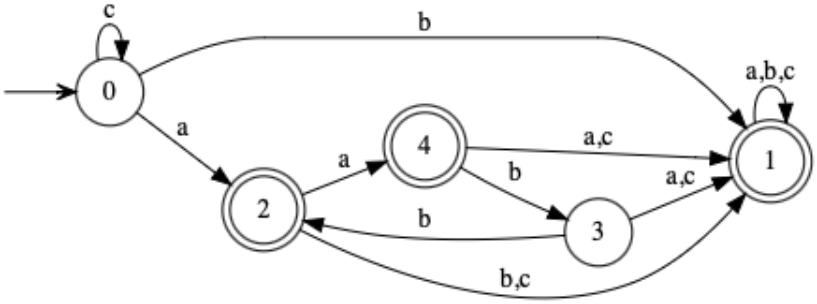
(-i-)



(-ii-)

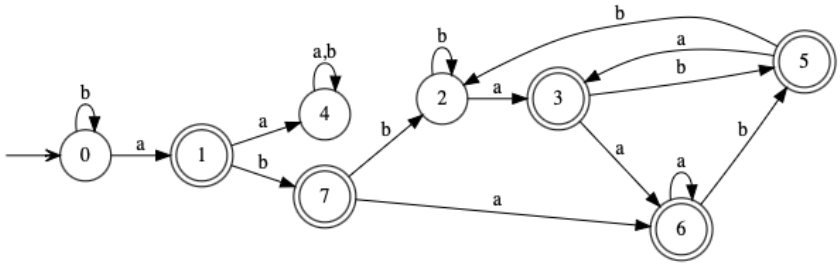


(-iii-)

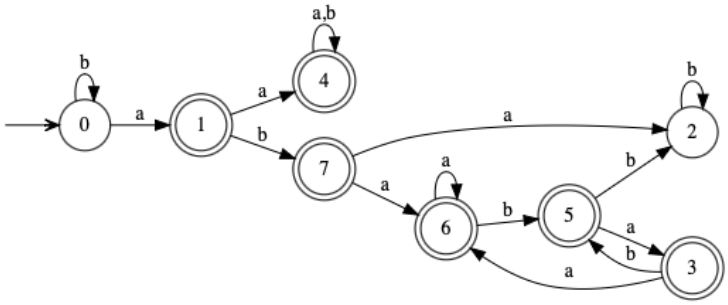


(-iv-)

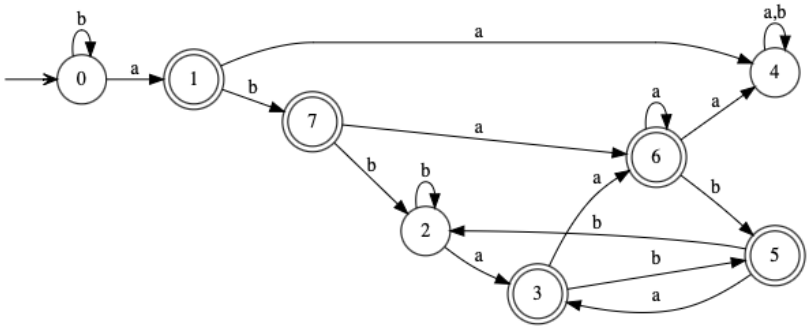
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



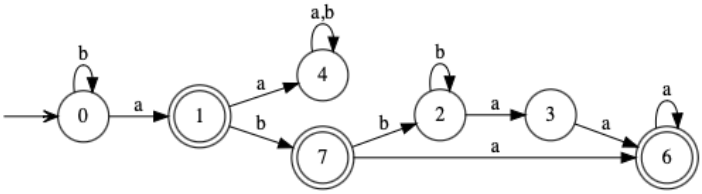
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+246/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [b] ■ [d] [e] [f]

Question 3 : [a] [b] ■ [d] [e]

Question 4 : ■ [b] [c] [d] [e] [f]

Question 5 : ■ ■ [c] [d] ■ [f] [g] [h] [i]

Question 6 : [a] [b] [c] [d] ■ [f] [g] [h]

Question 7 : [a] ■ [c] ■ ■ ■ [g] [h] [i] [j]

Question 8 : [a] [b] [c] ■ [e] [f]

Question 9 : [a] [b] [c] [d] [e] ■

Question 10 : [a] [b] [c] ■ [e] [f]

Question 11 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] ■ [l]

Question 12 : [a] ■ [c] [d] [e]

Question 13 : ■ [b] [c] [d] [e] [f]

Question 14 : ■ [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [b] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [g] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [h] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états b 8 états ■ 4 états d 2 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

c Les langages dénotés par A et B sont identiques.

d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La longueur du mot vide est 0.

b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

c La longueur du mot vide est 1.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

e Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

b Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

c Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

d Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

e Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

f Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

g Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 10 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 8 états c 20 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 32 états c 20 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- b la Figure 3-ii-

c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe d la Figure 3-iii-

■ la Figure 3-i- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 7 ☐ b 3 ☐ c 2 ☐ d 6 ☐ e 0 ■ 4 ☐ g 5 ☐ h 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

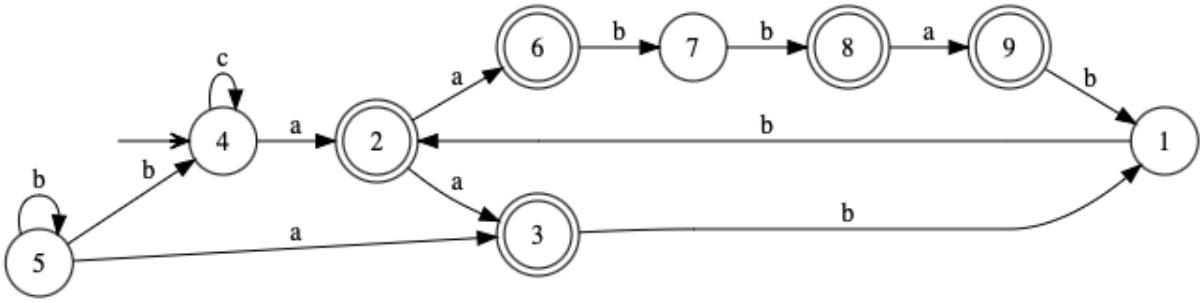
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

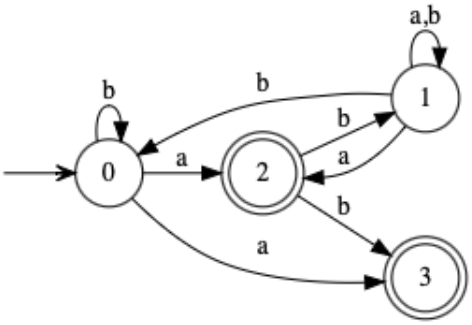
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

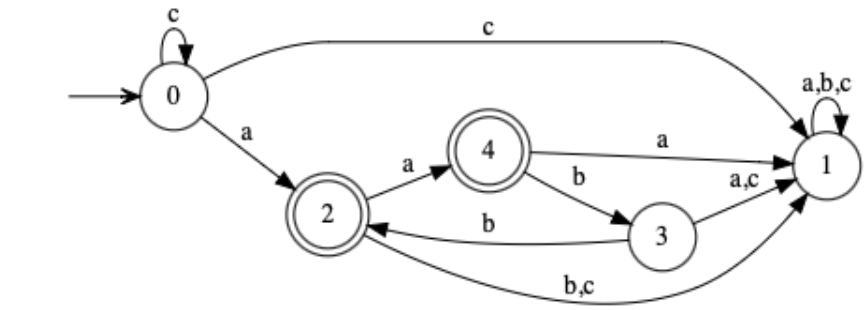


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

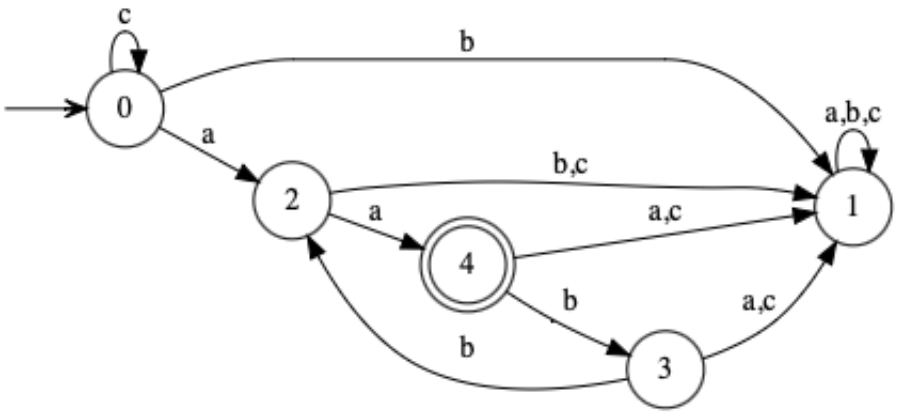


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

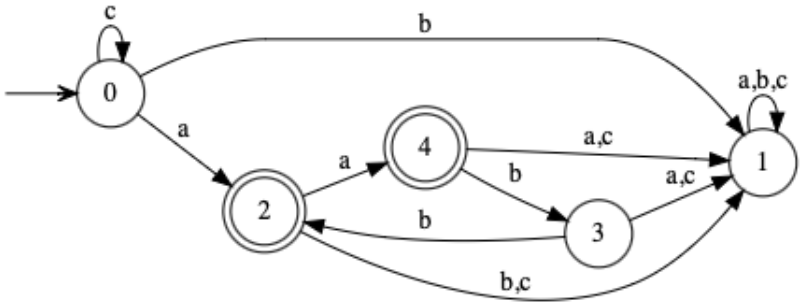
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



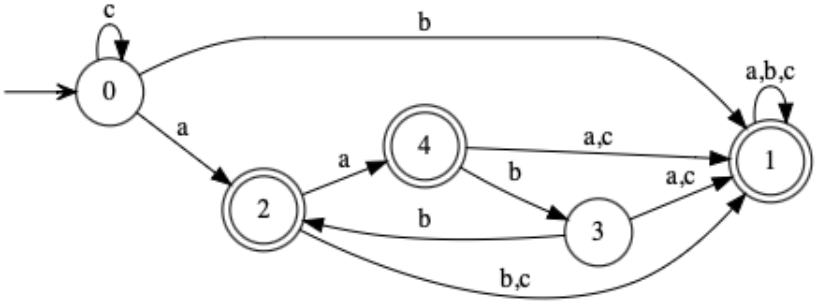
(-i-)



(-ii-)

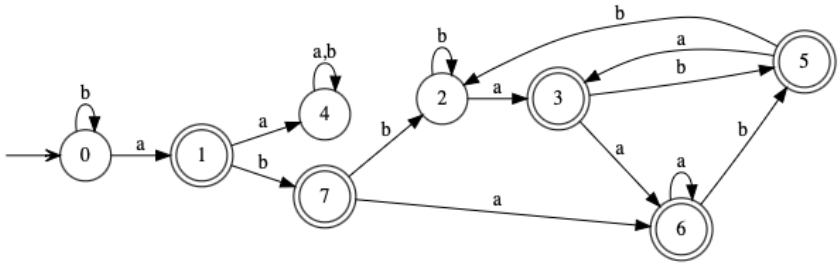


(-iii-)

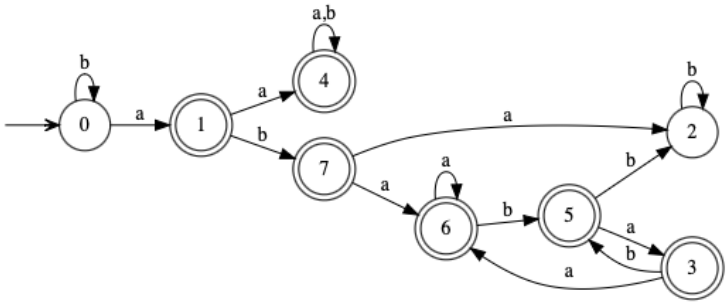


(-iv-)

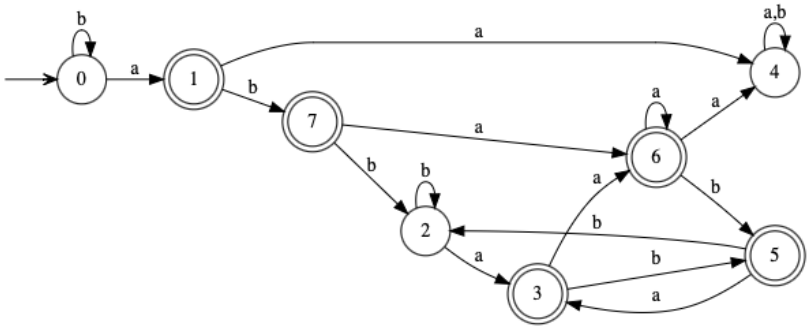
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



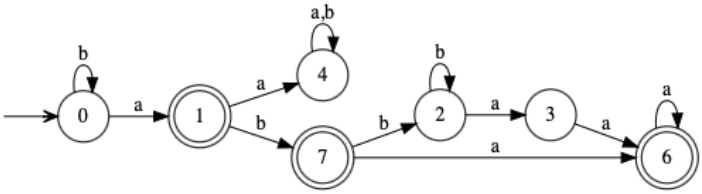
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+247/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ ■ ■ ■ g h i j

Question 3 : ■ b c d e

Question 4 : ■ b c d e f

Question 5 : a b ■ d e f

Question 6 : a ■ c d e f g h

Question 7 : ■ b c d e f

Question 8 : ■ b c ■ e f ■ h i

Question 9 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 10 : a b c d e ■

Question 11 : ■ b c d e f

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d e ■ g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [c] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [d] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [e] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [h] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [b] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [d] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

e Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

f Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

d La longueur du mot vide est 1.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

g Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont identiques.

c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états b 8 états ■ 4 états d 2 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 32 états c 20 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 32 états [c] 16 états [d] 20 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
[b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
[c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[c] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-ii-. [b] la Figure 2-i-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [b] la Figure 3-ii-
[c] la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i- [e] la Figure 3-iv-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 7 ☐ b 2 ■ 4 ☐ d 0 ☐ e 1 ☐ f 5 ☐ g 3 ☐ h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

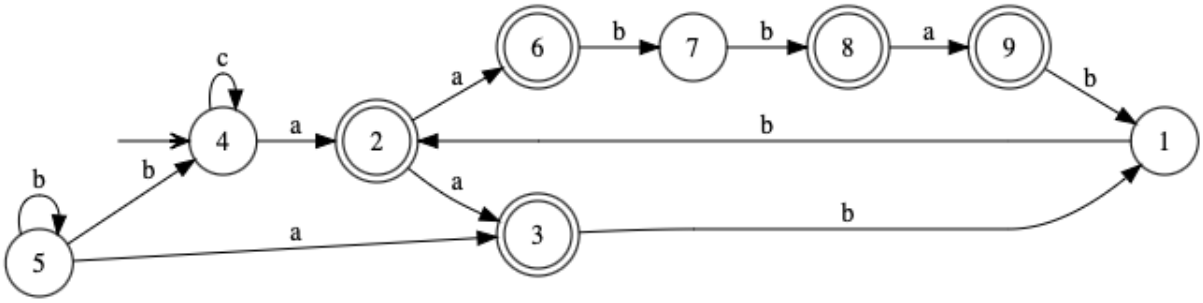
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

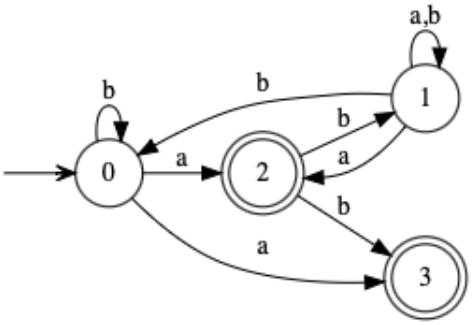
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

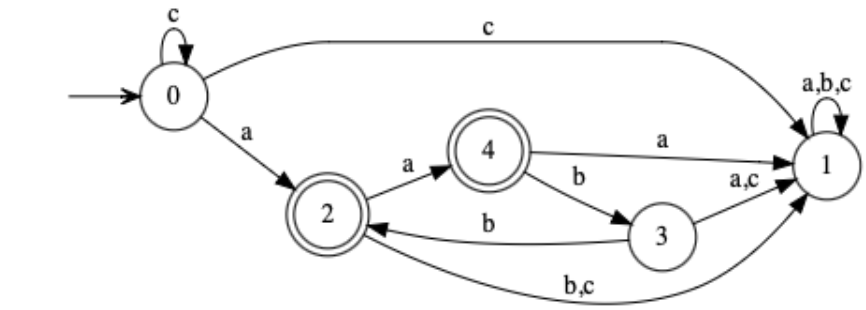


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

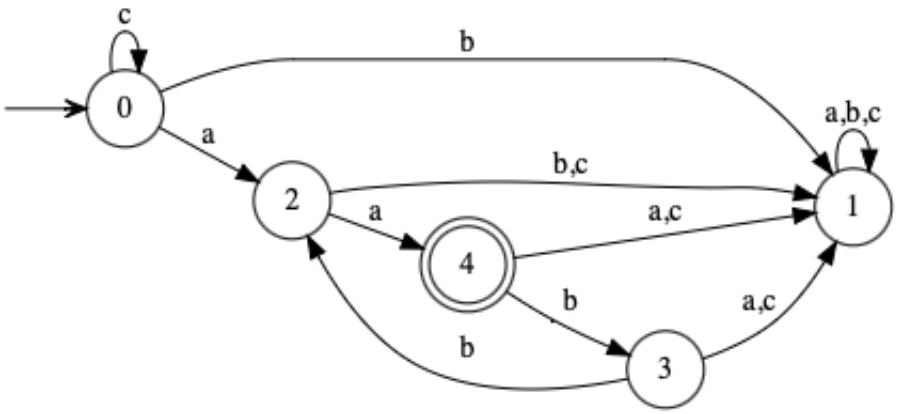


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

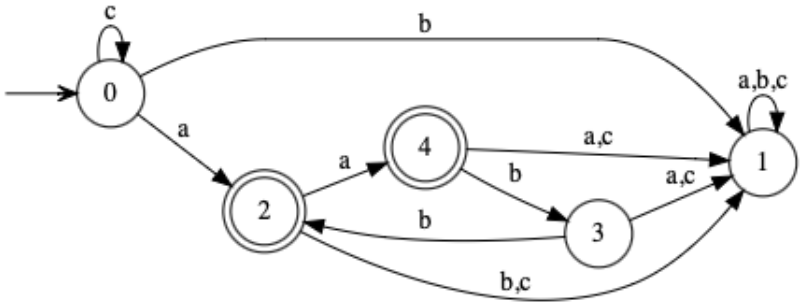
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



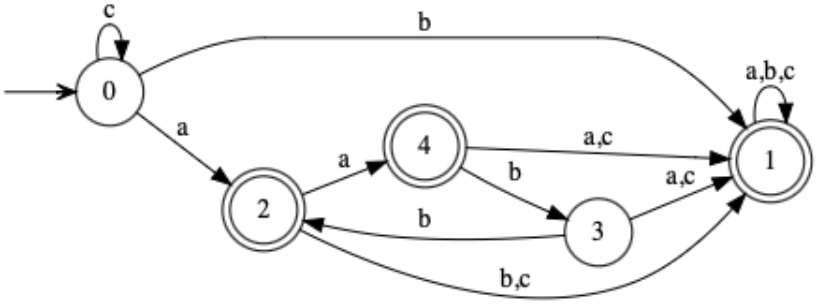
(-i-)



(-ii-)

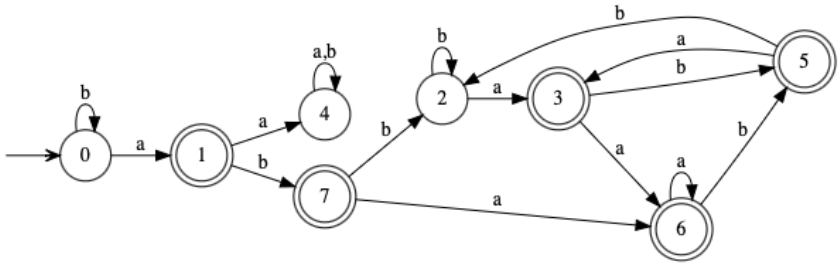


(-iii-)

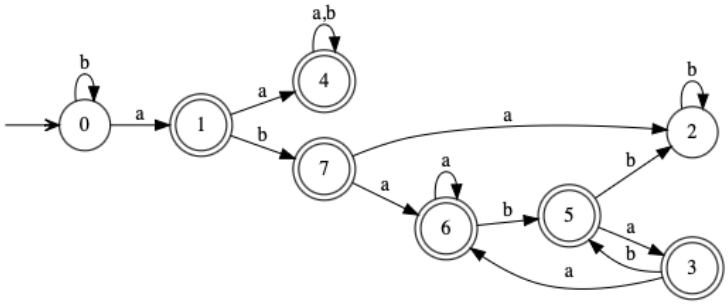


(-iv-)

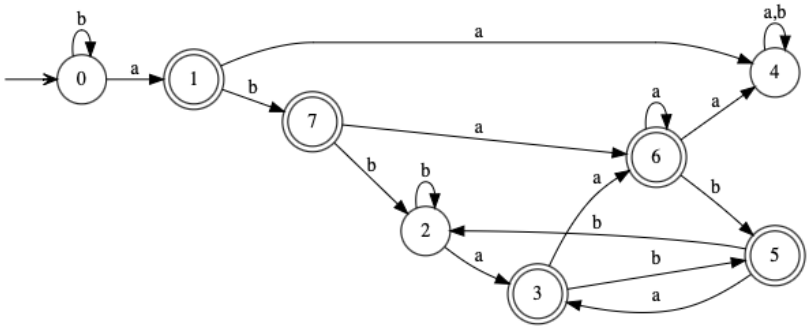
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



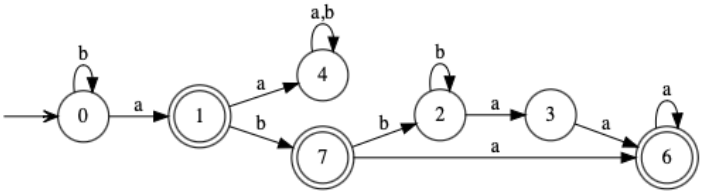
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+248/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ ■ c d e ■ ■ h i j

Question 3 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 4 : a ■ c d ■ ■ g h i

Question 5 : ■ b c d e f

Question 6 : a b ■ d e f

Question 7 : ■ b c d e f

Question 8 : a b c d e ■

Question 9 : ■ b c d e

Question 10 : a b c ■ e f

Question 11 : a b c d e ■ g h

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[■] 4 états [b] 8 états [c] 2 états [d] 6 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[b] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[c] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
[d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[e] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[f] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
[g] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
[h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

i Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

j Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 8 états ■ 16 états c 20 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

b Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont identiques.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La longueur du mot vide est 1.

b Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La longueur du mot vide est 0.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[f] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[g] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[h] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 20 états [c] 32 états [d] 16 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

[b] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

[c] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-ii-. [b] la Figure 2-i-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

[c] la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-ii- [b] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe

[c] la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i- [e] la Figure 3-iv-

[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a	3	b	7	c	0	d	2	e	5	■	4	g	6	h	1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

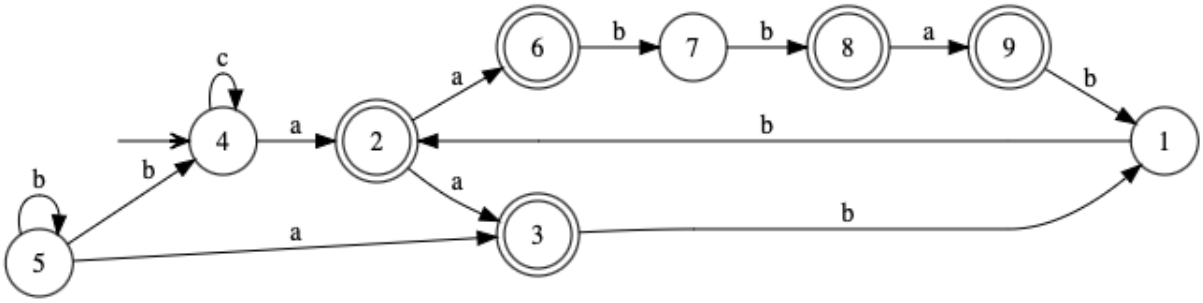
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

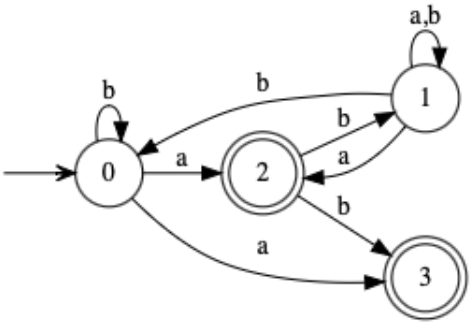
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

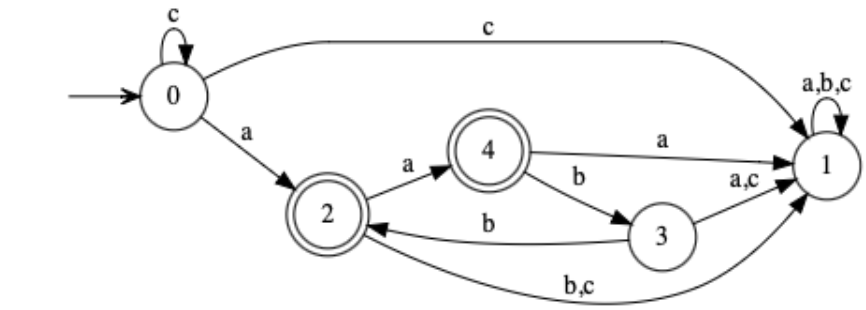


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

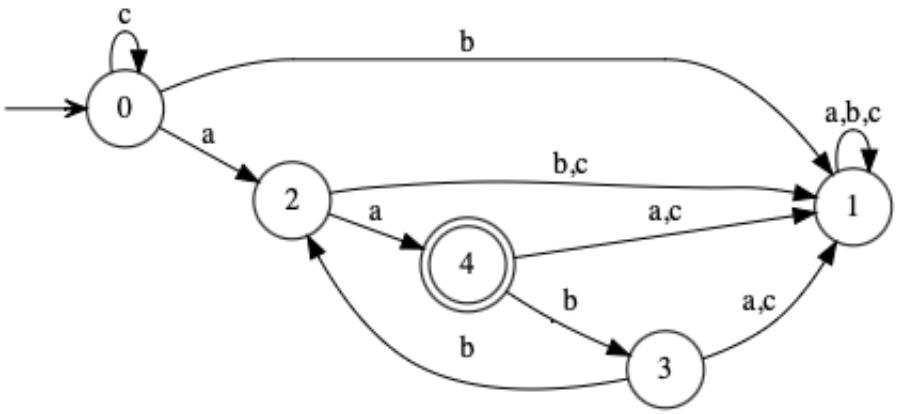


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

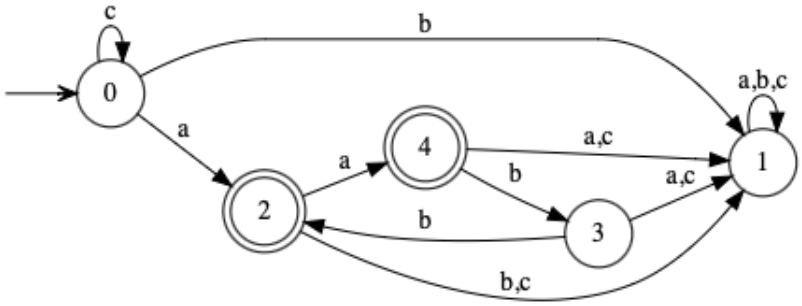
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



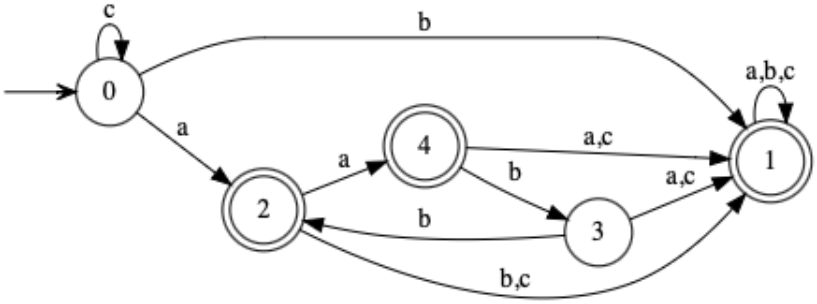
(-i-)



(-ii-)

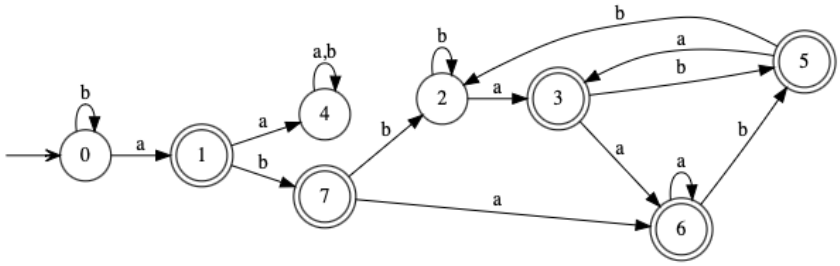


(-iii-)

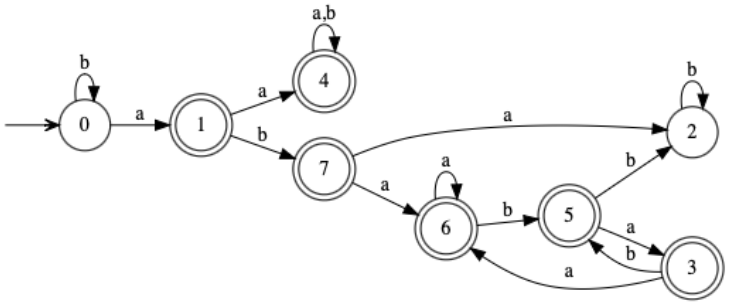


(-iv-)

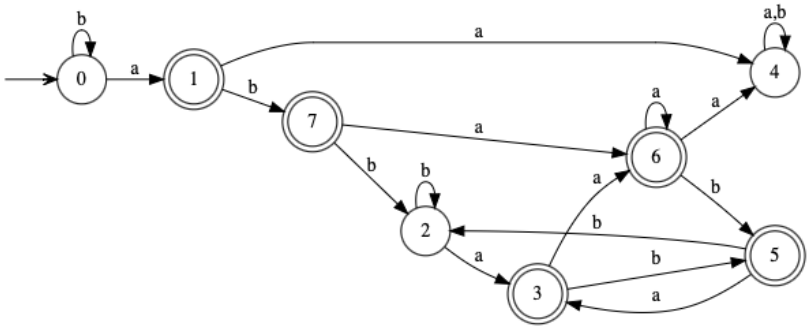
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



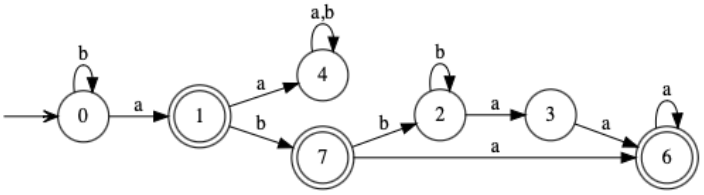
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+249/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [■] [c] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 3 : [■] [b] [c] [d] [e] [f]

Question 4 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] [■] [l]

Question 5 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 6 : [■] [b] [c] [d] [e] [f]

Question 7 : [a] [b] [■] [d] [■] [f] [■] [h] [i]

Question 8 : [a] [■] [c] [d] [e]

Question 9 : [■] [■] [■] [d] [■] [f] [g] [h] [i] [j]

Question 10 : [a] [b] [c] [d] [e] [■]

Question 11 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 12 : [a] [b] [c] [■] [e]

Question 13 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 14 : [a] [b] [c] [d] [e] [■] [g] [h]

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [d] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [e] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [f] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [g] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [h] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

- [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
- [b] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
- [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
- [d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
- [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
- [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[c] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[d] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[e] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[f] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 20 états [c] 32 états [d] 16 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

[b] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

[d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

[g] La longueur du mot vide est 1.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états [b] 32 états [c] 20 états [d] 8 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 2 états ■ 4 états [c] 6 états [d] 8 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

[b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

[c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. [b] la Figure 2-i-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-ii-. [d] la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i-

[c] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [d] la Figure 3-iii-

[e] la Figure 3-ii- [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 6 ☐ b 7 ■ 4 ☐ d 1 ☐ e 2 ☐ f 3 ☐ g 5 ☐ h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

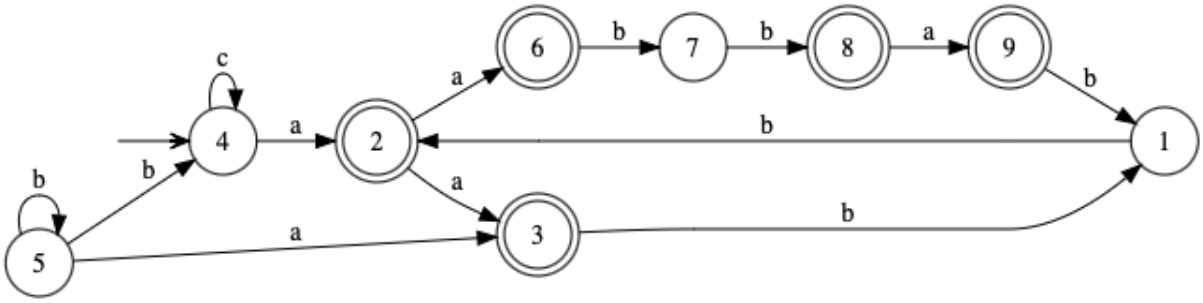
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

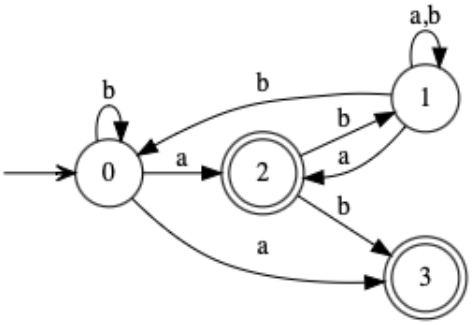
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

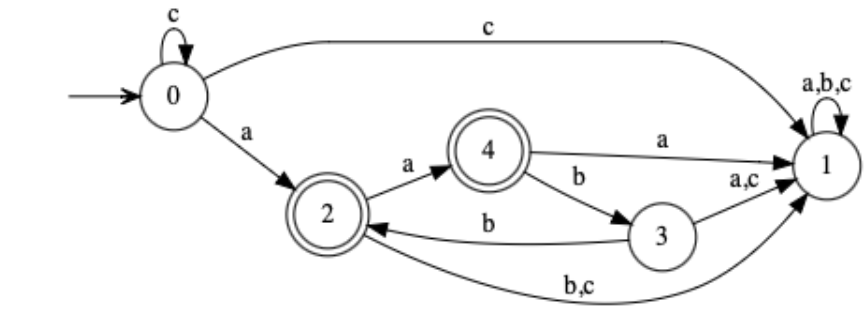


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

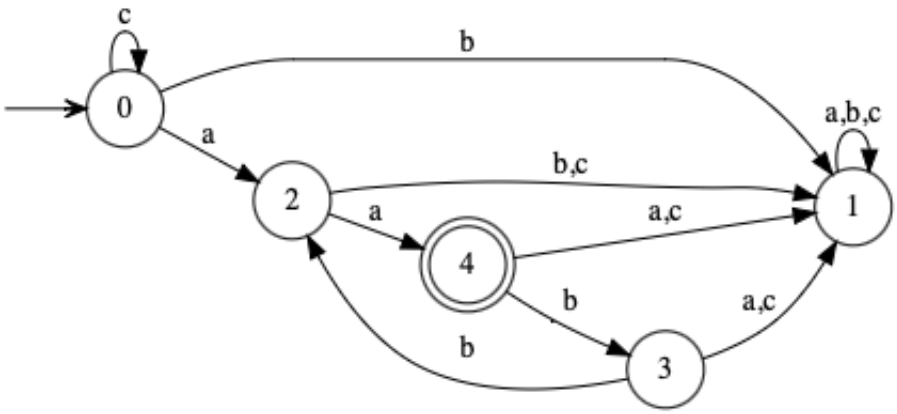


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

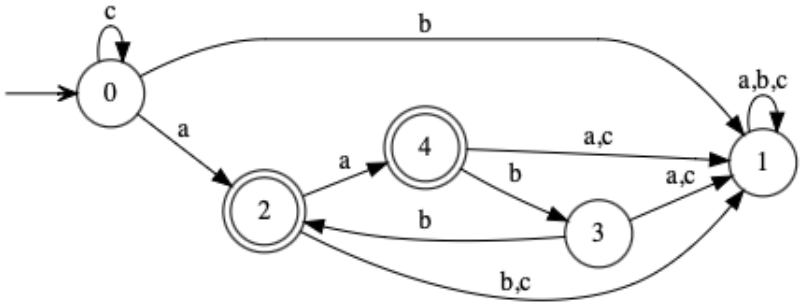
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



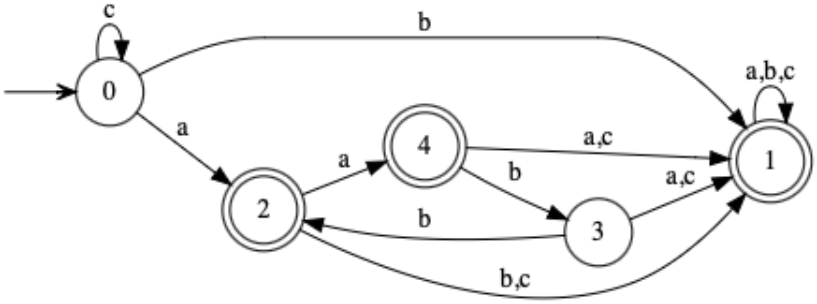
(-i-)



(-ii-)

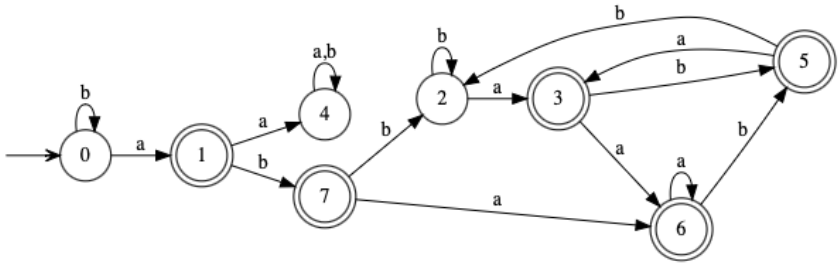


(-iii-)

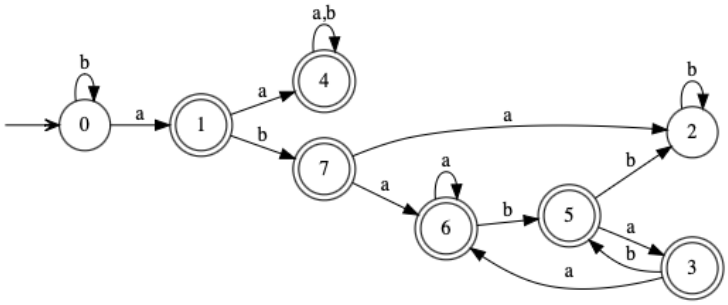


(-iv-)

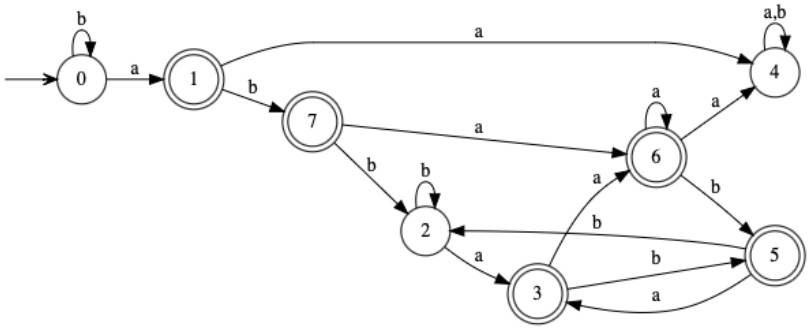
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



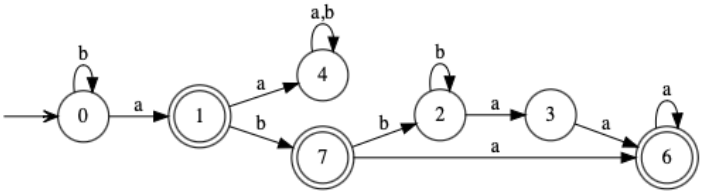
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+250/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 3 : ■ b c d e f g h

Question 4 : a ■ c d e f

Question 5 : ■ ■ c d e f ■ ■ i j

Question 6 : a b c d e ■

Question 7 : a ■ c d e

Question 8 : a b ■ d ■ ■ g h i

Question 9 : ■ b c d e f

Question 10 : a ■ c d e f

Question 11 : a b c ■ e f

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [b] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [c] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [d] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [e] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [h] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [i] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 32 états [c] 20 états [d] 8 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 6 états [b] 8 états [c] 2 états ■ 4 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[a] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[b] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[d] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[e] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 20 états [■] 16 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
[b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
[■] La longueur du mot vide est 0.
[d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
[f] La longueur du mot vide est 1.
[g] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[b] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[c] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
[d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-iv-. [b] la Figure 2-ii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[■] la Figure 2-iii-. [d] la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[■] la Figure 3-i- [b] la Figure 3-iii-
[c] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [d] la Figure 3-ii-
[e] la Figure 3-iv- [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a	3	■	4	c	2	d	0	e	1	f	7	g	5	h	6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

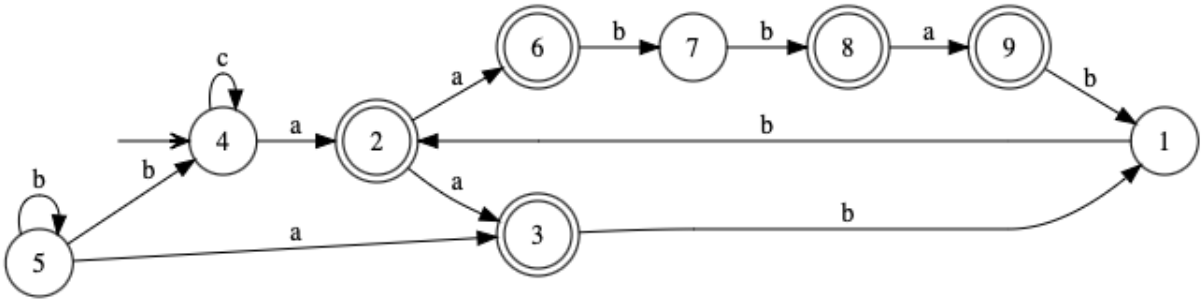
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

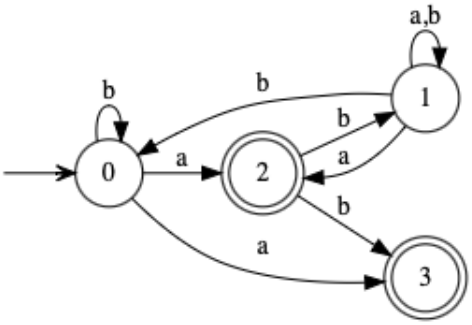
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

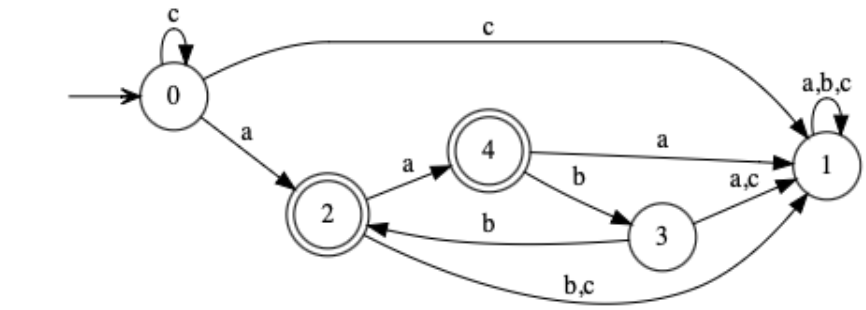


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

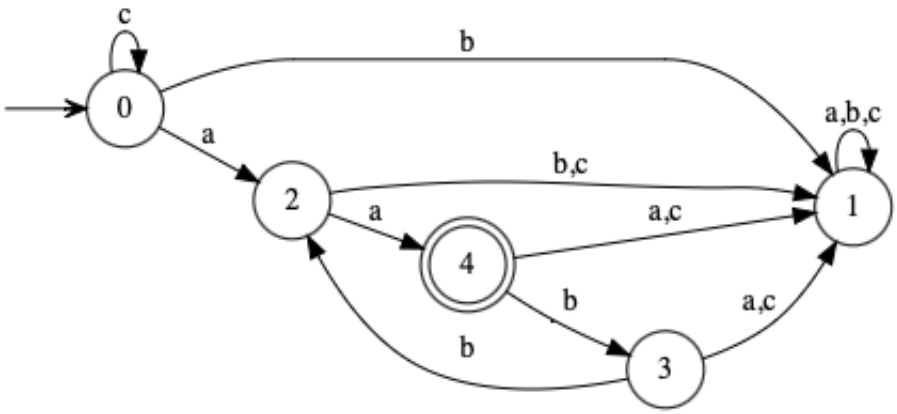


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

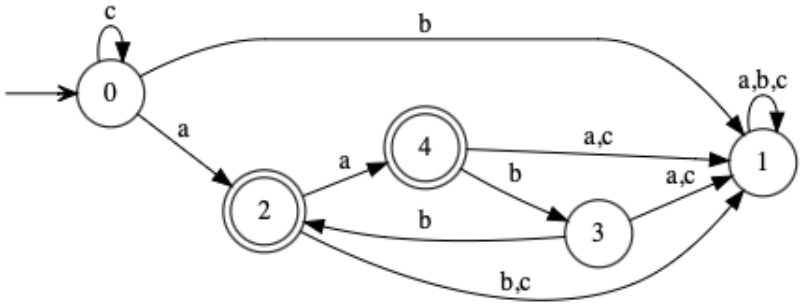
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



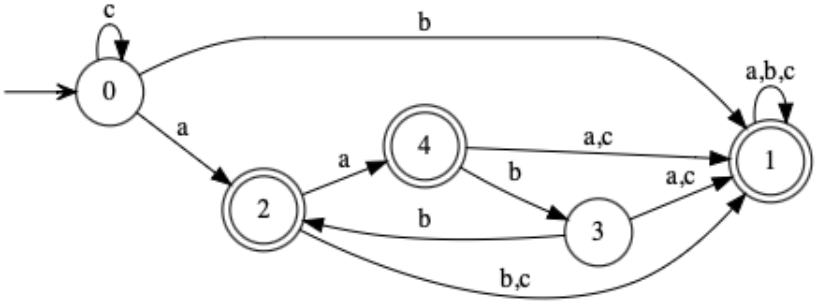
(-i-)



(-ii-)

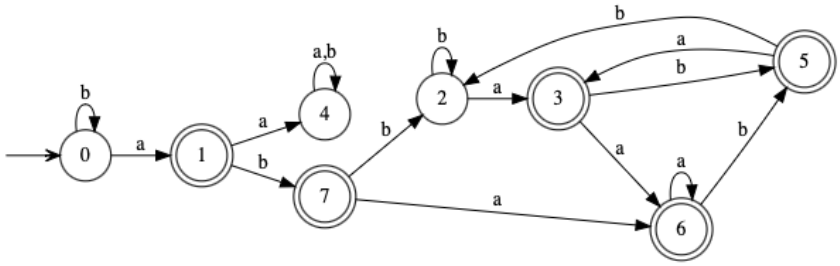


(-iii-)

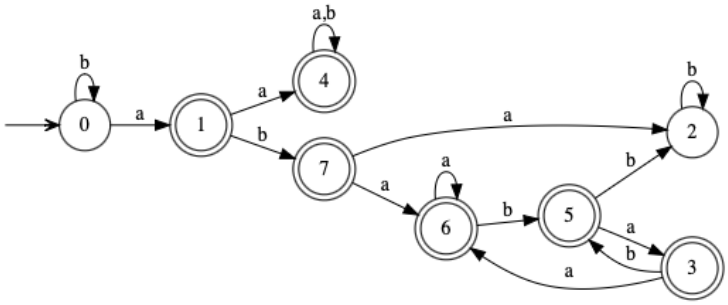


(-iv-)

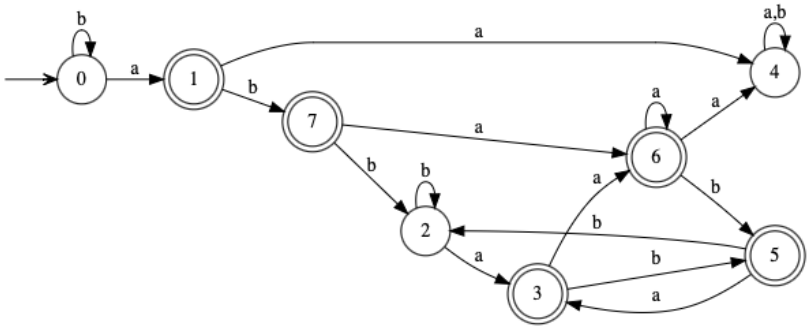
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



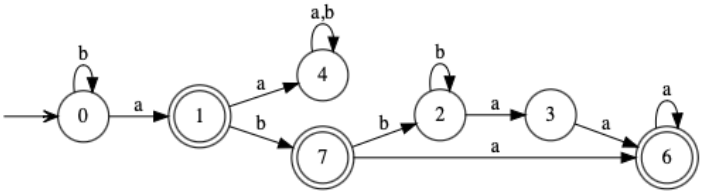
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+251/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e

Question 3 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 4 : a b c d e ■

Question 5 : a b c ■ e f

Question 6 : a b ■ d e f

Question 7 : a b ■ d e ■ ■ ■ i j

Question 8 : a b ■ d e f

Question 9 : a b c d e ■ g h

Question 10 : ■ b ■ d ■ f g h i

Question 11 : ■ b c d e f

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a ■ c d e f g h

Question 15 :

f i ab b *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 20 états [c] 8 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
[c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 2 états [c] 6 états [■] 4 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[b] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[c] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
[b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
[c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[■] La longueur du mot vide est 0.
[b] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
[c] La longueur du mot vide est 1.
[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
[e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
[g] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 20 états [■] 16 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

b Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

c Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

d Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

h Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

c Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

d Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

f Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

g Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

i Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-iii-
c la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i- e la Figure 3-iv-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 2 b 6 c 3 d 1 e 0 f 7 g 5 ■ 4

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

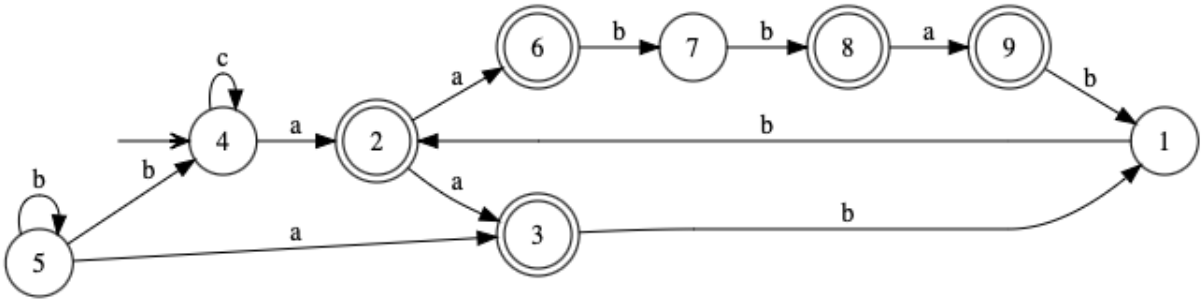
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

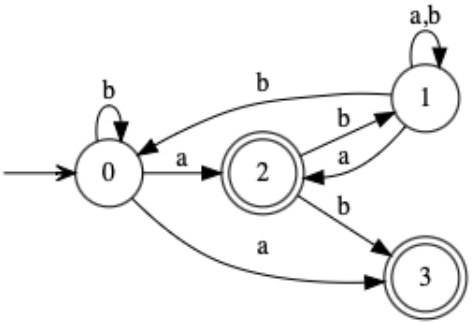
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

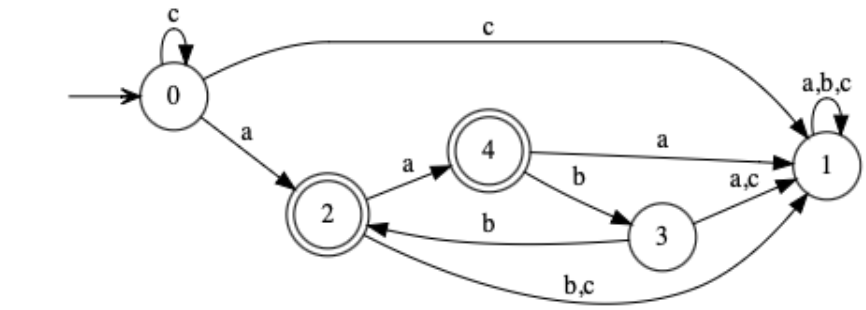


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

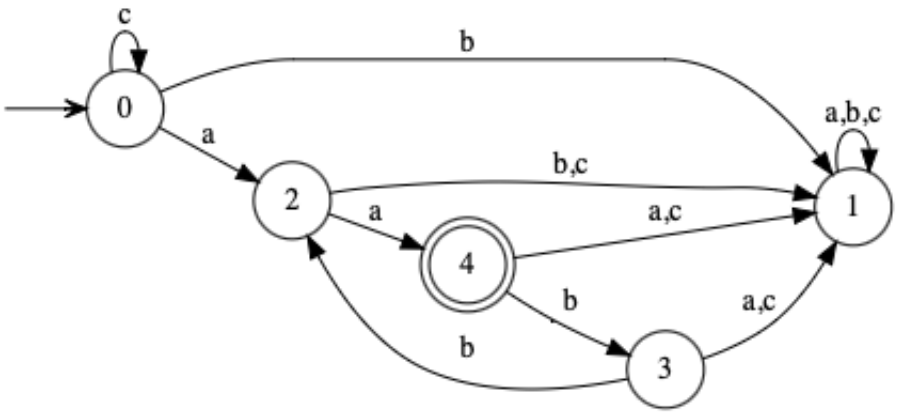


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

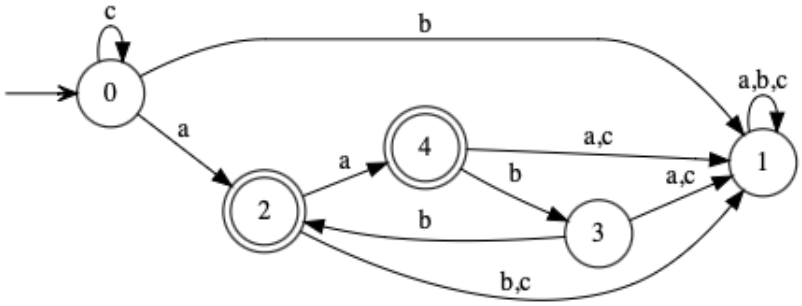
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



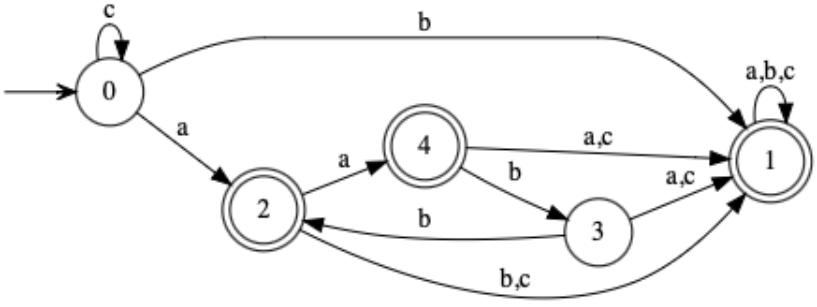
(-i-)



(-ii-)

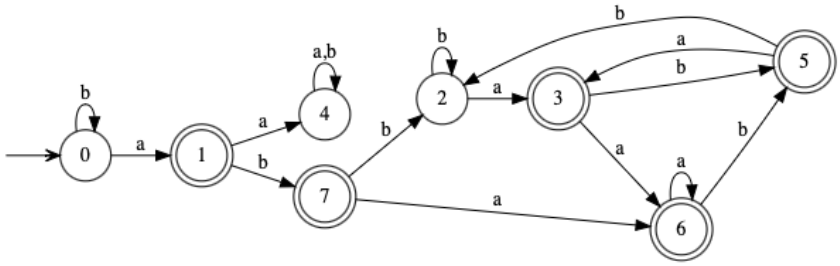


(-iii-)

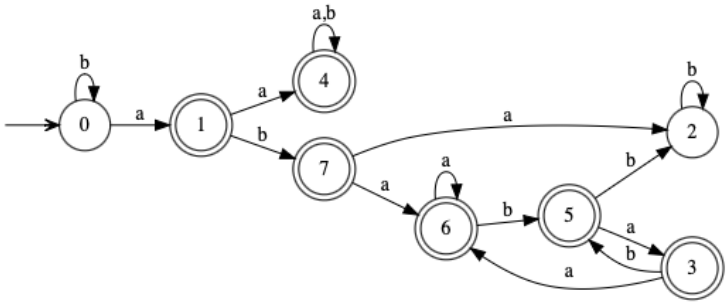


(-iv-)

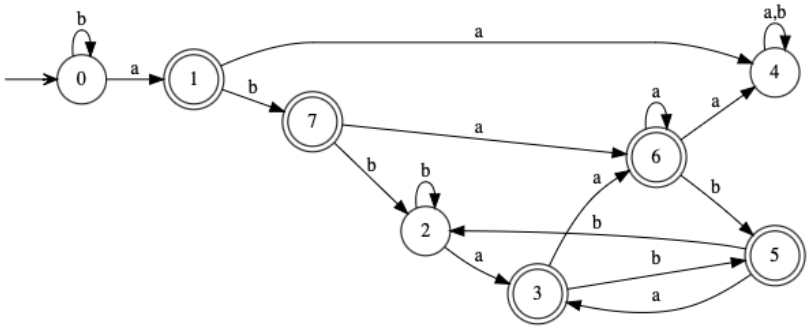
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



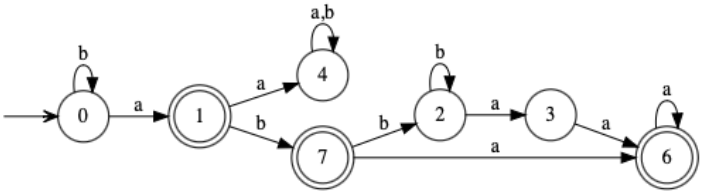
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+252/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e ■ g h

Question 3 : a b c d e ■

Question 4 : a ■ c d e

Question 5 : a b c ■ e f

Question 6 : a b c ■ e f

Question 7 : a b c ■ e f

Question 8 : ■ b c ■ e ■ g h i

Question 9 : a b ■ d e f

Question 10 : ■ b c d ■ ■ ■ h i j

Question 11 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b c d e f g ■

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [b] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [c] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [d] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [e] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [f] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [g] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [h] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [i] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

- [a] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
- [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
- [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
- [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
- [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
- [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 6 états c 2 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 32 états c 20 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La longueur du mot vide est 1.
b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
f Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
■ La longueur du mot vide est 0.
h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
b Les langages dénotés par A et B sont identiques.
c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [b] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [f] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [h] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 20 états [c] 8 états [d] 16 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-iv-. [■] la Figure 2-iii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-ii-. [d] la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iv- [b] la Figure 3-ii- [■] la Figure 3-i- [d] la Figure 3-iii-
[e] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 7 ☐ b 3 ☐ c 2 ☐ d 6 ■ 4 ☐ f 0 ☐ g 1 ☐ h 5

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

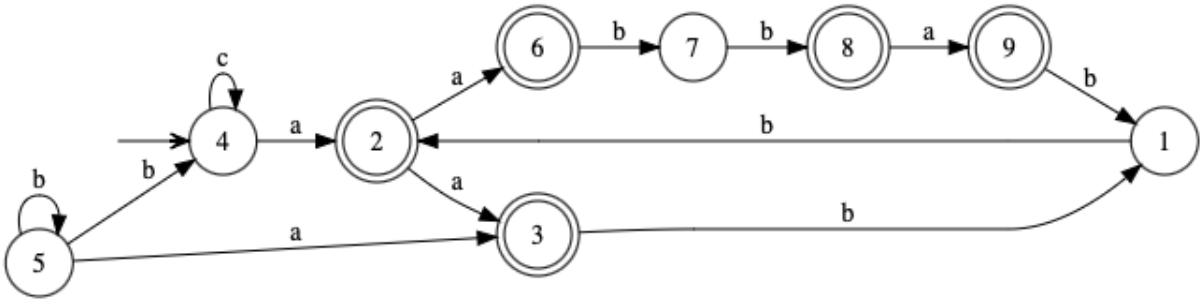
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

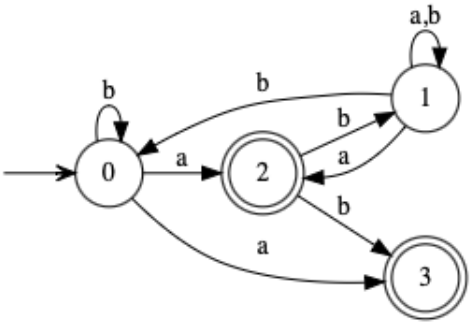
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

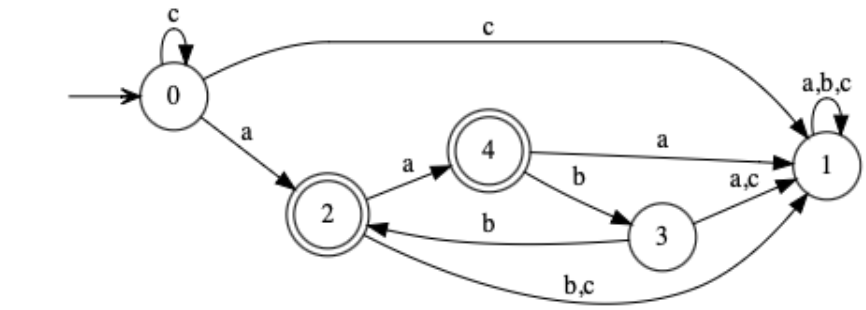


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

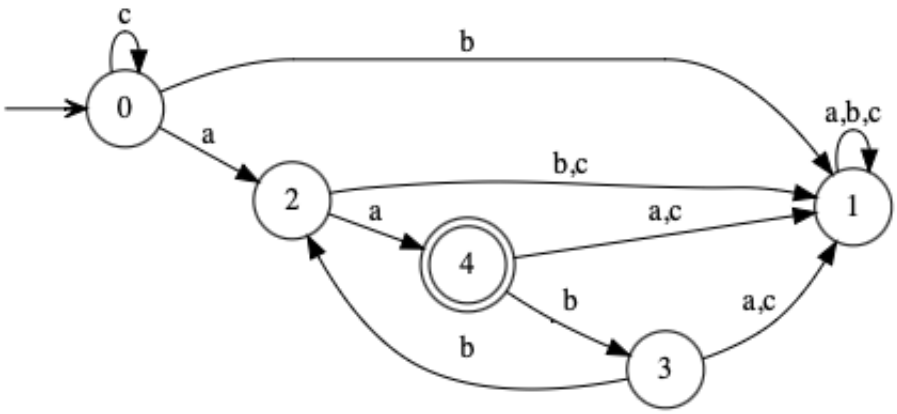


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

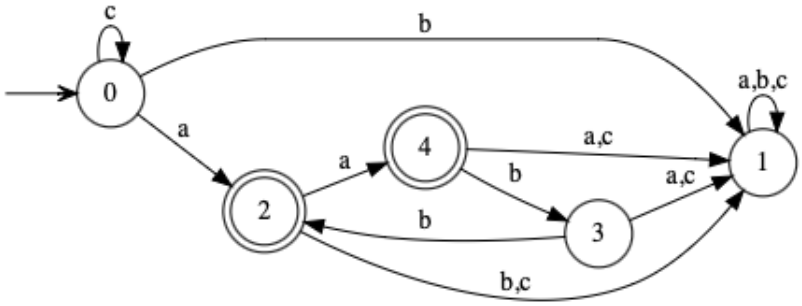
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



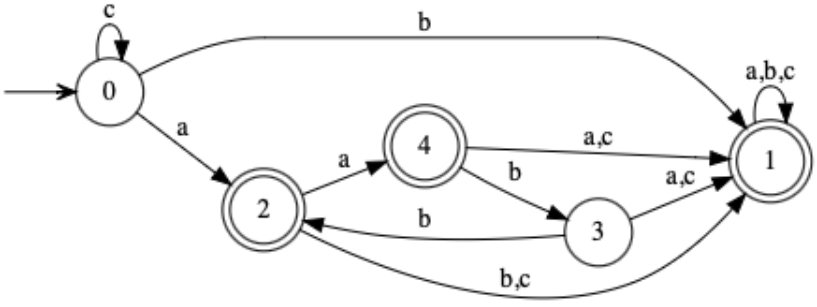
(-i-)



(-ii-)

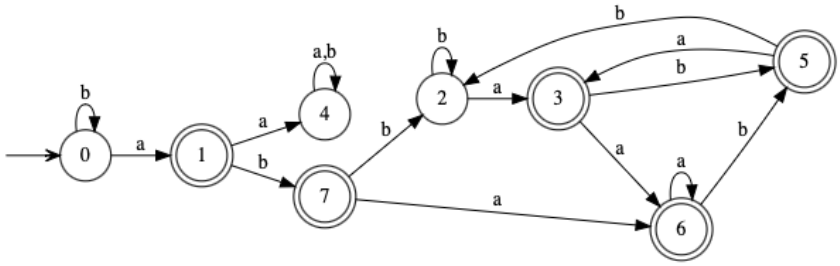


(-iii-)

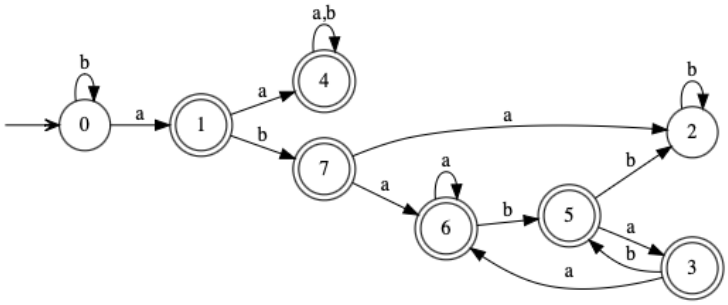


(-iv-)

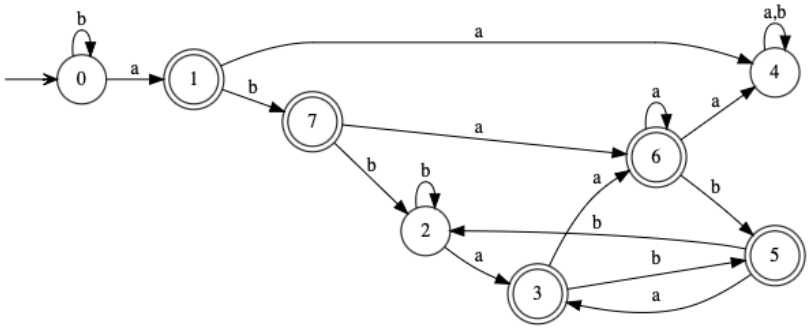
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



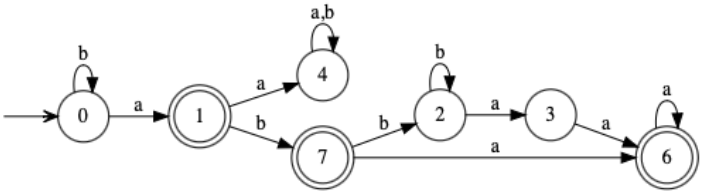
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+253/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 3 : a b c ■ e f g h

Question 4 : ■ b c d e f

Question 5 : ■ b c d e f

Question 6 : a b ■ d e

Question 7 : a b c ■ ■ f ■ h i

Question 8 : ■ b c d e f

Question 9 : a b ■ ■ ■ f ■ h i j

Question 10 : a b c d e ■

Question 11 : a b ■ d e f

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 8 états [c] 20 états [■] 16 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[c] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
[d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

c Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

d Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

e Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

i Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

j Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La longueur du mot vide est 0.

b La longueur du mot vide est 1.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

d Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

b Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

d Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

f Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états b 2 états c 8 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 8 états c 16 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont identiques.

d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-iv-

■ la Figure 3-i- d la Figure 3-iii- e la Figure 3-ii-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 3 ☐ b 1 ■ 4 ☐ d 6 ☐ e 0 ☐ f 5 ☐ g 7 ☐ h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

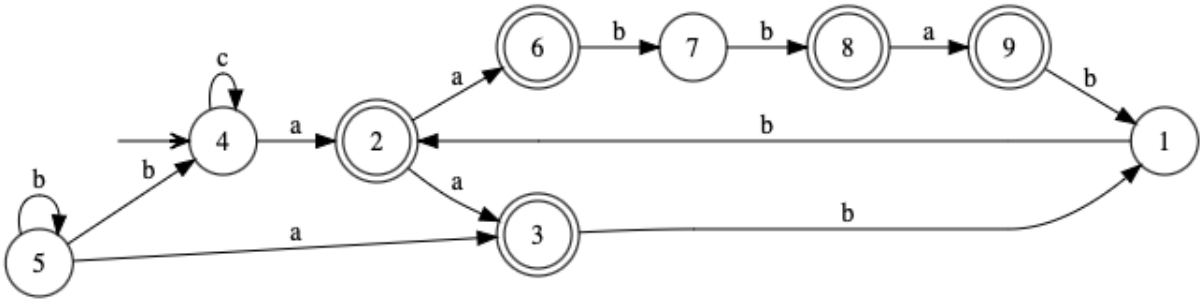
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

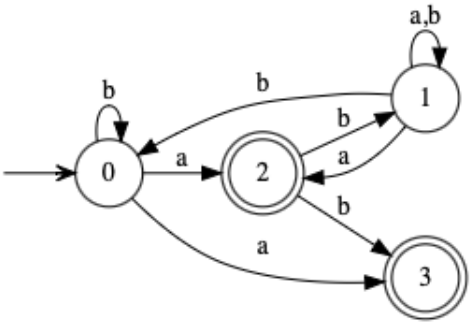
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

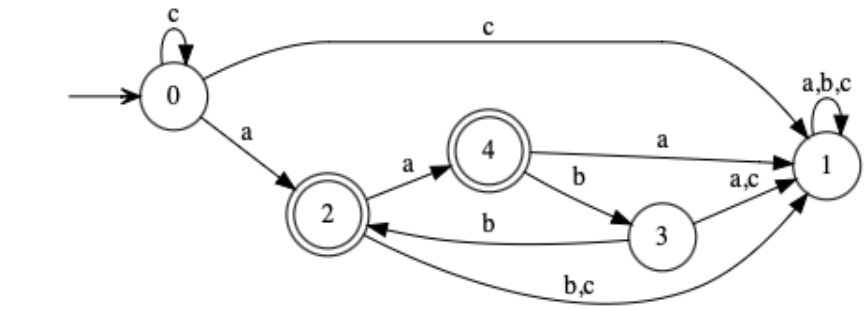


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

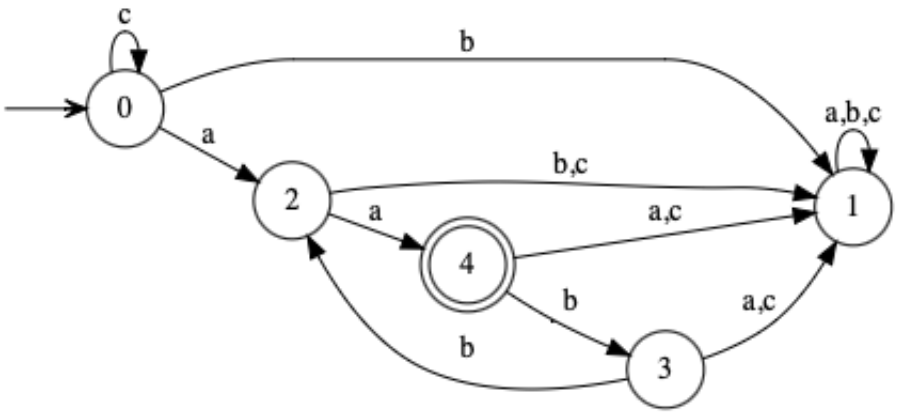


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

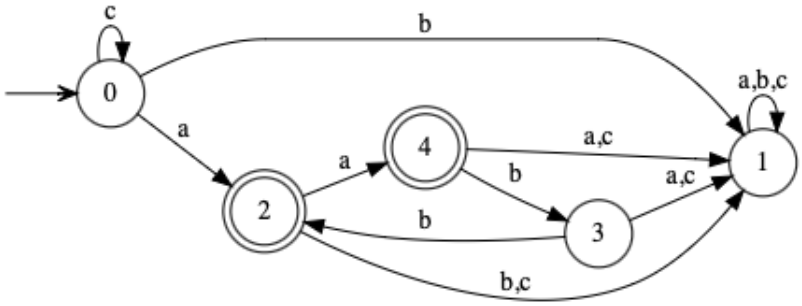
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



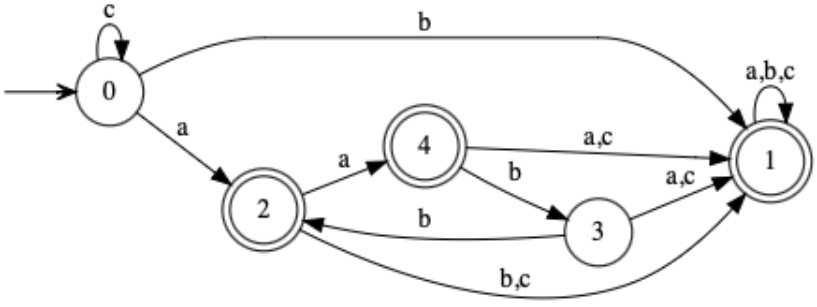
(-i-)



(-ii-)

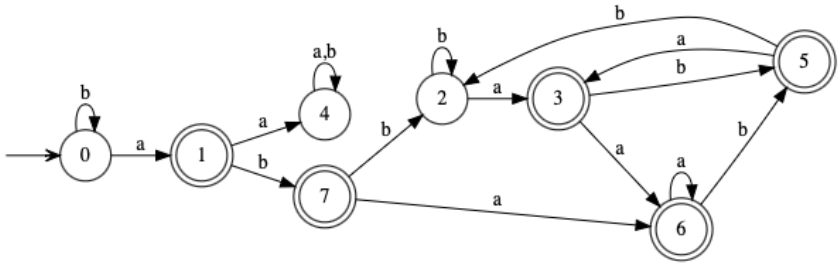


(-iii-)

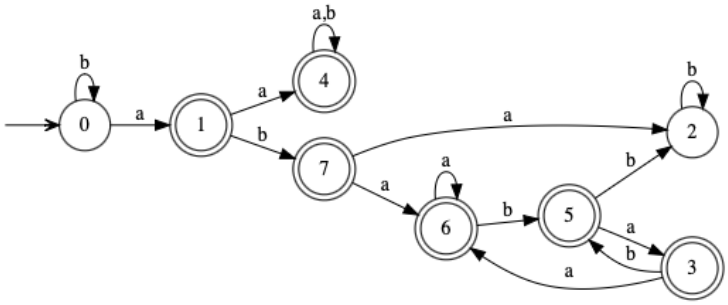


(-iv-)

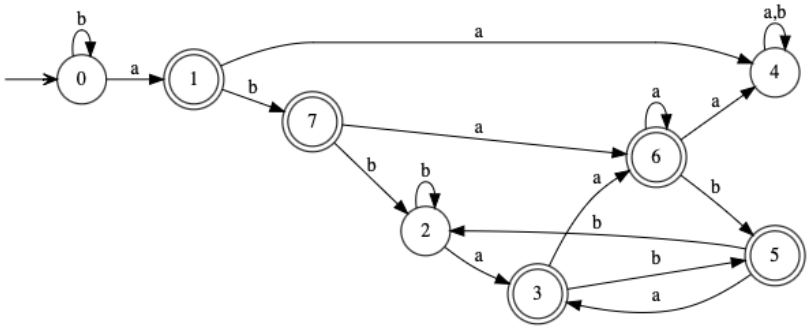
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



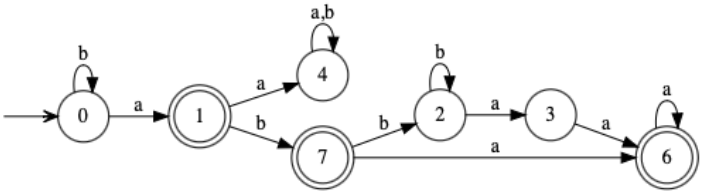
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+254/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c ■ e f

Question 3 : a ■ c d e f

Question 4 : a ■ c d e

Question 5 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 6 : ■ b ■ d e ■ g h i

Question 7 : a b ■ d ■ f ■ ■ i j

Question 8 : a b c ■ e f

Question 9 : a b c d e ■

Question 10 : a ■ c d e f

Question 11 : a ■ c d e f g h

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [■] 16 états [c] 20 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [b] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

☐ c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

☐ f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

☐ a 8 états ☐ b 16 états ☐ c 32 états ☐ d 20 états

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états ☐ b 2 états ☐ c 8 états ☐ d 6 états

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

☐ f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

☐ c Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

☐ d Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

☐ f Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

☐ g Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

☐ j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. ☐ b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. ☐ c $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

☐ d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ☐ e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ☐ f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

☐ g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

☐ h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

☐ a La longueur du mot vide est 1.

☐ b Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

b Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

c Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

d Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

f Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

g Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-iv-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-ii-
c la Figure 3-iv- d la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 5 b 7 c 3 d 0 e 6 f 1 ■ 4 h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

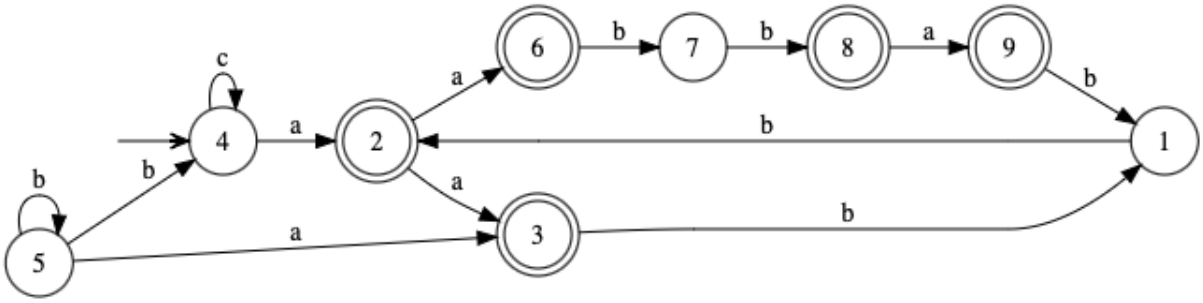
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

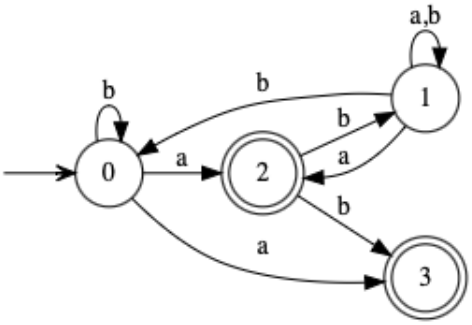
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

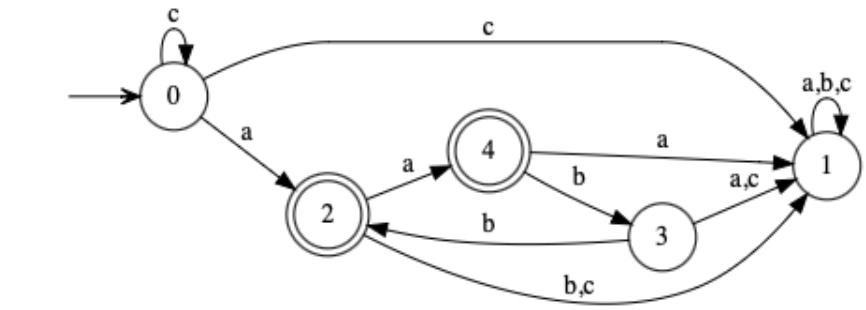


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

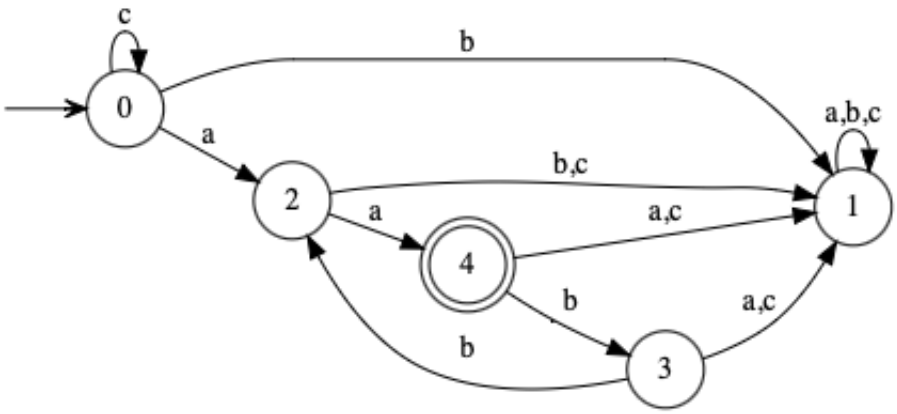


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

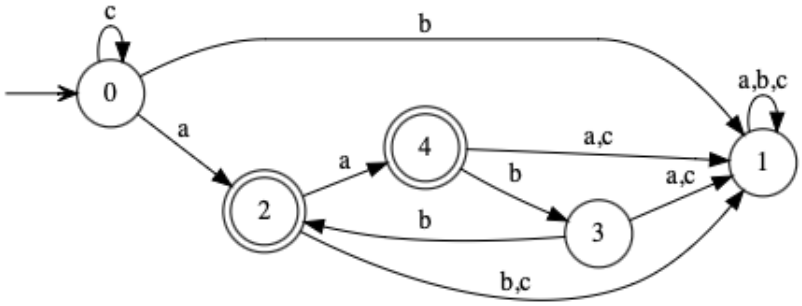
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



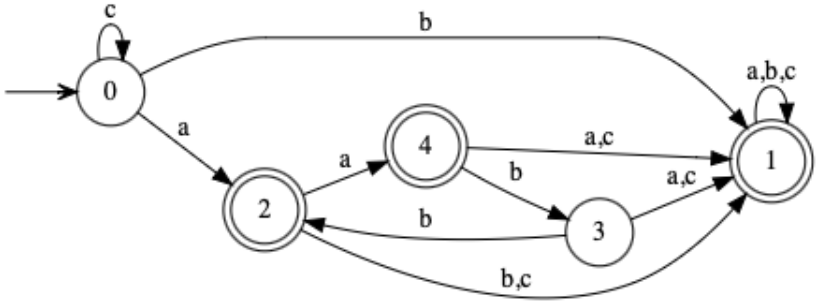
(-i-)



(-ii-)

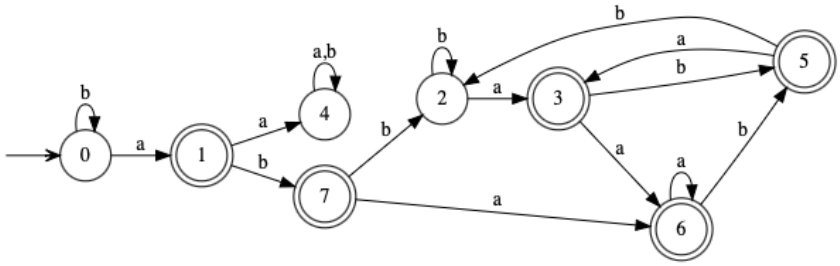


(-iii-)

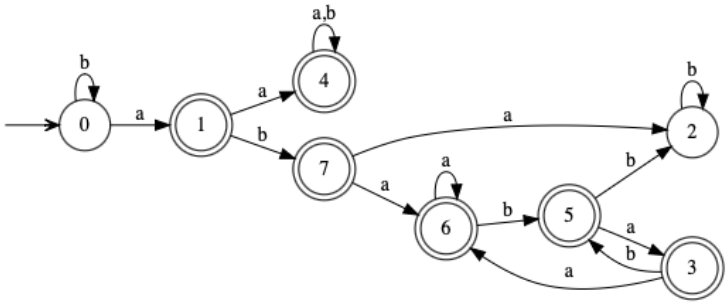


(-iv-)

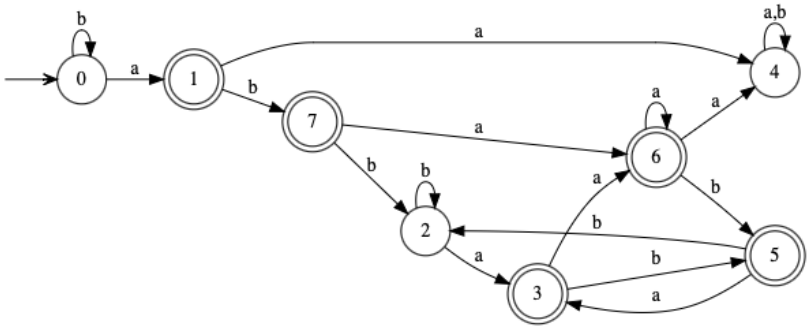
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



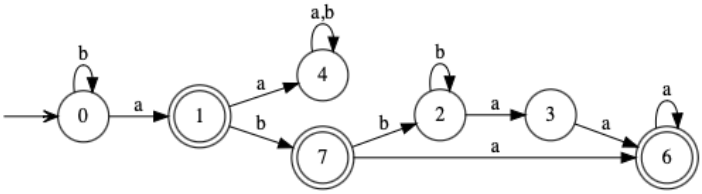
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+255/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e

Question 3 : a ■ c d e f

Question 4 : a b c ■ e f

Question 5 : a b c d e ■

Question 6 : ■ b c d e f

Question 7 : ■ ■ c d ■ f g ■ i j

Question 8 : ■ b c d e f g h

Question 9 : a b ■ ■ e f ■ h i

Question 10 : ■ b c d e f

Question 11 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d e f ■ h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 : f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- ■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [d] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [f] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [g] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [h] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [j] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

[b] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

[c] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[a] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[f] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[h] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états [b] 32 états [c] 8 états [d] 20 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 2 états [b] 6 états [c] 8 états [■] 4 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 16 états [c] 8 états [d] 20 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
[b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
[c] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
[d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
[b] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
[c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
[■] La longueur du mot vide est 0.
[g] La longueur du mot vide est 1.
[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-i-. [■] la Figure 2-iii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-iv-. [d] la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iii- [b] la Figure 3-iv- [■] la Figure 3-i-
[d] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [e] la Figure 3-ii-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 3 ■ 4 ☐ c 1 ☐ d 7 ☐ e 0 ☐ f 2 ☐ g 5 ☐ h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

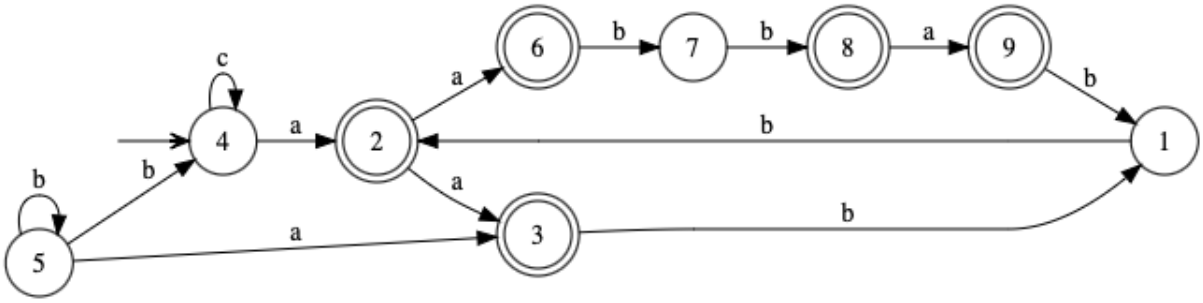
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

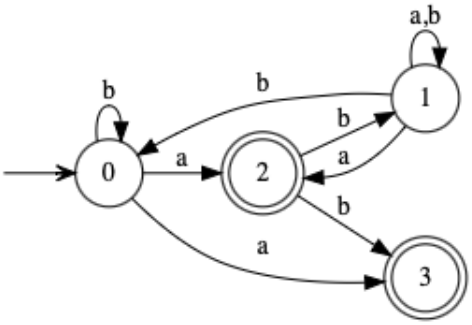
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

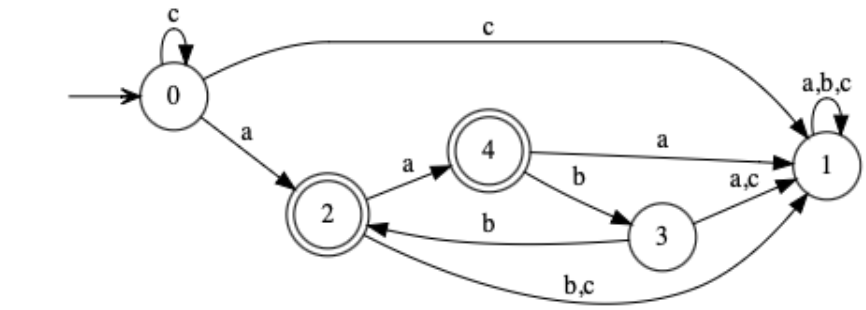


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

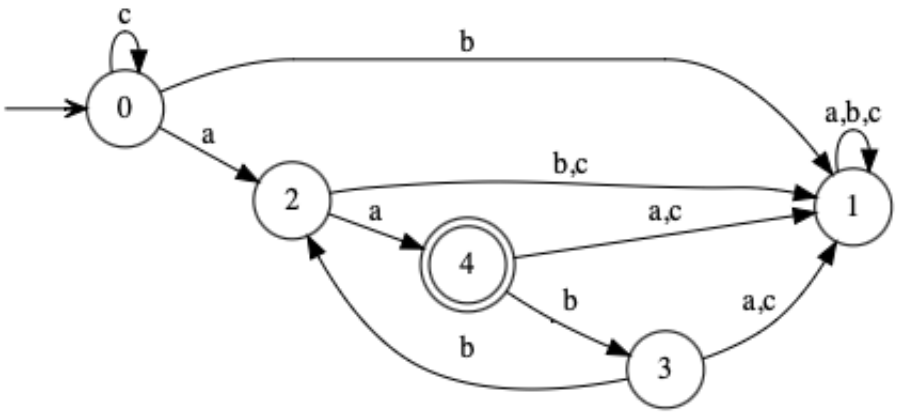


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

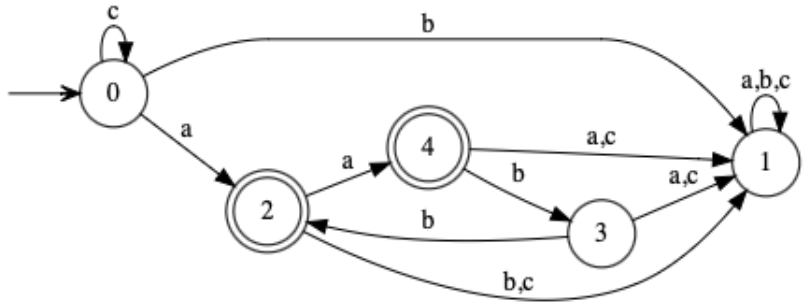
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



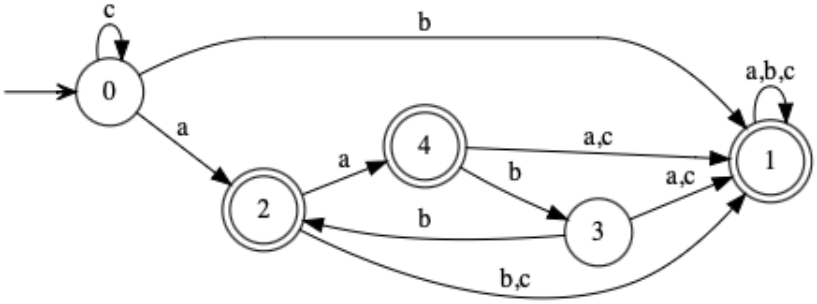
(-i-)



(-ii-)

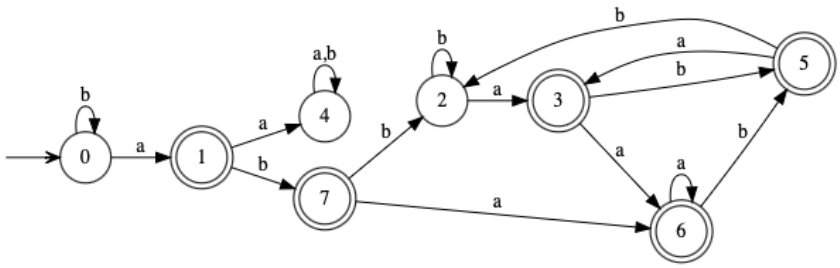


(-iii-)

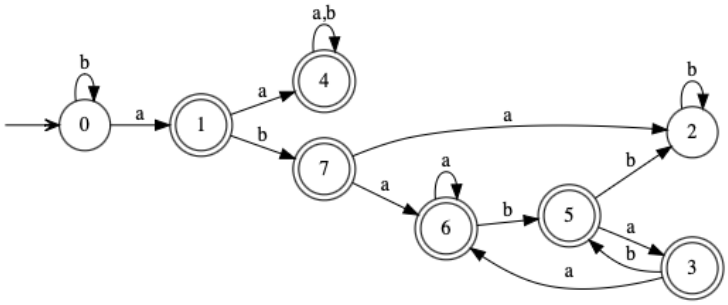


(-iv-)

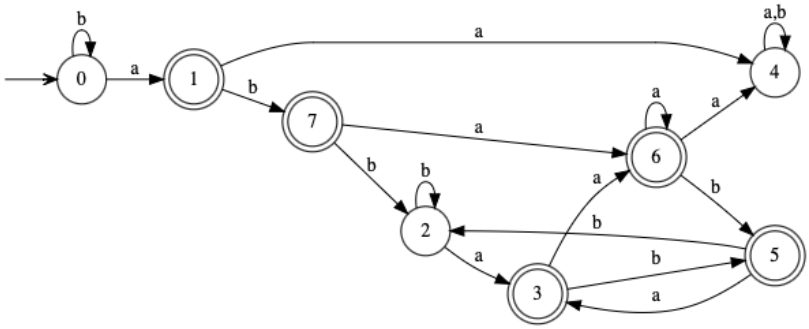
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



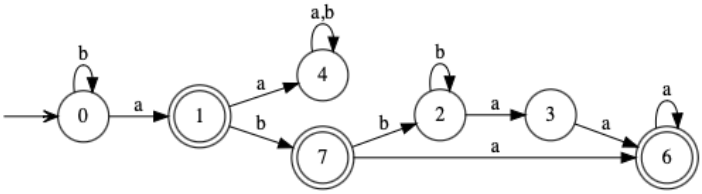
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+256/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e

Question 3 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 4 : a b c ■ e f

Question 5 : a ■ ■ d ■ f ■ h i j

Question 6 : ■ b c d e f

Question 7 : ■ b c d e f g h

Question 8 : a b c ■ e f

Question 9 : a b c d e ■

Question 10 : ■ b c d e f

Question 11 : a b c ■ ■ ■ g h i

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a ■ c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [c] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [e] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [f] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [g] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [h] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [i] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 16 états [c] 20 états [d] 32 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [f] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [g] La longueur du mot vide est 1.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 2 états [b] 8 états [c] 6 états [■] 4 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 32 états c 8 états ■ 16 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
c Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
e Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
h Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 3-iv- c la Figure 3-ii-
d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 7 ☐ b 5 ☐ c 0 ■ 4 ☐ e 6 ☐ f 1 ☐ g 2 ☐ h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

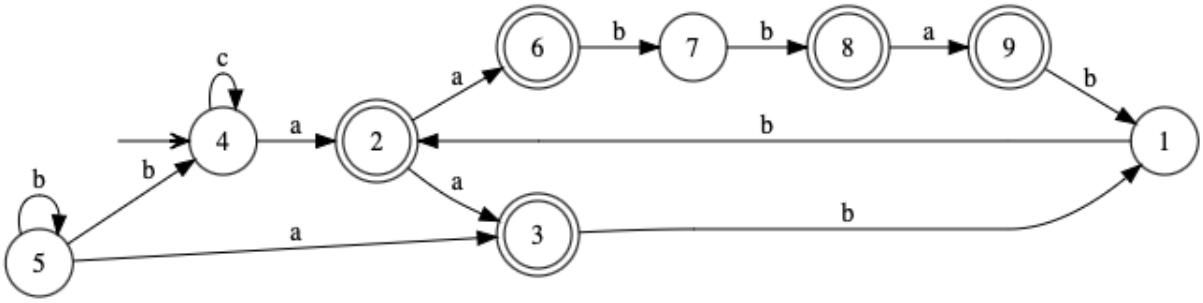
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

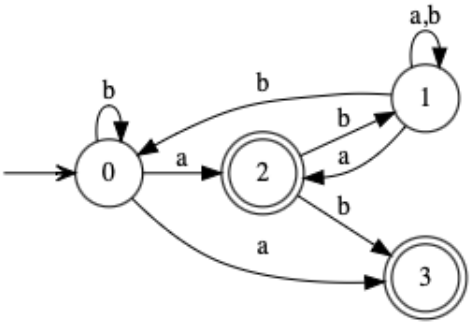
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

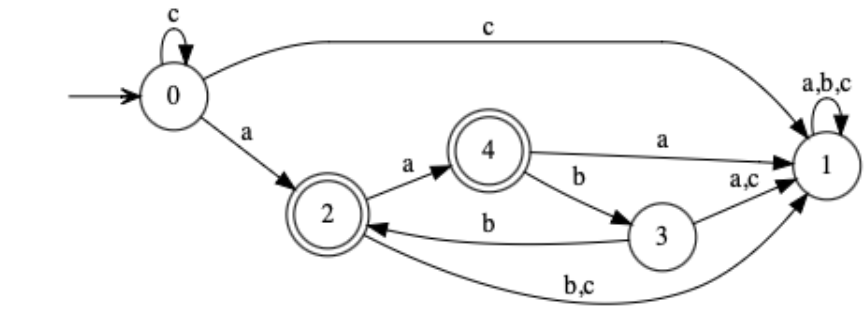


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

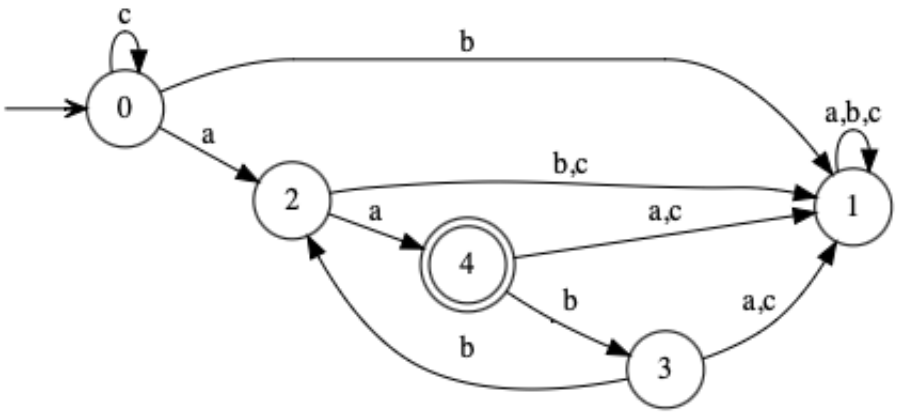


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

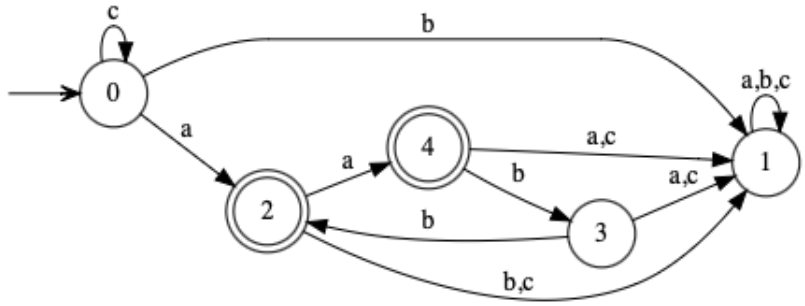
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



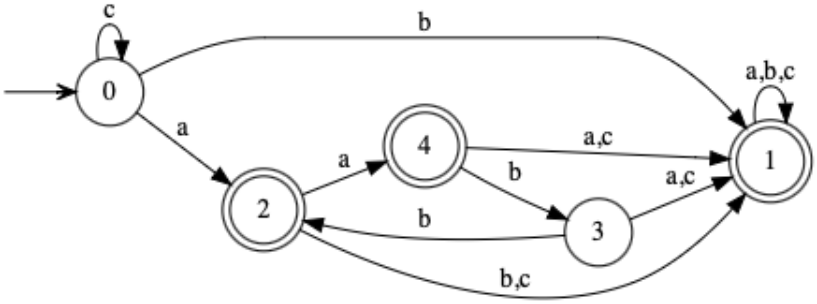
(-i-)



(-ii-)

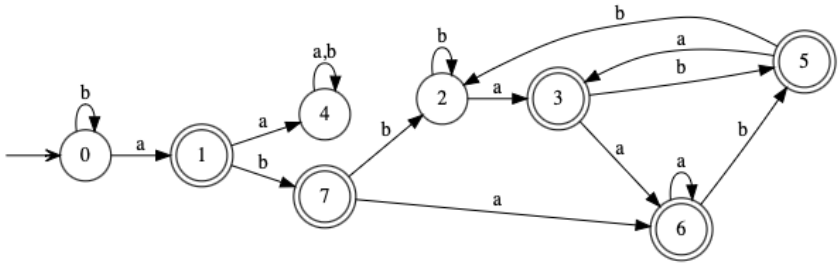


(-iii-)

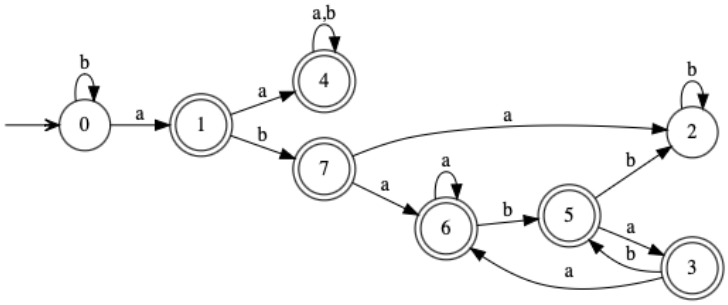


(-iv-)

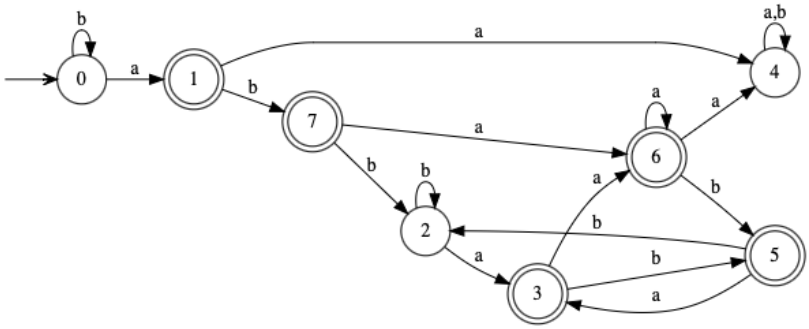
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



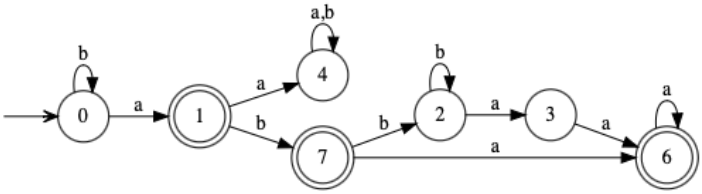
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+257/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 3 : a b c d e ■

Question 4 : a ■ c d e f

Question 5 : a ■ ■ ■ e f g h i

Question 6 : a ■ c d e f

Question 7 : a b c ■ e f

Question 8 : a ■ c d e

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : a b c d ■ f g h

Question 11 : a ■ c ■ e ■ ■ h i j

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [b] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [c] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [d] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [e] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [g] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [i] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [j] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [c] La longueur du mot vide est 1.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La longueur du mot vide est 0.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

b Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

c Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

e Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont identiques.

c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 20 états ■ 16 états d 32 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états b 8 états ■ 4 états d 2 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
c Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
d Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 16 états c 20 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i- c la Figure 3-iii- d la Figure 3-iv-
e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 2 ☐ b 5 ☐ c 6 ■ 4 ☐ e 3 ☐ f 7 ☐ g 0 ☐ h 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

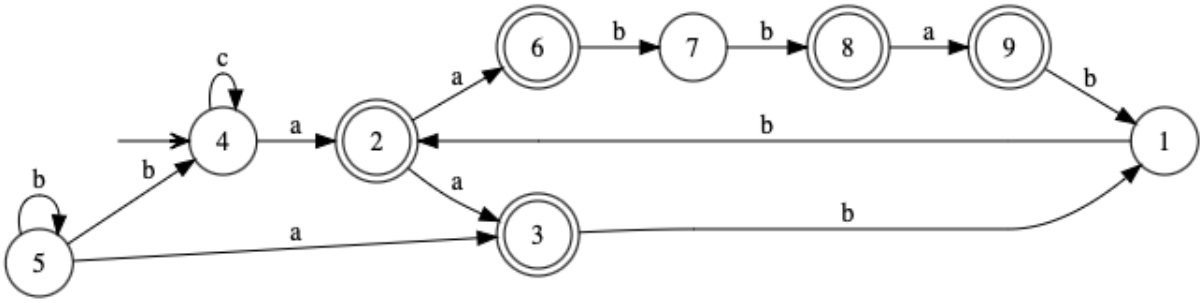
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

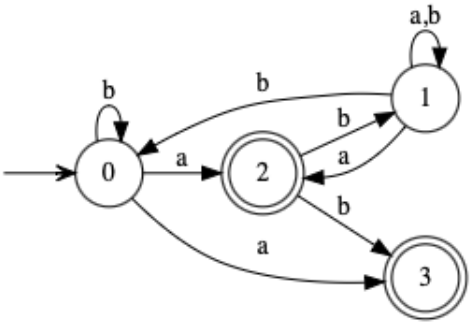
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

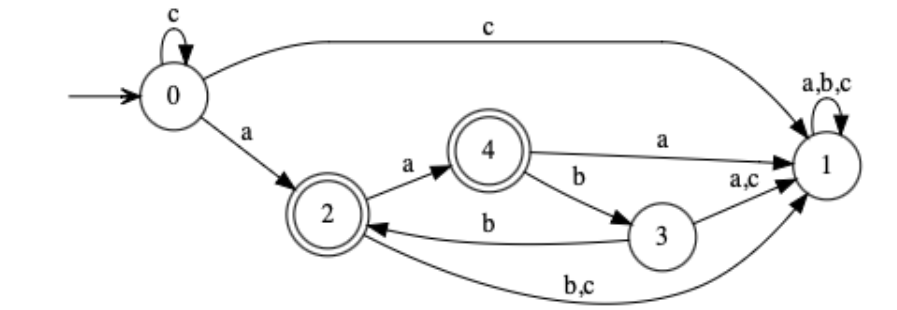


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

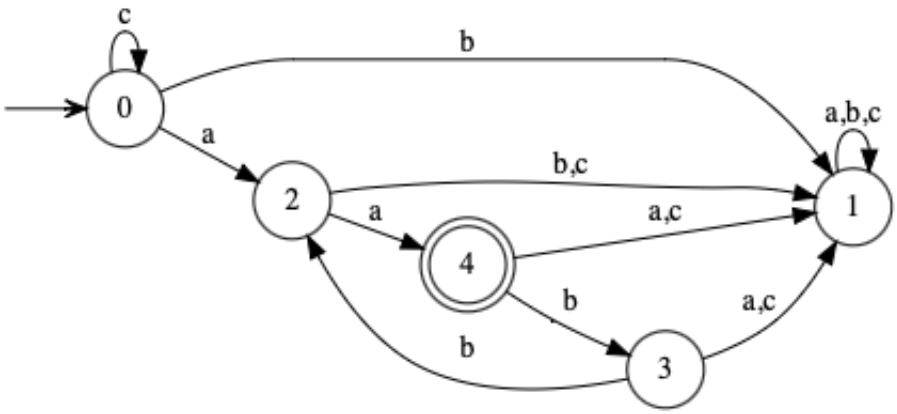


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

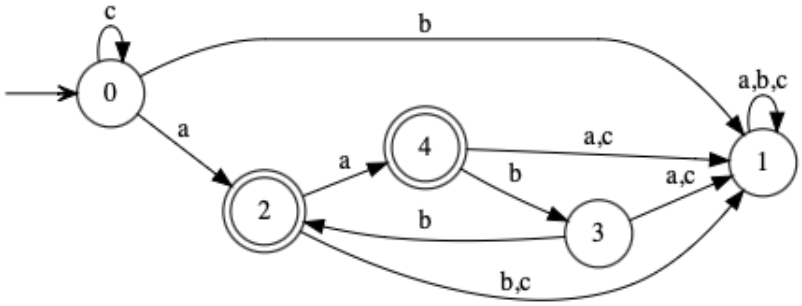
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



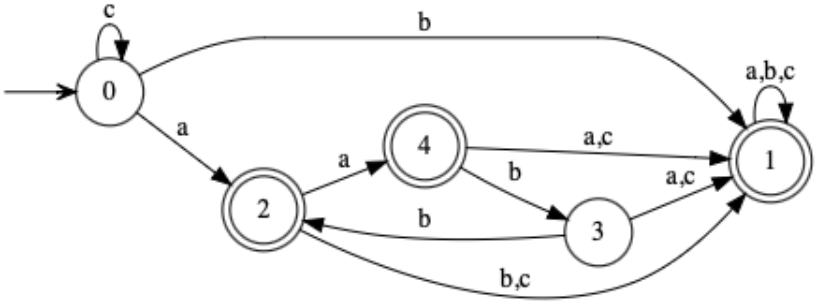
(-i-)



(-ii-)

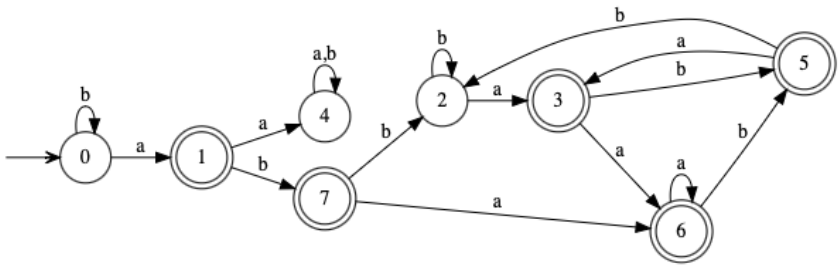


(-iii-)

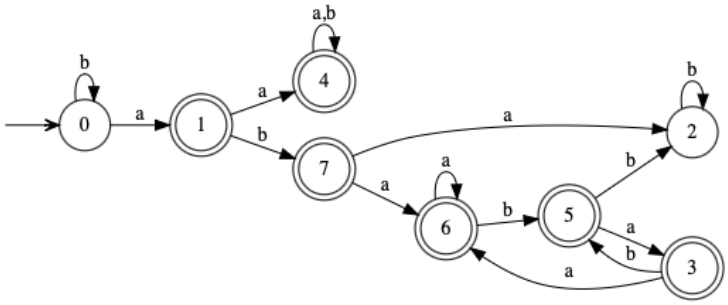


(-iv-)

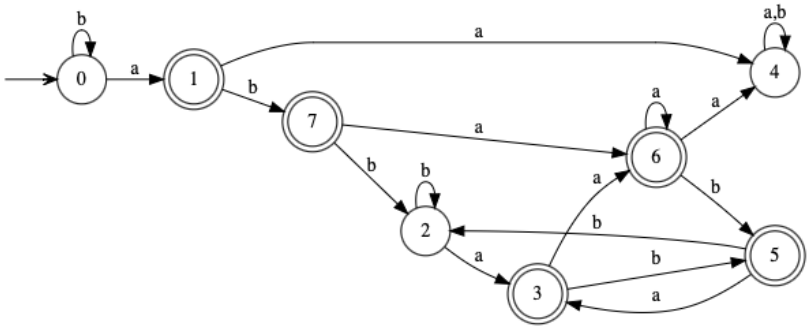
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



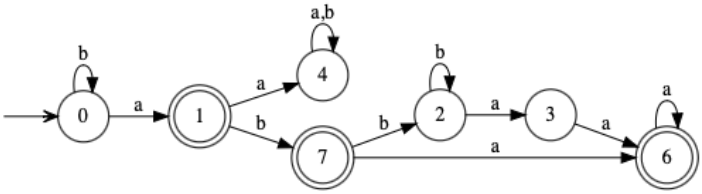
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+258/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 3 : a ■ c ■ e ■ g h i

Question 4 : a b c ■ e f g h

Question 5 : ■ b c d e

Question 6 : a b c ■ e ■ ■ ■ i j

Question 7 : ■ b c d e f

Question 8 : a b ■ d e f

Question 9 : a b ■ d e f

Question 10 : a ■ c d e f

Question 11 : a b c d e ■

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [d] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [g] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [h] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états ■ b 6 états ■ 4 états d 2 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
■ La longueur du mot vide est 0.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
f Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
g La longueur du mot vide est 1.
h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
b Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
c Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
d Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
i Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
j Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 7 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états ■ 16 états c 20 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 20 états [c] 16 états [d] 8 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

[b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

[c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-i-. [b] la Figure 2-iv-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

[■] la Figure 2-iii-. [d] la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i-
[c] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [d] la Figure 3-iv-
[e] la Figure 3-ii- [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

[a] 6 [b] 2 [c] 0 [d] 3 [e] 7 [f] 5 ■ 4 [h] 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

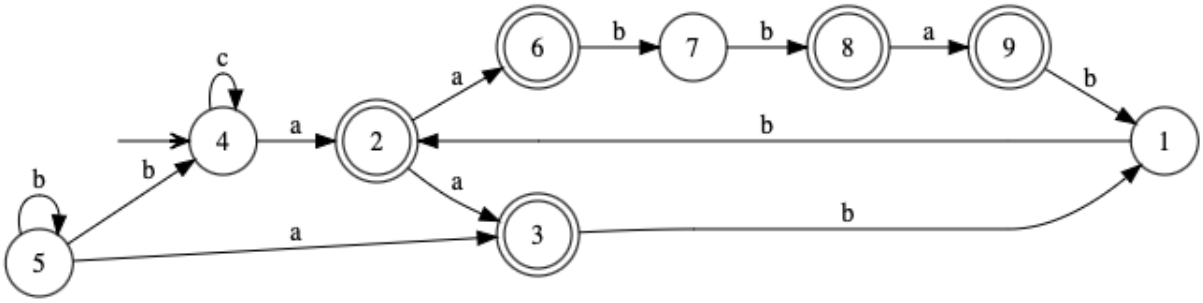
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

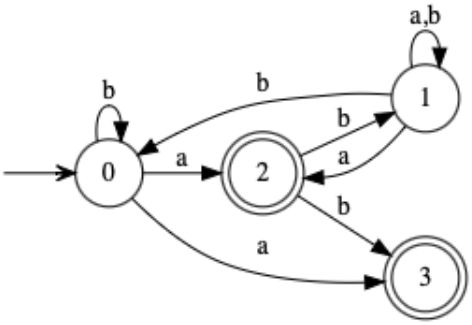
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

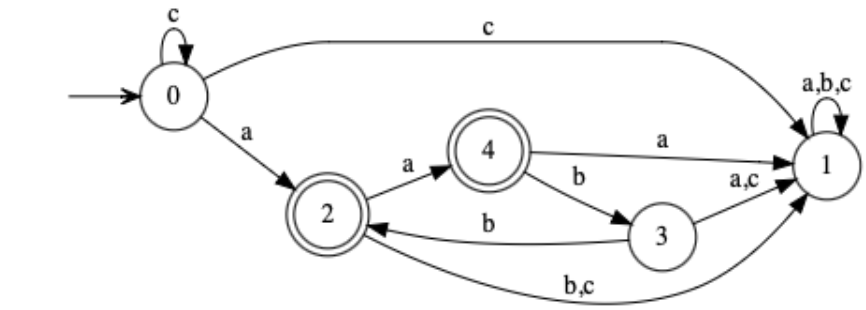


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

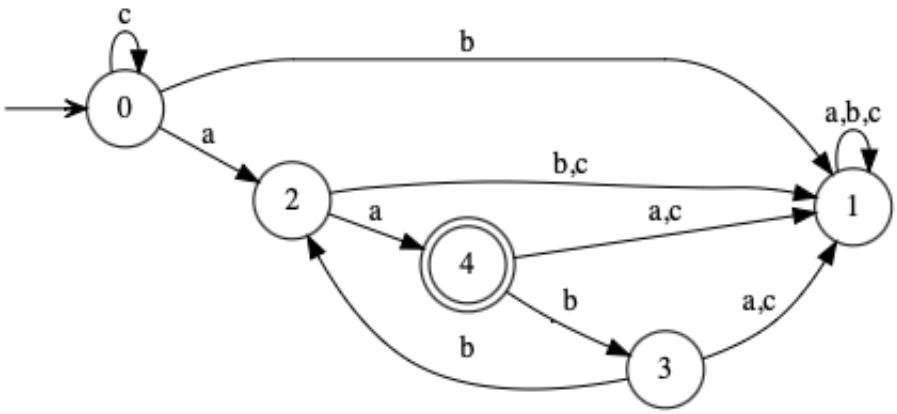


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

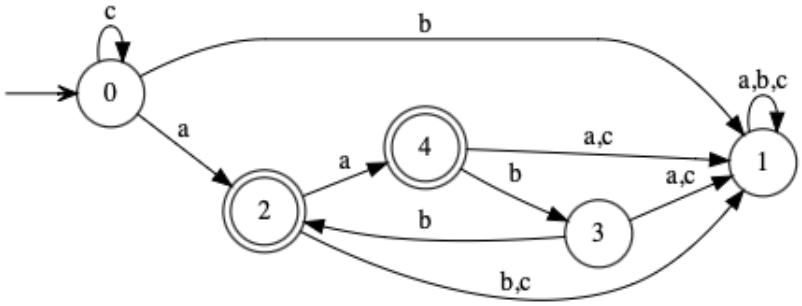
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



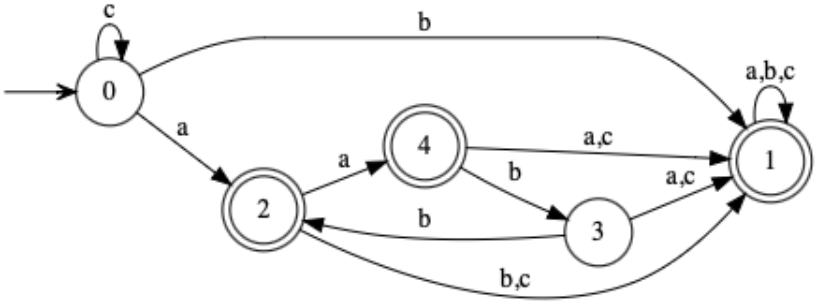
(-i-)



(-ii-)

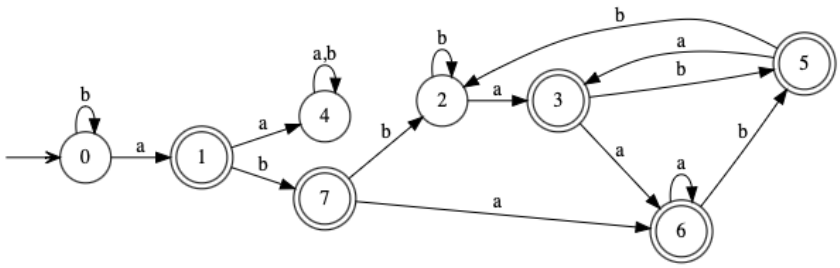


(-iii-)

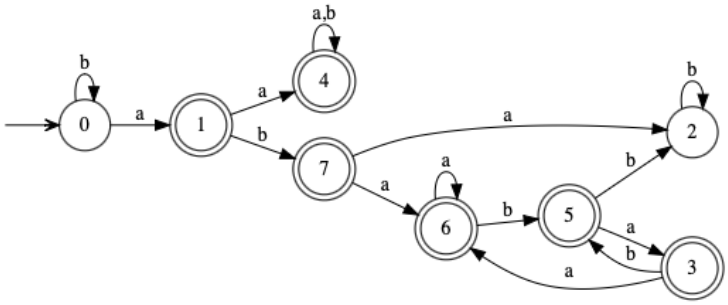


(-iv-)

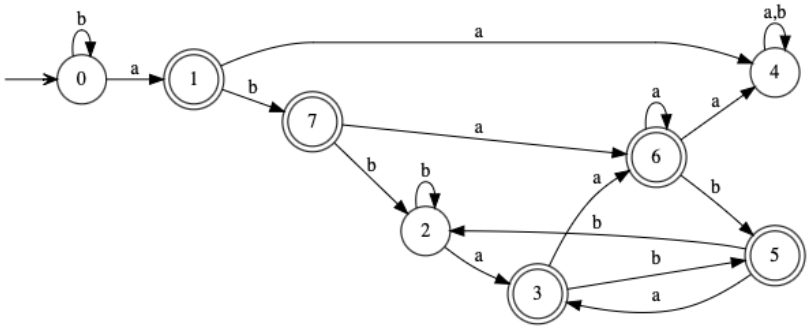
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



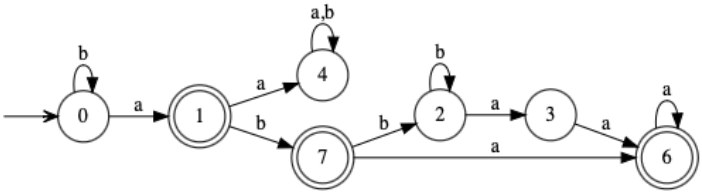
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+259/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ ■ c d ■ ■ g h i j

Question 3 : a b ■ d e f

Question 4 : a b ■ ■ ■ f g h i

Question 5 : ■ b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 7 : a ■ c d e f

Question 8 : a ■ c d e

Question 9 : a b c d e ■

Question 10 : a ■ c d e f

Question 11 : a b c ■ e f

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c d e f ■ h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 8 états ■ 16 états d 32 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états b 2 états c 8 états ■ 4 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [c] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [d] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [f] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [g] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [d] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [e] La longueur du mot vide est 1.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [g] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 16 états c 32 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

d Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

e Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

g Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

i Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

j Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i- c la Figure 3-ii-

d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe e la Figure 3-iii-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 6 ☐ b 3 ■ 4 ☐ d 5 ☐ e 7 ☐ f 0 ☐ g 2 ☐ h 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

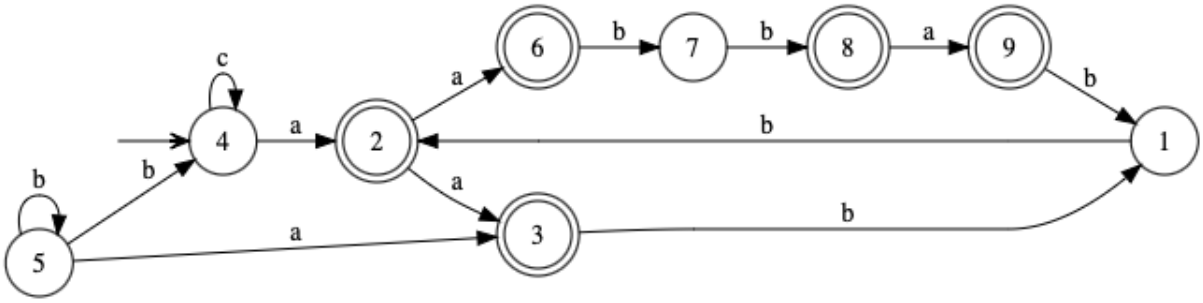
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

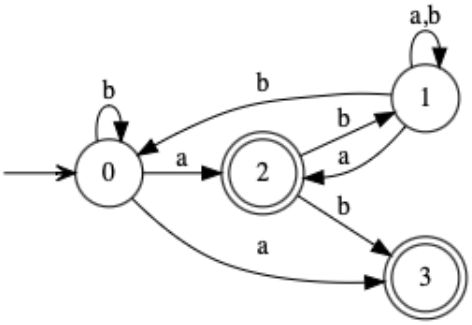
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

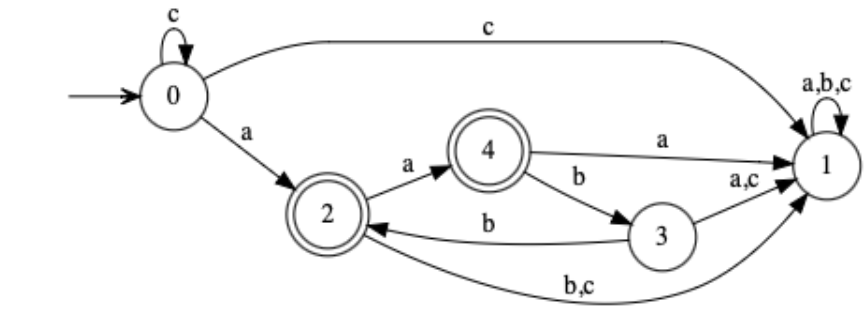


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

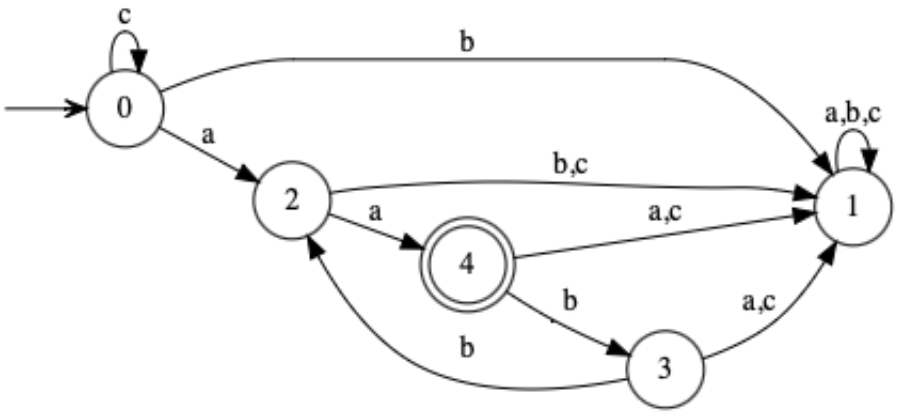


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

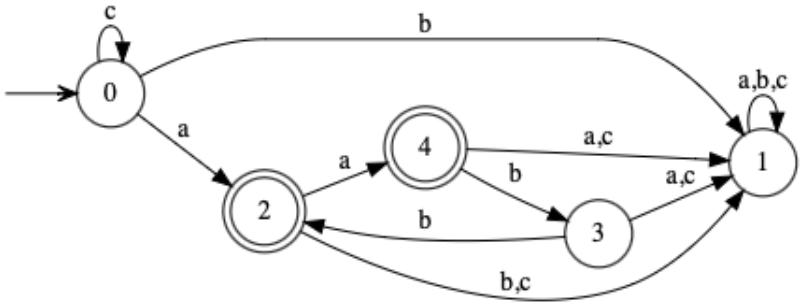
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



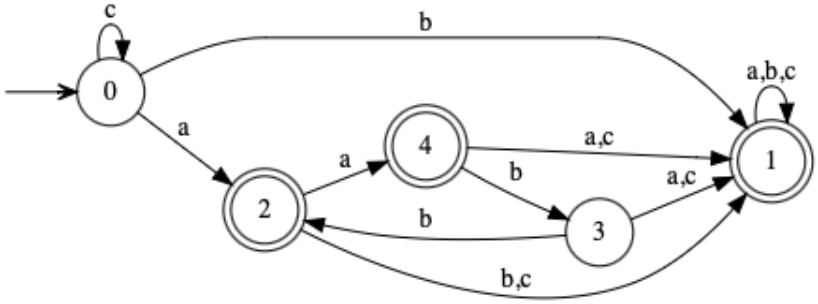
(-i-)



(-ii-)

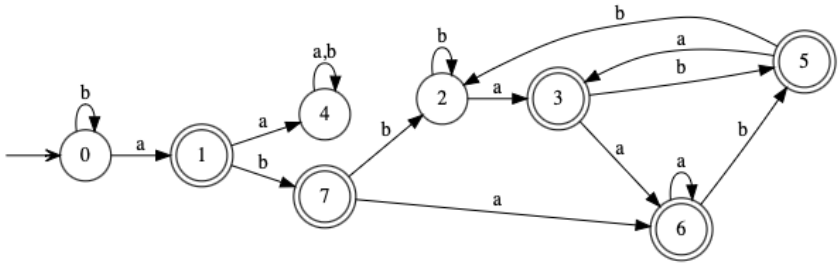


(-iii-)

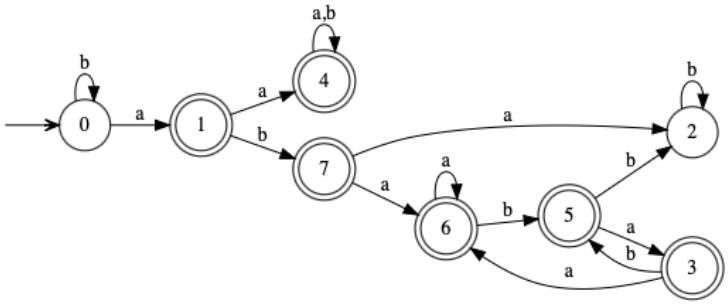


(-iv-)

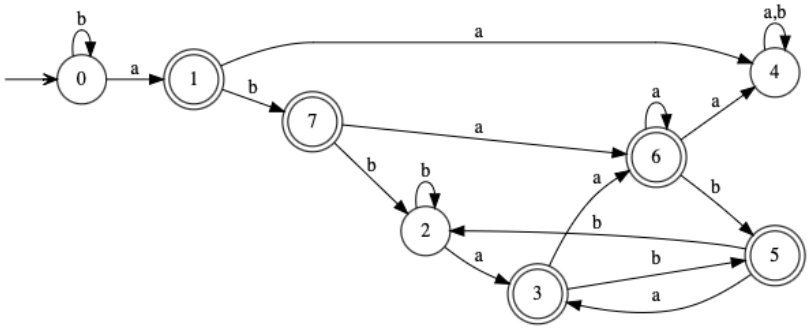
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



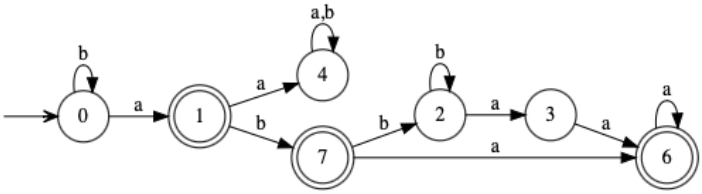
(-i-)



(-ii-)

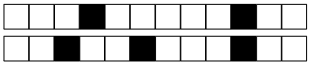


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+260/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 3 : [a] [■] [c] [d] [e]

Question 4 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 5 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 6 : [■] [■] [c] [d] [■] [f] [g] [■] [i] [j]

Question 7 : [■] [■] [c] [d] [e] [■] [g] [h] [i]

Question 8 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 9 : [a] [b] [c] [d] [e] [■]

Question 10 : [a] [b] [■] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 11 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] [■] [l]

Question 12 : [a] [b] [c] [■] [e]

Question 13 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 14 : [a] [b] [■] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états [b] 32 états [c] 20 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
[b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
[b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

b Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

f Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

h Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 32 états c 8 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

b Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

g Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

h Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

i Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états b 8 états c 6 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

e Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

f La longueur du mot vide est 1.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 3-ii- c la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i-

e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 0 ☐ b 5 ☐ c 3 ☐ d 1 ☐ e 7 ■ 4 ☐ g 2 ☐ h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

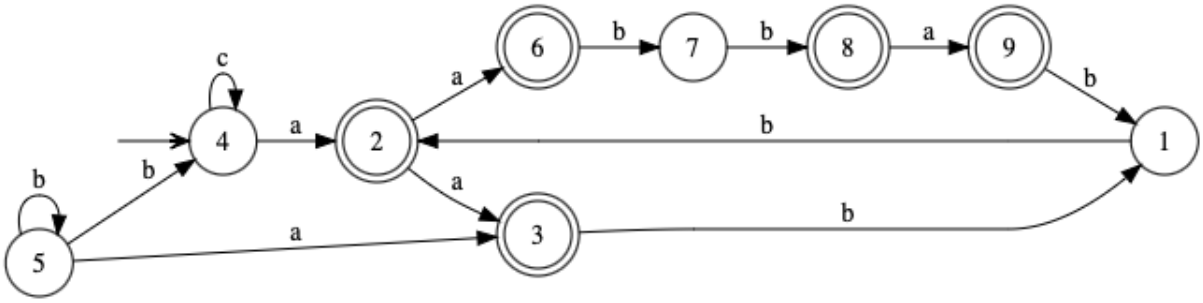
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

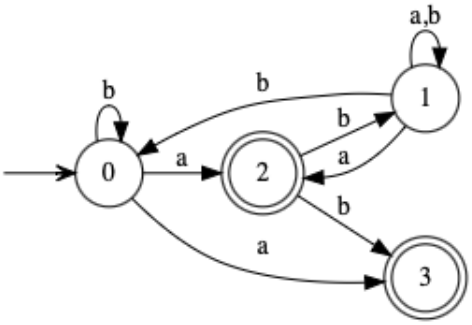
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

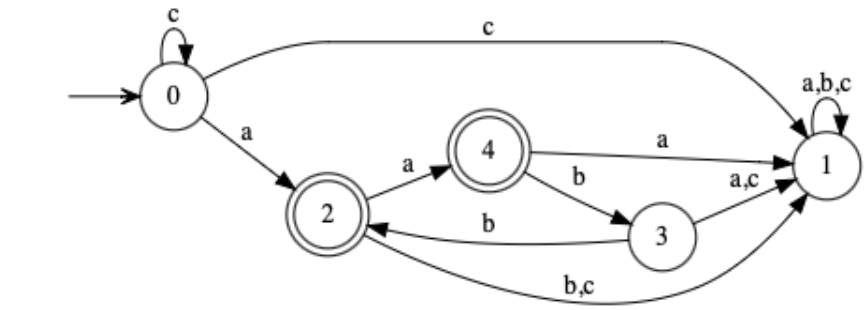


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

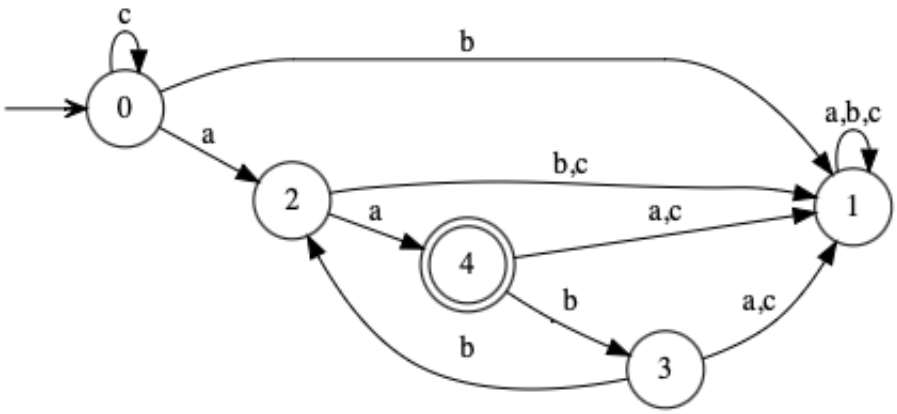


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

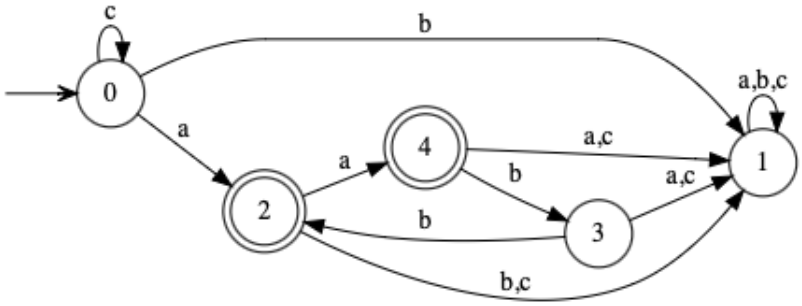
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



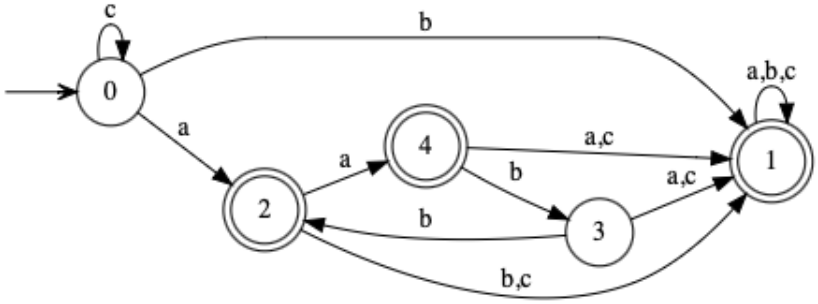
(-i-)



(-ii-)

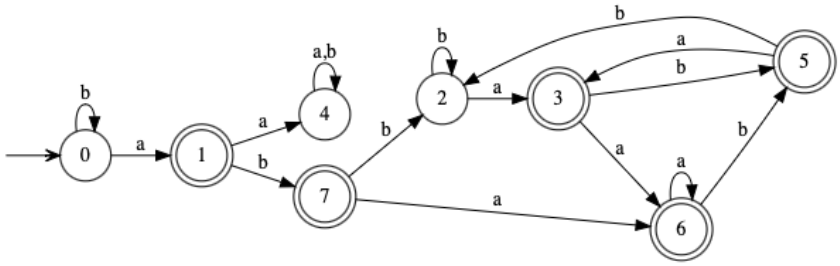


(-iii-)

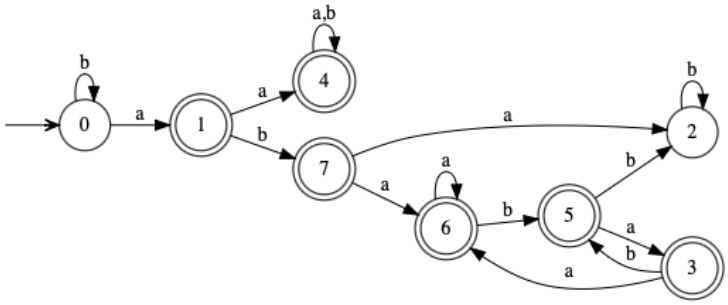


(-iv-)

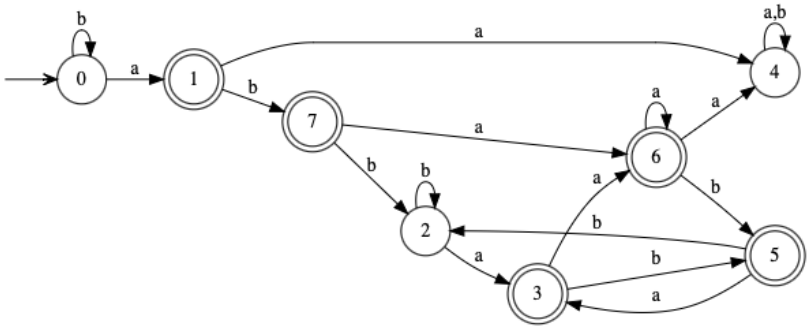
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



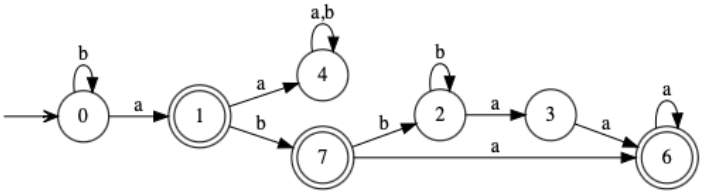
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+261/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f

Question 3 : a b ■ d e

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : a b ■ d e f g h

Question 6 : a b c ■ e f

Question 7 : a b ■ ■ ■ f ■ h i j

Question 8 : a b c d e ■

Question 9 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 10 : a b c ■ e f

Question 11 : a b ■ ■ e f ■ h i

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b c d e ■ g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [■] 16 états [c] 32 états [d] 20 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
[b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
[■] La longueur du mot vide est 0.
[d] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

g La longueur du mot vide est 1.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états b 6 états ■ 4 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 8 états c 16 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

b Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

d Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

e Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

h Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

c Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

d Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

g Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-ii-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
■ la Figure 3-i- d la Figure 3-ii- e la Figure 3-iii-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 6 ☐ b 1 ☐ c 2 ☐ d 3 ☐ e 5 ☐ f 0 ■ 4 ☐ h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

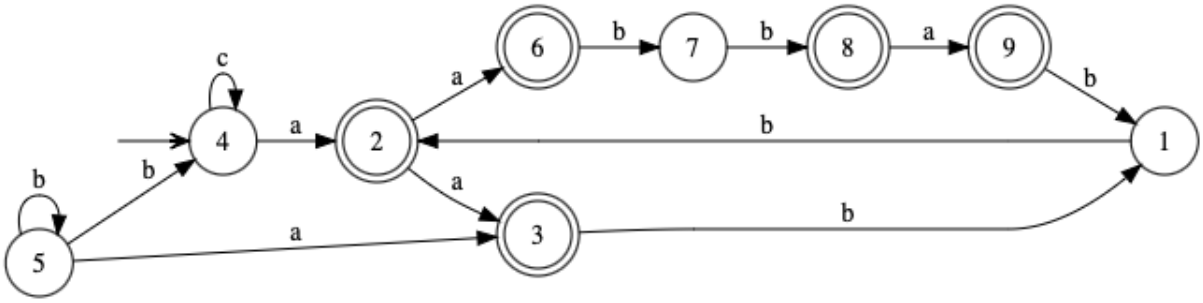
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

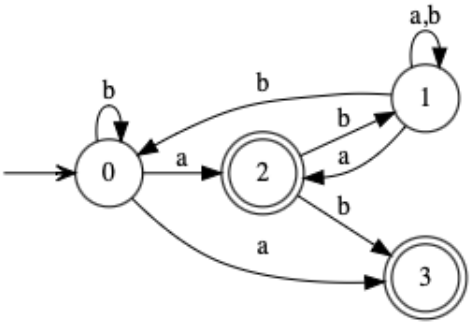
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

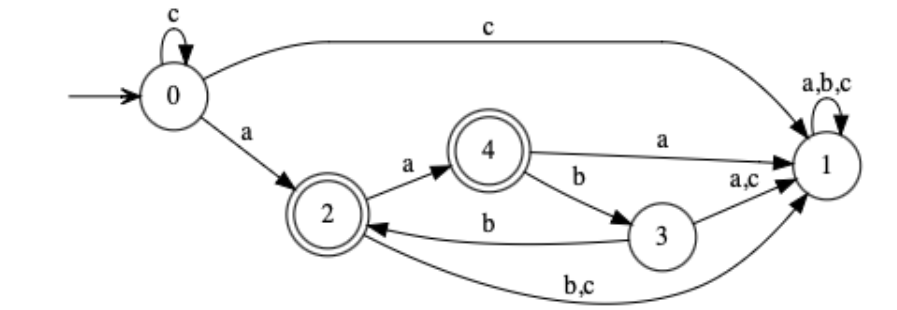


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

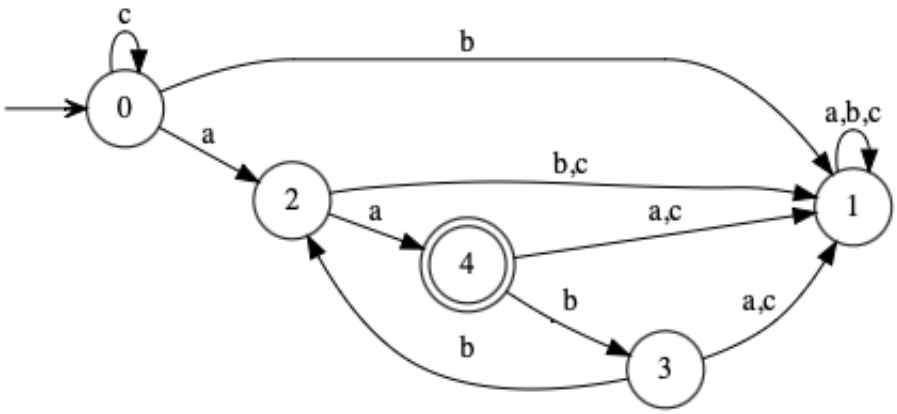


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

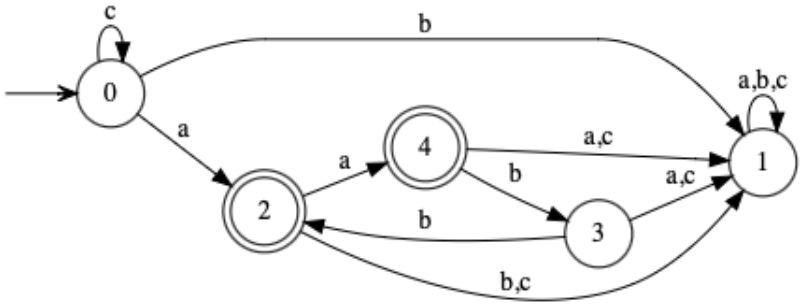
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



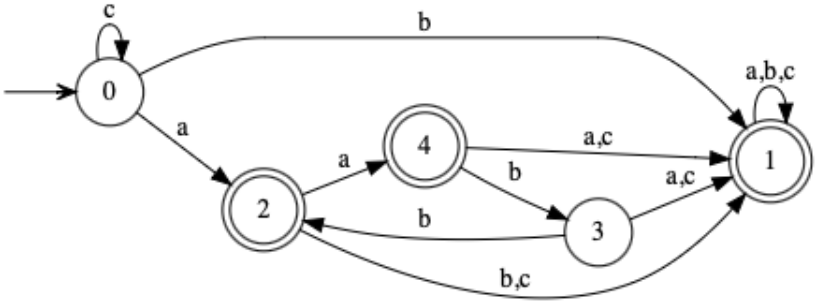
(-i-)



(-ii-)

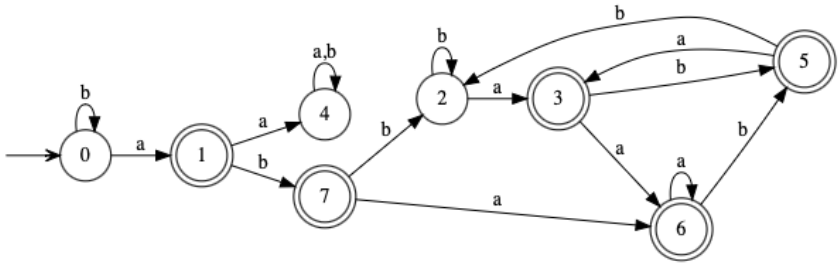


(-iii-)

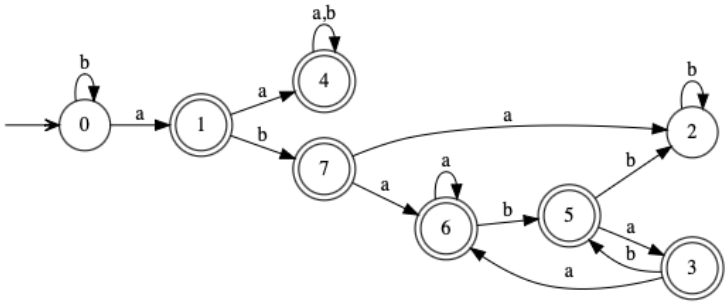


(-iv-)

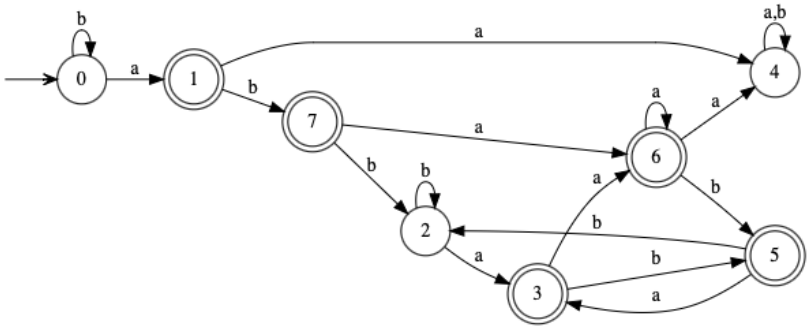
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



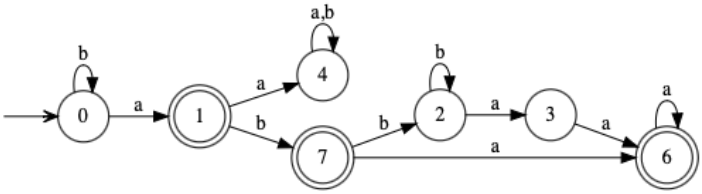
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+262/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e f g h

Question 3 : a ■ c d e f

Question 4 : a b ■ d ■ ■ g h i

Question 5 : a b ■ d e f

Question 6 : a b c d e ■

Question 7 : ■ b ■ d e ■ ■ h i j

Question 8 : a ■ c d e f

Question 9 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 10 : a ■ c d e f

Question 11 : a b ■ d e

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b c d e f ■ h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 8 états c 6 états d 2 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
d La longueur du mot vide est 1.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
f Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
■ La longueur du mot vide est 0.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 32 états c 20 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états ■ 16 états c 20 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

c Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

d Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

g Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

h Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

i Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

j Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

b Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

d Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

f Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

g Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

d Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-iv-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-
c la Figure 3-ii- d la Figure 3-iii- e la Figure 3-iv-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 5 c 1 d 2 e 3 f 6 g 7 h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

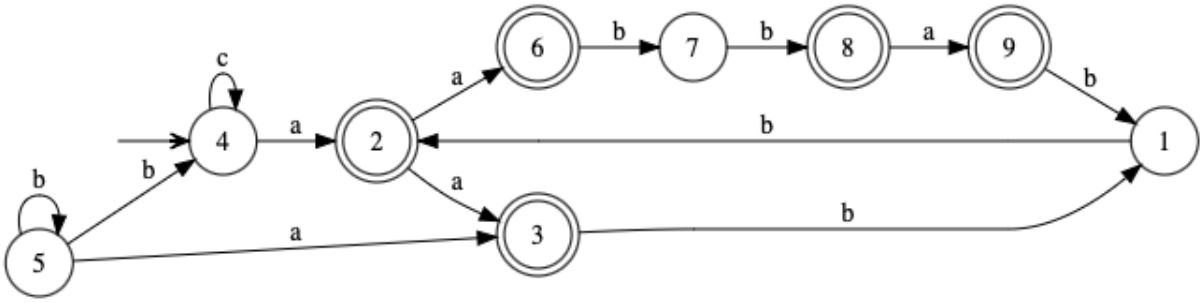
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

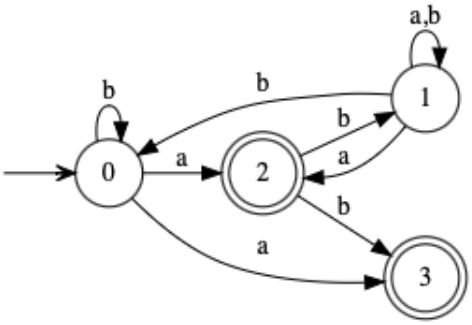
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

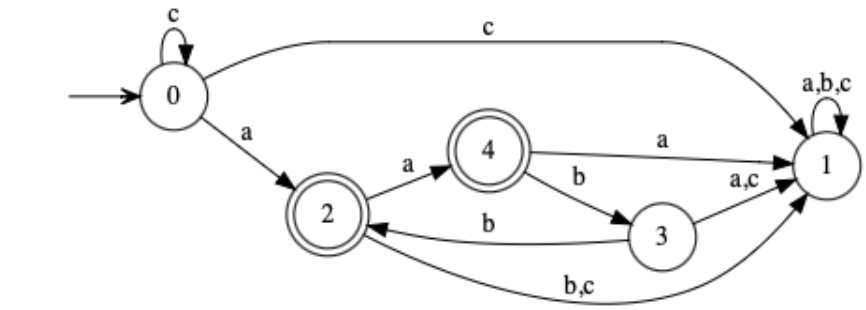


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

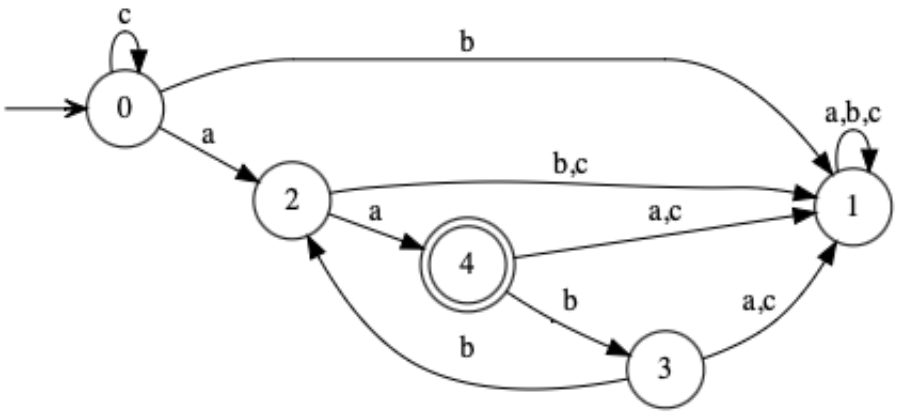


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

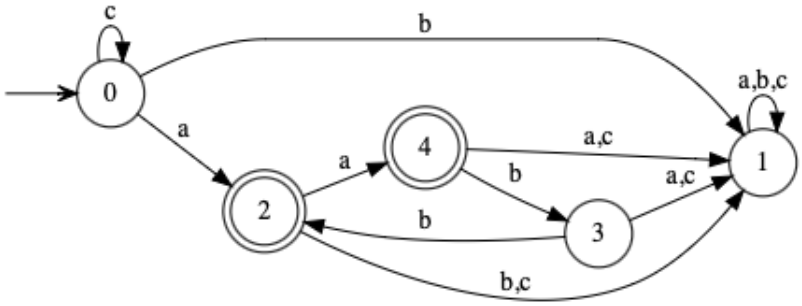
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



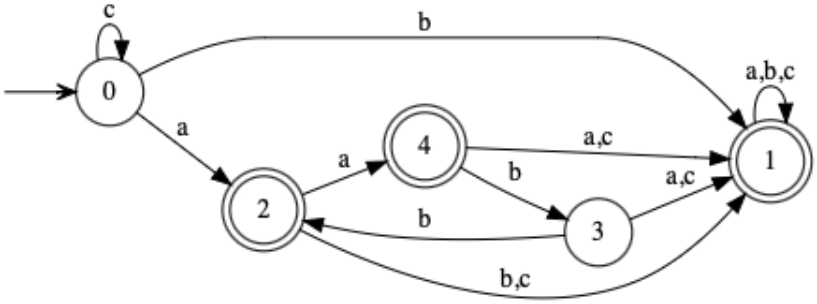
(-i-)



(-ii-)

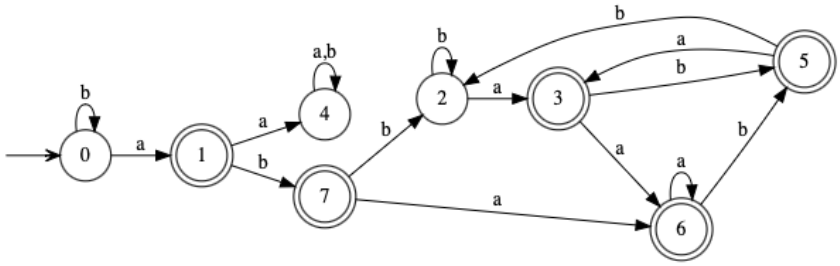


(-iii-)

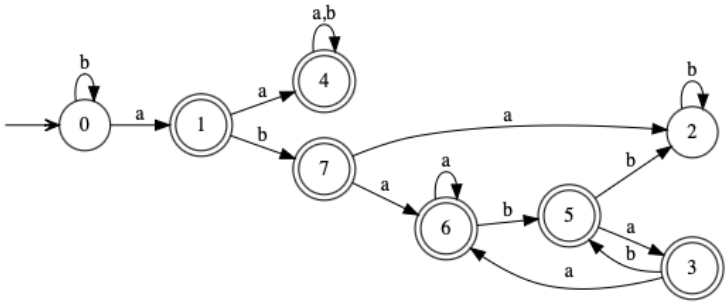


(-iv-)

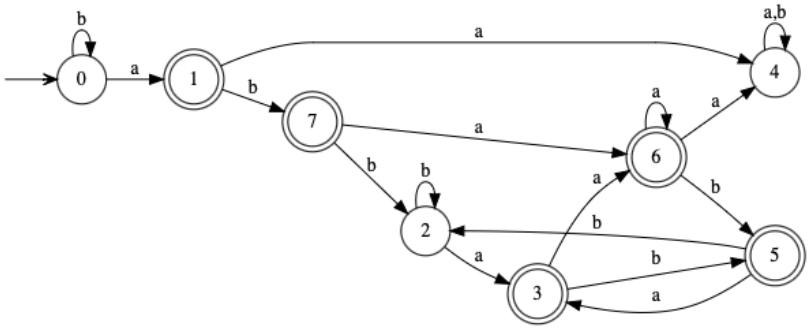
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



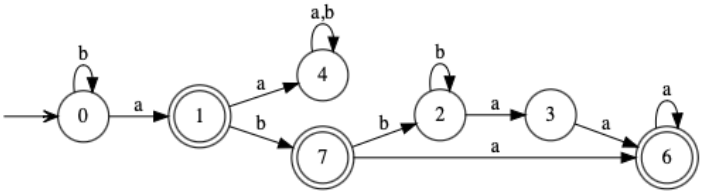
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f

Question 3 : a ■ c d e f g h

Question 4 : ■ b c d ■ f ■ h i

Question 5 : a b c d e ■

Question 6 : a b ■ d e f

Question 7 : a ■ c d e f

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : ■ b ■ d ■ f g ■ i j

Question 10 : ■ b c d e f

Question 11 : ■ b c d e

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [c] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

d Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

e Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

f Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

h Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états b 8 états c 20 états ■ 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 6 états c 2 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

b Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

c Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

i Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

j Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

b La longueur du mot vide est 1.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 20 états c 8 états d 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 3-iv- c la Figure 3-ii-

d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 0 ☐ b 5 ☐ c 1 ☐ d 3 ■ 4 ☐ f 2 ☐ g 7 ☐ h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

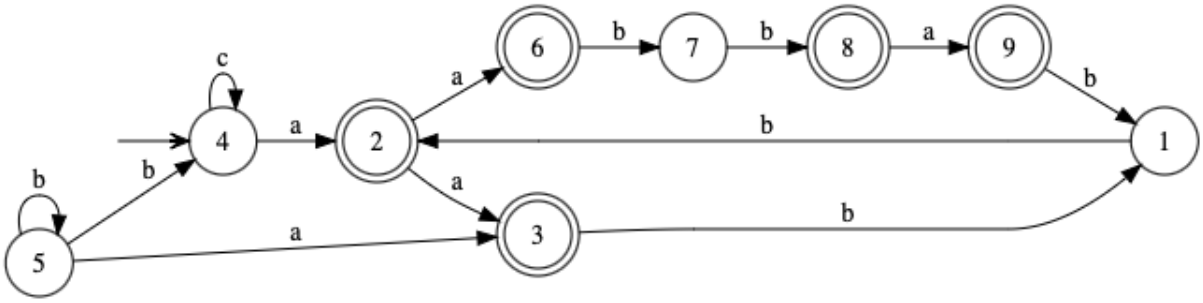
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

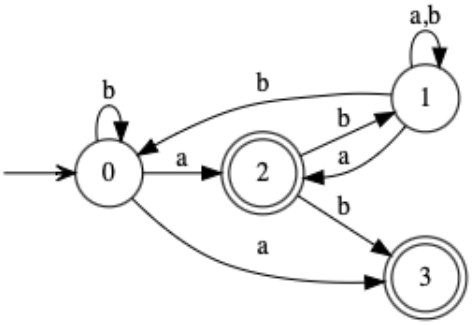
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

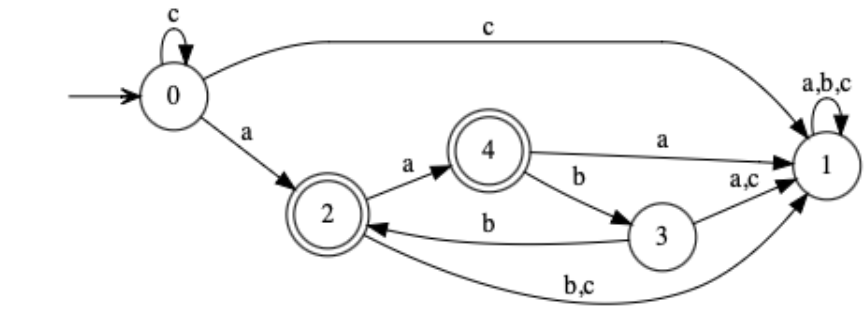


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

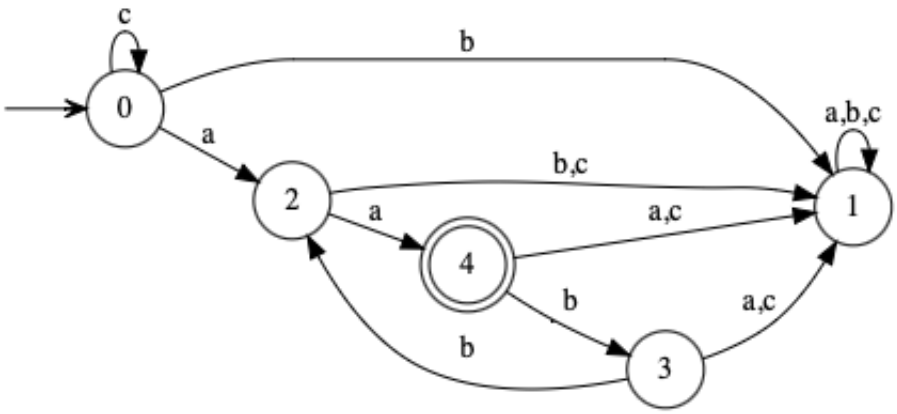


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

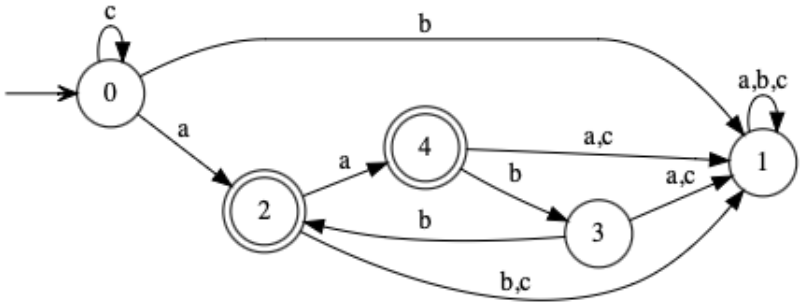
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



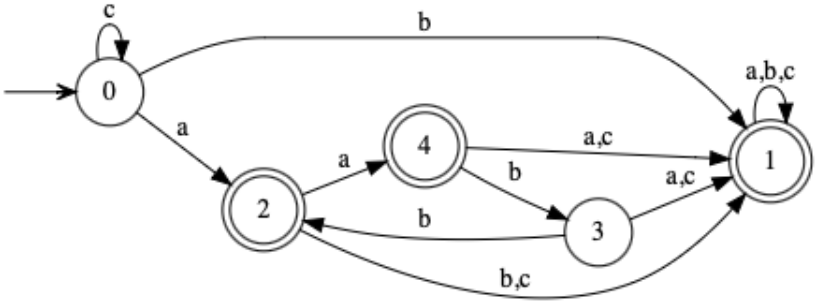
(-i-)



(-ii-)

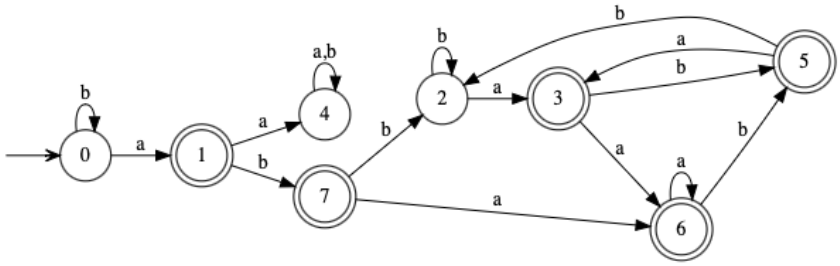


(-iii-)

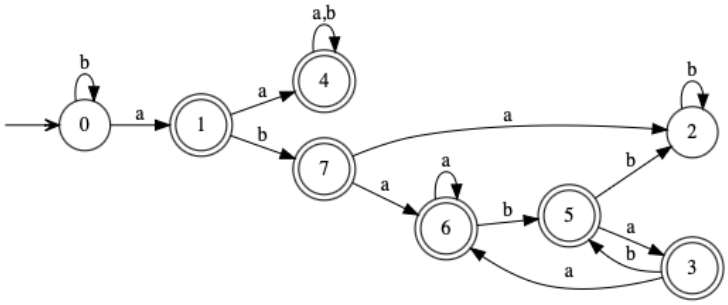


(-iv-)

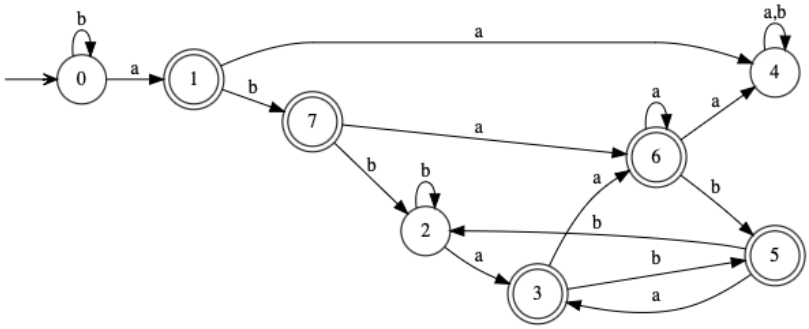
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



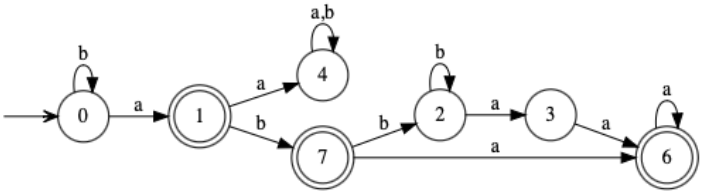
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+264/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e f

Question 3 : a ■ c d e f

Question 4 : ■ ■ ■ d e f ■ h i j

Question 5 : a b c ■ e f

Question 6 : ■ b c d e

Question 7 : ■ b c d e f

Question 8 : a b c ■ e f g h

Question 9 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 10 : a b ■ d ■ ■ g h i

Question 11 : a b c d e ■

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 8 états c 20 états d 32 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états b 6 états ■ 4 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 8 états b 16 états c 32 états d 20 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

b Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

c Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

d Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

g Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

b Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

d La longueur du mot vide est 1.

e Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

b Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

f Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

g Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

i Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

j Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iii- [b] la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i-
[d] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [e] la Figure 3-iv-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 [b] 0 [c] 7 [d] 3 [e] 6 [f] 5 [g] 2 [h] 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

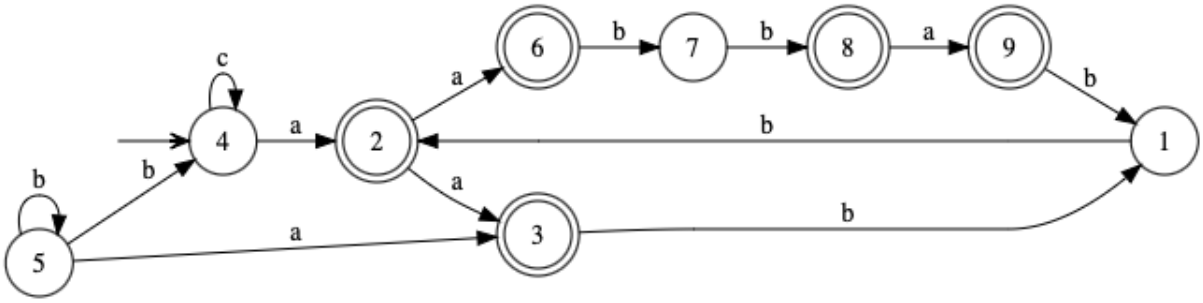
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

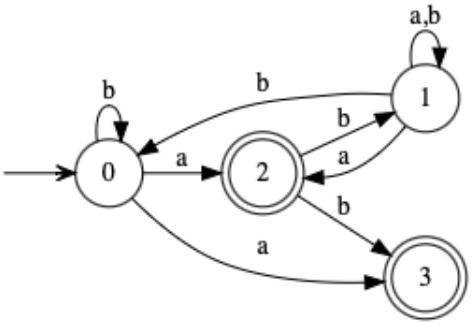
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

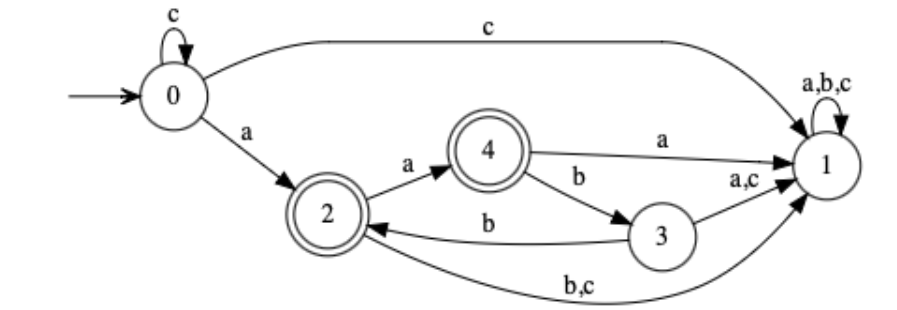


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

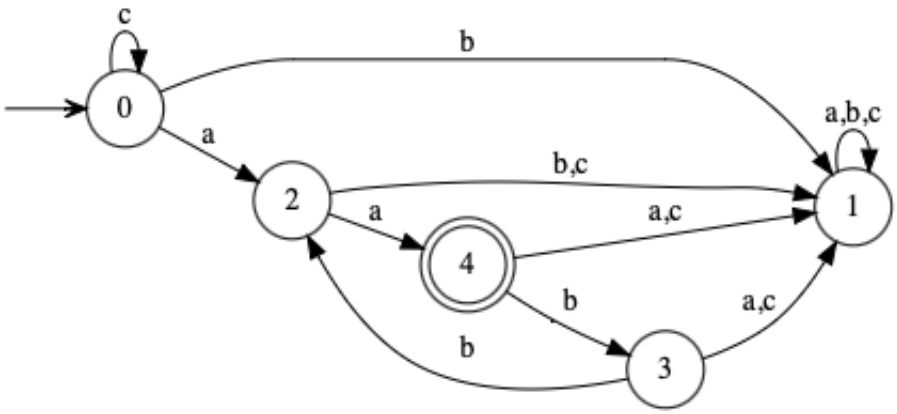


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

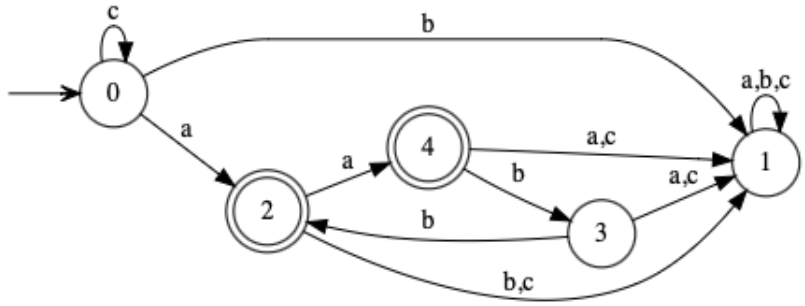
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



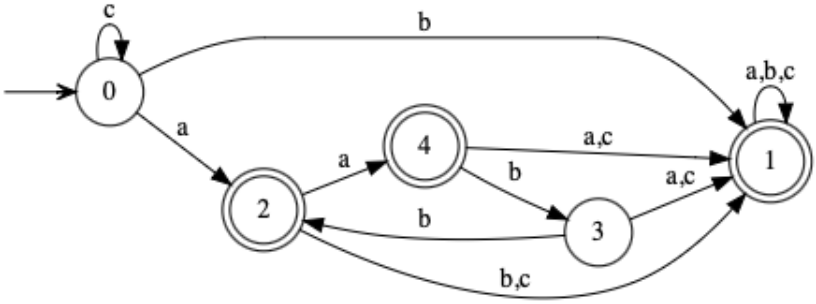
(-i-)



(-ii-)

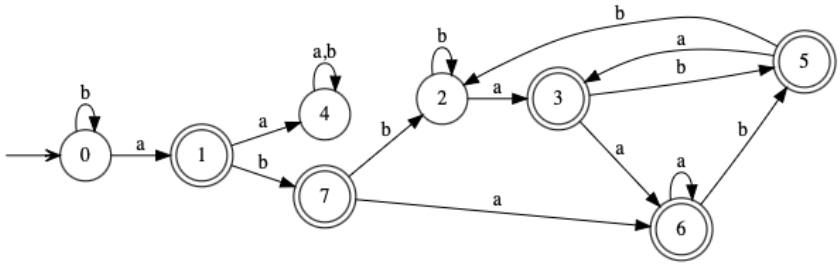


(-iii-)

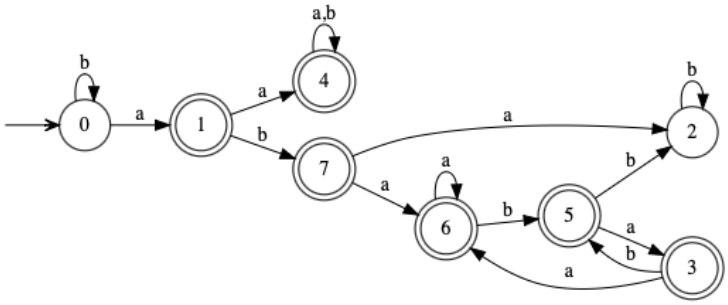


(-iv-)

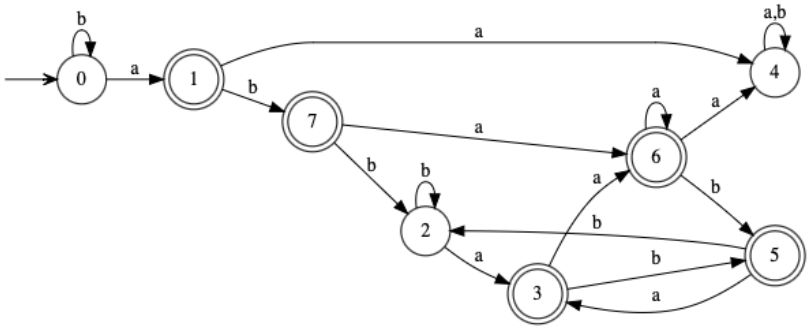
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



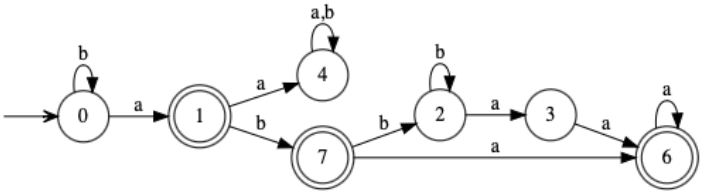
(-i-)



(-ii-)

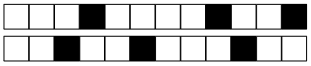


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+265/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f

Question 3 : a b ■ d e f

Question 4 : a b c d e ■

Question 5 : ■ b c d ■ ■ g ■ i j

Question 6 : a b ■ d e f

Question 7 : a b ■ d e

Question 8 : ■ ■ ■ d e f g h i

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 11 : a b c d ■ f g h

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f | i | ab | *Réservé enseignant*

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [b] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [c] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [h] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La longueur du mot vide est 1.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [d] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 8 états c 20 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 16 états c 8 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

c Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

d Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

g Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

i Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

j Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 10 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états b 8 états ■ 4 états d 2 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-iv-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- b la Figure 3-iv- c la Figure 3-ii-

d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe e la Figure 3-iii-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 3 ■ 4 ☐ c 0 ☐ d 5 ☐ e 7 ☐ f 2 ☐ g 6 ☐ h 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

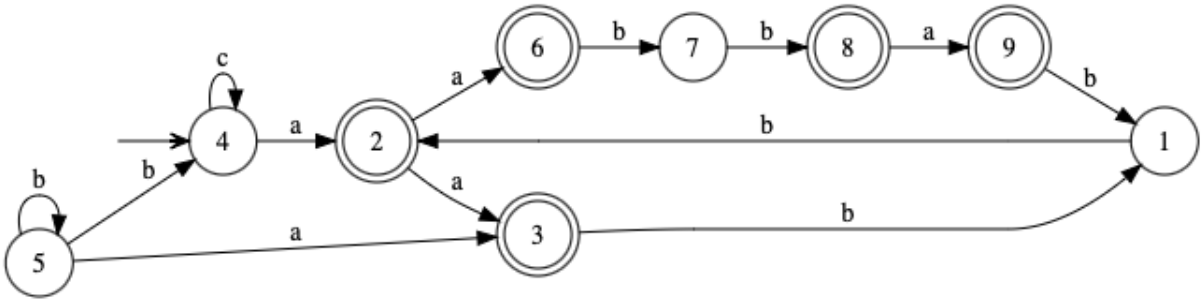
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

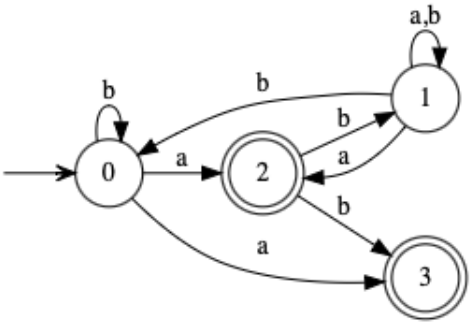
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

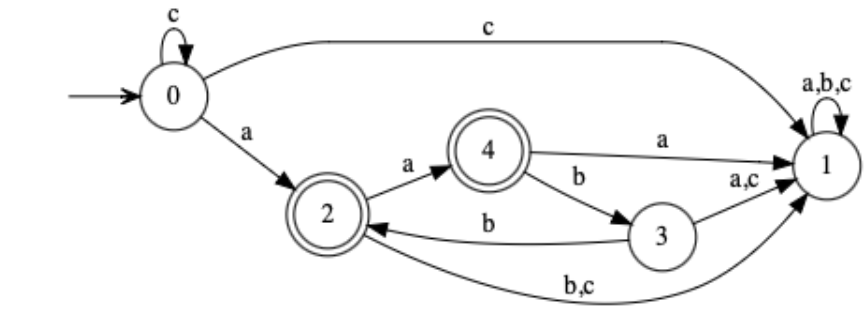


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

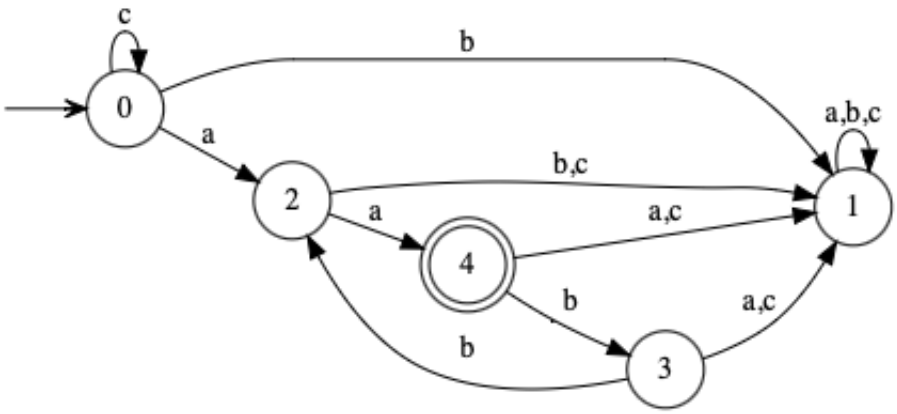


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

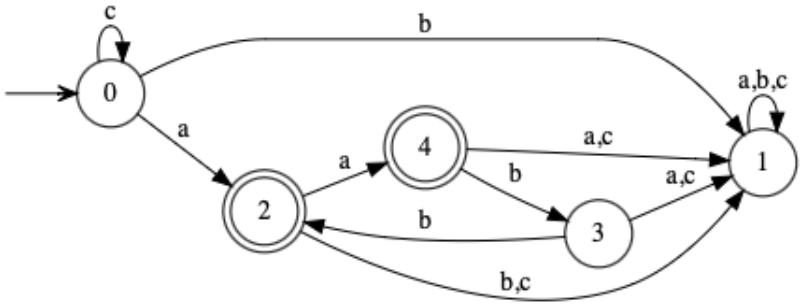
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



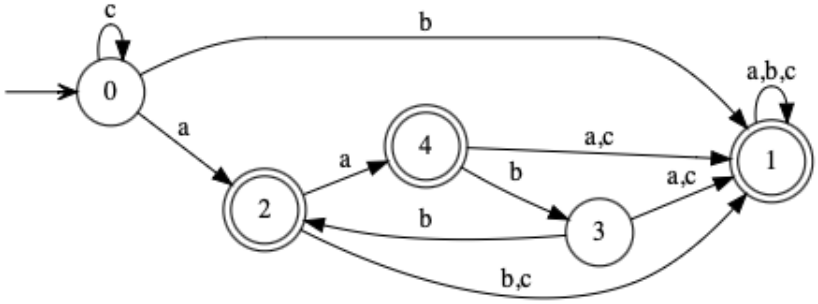
(-i-)



(-ii-)

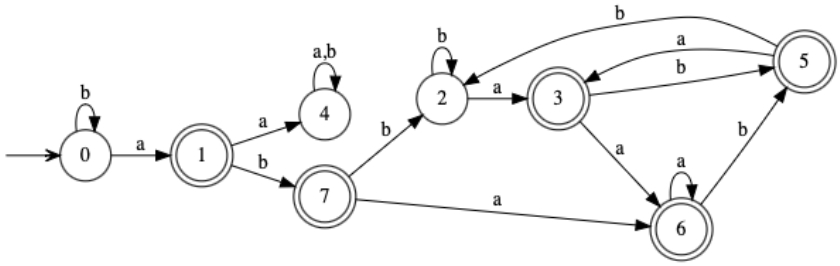


(-iii-)

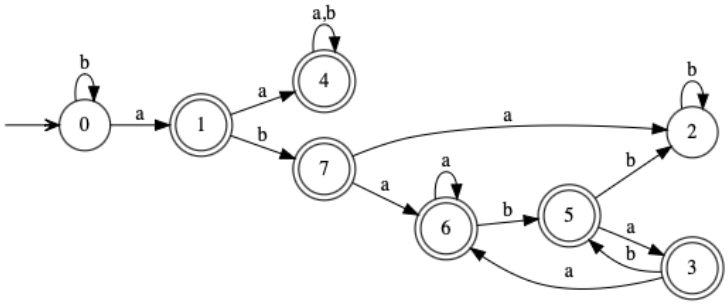


(-iv-)

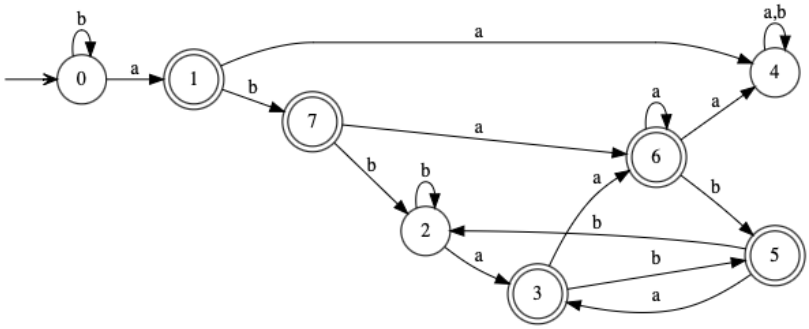
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



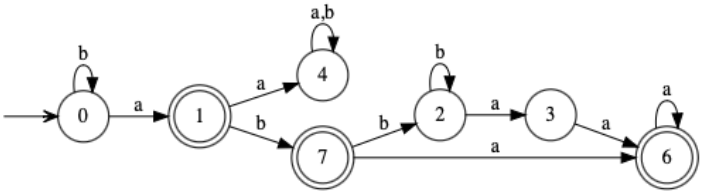
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+266/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d ■ ■ ■ h i j

Question 3 : a ■ ■ d ■ f g h i

Question 4 : ■ b c d e f

Question 5 : a b ■ d e f

Question 6 : a ■ c d e f

Question 7 : a b c d e ■

Question 8 : ■ b c d e

Question 9 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 10 : a b ■ d e f

Question 11 : a b c d ■ f g h

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a ■ c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [b] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [e] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [g] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [h] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [b] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [c] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

f Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

g Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 2 états c 6 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états b 20 états c 8 états ■ 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 32 états c 8 états d 16 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
b Les langages dénotés par A et B sont identiques.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
■ La longueur du mot vide est 0.
c La longueur du mot vide est 1.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-iv-
■ la Figure 3-i- d la Figure 3-iii- e la Figure 3-ii-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 0 ☐ b 7 ☐ c 5 ■ 4 ☐ e 2 ☐ f 1 ☐ g 6 ☐ h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

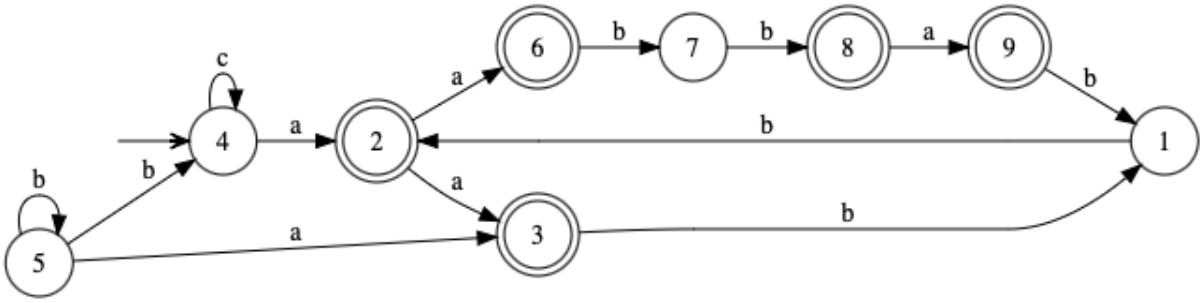
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

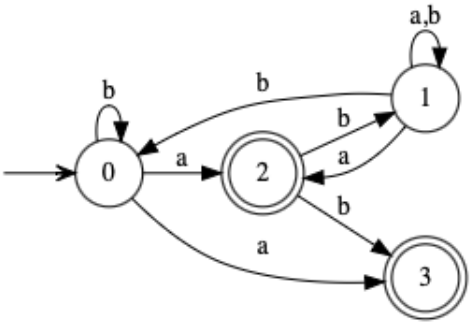
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

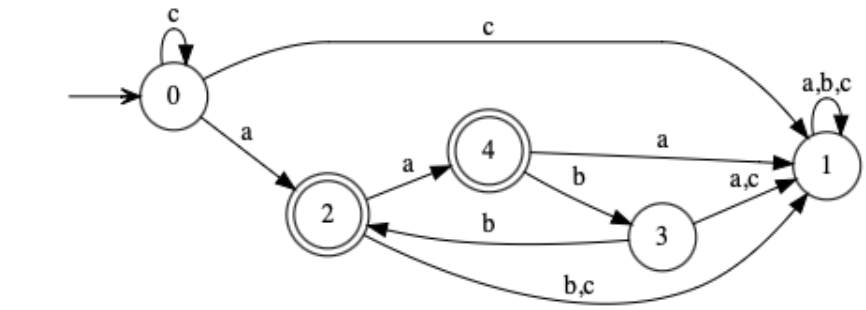


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

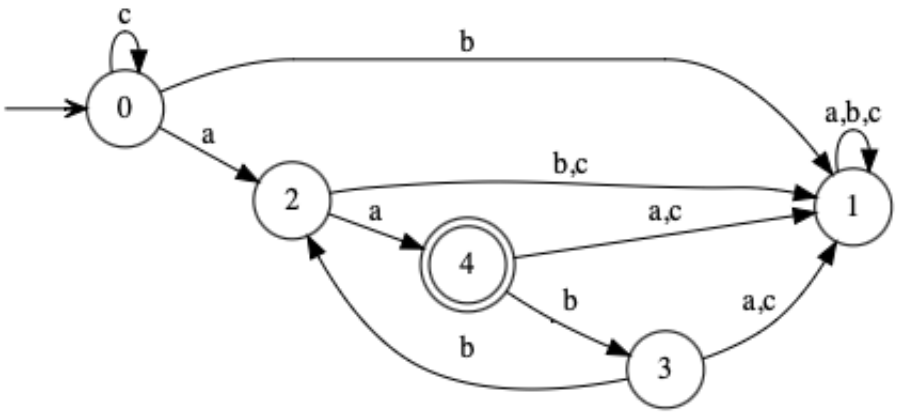


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

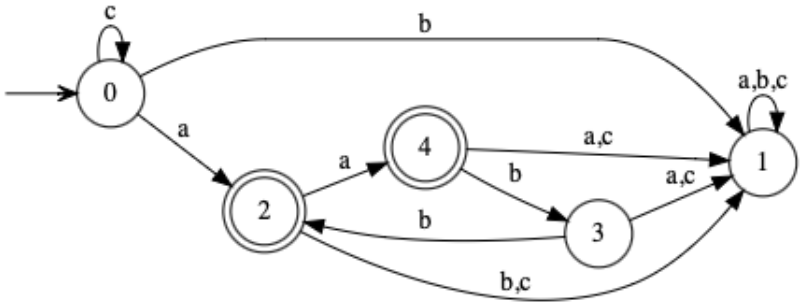
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



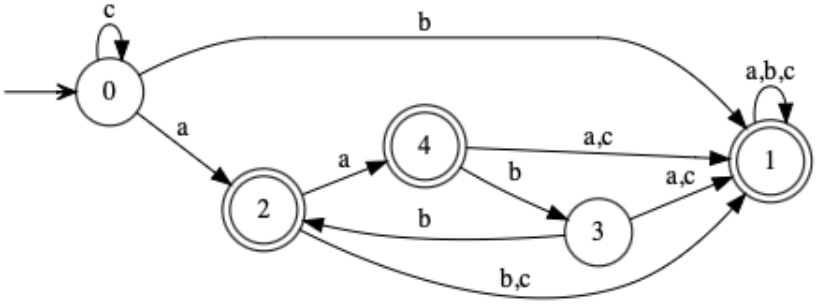
(-i-)



(-ii-)

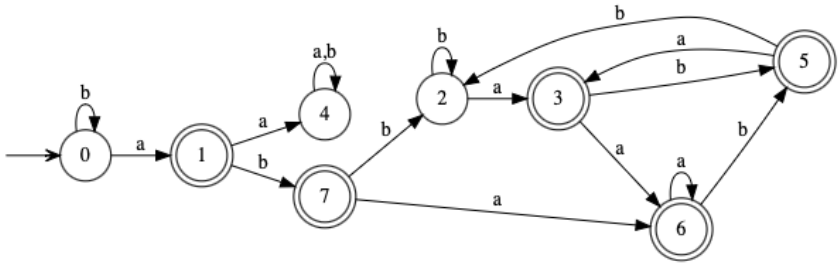


(-iii-)

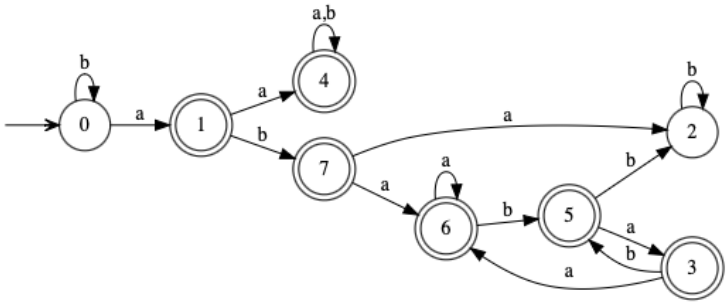


(-iv-)

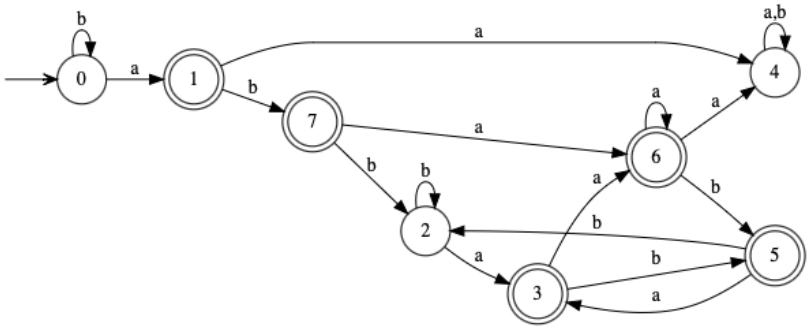
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



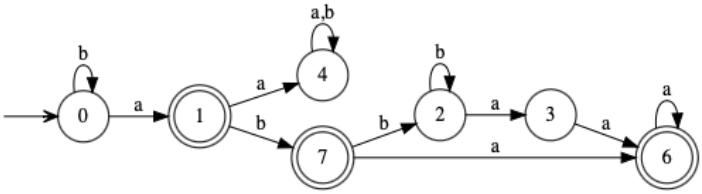
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+267/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b ■ ■ e ■ g h i j

Question 3 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 4 : ■ b c d e

Question 5 : ■ b c d e f

Question 6 : a b c ■ e f

Question 7 : a ■ c d e f

Question 8 : a b c d e ■ g h

Question 9 : a b c d e ■

Question 10 : a b ■ d e f

Question 11 : a ■ c ■ ■ f g h i

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 6 états c 2 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
d Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
f Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
g Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
h Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

i Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

j Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

c Les langages dénotés par A et B sont identiques.

d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

d Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

e Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

f Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 8 états b 20 états c 16 états d 32 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états ■ 16 états c 32 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
■ La longueur du mot vide est 0.
e La longueur du mot vide est 1.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
g Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-i-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- [b] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
[c] la Figure 3-ii- [d] la Figure 3-iv- [e] la Figure 3-iii-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

[a] 1 [b] 5 [c] 6 [d] 2 [e] 7 [f] 3 [g] 0 ■ 4

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

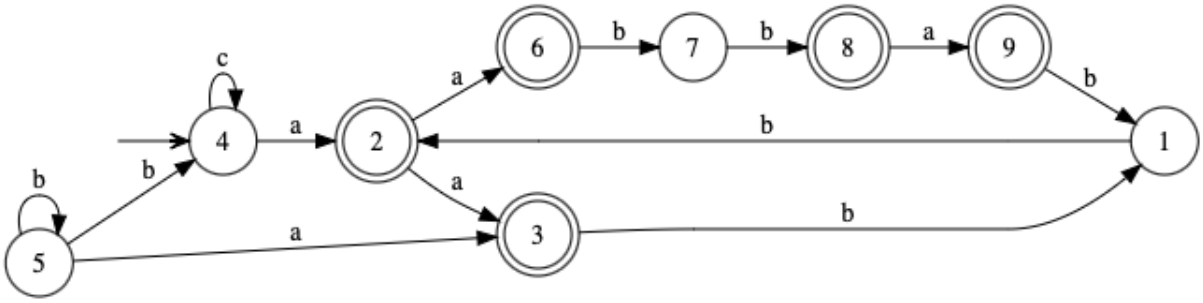
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

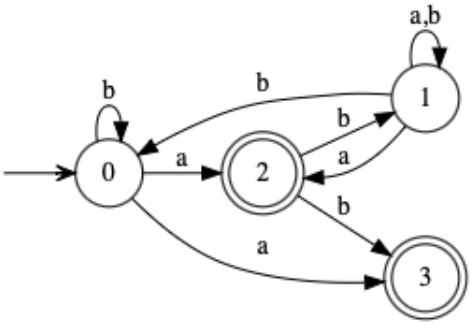
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

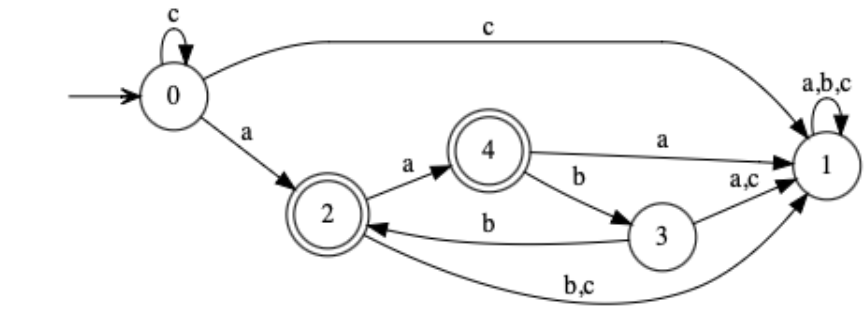


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

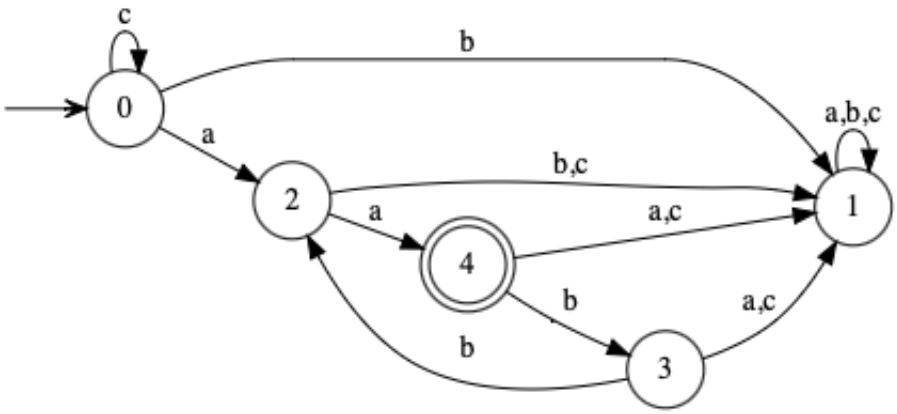


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

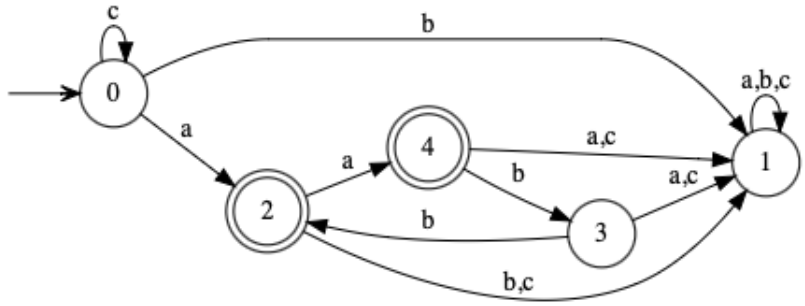
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



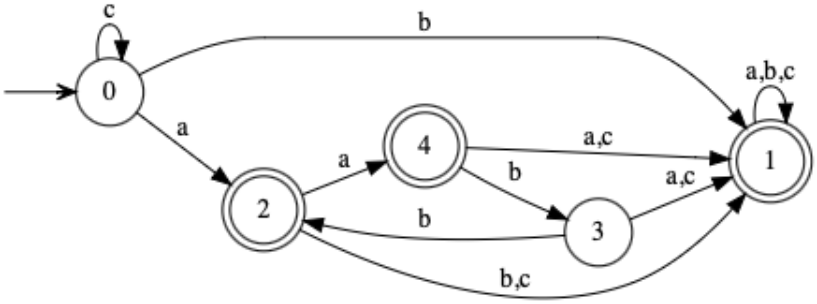
(-i-)



(-ii-)

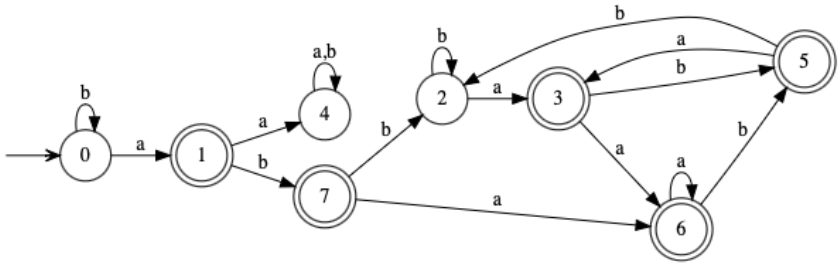


(-iii-)

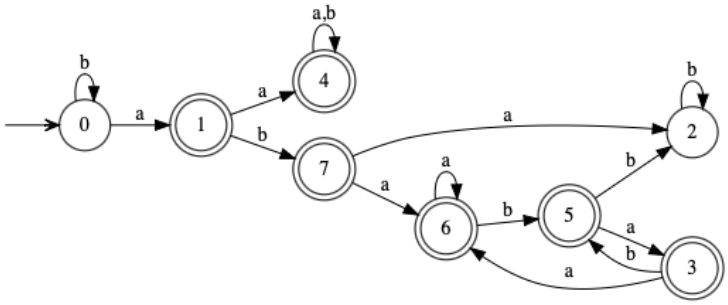


(-iv-)

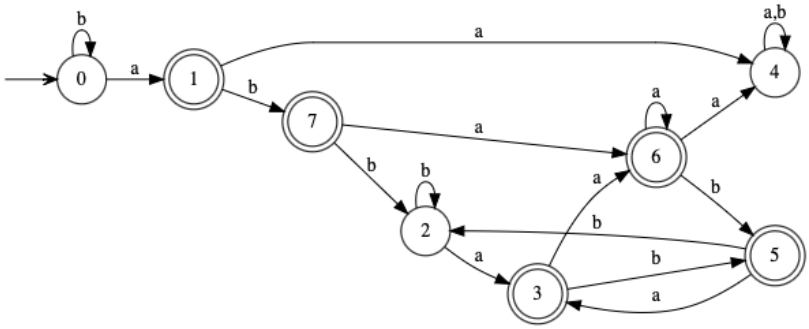
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



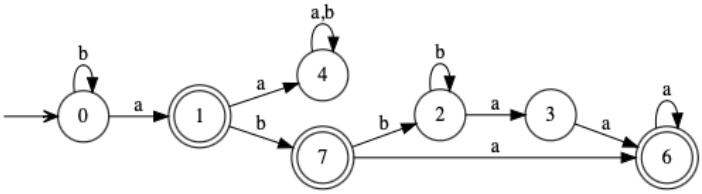
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f

Question 3 : a b ■ d e f g h

Question 4 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 5 : ■ b c d e f

Question 6 : a ■ c d e f

Question 7 : a ■ ■ d e f ■ ■ i j

Question 8 : a b c d e ■

Question 9 : a ■ c d e f

Question 10 : a b ■ d e

Question 11 : ■ b c ■ e ■ g h i

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a b c d e f g ■

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 20 états [c] 16 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états ■ 16 états [c] 20 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
[■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[c] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
[d] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
[e] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[f] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[h] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
[i] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
[j] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
[■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[a] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[d] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[e] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[f] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
[b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
[c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
[d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états b 2 états ■ 4 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
d La longueur du mot vide est 1.
■ La longueur du mot vide est 0.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-iv-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- b la Figure 3-iv-
c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe d la Figure 3-iii-
e la Figure 3-ii- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 5 ☐ b 0 ☐ c 3 ☐ d 1 ☐ e 2 ■ 4 ☐ g 6 ☐ h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

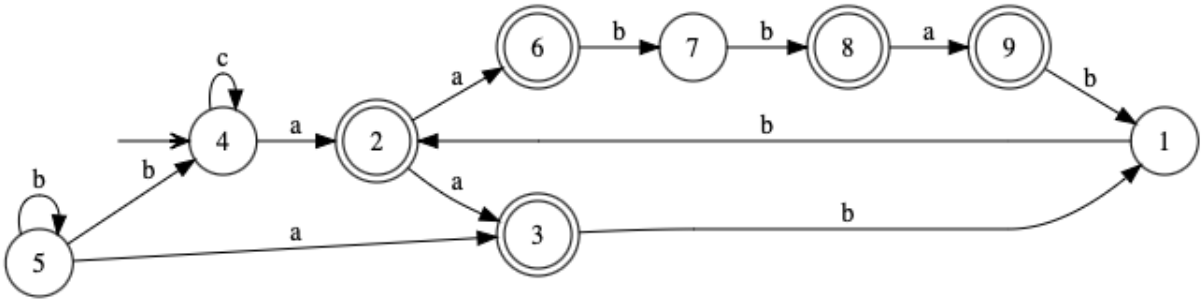
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

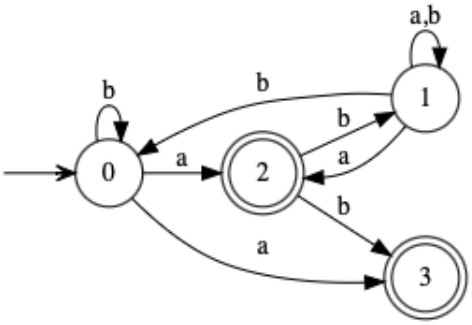
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

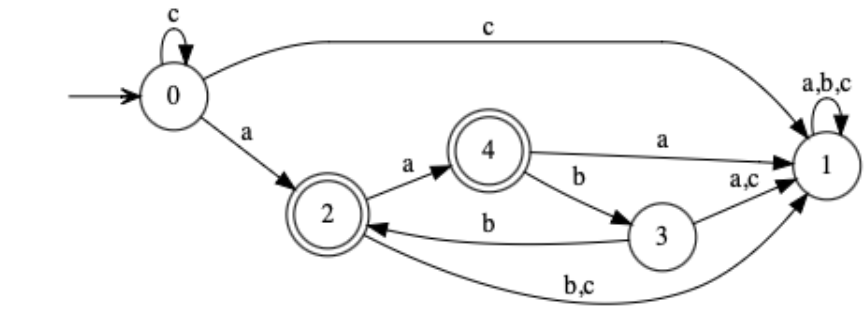


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

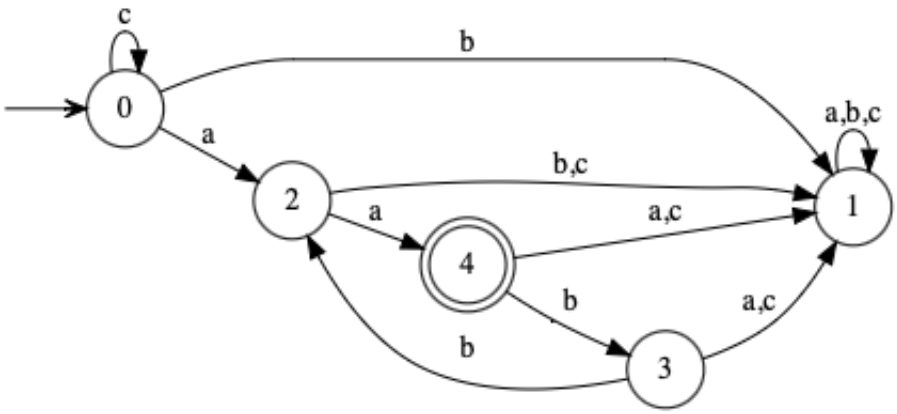


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

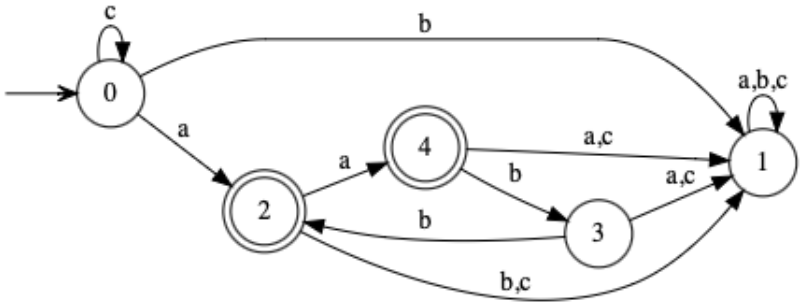
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



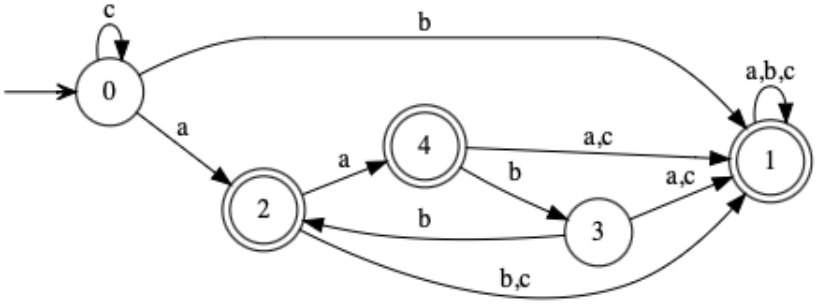
(-i-)



(-ii-)

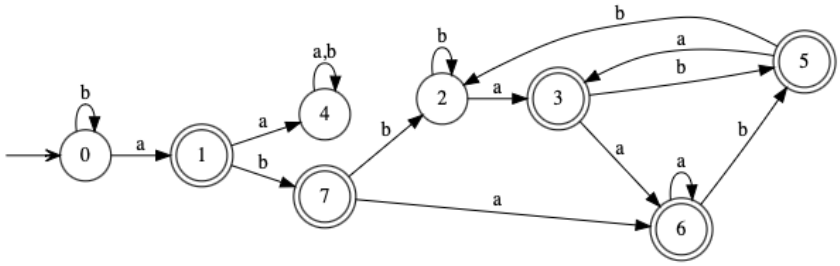


(-iii-)

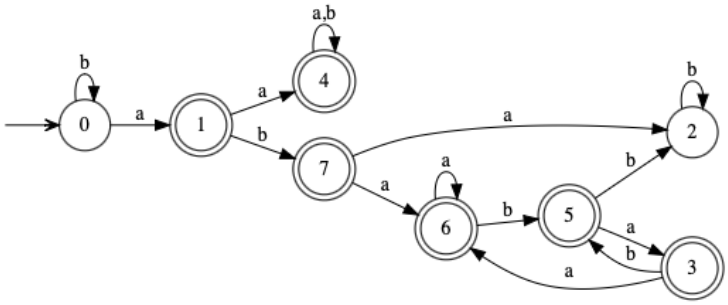


(-iv-)

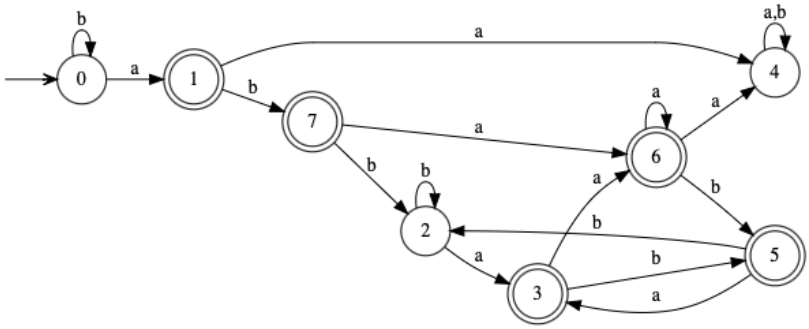
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



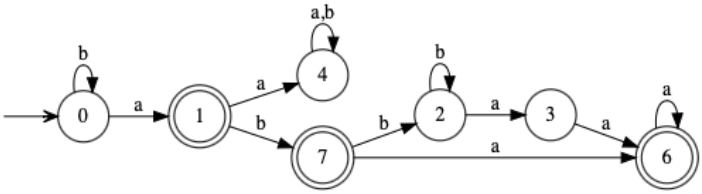
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+269/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e ■

Question 3 : a ■ c d e f

Question 4 : a ■ c d e f

Question 5 : a b c ■ e f g h

Question 6 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 7 : a ■ ■ d e f ■ ■ i j

Question 8 : ■ b c d e f

Question 9 : a b ■ d e f

Question 10 : a b ■ d ■ ■ g h i

Question 11 : ■ b c d e

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a b c d e ■ g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [c] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [f] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [g] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [h] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 16 états c 32 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
d Les langages dénotés par A et B sont identiques.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La longueur du mot vide est 1.
b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
■ La longueur du mot vide est 0.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
e Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 6 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états b 2 états ■ 4 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
b Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
c Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
d Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
f Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

g Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

i Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

j Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 32 états c 8 états ■ 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-iv-
c la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i- e la Figure 3-iii-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 1 c 7 d 5 e 3 f 6 g 0 h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

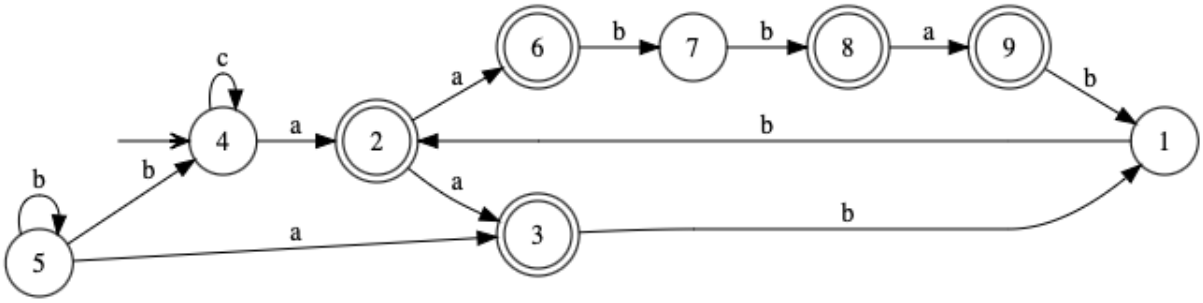
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

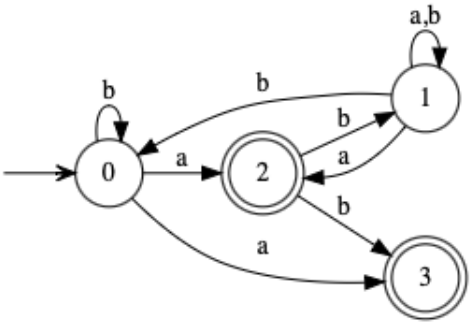
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

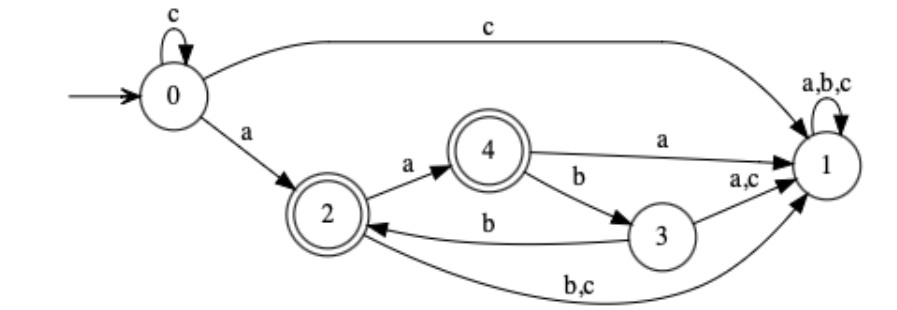


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

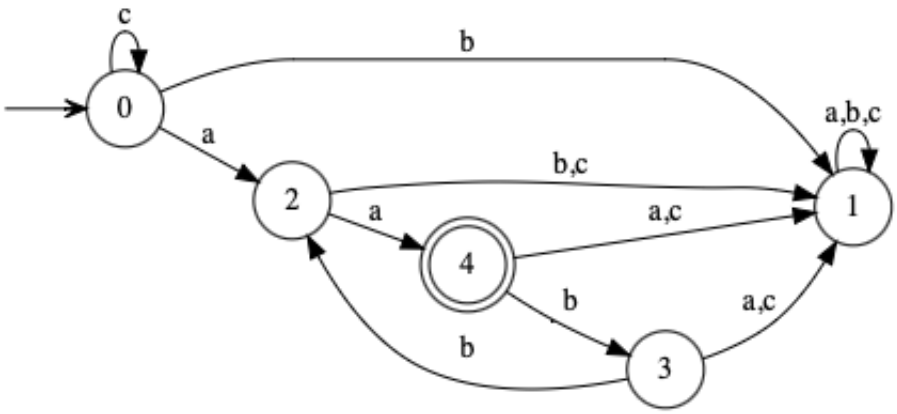


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

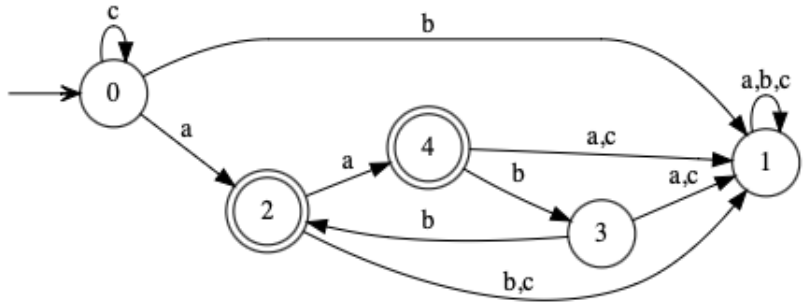
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



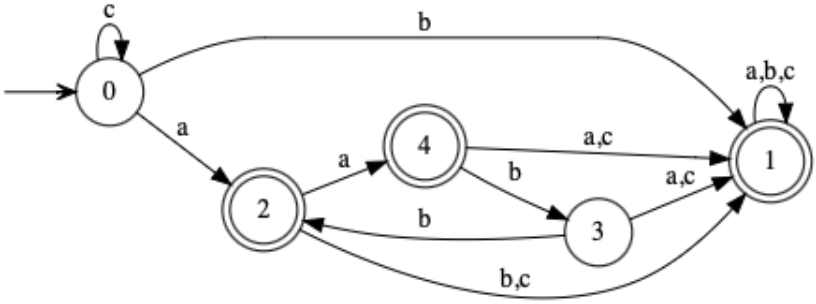
(-i-)



(-ii-)

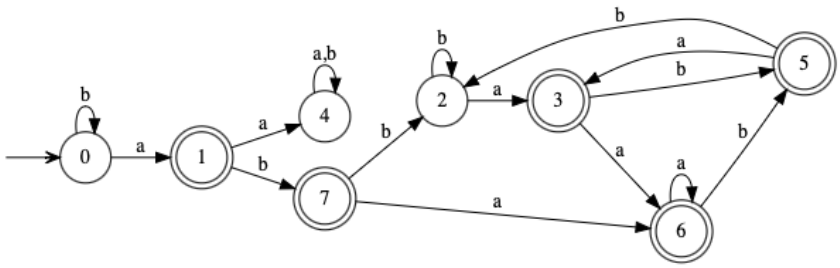


(-iii-)

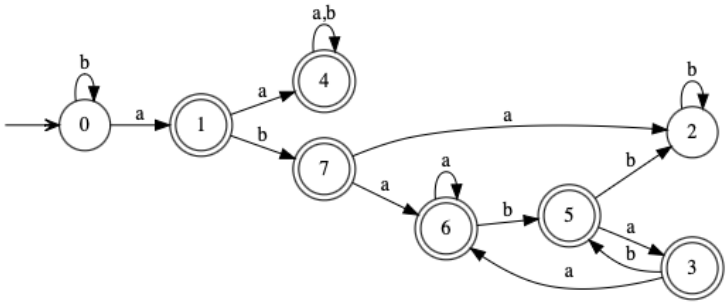


(-iv-)

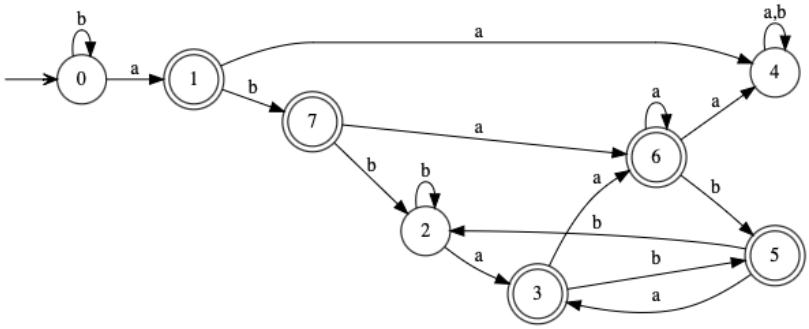
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



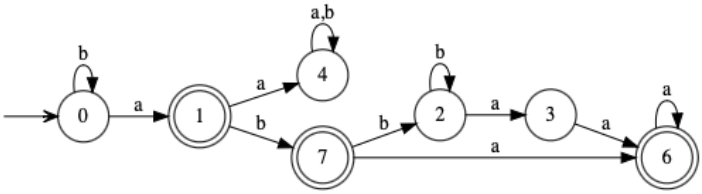
(-i-)



(-ii-)

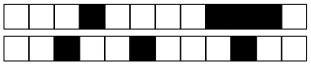


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+270/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ ■ c ■ ■ f g h i j

Question 3 : a b c d e ■

Question 4 : a ■ c d e f

Question 5 : a b ■ ■ e f ■ h i

Question 6 : a b ■ d e f

Question 7 : a ■ c d e f g h

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : a ■ c d e

Question 10 : ■ b c d e f

Question 11 : a b c ■ e f

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

☐ a 20 états ☐ b 8 états ☐ c 32 états ☐ d 16 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

☐ a $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ☐ b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. ☐ c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. ☐ e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. ☐ f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
☐ g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
☐ h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

☐ c Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

☐ d Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

☐ e Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

h Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

d Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 32 états ■ 16 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états b 8 états c 6 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

c Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

[b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[c] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

[d] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[e] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

[f] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[h] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

[i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

[j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La longueur du mot vide est 0.

[b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

[d] La longueur du mot vide est 1.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

[f] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

[g] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. [b] la Figure 2-i-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-iv-. [d] la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iii- [b] la Figure 3-ii-
[c] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-
[e] la Figure 3-iv- [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 5 ☐ b 7 ☐ c 3 ☐ d 0 ☐ e 1 ■ 4 ☐ g 2 ☐ h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

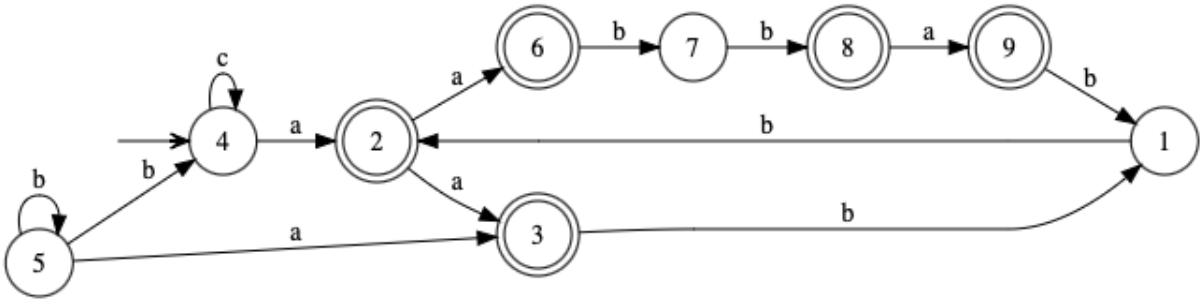
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

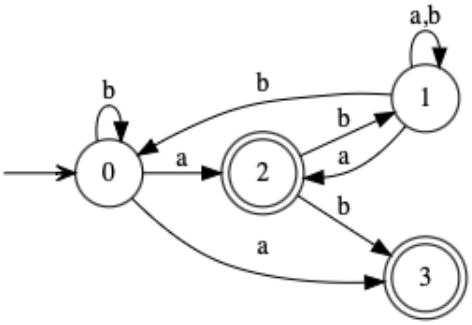
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

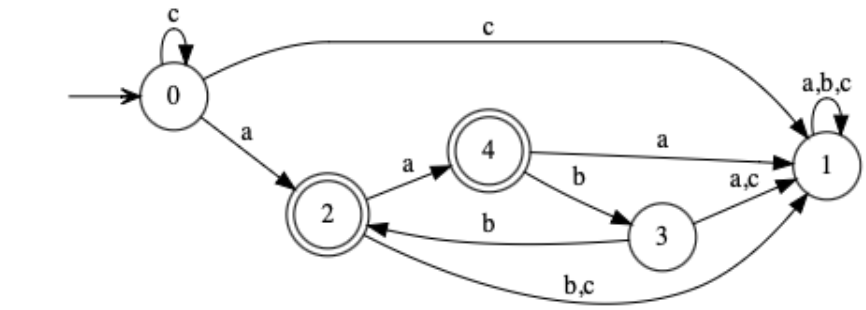


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

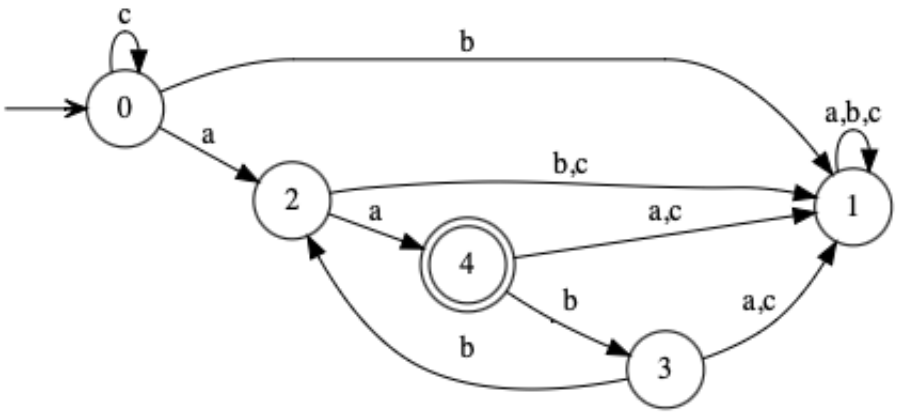


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

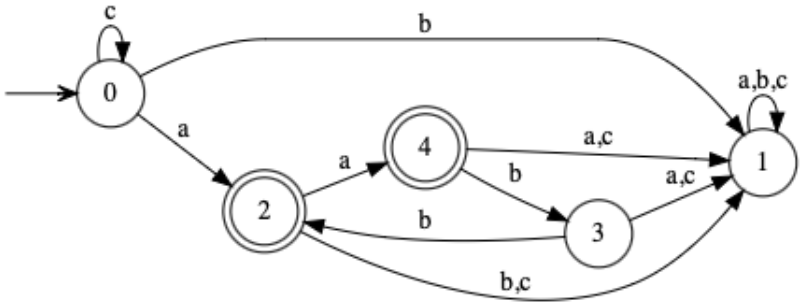
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



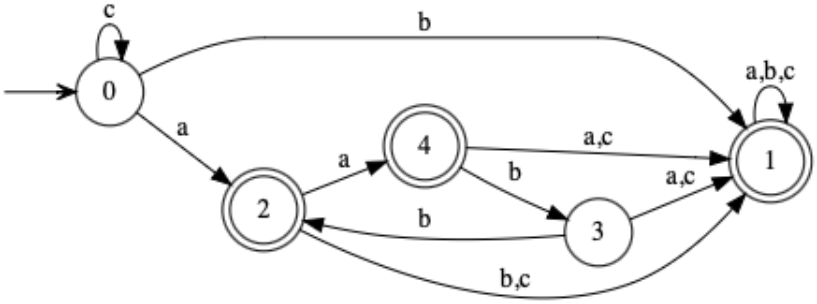
(-i-)



(-ii-)

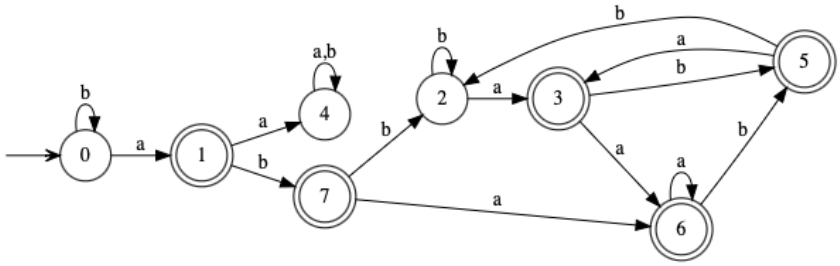


(-iii-)

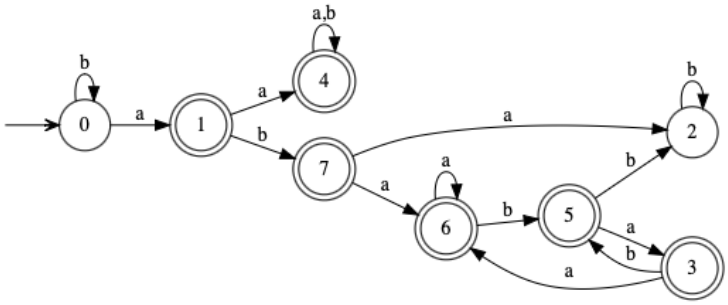


(-iv-)

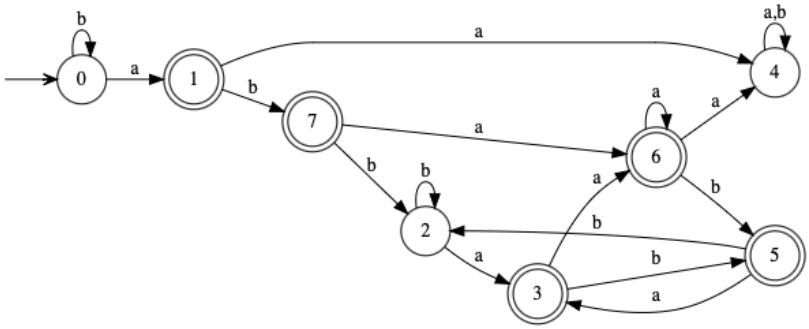
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



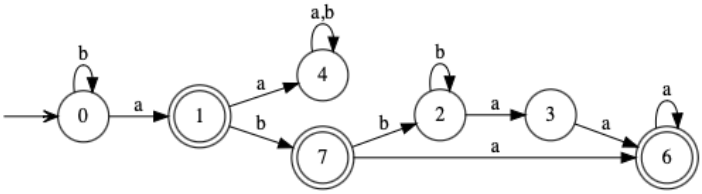
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+271/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e ■

Question 3 : a b c ■ e f g h

Question 4 : ■ ■ c d e ■ ■ h i j

Question 5 : a b ■ d e f

Question 6 : a b ■ d e f

Question 7 : a b c ■ e f

Question 8 : a ■ c d e

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 11 : ■ b ■ d ■ f g h i

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b c d e ■ g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

c Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

e Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

g Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 32 états c 8 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 8 états c 32 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

b Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

c Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

h Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

i Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
b Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
d Les langages dénotés par A et B sont identiques.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états b 8 états ■ 4 états d 6 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La longueur du mot vide est 0.
b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
e La longueur du mot vide est 1.
f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
g Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i-
c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe d la Figure 3-ii-
e la Figure 3-iv- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 6 b 3 c 0 d 7 e 2 f 1 g 5 ■ 4

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

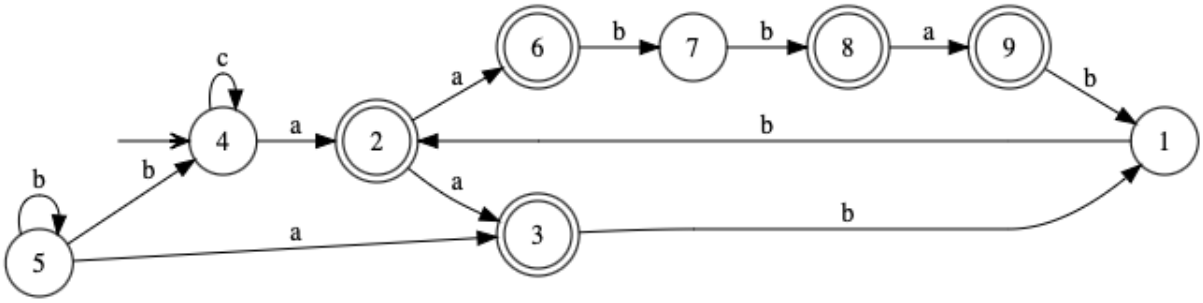
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

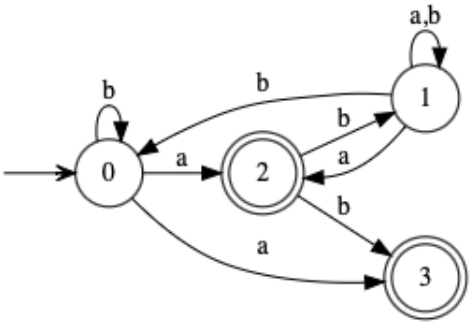
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

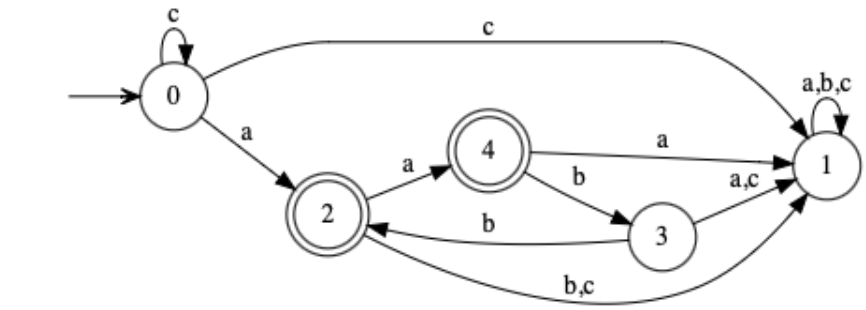


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

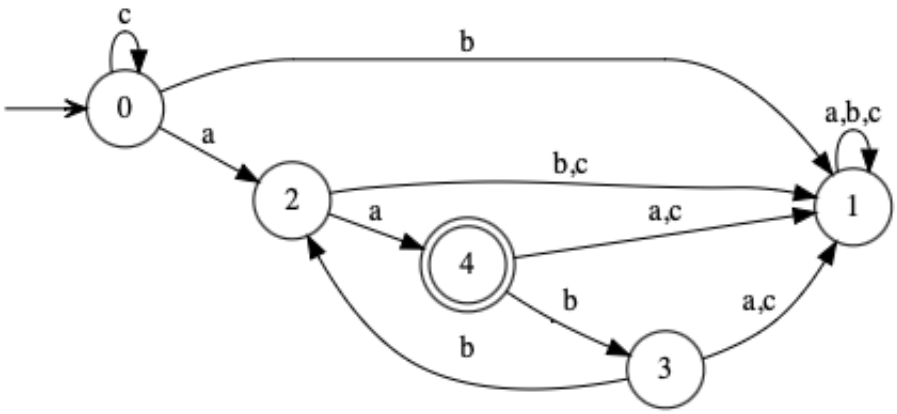


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

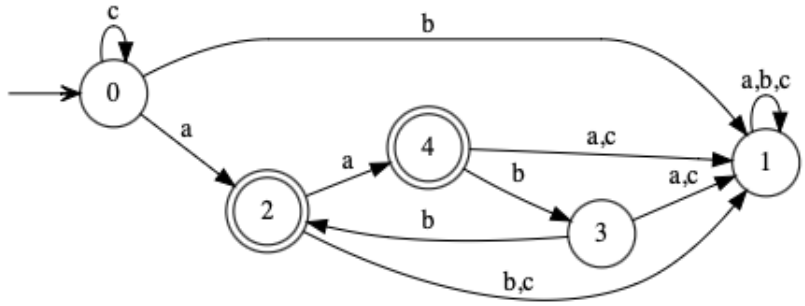
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



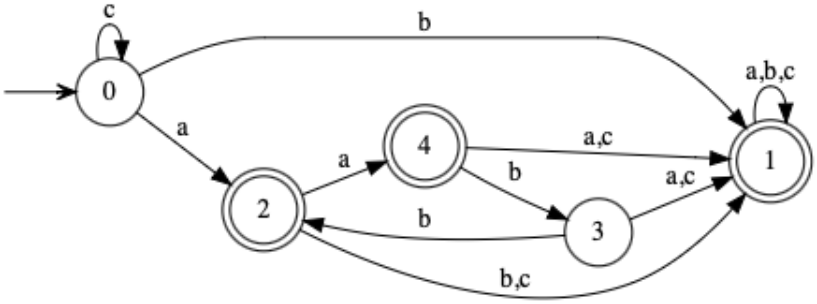
(-i-)



(-ii-)

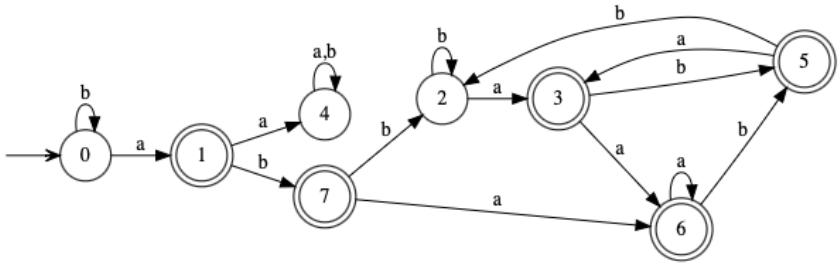


(-iii-)

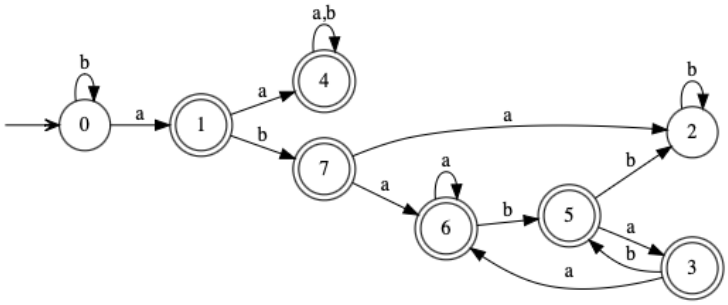


(-iv-)

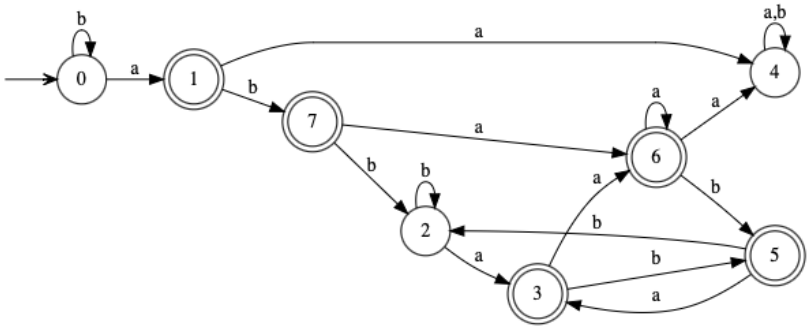
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



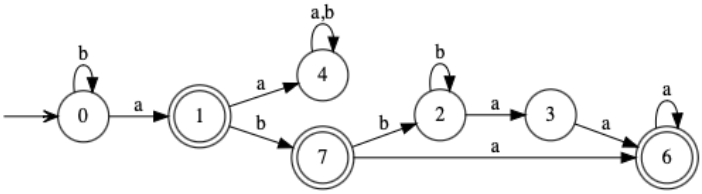
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+272/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 3 : [a] [b] [■] [d] [e]

Question 4 : [a] [■] [c] [■] [e] [■] [g] [■] [i] [j]

Question 5 : [■] [b] [c] [d] [e] [f]

Question 6 : [a] [b] [c] [d] [e] [■]

Question 7 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] [■] [l]

Question 8 : [a] [b] [c] [d] [e] [■] [g] [h]

Question 9 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 10 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 11 : [■] [b] [■] [■] [e] [f] [g] [h] [i]

Question 12 : [a] [b] [c] [■] [e]

Question 13 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 14 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [■]

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 20 états c 8 états d 32 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

d Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

e Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

f Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états b 2 états ■ 4 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

c Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

e Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

f Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

i Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

b La longueur du mot vide est 1.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

g Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 8 états b 16 états c 32 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^*+10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont identiques.

c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-iv-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-

c la Figure 3-iv- d la Figure 3-ii- e la Figure 3-iii-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 2 ☐ b 7 ☐ c 0 ☐ d 5 ☐ e 1 ☐ f 3 ■ 4 ☐ h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

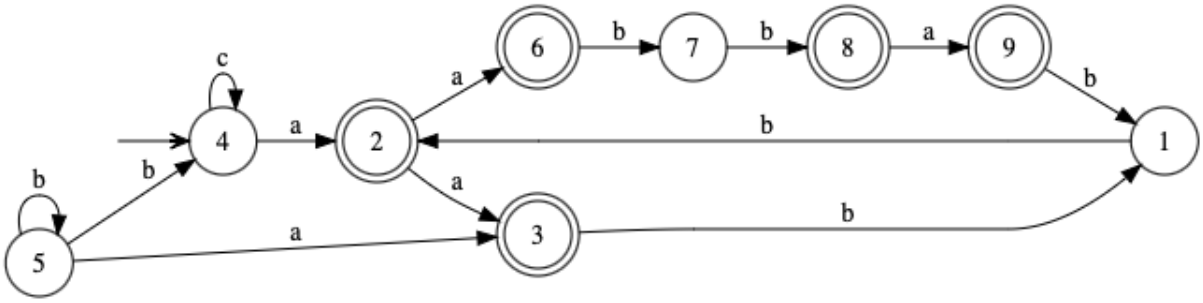
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

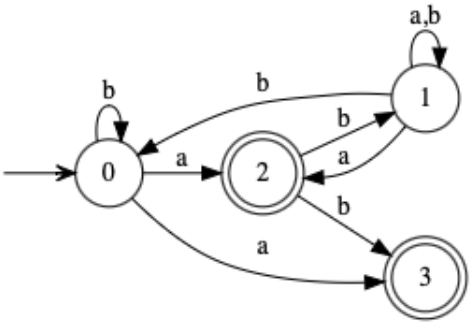
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

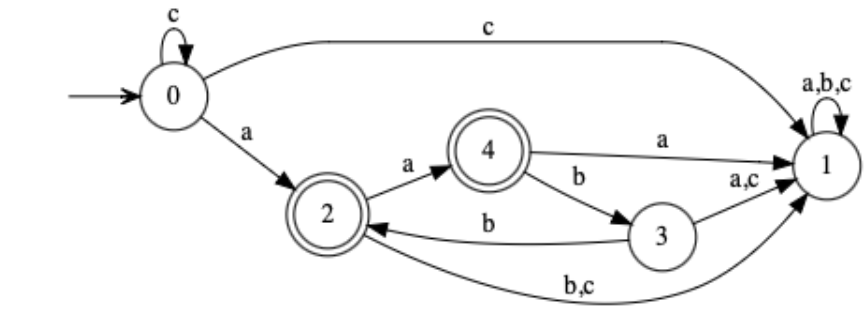


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

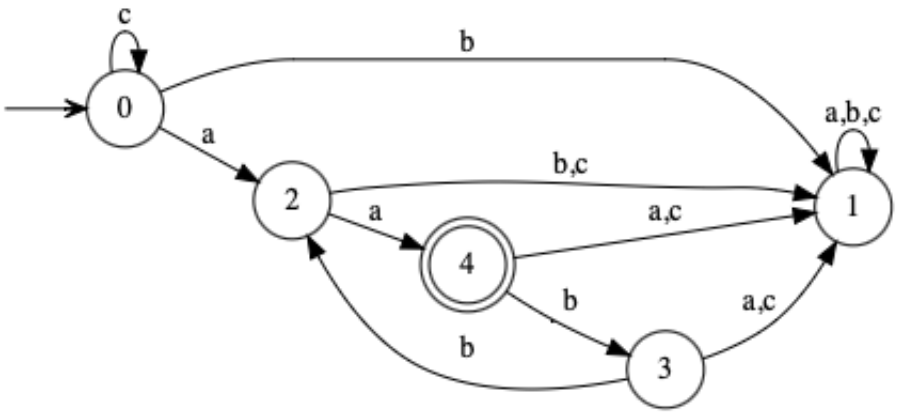


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

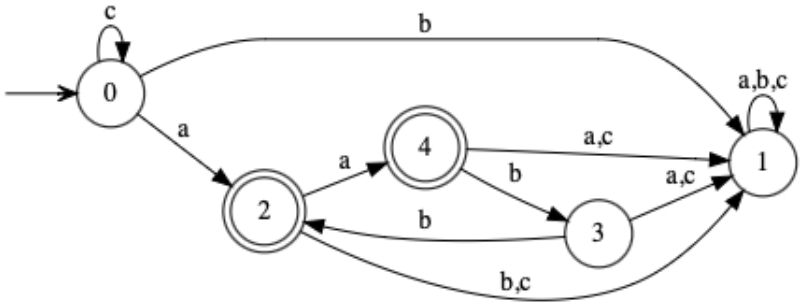
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



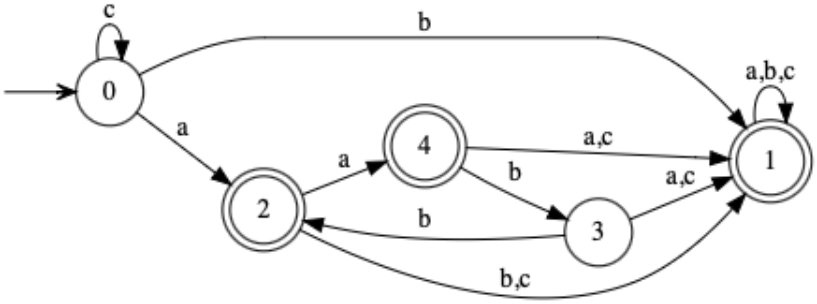
(-i-)



(-ii-)

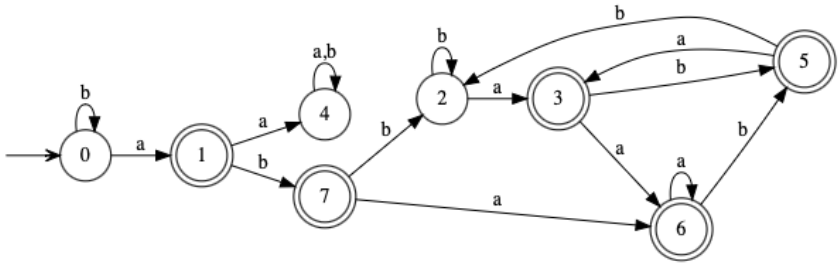


(-iii-)

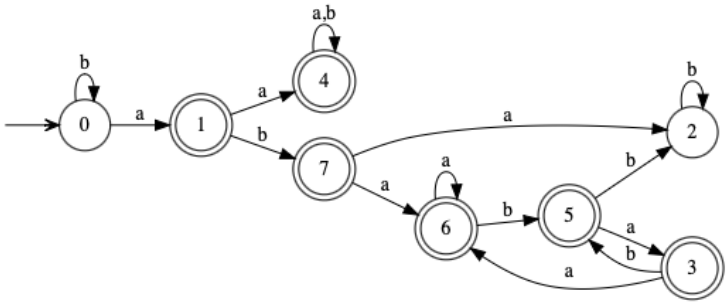


(-iv-)

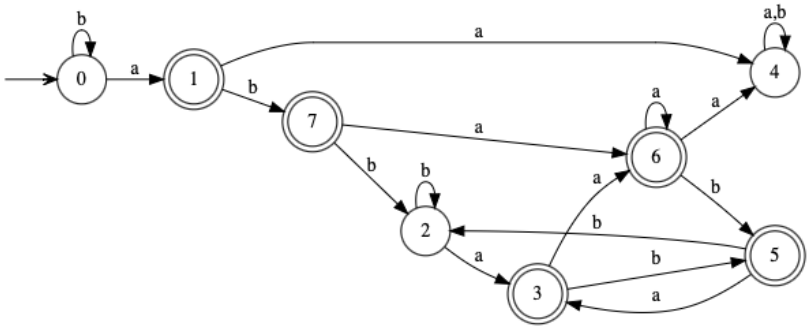
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



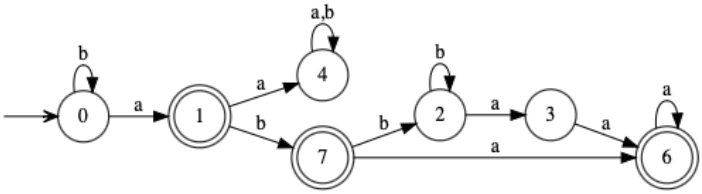
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f

Question 3 : a ■ ■ d e f ■ ■ i j

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : a b c d ■ f g h

Question 6 : a b c ■ e f

Question 7 : a b ■ d e

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : a b ■ ■ e ■ g h i

Question 10 : a b c d e ■

Question 11 : ■ b c d e f

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c d e f ■ h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab ■ *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [c] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [d] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [e] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [f] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [j] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

d Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

f Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

g Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

h Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La longueur du mot vide est 0.

b La longueur du mot vide est 1.

c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

e Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

b Les langages dénotés par A et B sont identiques.

c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

d Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 20 états c 8 états d 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 8 états c 6 états d 2 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états ■ 16 états c 8 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i- c la Figure 3-iv- d la Figure 3-ii-

e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 3 c 2 d 7 e 6 f 1 g 0 h 5

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

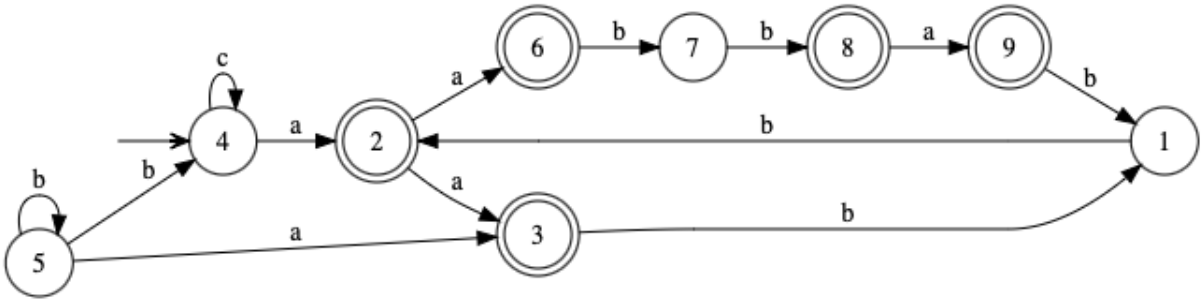
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

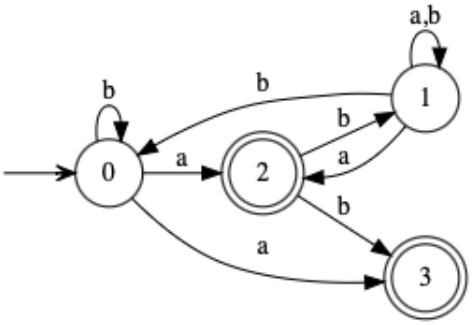
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

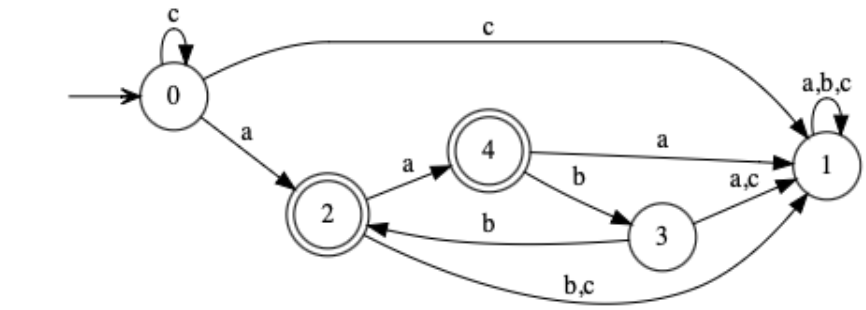


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

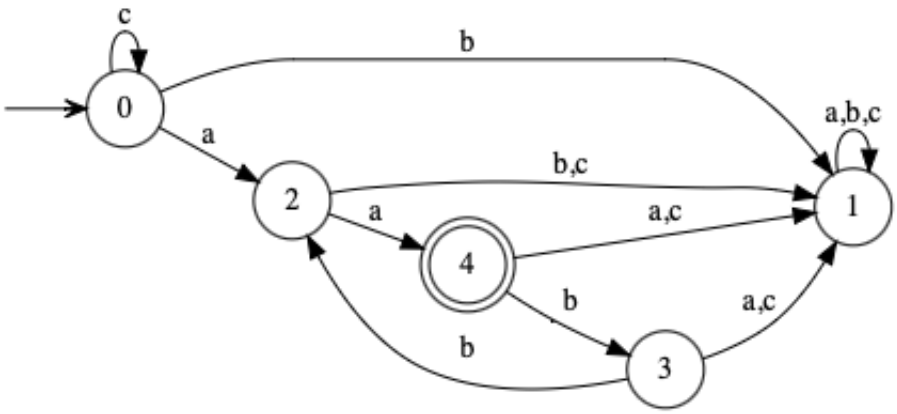


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

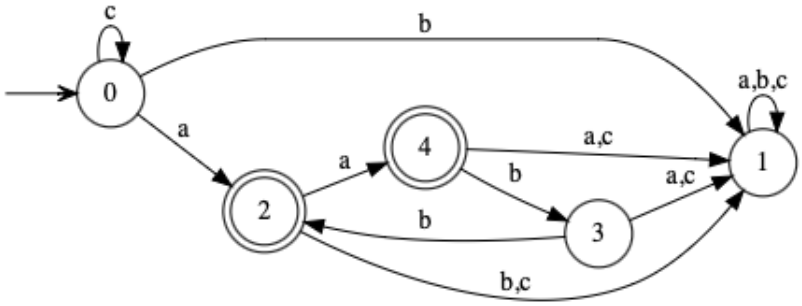
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



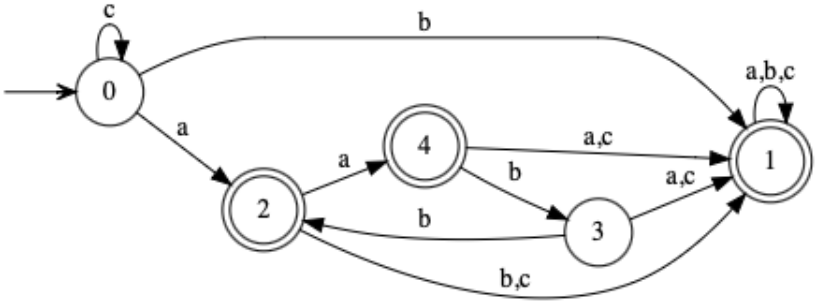
(-i-)



(-ii-)

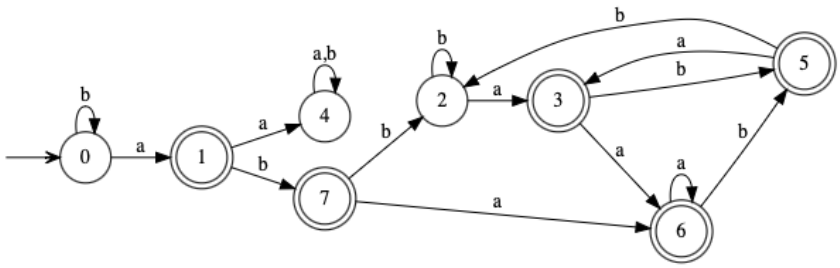


(-iii-)

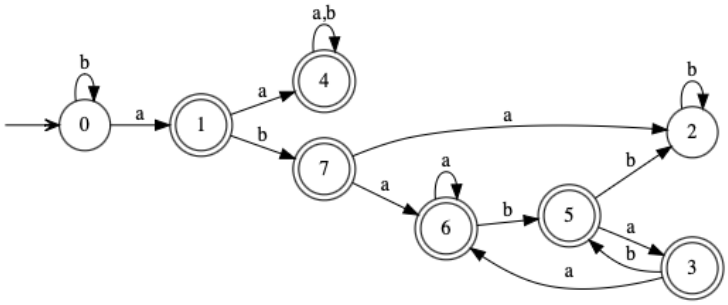


(-iv-)

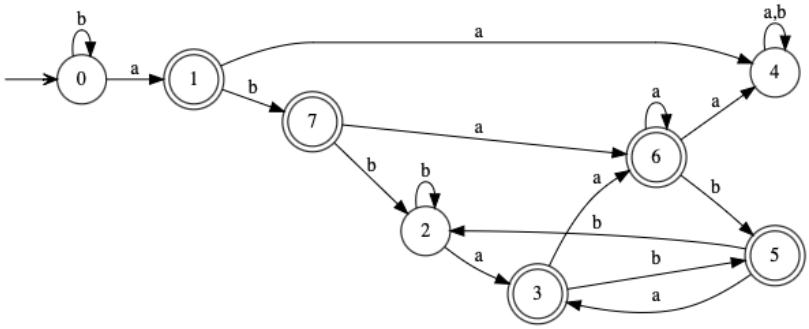
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



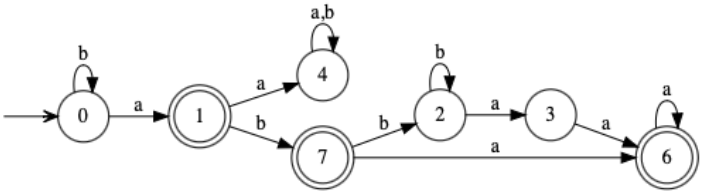
(-i-)



(-ii-)

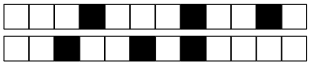


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+274/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 3 : ■ ■ ■ d ■ f g h i j

Question 4 : a b c d ■ f g h

Question 5 : ■ b c d e ■ ■ h i

Question 6 : a b c ■ e f

Question 7 : a b ■ d e f

Question 8 : a b ■ d e

Question 9 : a b c d e ■

Question 10 : ■ b c d e f

Question 11 : a ■ c d e f

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

☐ a 16 états ☐ b 20 états ☐ c 8 états ☐ d 32 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

☐ a Les langages dénotés par A et B sont identiques.
☐ b Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
☐ c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
☐ f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

☐ a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. ☐ b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ☐ c $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
☐ d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. ☐ f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
☐ g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
☐ h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [f] La longueur du mot vide est 1.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[■] 16 états [b] 20 états [c] 8 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [b] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [c] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[f] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[g] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 6 états [b] 8 états ■ 4 états [d] 2 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

[b] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

[c] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

[d] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[f] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

[g] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

[h] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[i] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-ii-. [b] la Figure 2-iv-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
■ la Figure 2-iii-. [d] la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iv- [b] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
■ la Figure 3-i- [d] la Figure 3-iii- [e] la Figure 3-ii-

[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 6 ☐ b 2 ☐ c 7 ☐ d 1 ☐ e 0 ☐ f 3 ■ 4 ☐ h 5

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

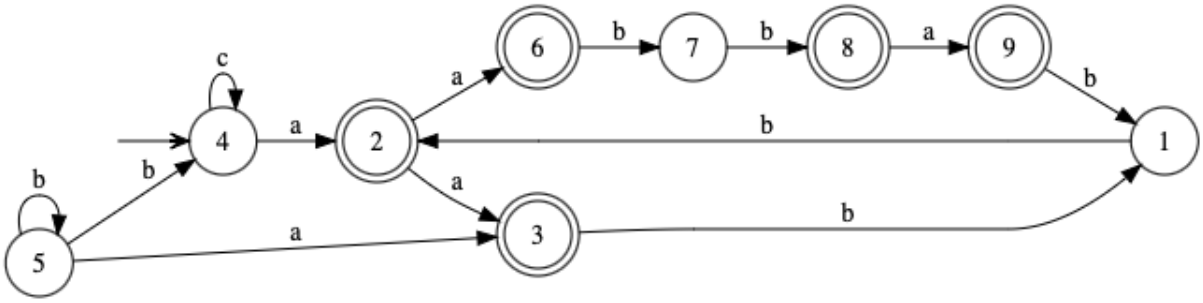
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

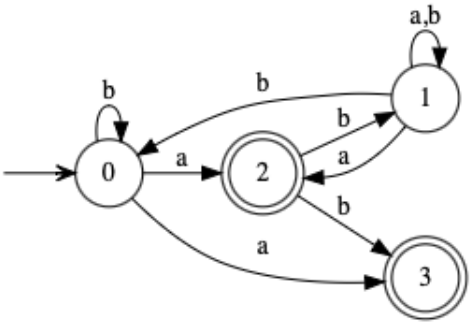
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

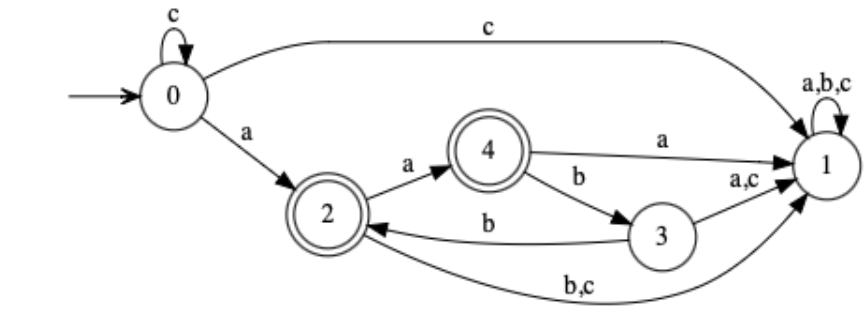


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

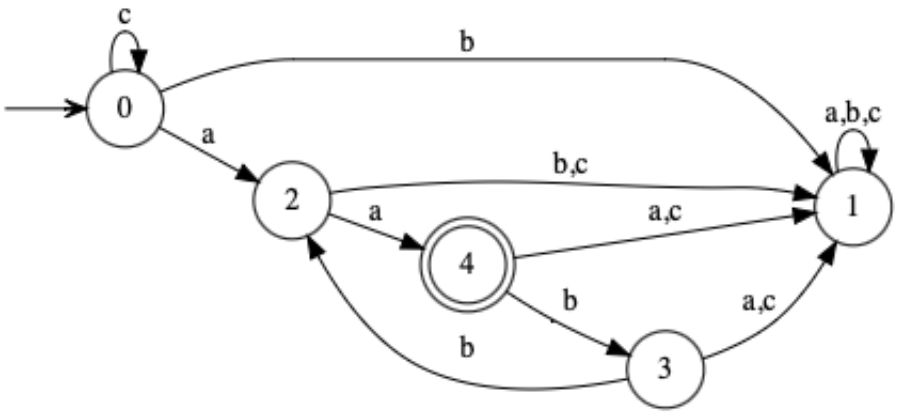


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

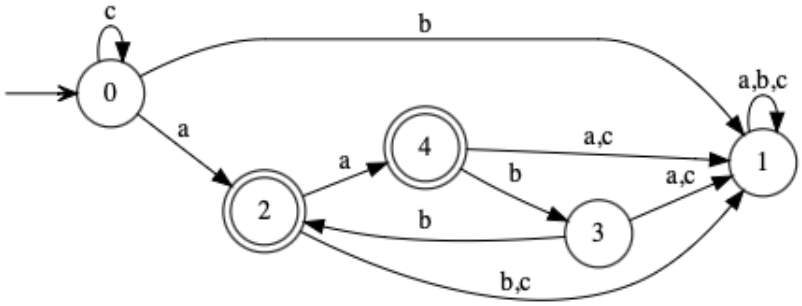
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



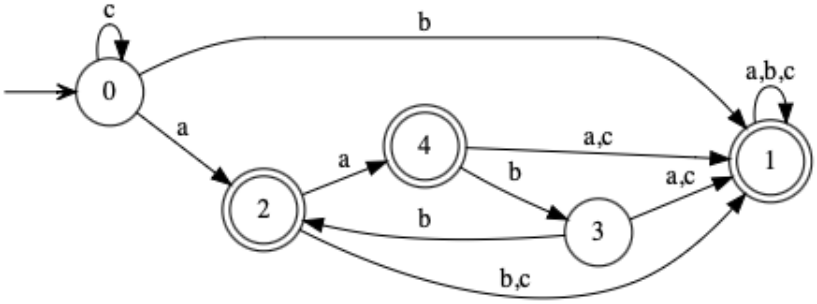
(-i-)



(-ii-)

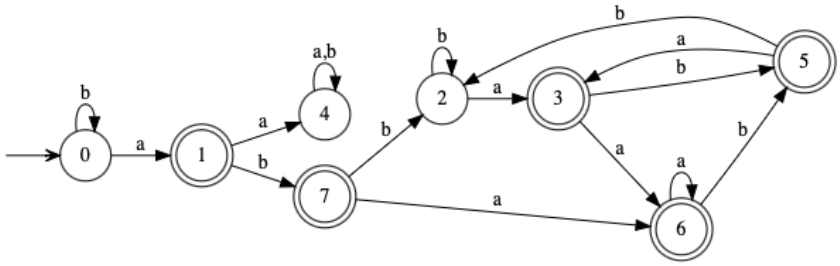


(-iii-)

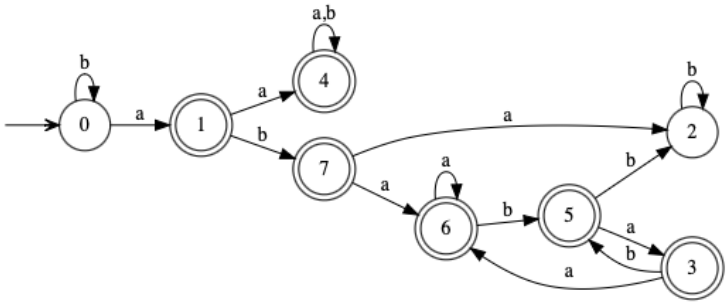


(-iv-)

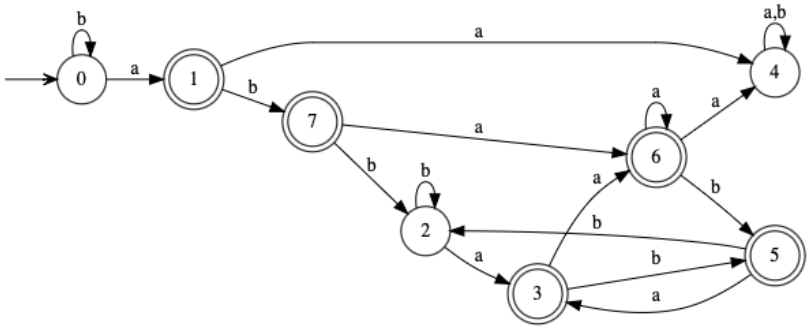
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



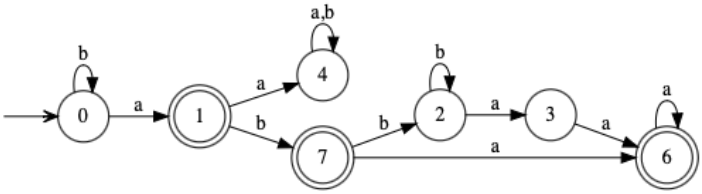
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+275/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e ■

Question 3 : a b c ■ e f

Question 4 : a b c d ■ f g h

Question 5 : a b ■ d e f

Question 6 : a b c ■ ■ f ■ h i

Question 7 : ■ b c d e

Question 8 : ■ b c d e f

Question 9 : ■ b c ■ ■ f g ■ i j

Question 10 : a b ■ d e f

Question 11 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b c d e f ■ h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

- [a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
- [b] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
- [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
- [d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
- [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
- [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

d Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 8 états ■ 16 états c 20 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

b Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

d Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

f Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

d Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

h Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

i Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

j Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états b 8 états c 6 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

c Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

d La longueur du mot vide est 1.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 32 états c 8 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-ii-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-

c la Figure 3-iv- d la Figure 3-ii- e la Figure 3-iii-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 2 c 1 d 6 e 7 f 3 g 0 h 5

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

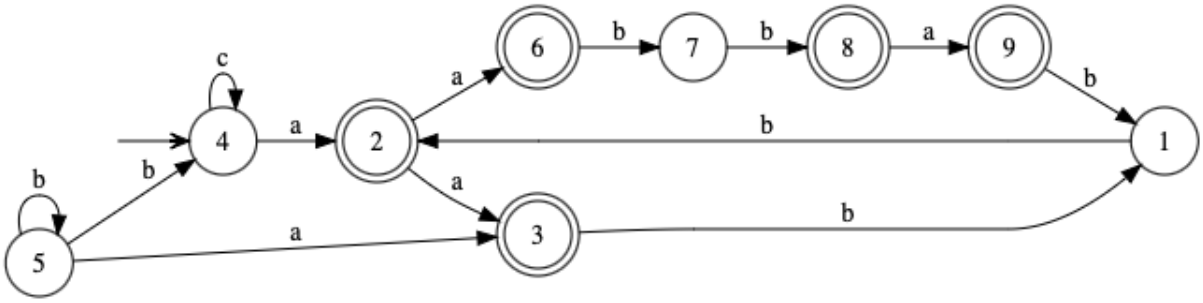
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

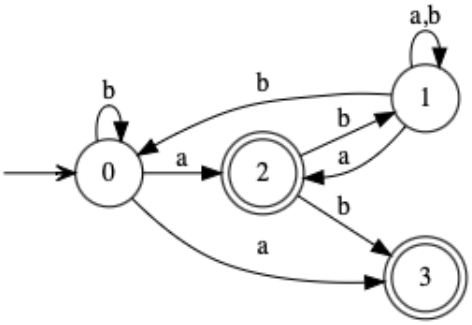
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

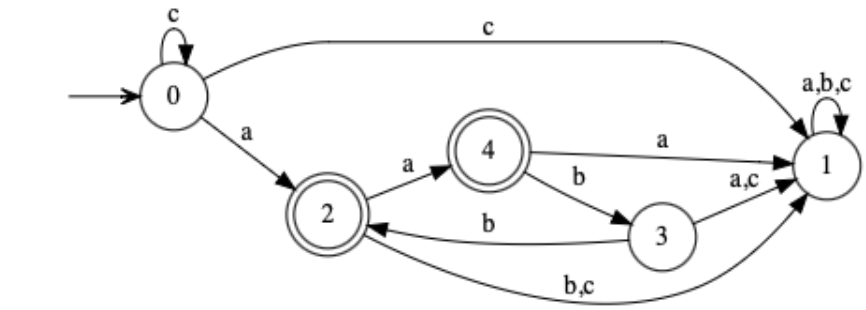


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

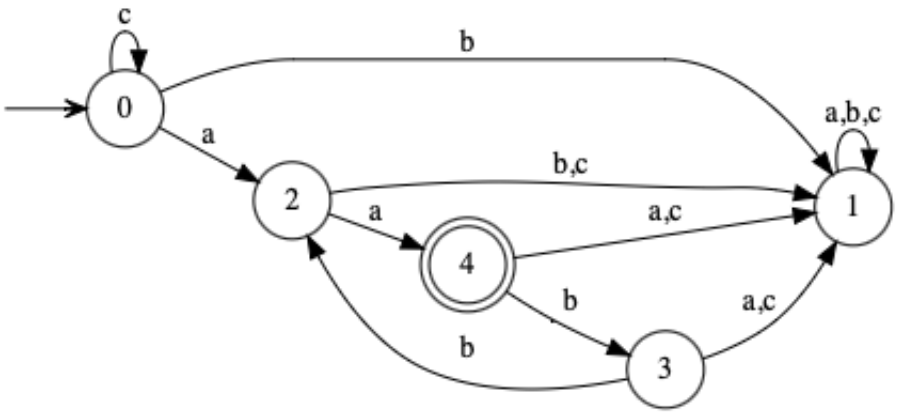


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

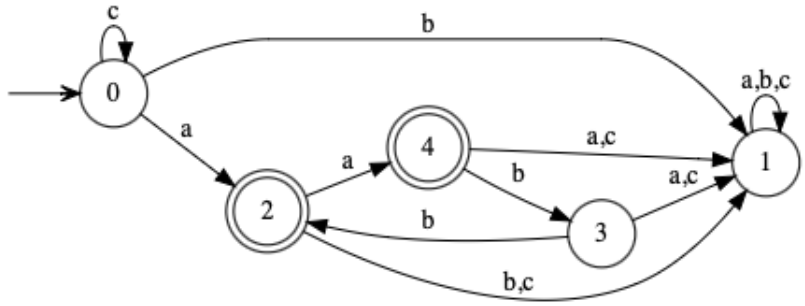
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



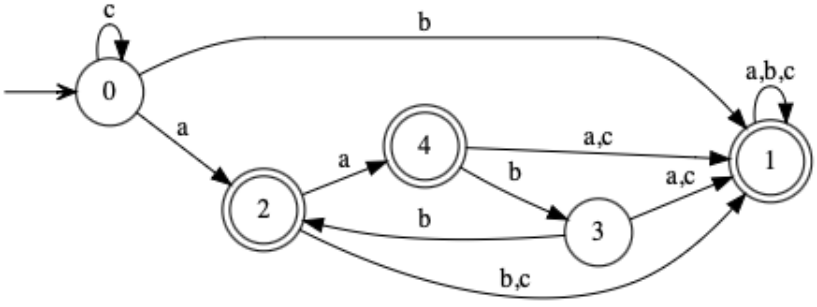
(-i-)



(-ii-)

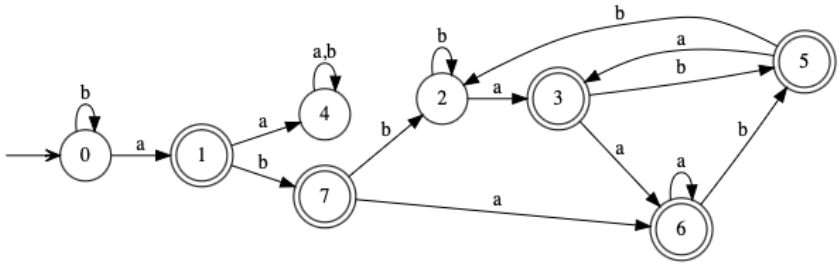


(-iii-)

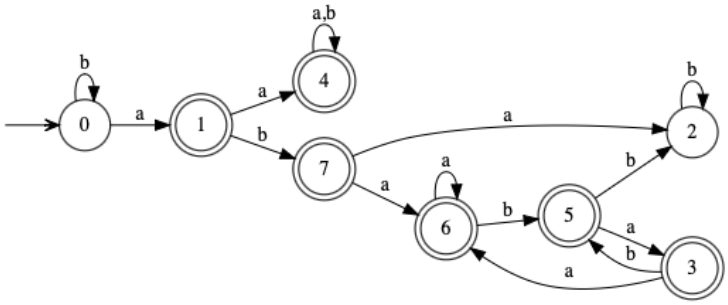


(-iv-)

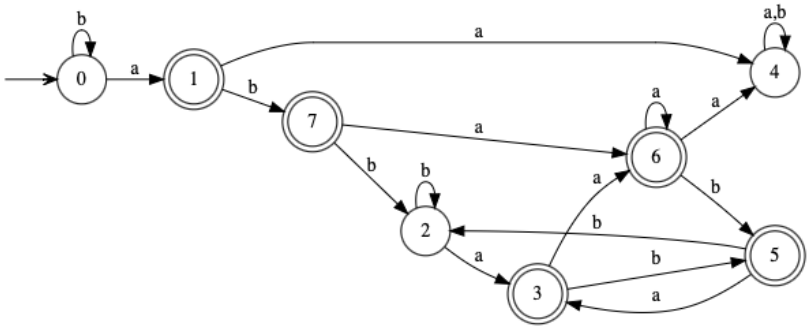
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



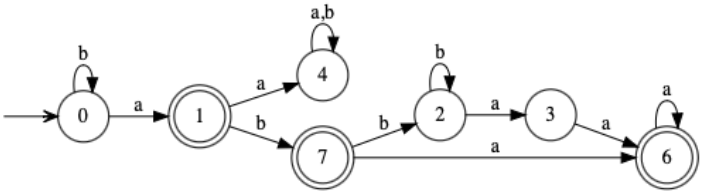
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+276/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e

Question 3 : a b c d ■ f g h

Question 4 : ■ b c d e f

Question 5 : a b ■ d e f

Question 6 : a ■ c d e f

Question 7 : a b ■ d ■ f ■ ■ i j

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : ■ ■ c d ■ f g h i

Question 11 : a b c d e ■

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

☐ a 16 états ☐ b 20 états ☐ c 32 états ☐ d 8 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. ☐ b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ☐ c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
☐ d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ☐ e $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ☐ f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
☐ g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
☐ h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

☐ a 32 états ■ 16 états ☐ c 20 états ☐ d 8 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
☐ f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [b] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [f] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [■] 4 états [c] 2 états [d] 6 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [e] La longueur du mot vide est 1.
- [f] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [g] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^*+10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

b Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont identiques.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

c Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

d Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

g Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

h Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

i Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i-
d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe e la Figure 3-ii-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 2 b 0 c 1 d 5 ■ 4 f 7 g 3 h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

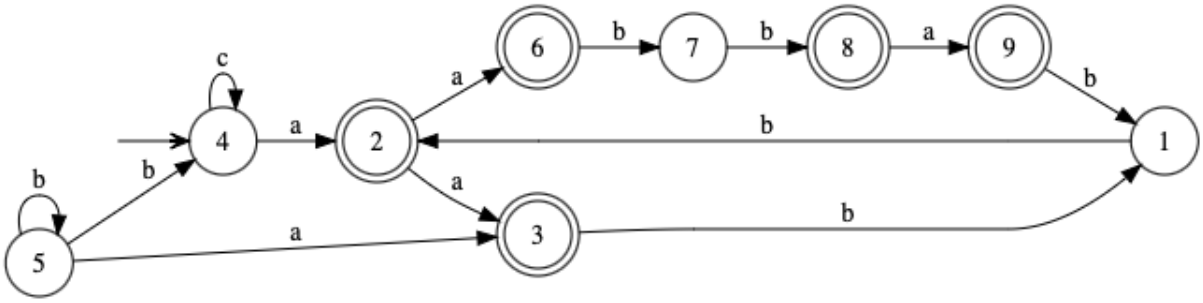
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

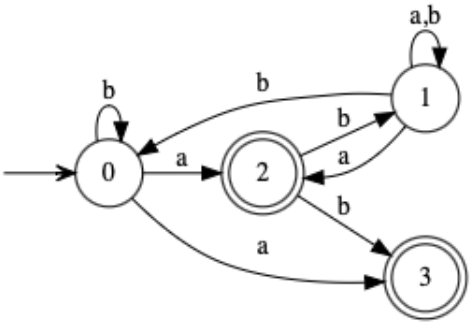
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

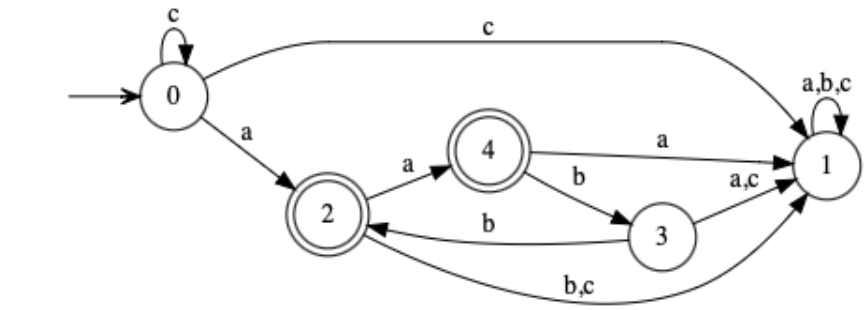


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

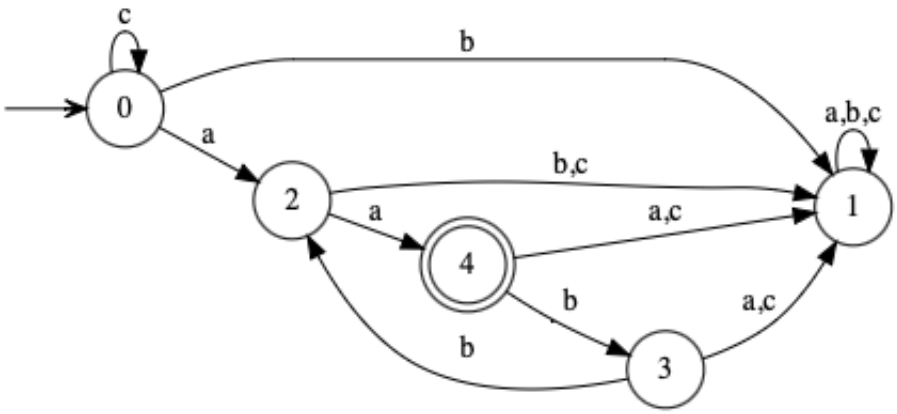


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

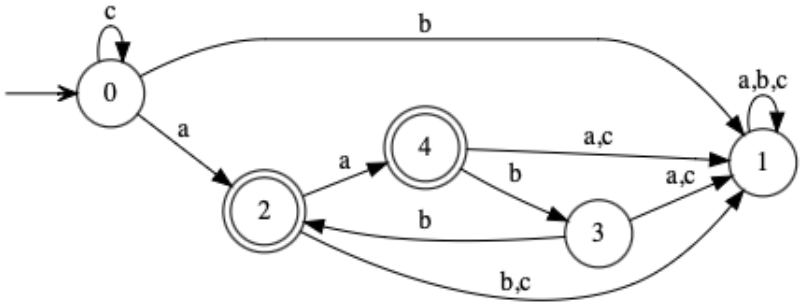
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



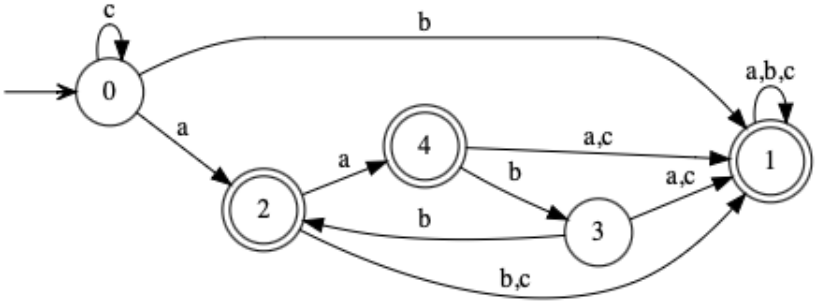
(-i-)



(-ii-)

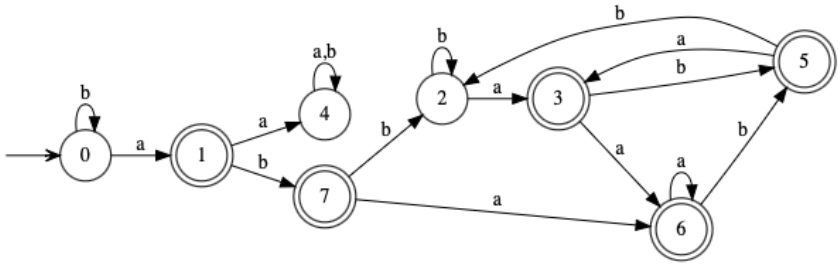


(-iii-)

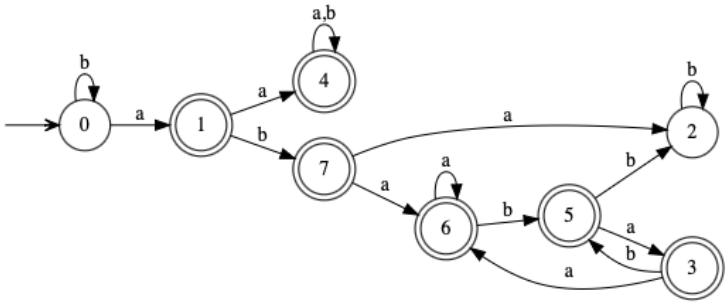


(-iv-)

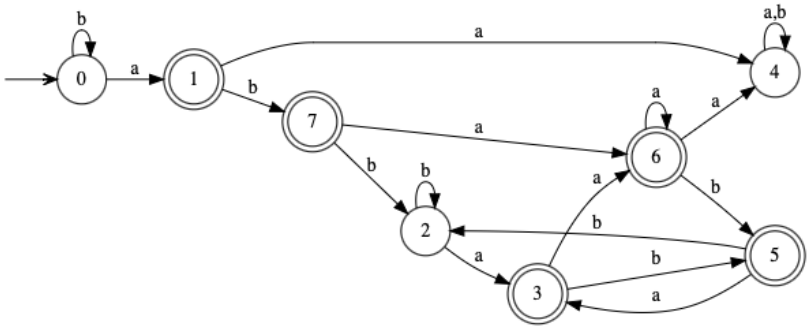
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



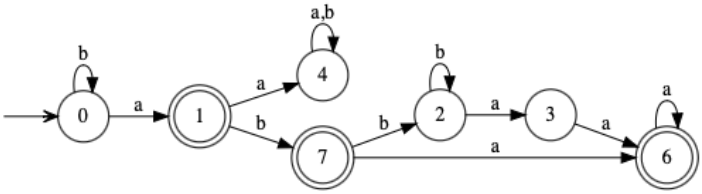
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+277/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [b] [c] [d] [e] [■]

Question 3 : [■] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 4 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 5 : [a] [b] [■] [d] [■] [f] [■] [■] [i] [j]

Question 6 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 7 : [a] [■] [■] [■] [e] [f] [g] [h] [i]

Question 8 : [a] [■] [c] [d] [e]

Question 9 : [■] [b] [c] [d] [e] [f]

Question 10 : [■] [b] [c] [d] [e] [f]

Question 11 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] [■] [l]

Question 12 : [a] [b] [■] [d] [e]

Question 13 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 14 : [a] [b] [c] [d] [■] [f] [g] [h]

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [b] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [h] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [b] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

g La longueur du mot vide est 1.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 2 états c 8 états d 6 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

b Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

c Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

g Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

h Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

j Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 8 états b 32 états c 20 états d 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont identiques.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 32 états c 20 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-iv-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-

c la Figure 3-iii- d la Figure 3-ii- e la Figure 3-iv-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 5 ☐ b 6 ☐ c 3 ☐ d 2 ☐ e 0 ■ 4 ☐ g 7 ☐ h 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

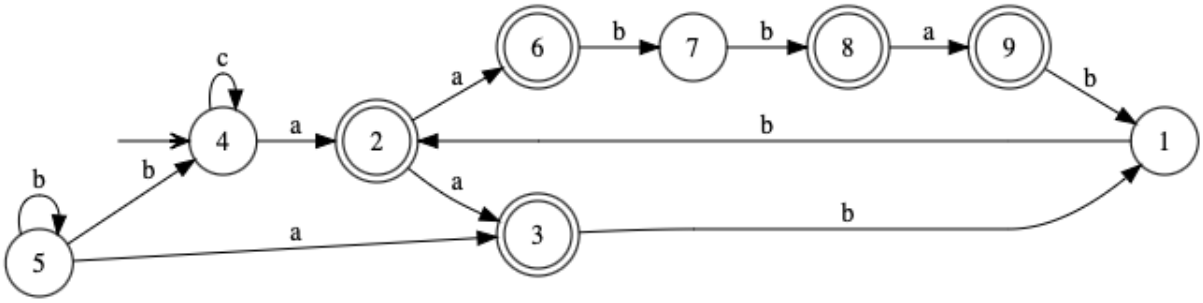
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

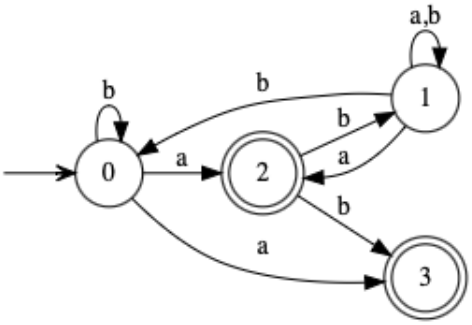
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

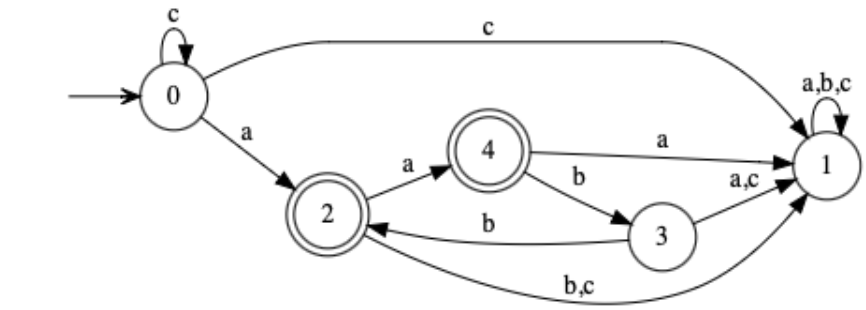


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

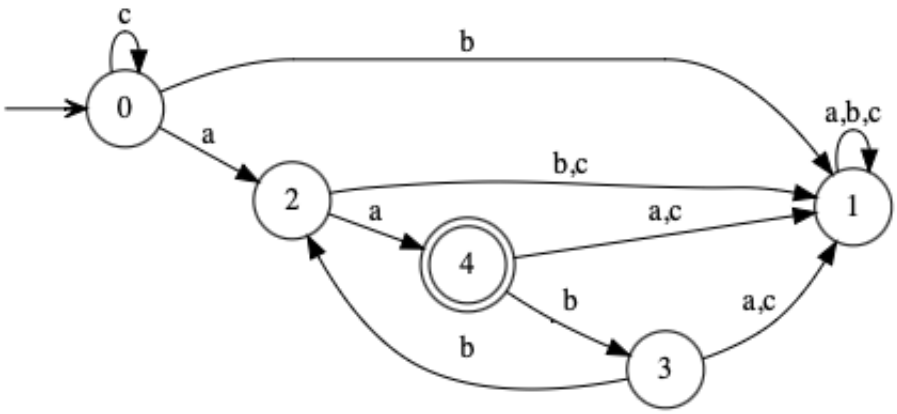


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

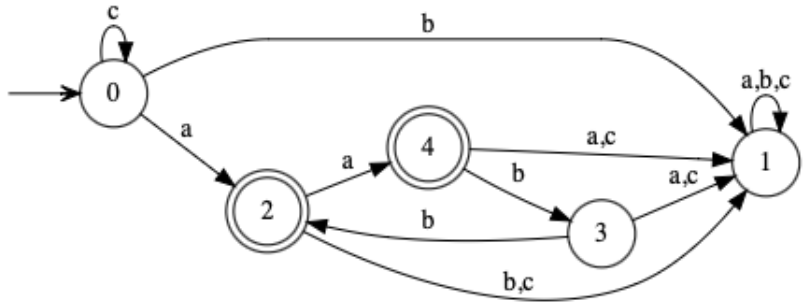
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



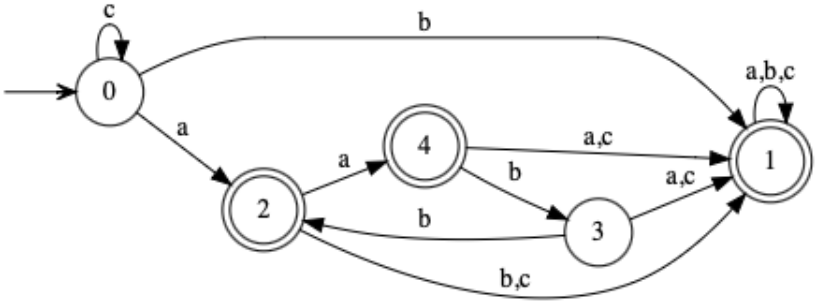
(-i-)



(-ii-)

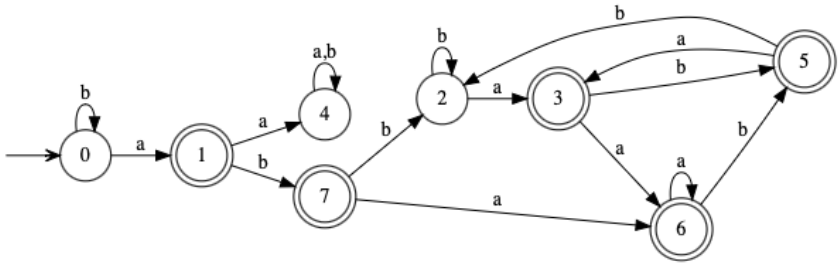


(-iii-)

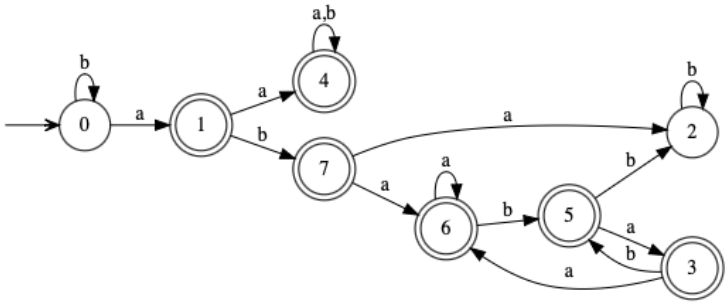


(-iv-)

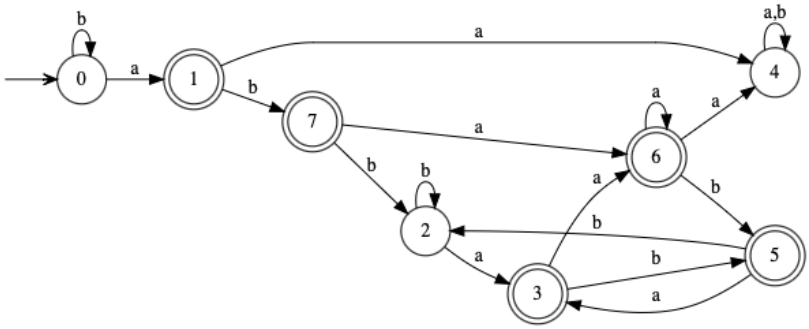
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



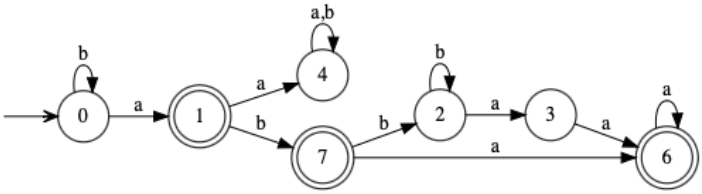
(-i-)



(-ii-)

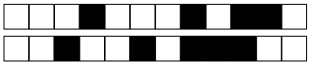


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+278/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c ■ ■ ■ ■ h i j

Question 3 : a b ■ ■ ■ f g h i

Question 4 : ■ b c d e

Question 5 : a b ■ d e f g h

Question 6 : a ■ c d e f

Question 7 : ■ b c d e f

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : a b c d e ■

Question 10 : a ■ c d e f

Question 11 : ■ b c d e f

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c d e ■ g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 2 états ■ 4 états [d] 6 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
[c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
■ La longueur du mot vide est 0.
[e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
[f] La longueur du mot vide est 1.
[g] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
b Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
c Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
d Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
e Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
f Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
g Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
j Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 6 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 8 états c 32 états d 16 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^* + 10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont identiques.
b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [e] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [f] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 8 états [■] 16 états [d] 20 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[■] la Figure 2-iii-. [b] la Figure 2-i-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-ii-. [d] la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- b la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i- d la Figure 3-ii-
e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 0 ■ 4 c 1 d 2 e 5 f 3 g 6 h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

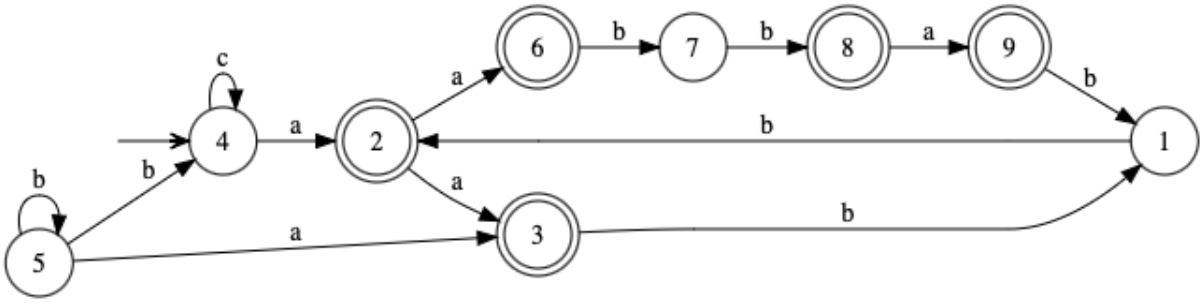
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

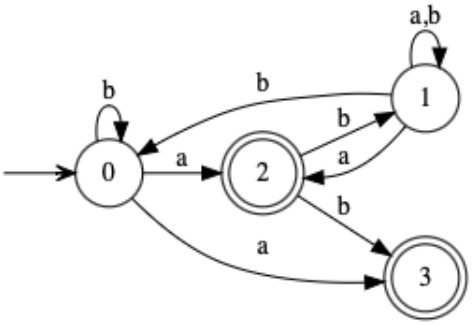
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

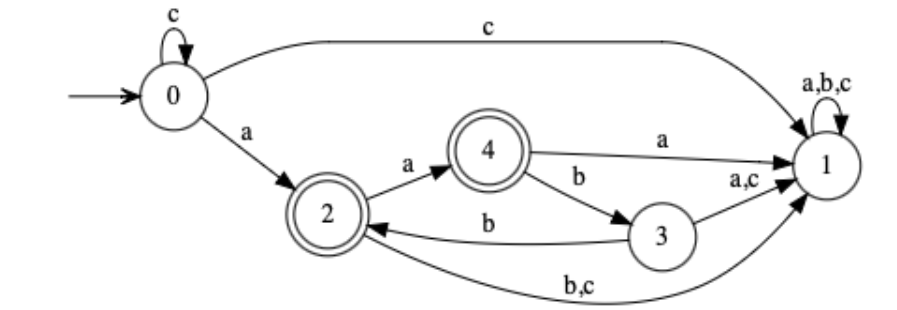


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

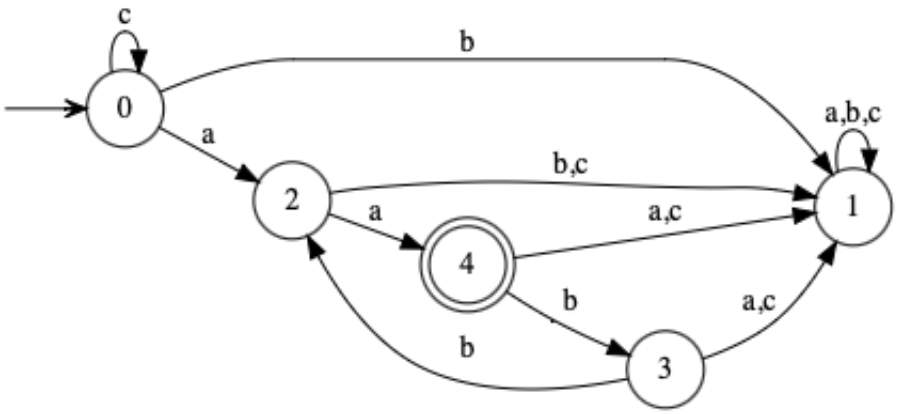


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

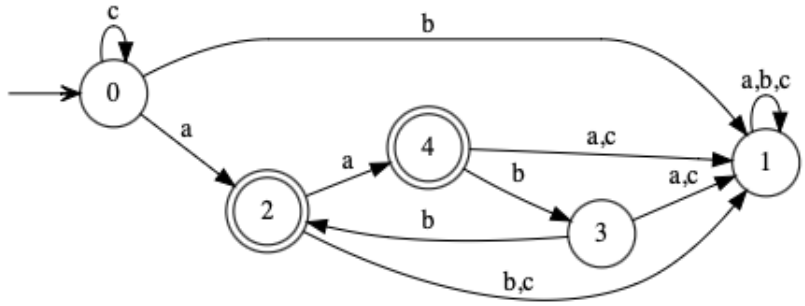
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



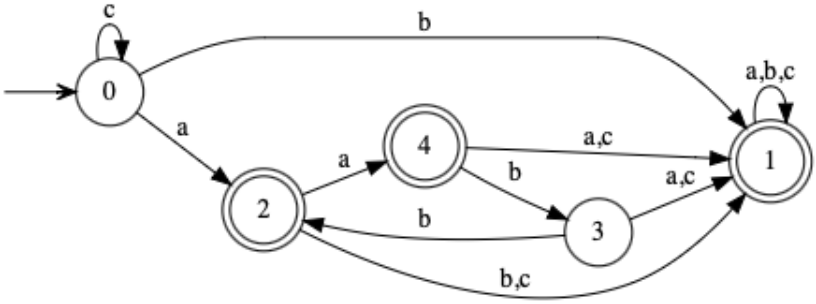
(-i-)



(-ii-)

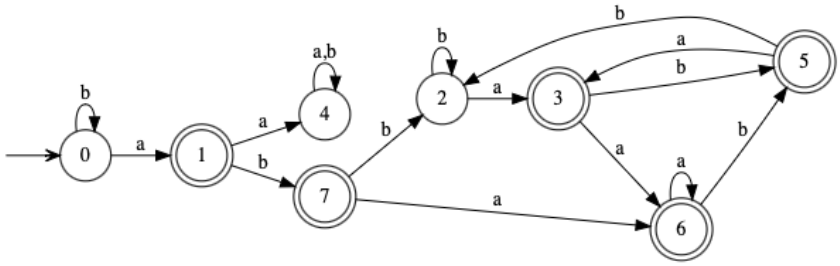


(-iii-)

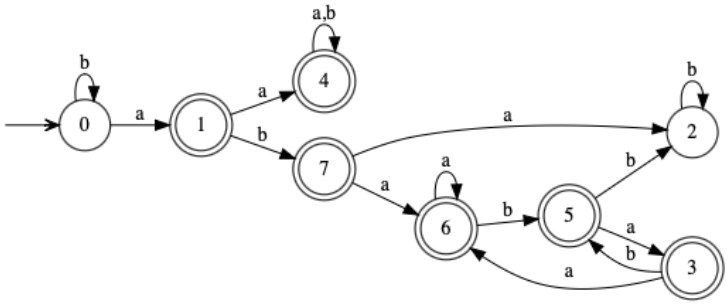


(-iv-)

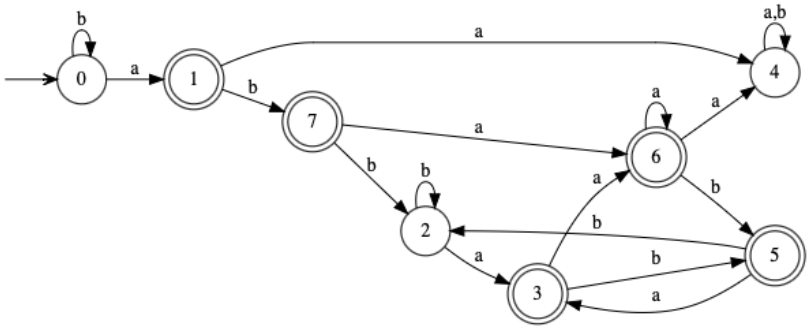
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



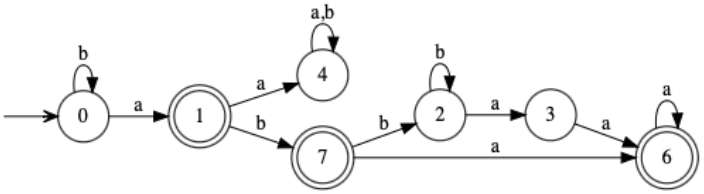
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+279/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e f

Question 3 : ■ ■ c ■ e f g h i

Question 4 : a b c ■ e f g h

Question 5 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 6 : a b c d e ■

Question 7 : a b ■ d e

Question 8 : a b c ■ e f

Question 9 : a ■ c ■ e f ■ ■ i j

Question 10 : ■ b c d e f

Question 11 : a b ■ d e f

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a ■ c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 2 états [b] 8 états [c] 6 états [■] 4 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[c] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
[d] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
[e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[f] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
[g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[h] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
[i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[j] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
[■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

☐ a 20 états ■ 16 états ☐ c 32 états ☐ d 8 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
☐ f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

☐ a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
☐ c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
☐ d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
☐ f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
☐ b Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
☐ d Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
☐ g Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
☐ h Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
☐ j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
☐ b La longueur du mot vide est 1.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
■ La longueur du mot vide est 0.
☐ e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
☐ f Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
☐ g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 8 états [c] 32 états [d] 16 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^*+10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
[b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
[d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
[b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
[c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-i-. [b] la Figure 2-ii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[■] la Figure 2-iii-. [d] la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iv- [■] la Figure 3-i- [c] la Figure 3-ii- [d] la Figure 3-iii-
[e] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 2 ☐ b 1 ☐ c 3 ☐ d 6 ☐ e 5 ☐ f 7 ☐ g 0 ■ 4

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

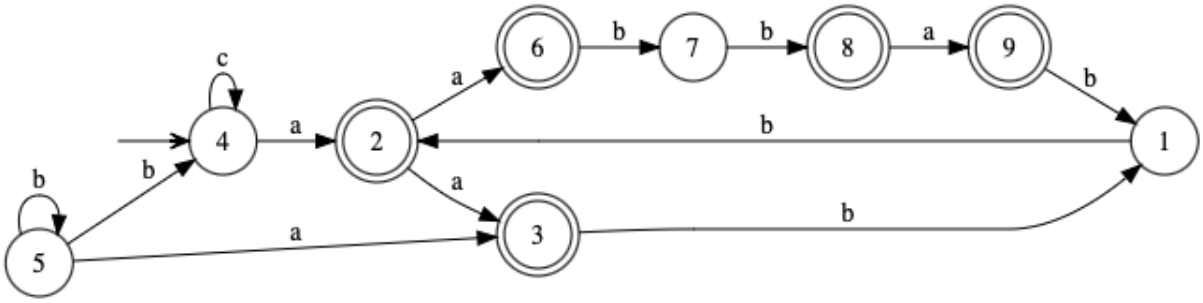
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

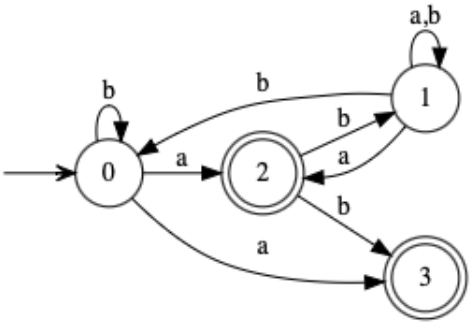
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

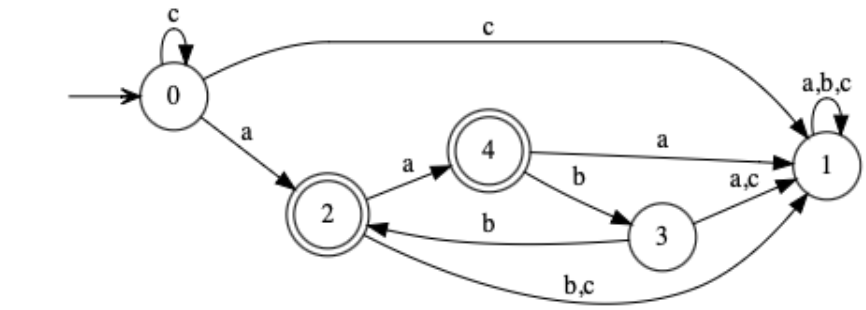


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

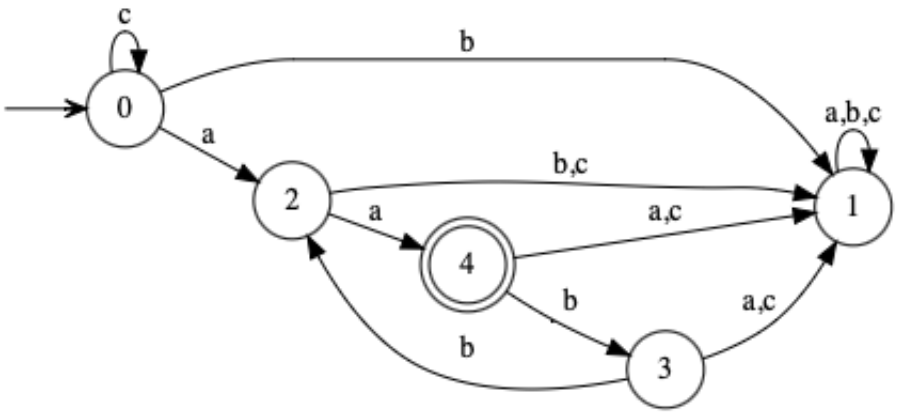


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

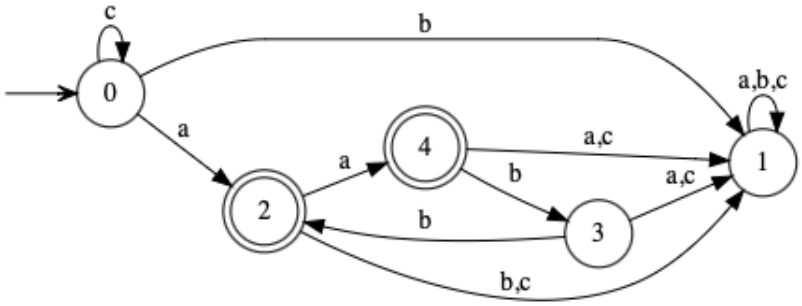
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



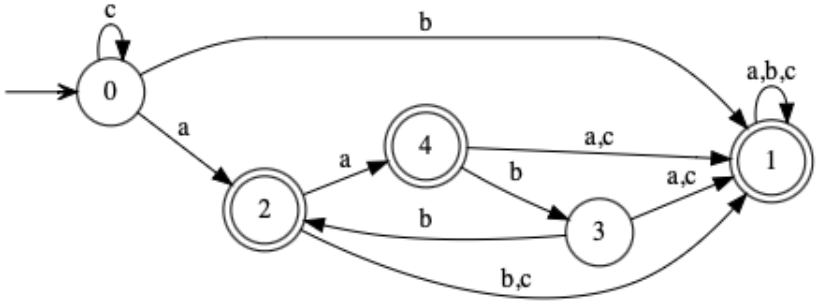
(-i-)



(-ii-)

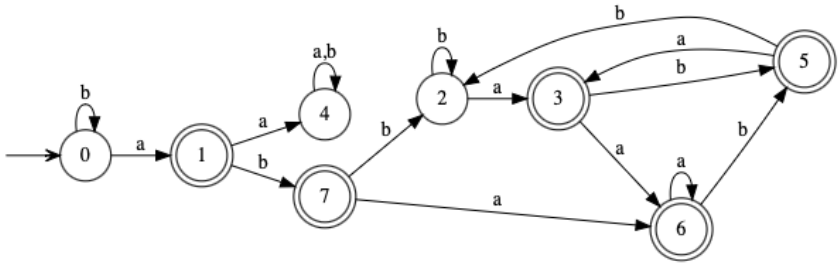


(-iii-)

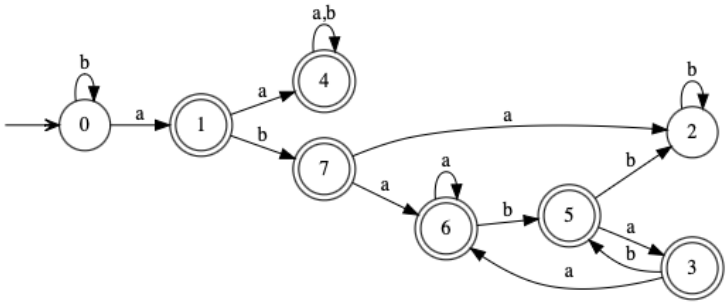


(-iv-)

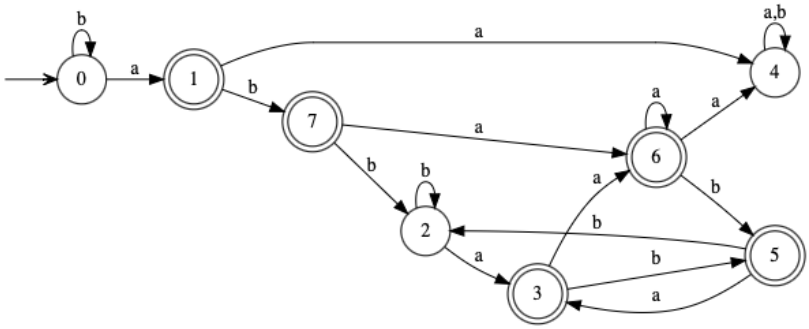
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



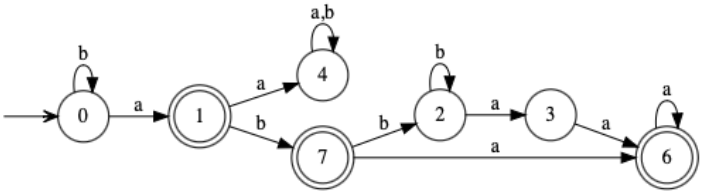
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+280/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c ■ e f

Question 3 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 4 : a ■ c d e f

Question 5 : a ■ c d e f

Question 6 : ■ b ■ d ■ ■ g h i j

Question 7 : ■ b ■ ■ e f g h i

Question 8 : a ■ c d e f g h

Question 9 : a b c d e ■

Question 10 : a b ■ d e f

Question 11 : ■ b c d e

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c d e f g ■

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 8 états [c] 20 états [■] 16 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

- [c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [c] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [c] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [f] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [h] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [c] La longueur du mot vide est 1.
- [d] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [■] La longueur du mot vide est 0.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

c Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

d Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

g Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

h Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

i Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

j Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 10 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 8 états b 32 états c 20 états d 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états ■ 4 états c 2 états d 6 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-iii-
c la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i- e la Figure 3-iv-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 0 b 3 c 7 d 1 ■ 4 f 5 g 2 h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

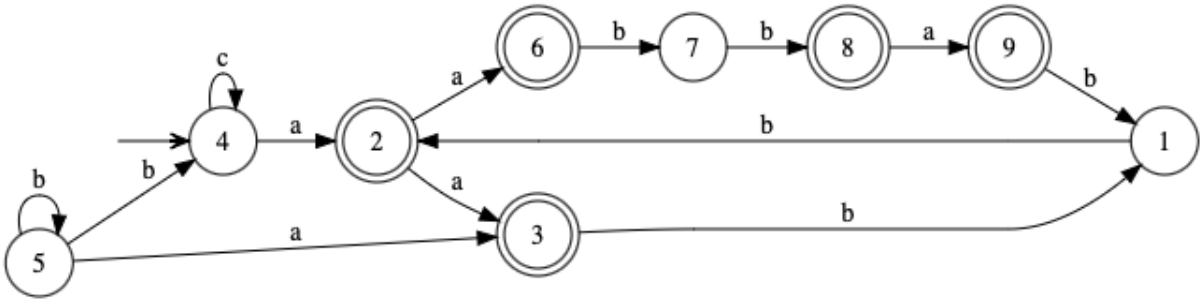
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

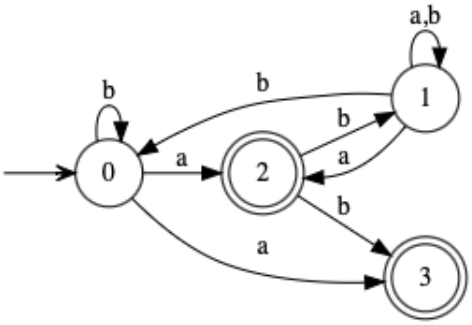
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

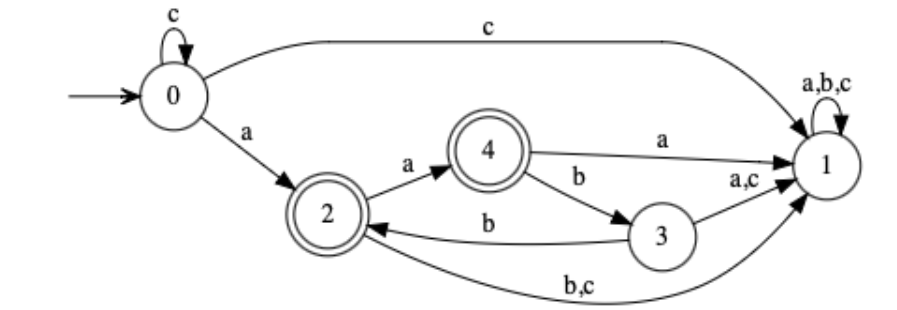


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

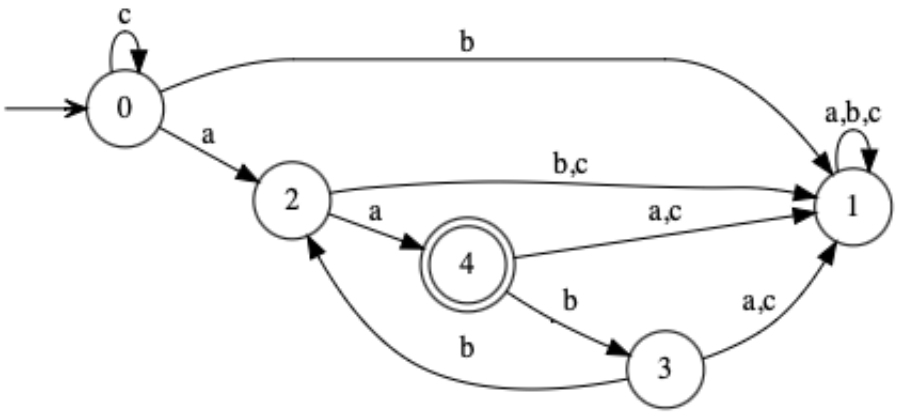


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

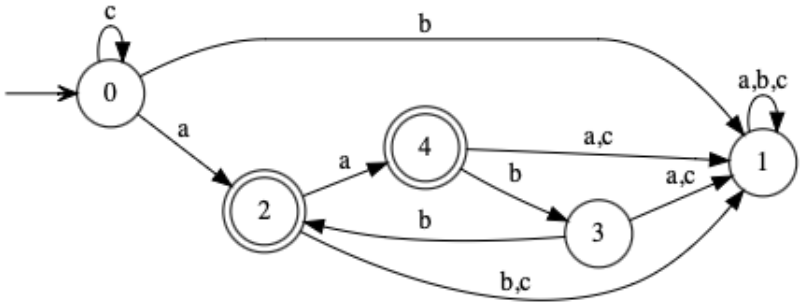
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



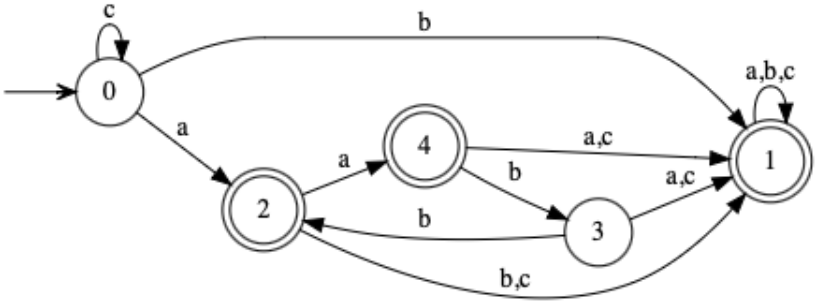
(-i-)



(-ii-)

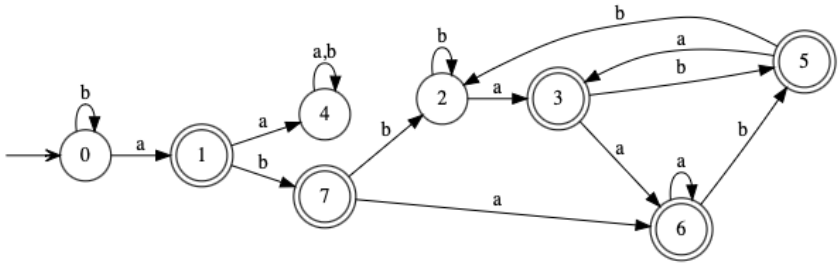


(-iii-)

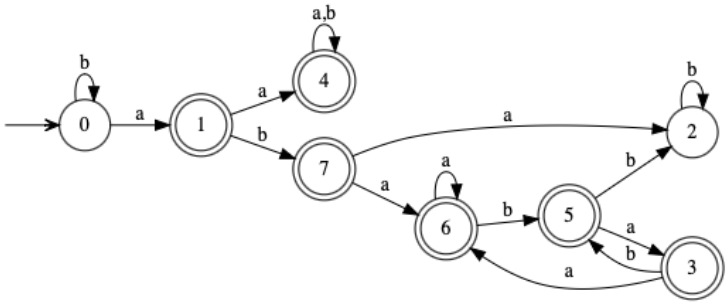


(-iv-)

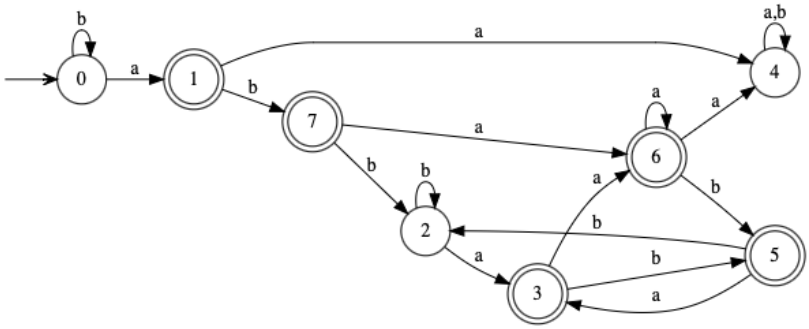
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



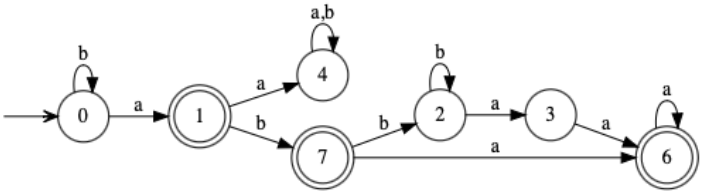
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+281/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e

Question 3 : a b c ■ e f

Question 4 : a b c ■ e f

Question 5 : ■ b c d e f

Question 6 : a b c d e ■ g h

Question 7 : ■ ■ c d ■ f ■ h i j

Question 8 : a ■ c d ■ ■ g h i

Question 9 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 10 : a b c d e ■

Question 11 : a ■ c d e f

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab ■ *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [b] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [c] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [b] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [c] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [d] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [e] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [h] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

☐ l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

☐ a 32 états ☐ b 8 états ■ 16 états ☐ d 20 états

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

☐ f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

☐ a Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

☐ b Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

☐ e Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

☐ f Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

☐ i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

☐ j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

☐ a 2 états ■ 4 états ☐ c 6 états ☐ d 8 états

☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

☐ f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

☐ c Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

☐ d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

☐ f La longueur du mot vide est 1.

☐ g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

☐ h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

☐ i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 8 états [c] 20 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
[b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
[c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^*+10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
[c] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
[d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. [b] la Figure 2-i-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-iv-. [d] la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- [b] la Figure 3-ii- [c] la Figure 3-iii- [d] la Figure 3-iv-
[e] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 0 c 3 d 6 e 1 f 5 g 7 h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

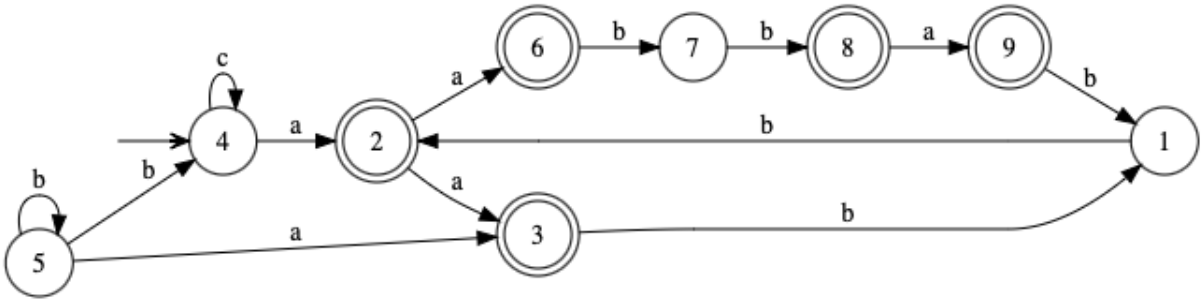
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

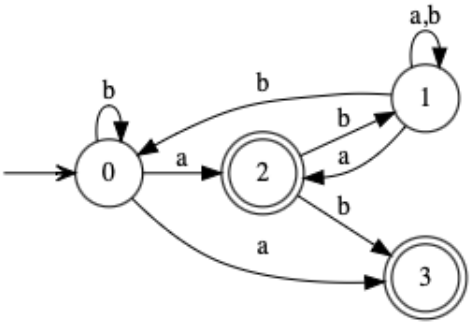
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

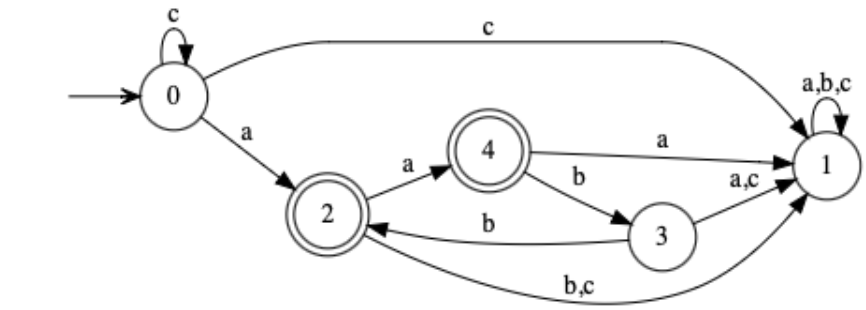


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

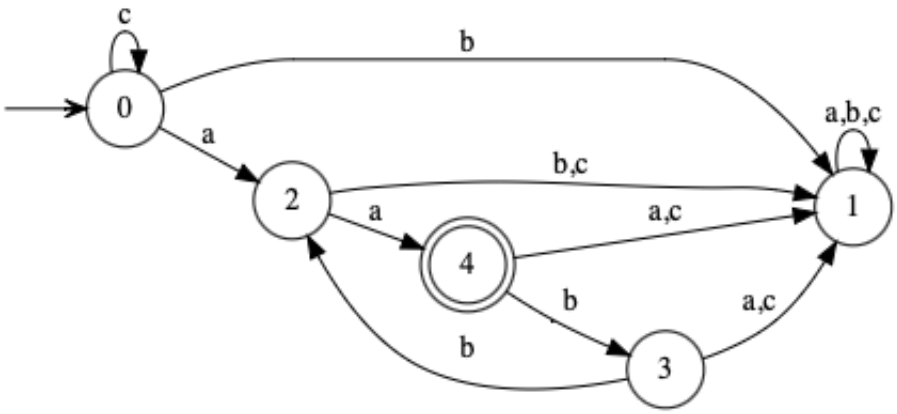


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

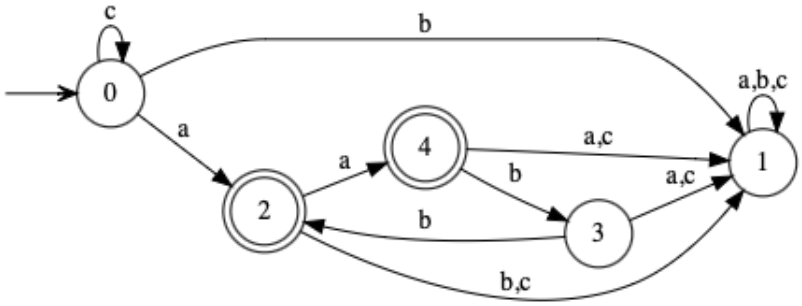
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



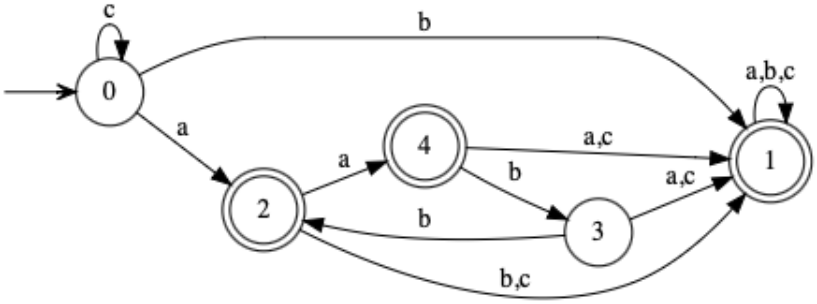
(-i-)



(-ii-)

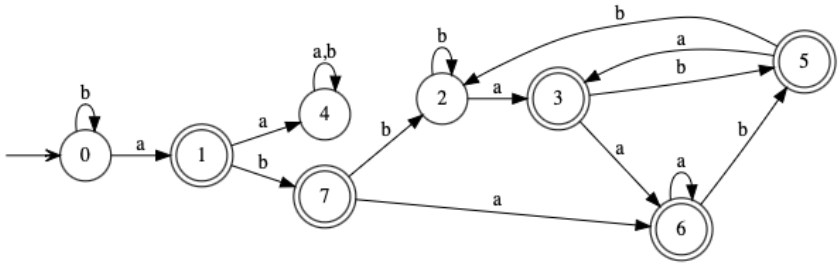


(-iii-)

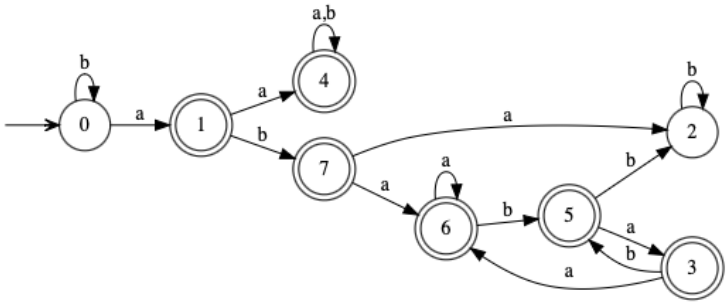


(-iv-)

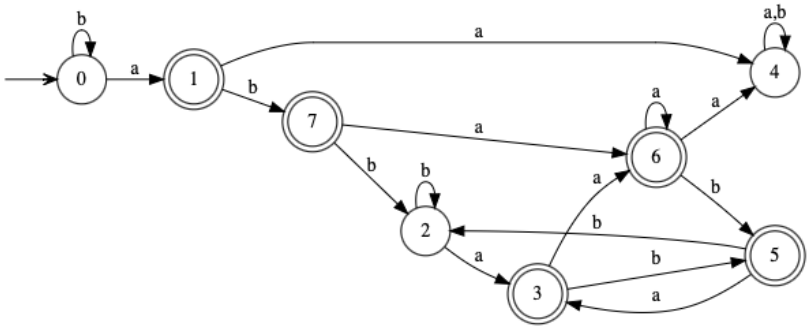
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



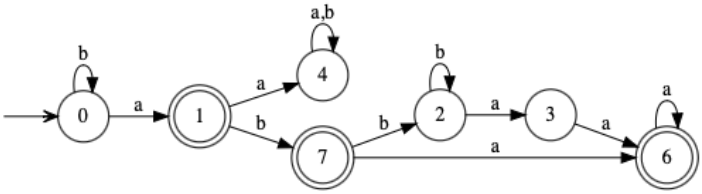
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+282/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f

Question 3 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : a b ■ ■ e f ■ ■ i j

Question 6 : a ■ c d e f

Question 7 : ■ ■ c d ■ f g h i

Question 8 : a b c d e ■

Question 9 : ■ b c d e

Question 10 : ■ b c d e f g h

Question 11 : a ■ c d e f

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [b] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 20 états [c] 8 états [■] 16 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [d] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

- [e] La longueur du mot vide est 1.
- [f] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [b] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [h] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [b] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [c] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [e] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [g] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [h] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [i] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

- [a] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
- [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
- [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
- [d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
- [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
- [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 2 états c 6 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 32 états c 8 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-ii-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe

c la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i- e la Figure 3-ii-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 6 ☐ b 1 ☐ c 3 ☐ d 2 ■ 4 ☐ f 7 ☐ g 5 ☐ h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

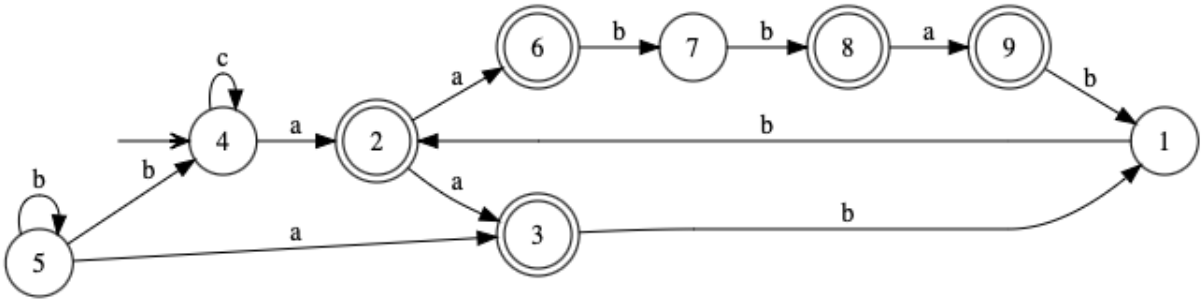
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

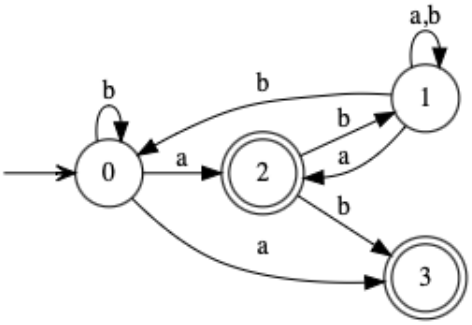
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

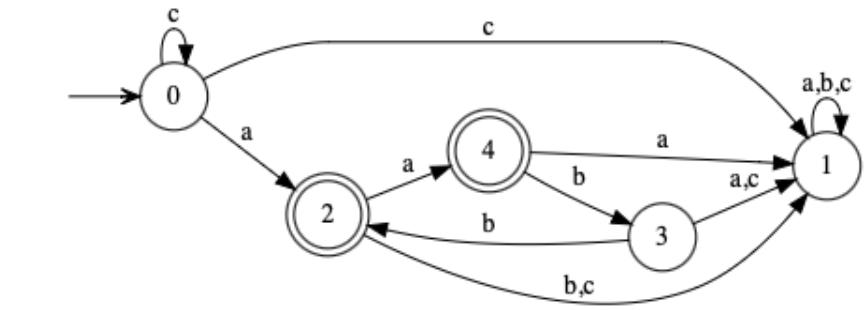


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

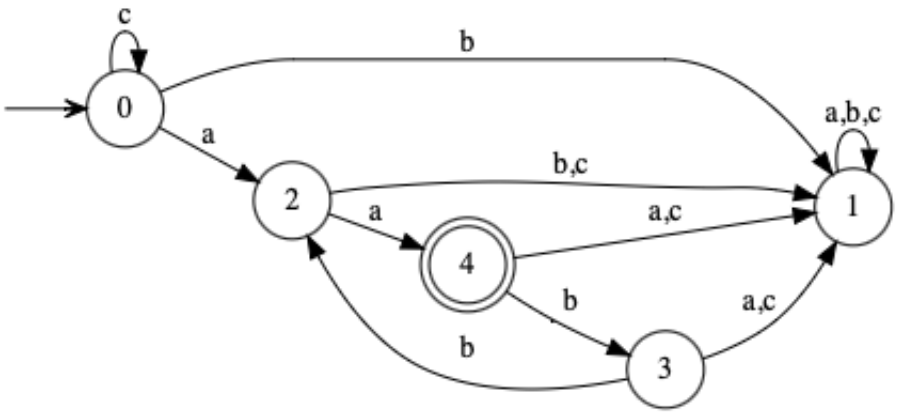


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

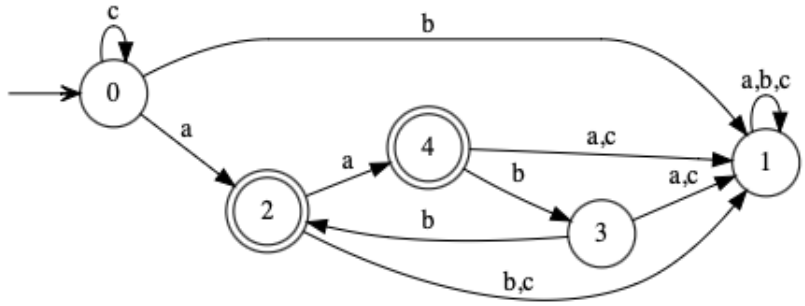
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



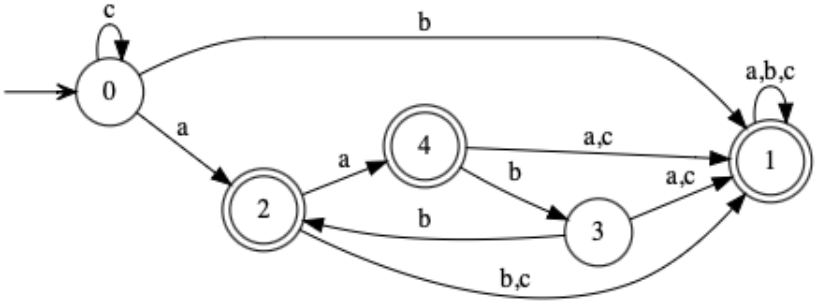
(-i-)



(-ii-)

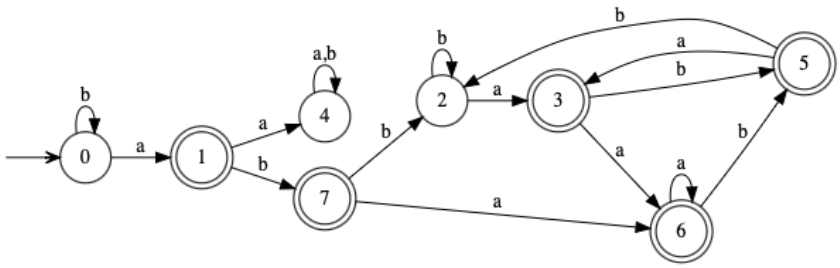


(-iii-)

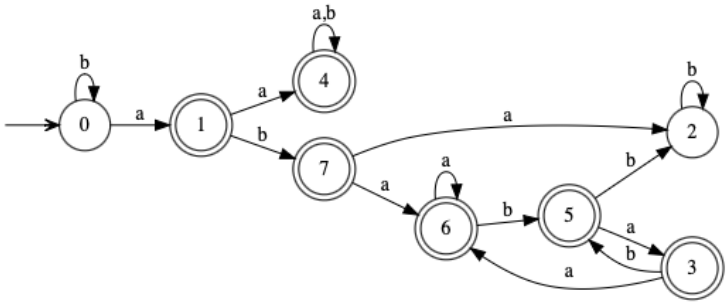


(-iv-)

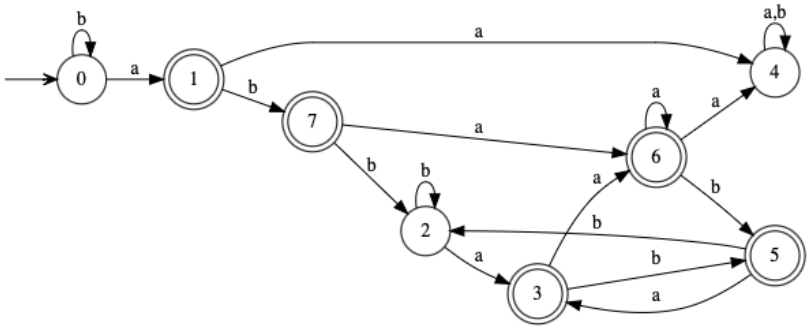
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



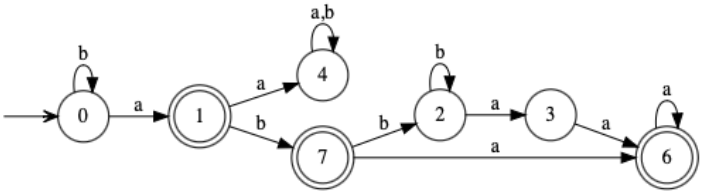
(-i-)



(-ii-)

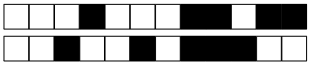


(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.



+283/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c ■ e f

Question 3 : a b c ■ e f

Question 4 : ■ b ■ d e f ■ h i

Question 5 : a b c ■ ■ ■ ■ h i j

Question 6 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 7 : a ■ c d e f g h

Question 8 : ■ b c d e

Question 9 : ■ b c d e f

Question 10 : a b c d e ■

Question 11 : a ■ c d e f

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états ■ 16 états [c] 20 états [d] 32 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[b] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

[c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

[d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

d Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

b Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

f La longueur du mot vide est 1.

■ La longueur du mot vide est 0.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 6 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 8 états b 16 états c 32 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

c Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

d Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

g Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

h Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

i Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

j Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

[a] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[c] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[e] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[g] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 11 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [■] 4 états [c] 6 états [d] 2 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-ii-. [b] la Figure 2-iv-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[■] la Figure 2-iii-. [d] la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iv- [b] la Figure 3-iii-
[c] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [d] la Figure 3-ii-
[■] la Figure 3-i- [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 0 ■ 4 ☐ c 5 ☐ d 3 ☐ e 6 ☐ f 2 ☐ g 1 ☐ h 7

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

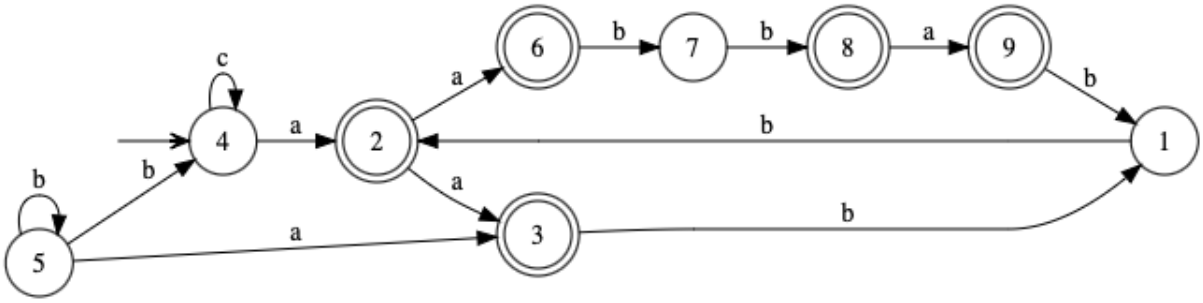
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

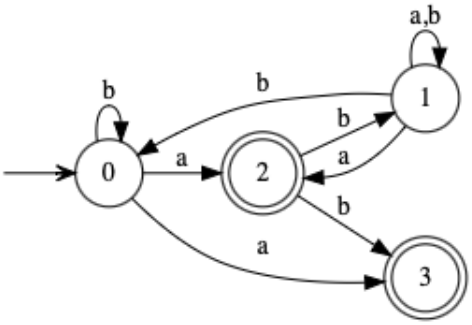
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

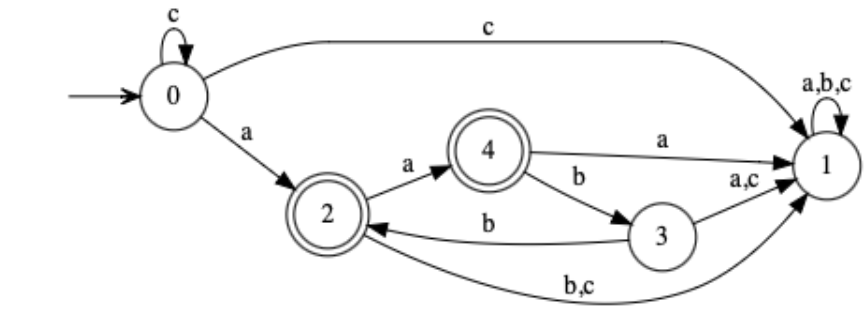


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

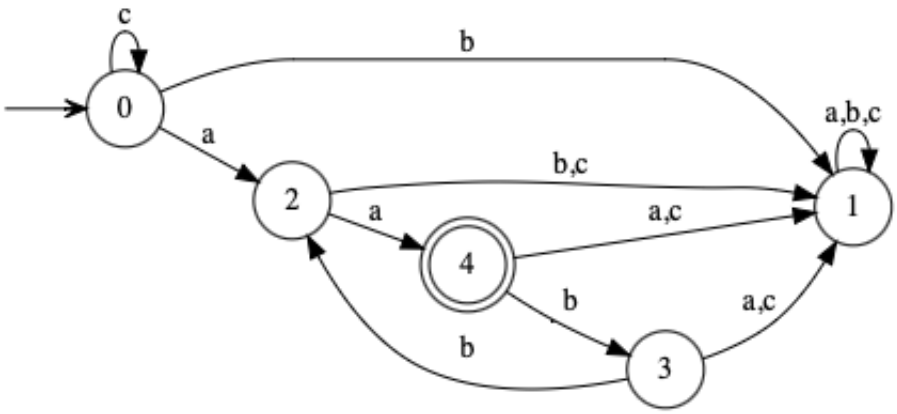


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

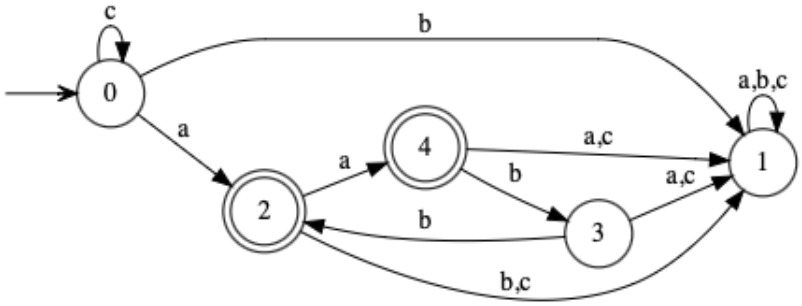
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



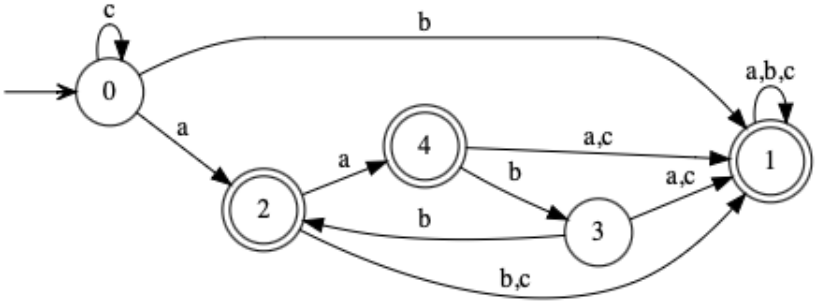
(-i-)



(-ii-)

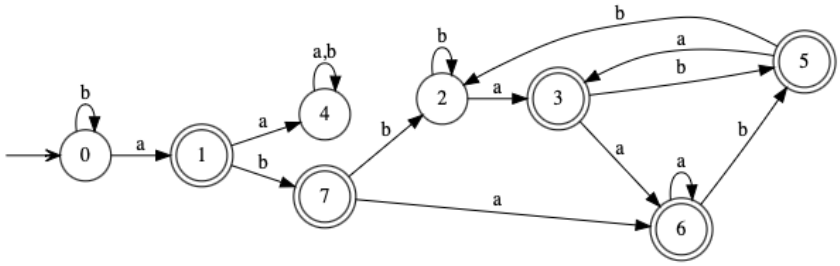


(-iii-)

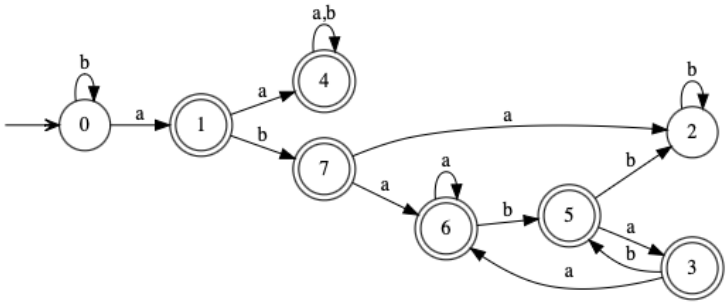


(-iv-)

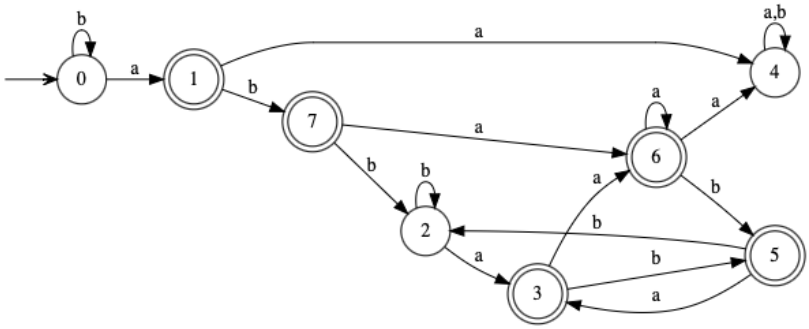
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



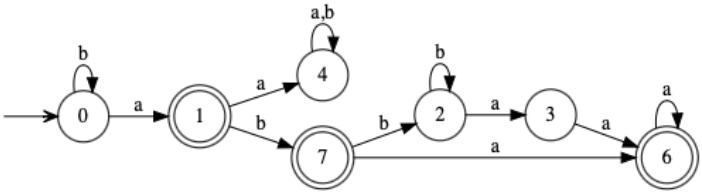
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+284/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e f

Question 3 : ■ b c d e f

Question 4 : ■ b c d e f

Question 5 : a b ■ ■ e f ■ h i

Question 6 : a b c d e ■

Question 7 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 8 : a ■ c d e

Question 9 : a ■ c ■ e ■ g ■ i j

Question 10 : a ■ c d e f g h

Question 11 : a ■ c d e f

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a ■ c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [b] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [d] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [e] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [f] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [j] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états ■ 16 états [c] 8 états [d] 20 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

[c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

[d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

[c] La longueur du mot vide est 1.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

[f] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

[g] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[a] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[c] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[f] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[h] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états b 8 états c 6 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^*+10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 8 états b 32 états c 20 états d 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 3-iv- c la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i-
e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 2 ■ 4 ☐ c 7 ☐ d 0 ☐ e 5 ☐ f 6 ☐ g 3 ☐ h 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

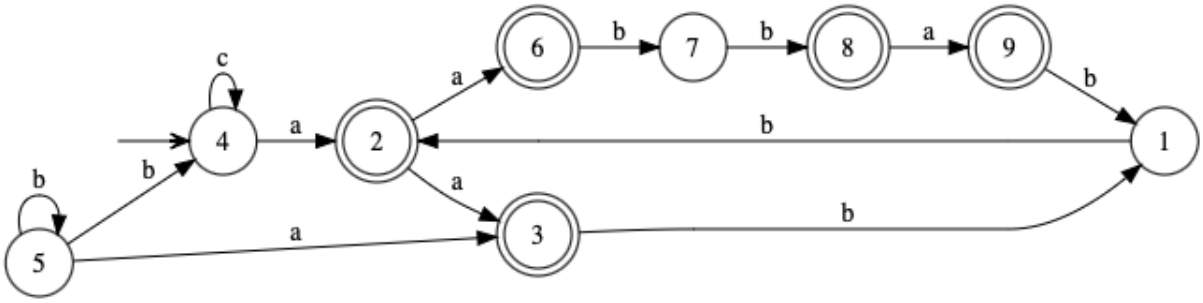
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

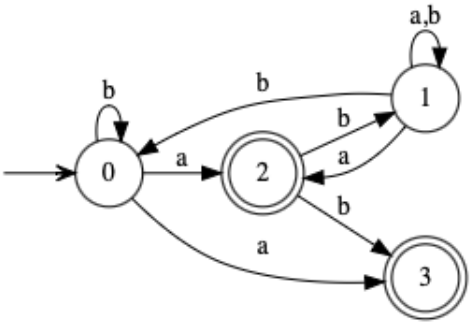
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

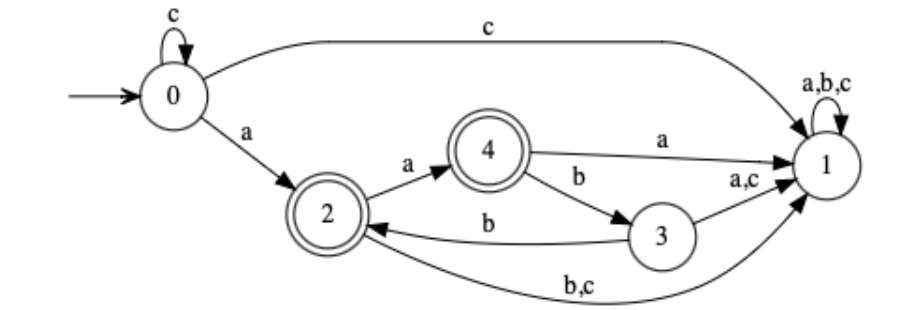


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

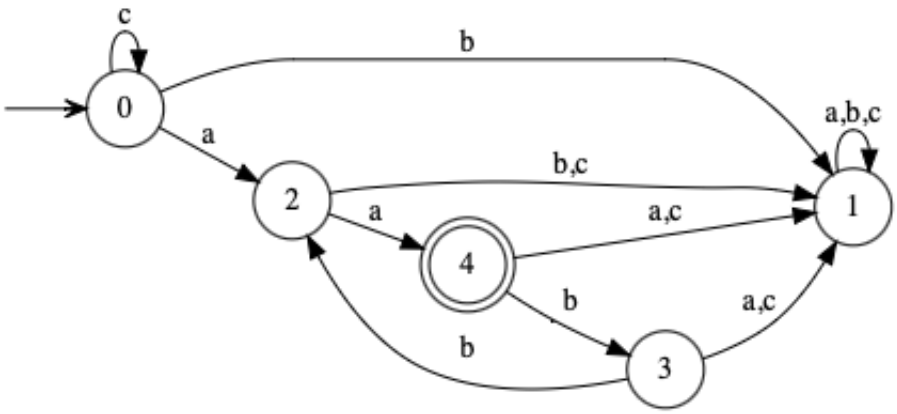


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

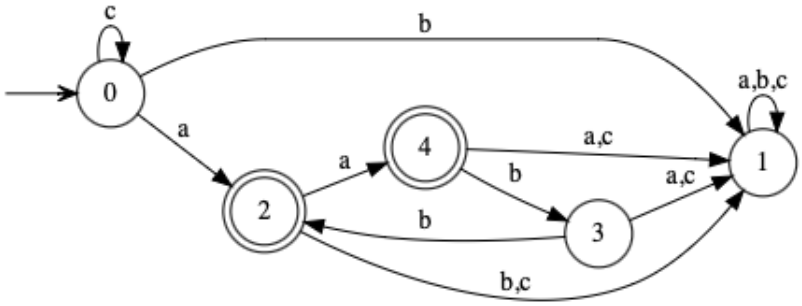
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



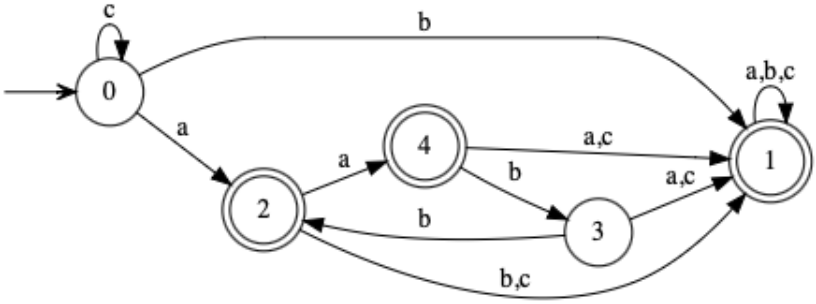
(-i-)



(-ii-)

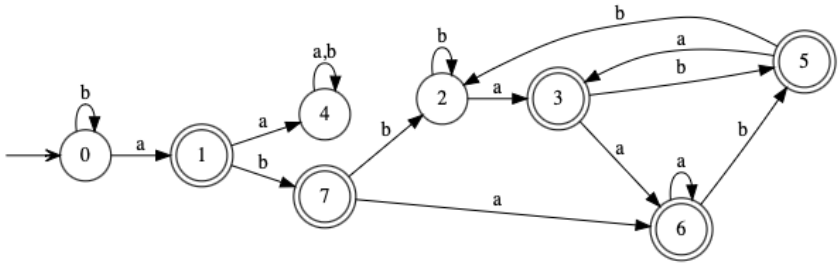


(-iii-)

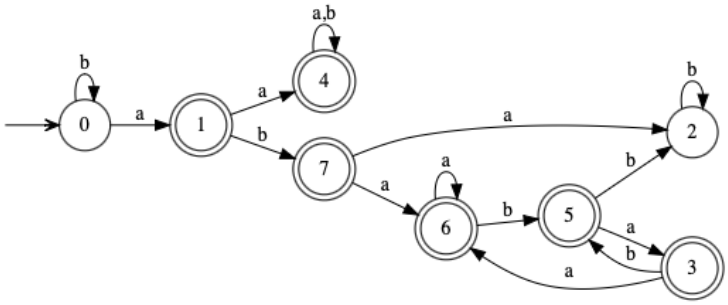


(-iv-)

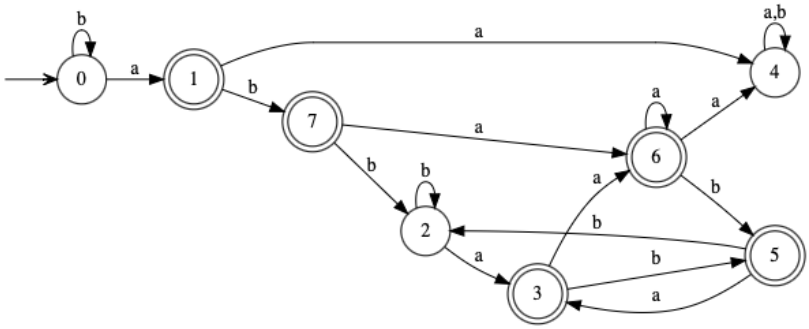
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



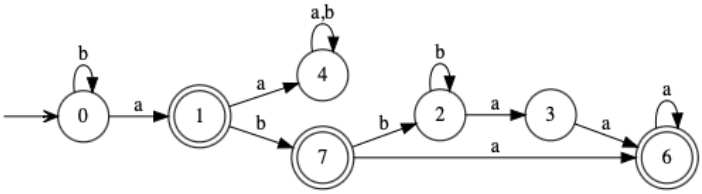
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e

Question 3 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 4 : a ■ c d e f

Question 5 : ■ b c d e f

Question 6 : a ■ c ■ ■ f g h i

Question 7 : a ■ c ■ ■ f ■ h i j

Question 8 : a ■ c d e f g h

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : a ■ c d e f

Question 11 : a b c d e ■

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a ■ c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [c] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [d] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [e] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [f] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [g] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [i] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [j] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 8 états [c] 20 états ■ 16 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[a] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[b] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[f] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[h] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

c La longueur du mot vide est 1.

d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

g Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 8 états b 32 états c 20 états d 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états b 2 états c 8 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 3-ii-

c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-

e la Figure 3-iv- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 5 ■ 4 ☐ c 6 ☐ d 3 ☐ e 1 ☐ f 7 ☐ g 0 ☐ h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

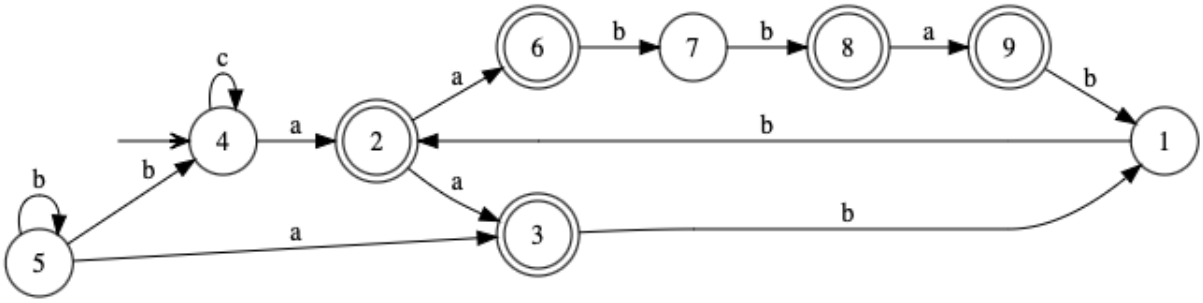
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

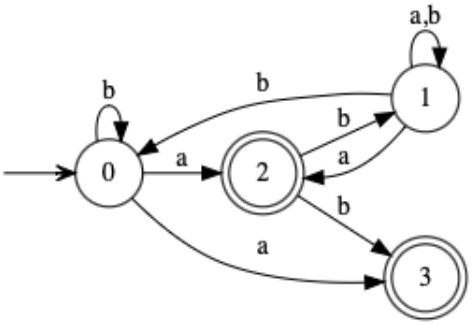
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

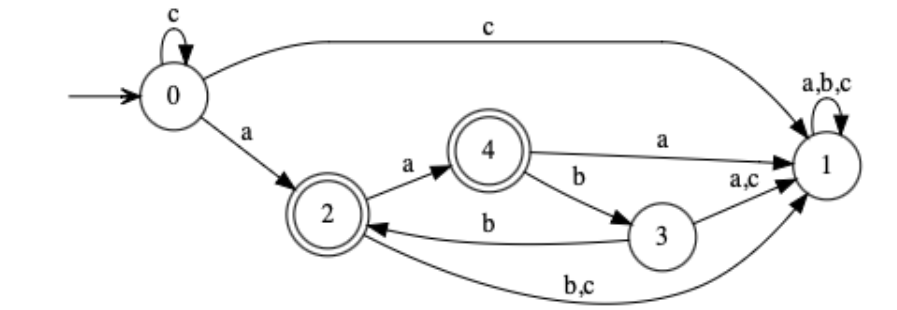


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

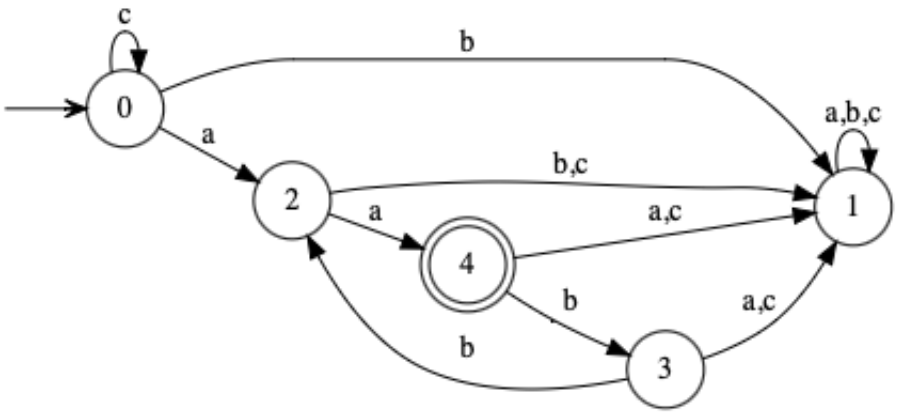


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

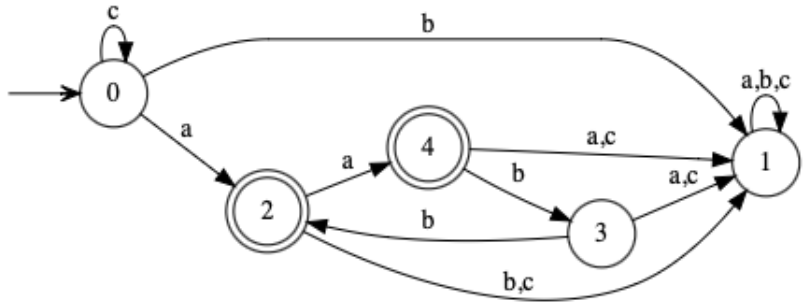
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



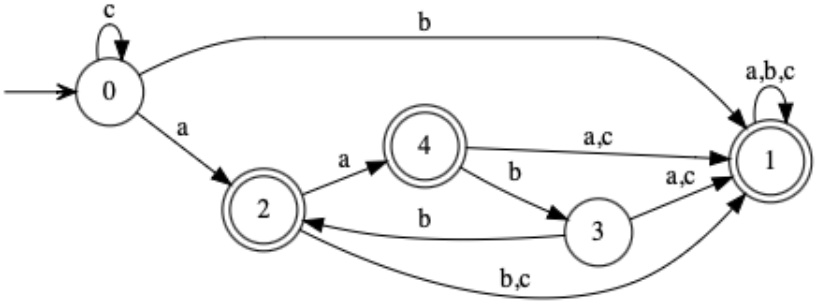
(-i-)



(-ii-)

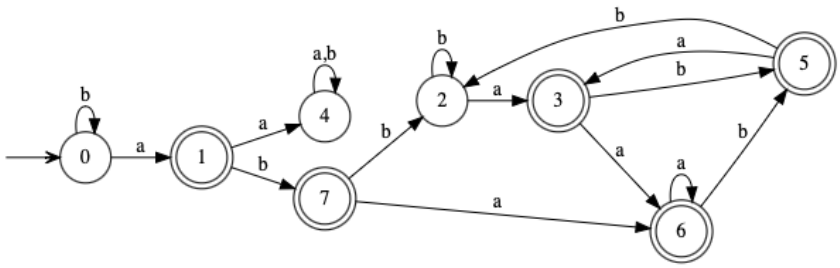


(-iii-)

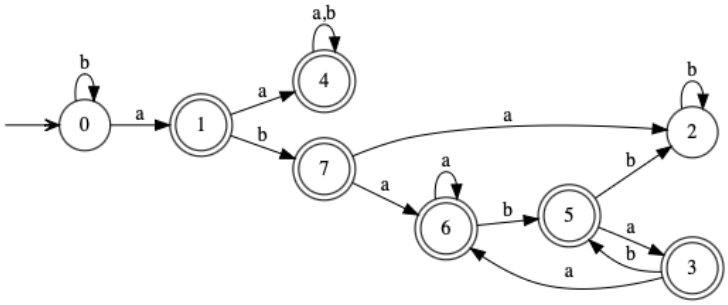


(-iv-)

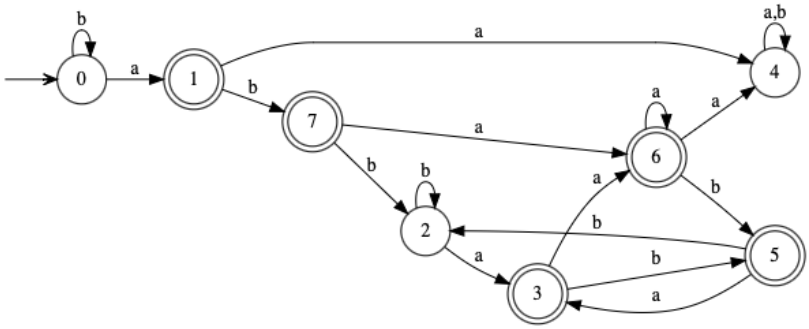
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



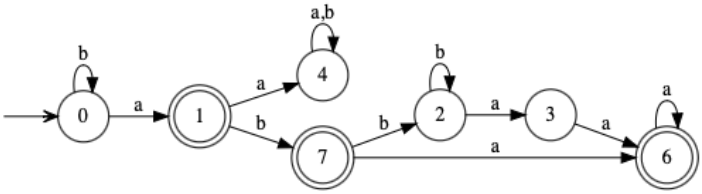
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+286/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e

Question 3 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 4 : a b c ■ e f

Question 5 : a ■ c d e f

Question 6 : a ■ c d e f g h

Question 7 : a b ■ ■ ■ f ■ h i j

Question 8 : a ■ c d ■ ■ g h i

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : a b c d e ■

Question 11 : a b c ■ e f

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a ■ c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états ■ 4 états [c] 6 états [d] 2 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[b] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[f] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[g] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[h] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[c] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

[d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 20 états [c] 8 états [d] 32 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[■] 16 états [b] 8 états [c] 20 états [d] 32 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

[c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

[b] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

[c] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[e] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[f] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

[g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[h] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

[i] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[j] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

[c] La longueur du mot vide est 1.

[d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

[g] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

[d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

[c] la Figure 2-iv-. [d] la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i- [c] la Figure 3-iv- [d] la Figure 3-ii-

[e] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 6 ☐ b 3 ■ 4 ☐ d 0 ☐ e 2 ☐ f 7 ☐ g 5 ☐ h 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

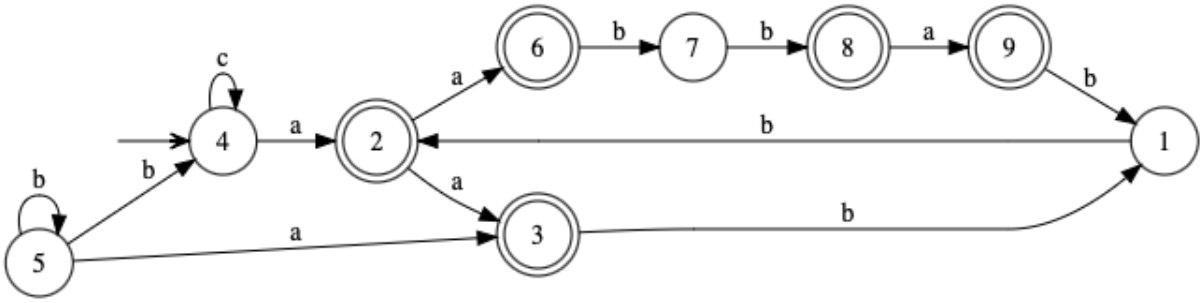
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

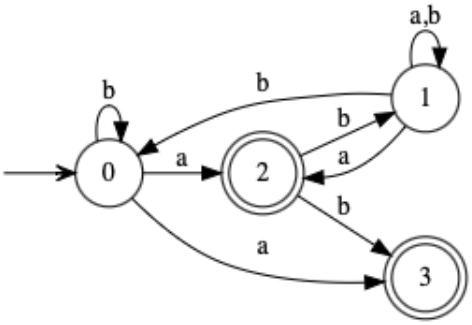
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

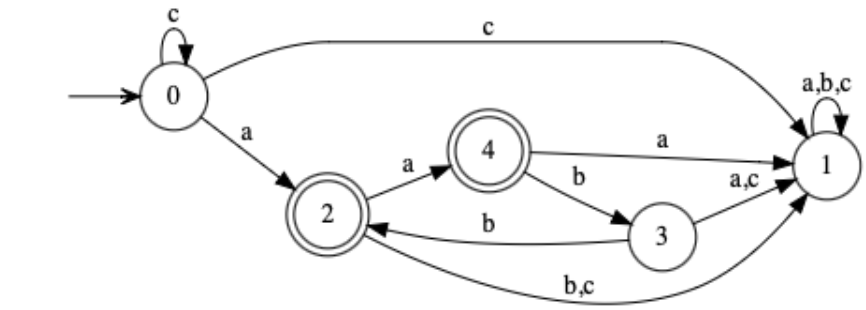


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

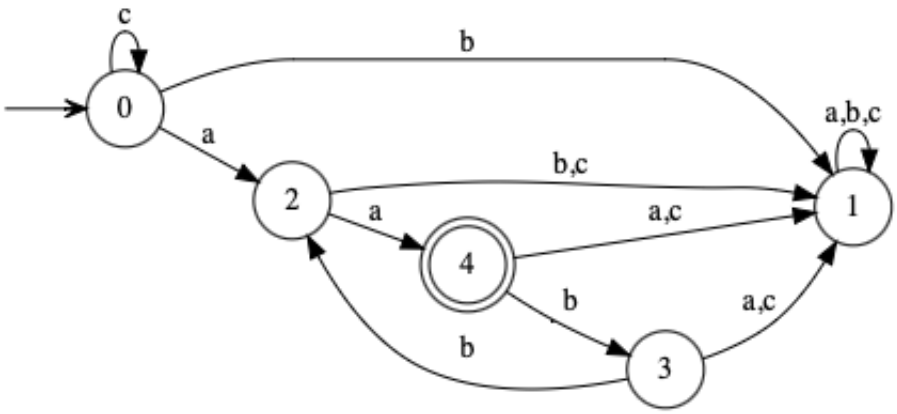


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

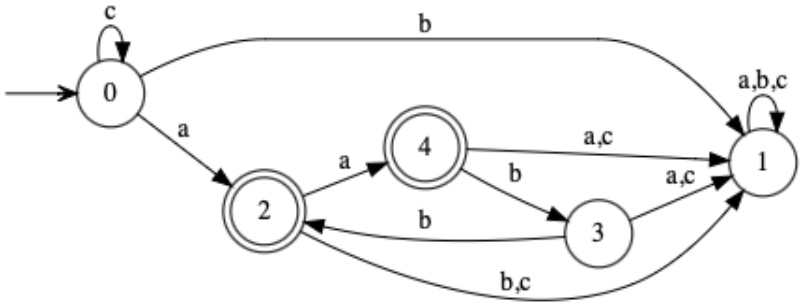
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



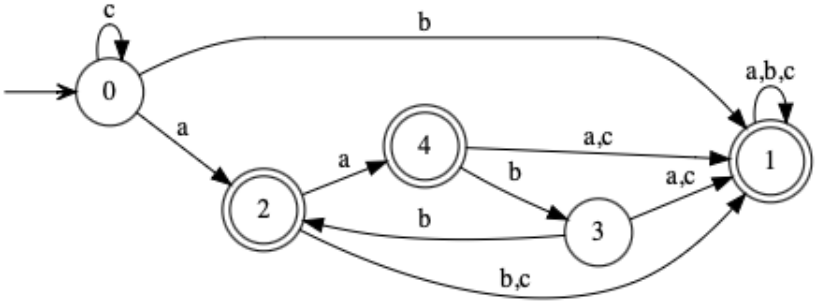
(-i-)



(-ii-)

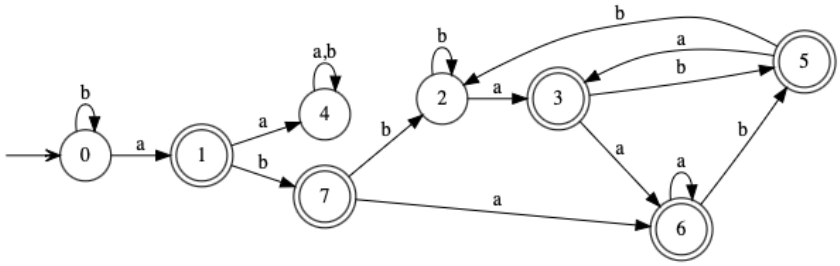


(-iii-)

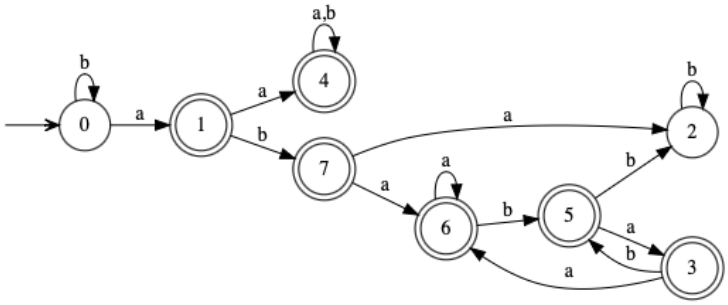


(-iv-)

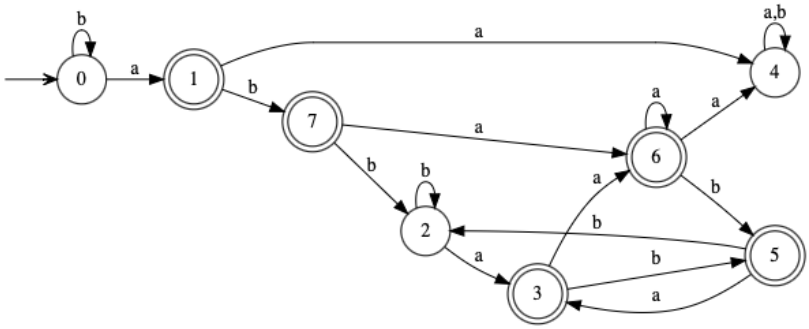
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



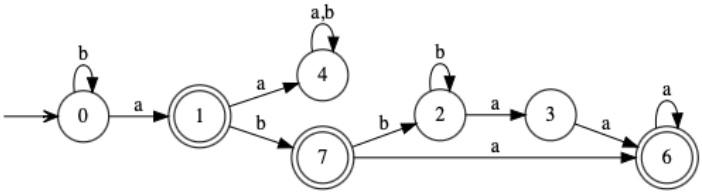
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+287/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 3 : [■] [b] [■] [■] [■] [f] [g] [h] [i] [j]

Question 4 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 5 : [a] [b] [c] [d] [e] [■]

Question 6 : [■] [b] [c] [d] [e] [f]

Question 7 : [■] [b] [c] [d] [e]

Question 8 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] [■] [l]

Question 9 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 10 : [a] [■] [c] [d] [■] [■] [g] [h] [i]

Question 11 : [a] [b] [c] [d] [e] [■] [g] [h]

Question 12 : [a] [■] [c] [d] [e]

Question 13 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 14 : [a] [b] [■] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [c] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [d] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [e] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [f] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [g] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [h] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [i] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 32 états ■ 16 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

e Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

f Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

g Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 16 états c 32 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La longueur du mot vide est 0.

b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

f Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

g La longueur du mot vide est 1.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [c] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [d] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [■] 4 états [c] 2 états [d] 6 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

[d] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-ii-. [b] la Figure 2-i-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

[■] la Figure 2-iii-. [d] la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-ii- [■] la Figure 3-i-

[c] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [d] la Figure 3-iv-

[e] la Figure 3-iii- [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 3 ☐ b 2 ■ 4 ☐ d 0 ☐ e 6 ☐ f 7 ☐ g 5 ☐ h 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

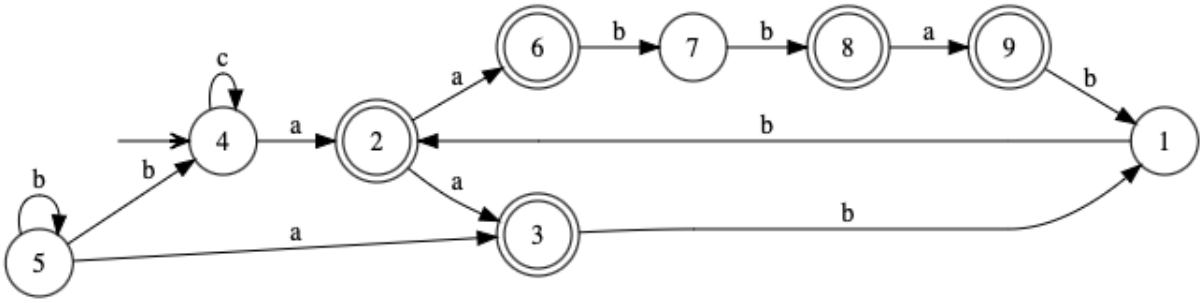
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

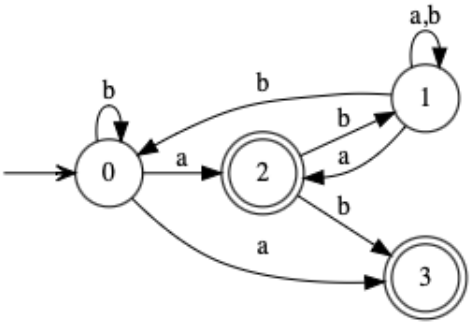
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

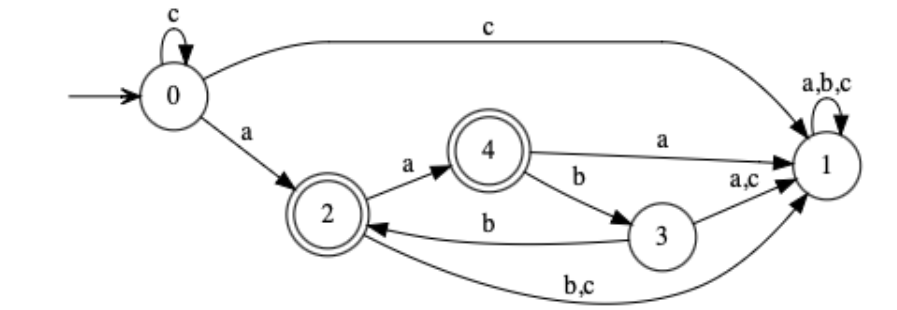


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

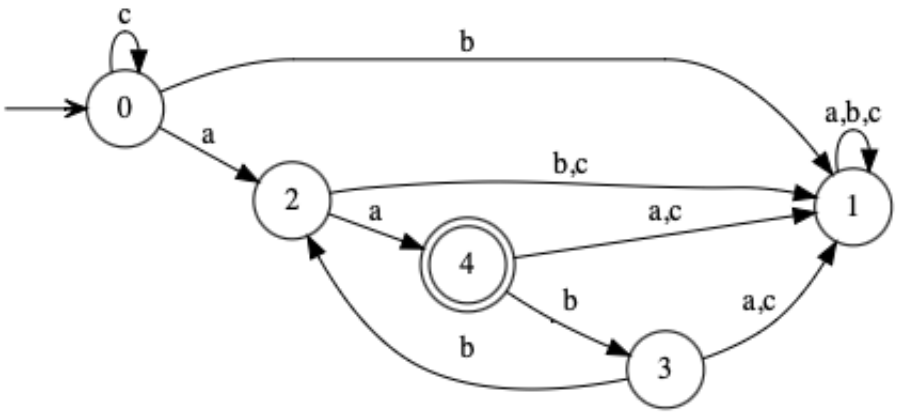


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

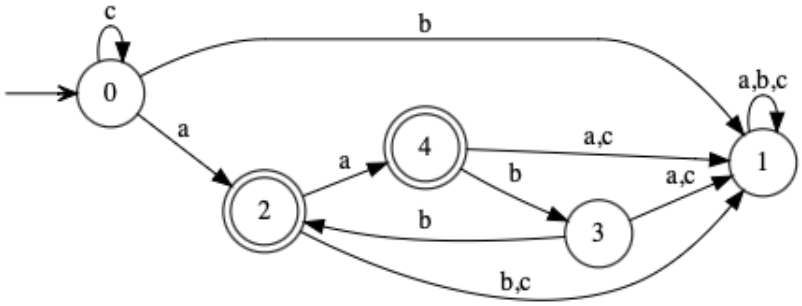
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



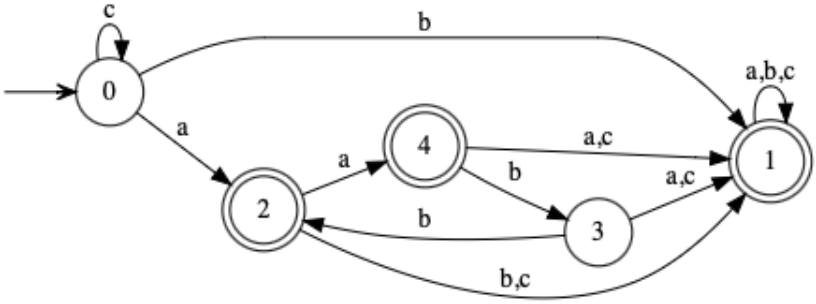
(-i-)



(-ii-)

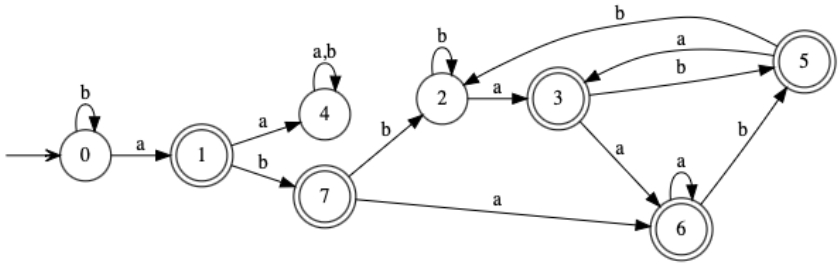


(-iii-)

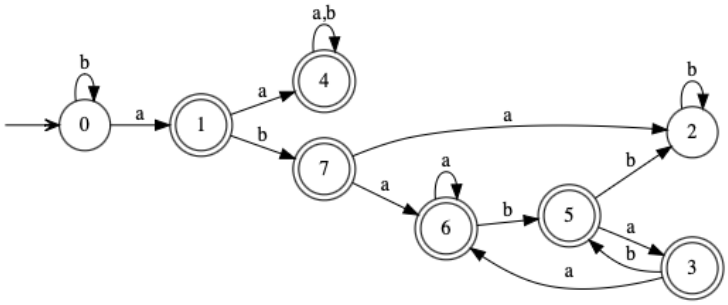


(-iv-)

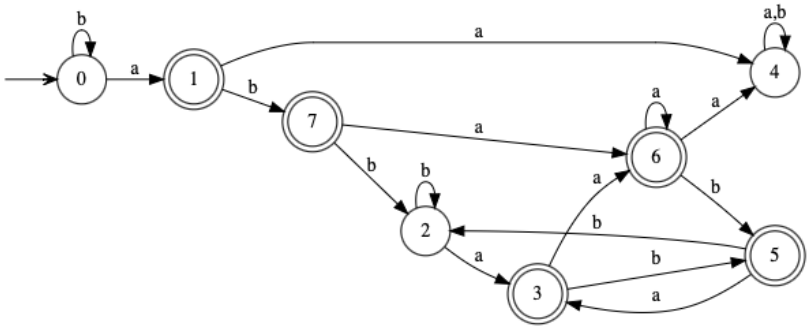
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



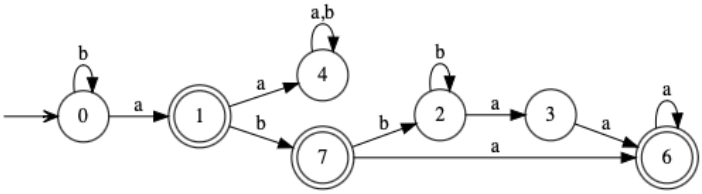
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e f

Question 3 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : a ■ ■ ■ e f g ■ i j

Question 6 : a b c d e ■

Question 7 : ■ b ■ ■ e f g h i

Question 8 : a ■ c d e f

Question 9 : a ■ c d e f

Question 10 : a b ■ d e

Question 11 : a ■ c d e f g h

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [b] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [c] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [d] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [f] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [h] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [i] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [j] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 20 états c 32 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 2 états c 6 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 8 états c 32 états ■ 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

b Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

d Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

e Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

g Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

b La longueur du mot vide est 1.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

f Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- b la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i- d la Figure 3-iii-
e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 7 c 5 d 1 e 6 f 3 g 0 h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

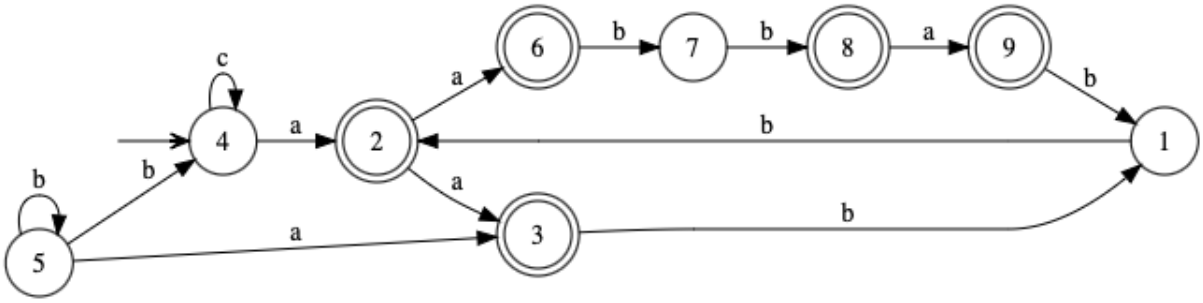
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

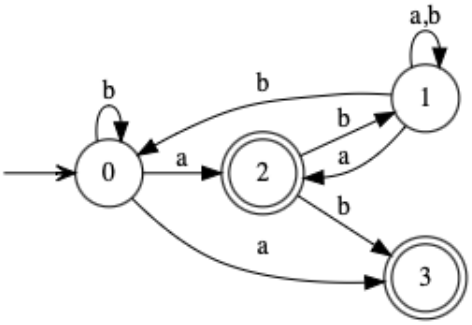
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

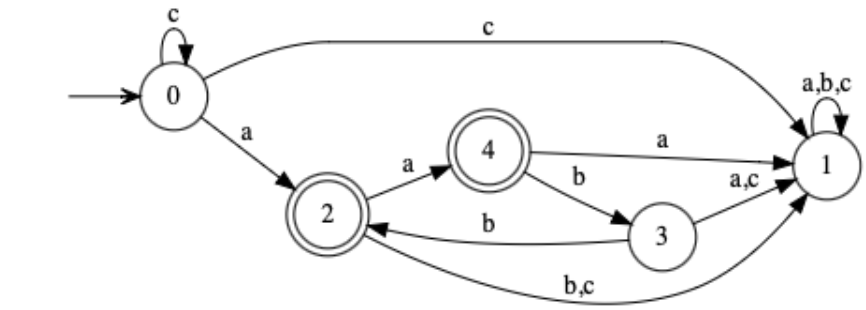


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

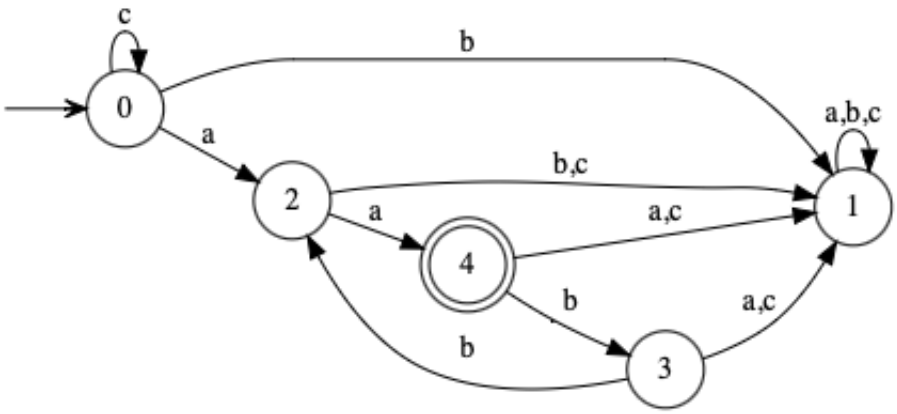


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

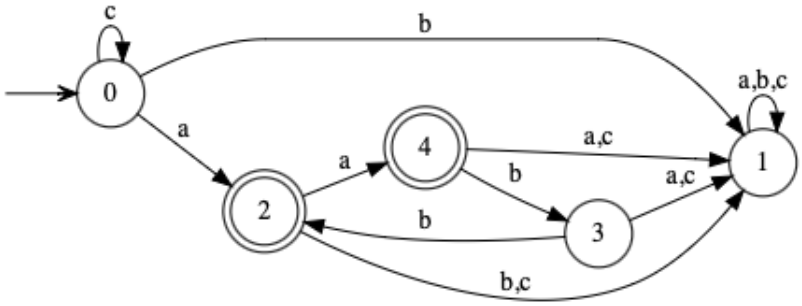
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



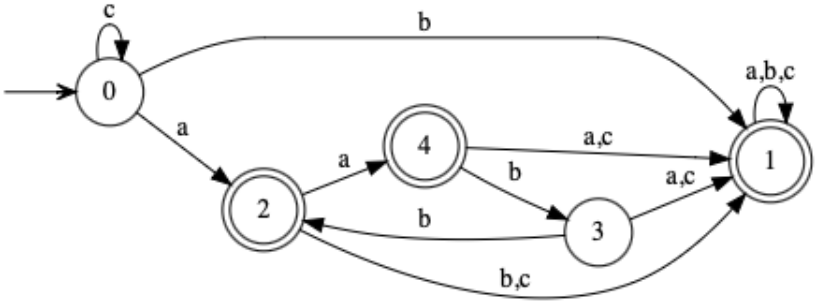
(-i-)



(-ii-)

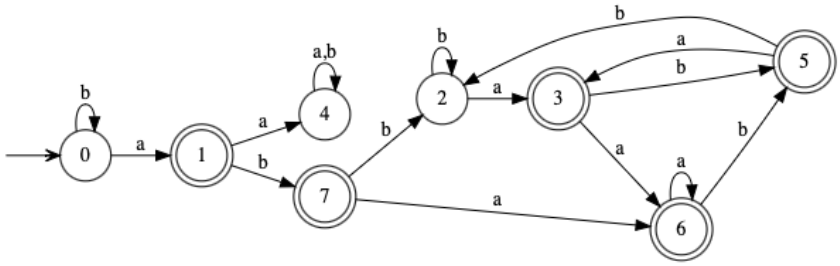


(-iii-)

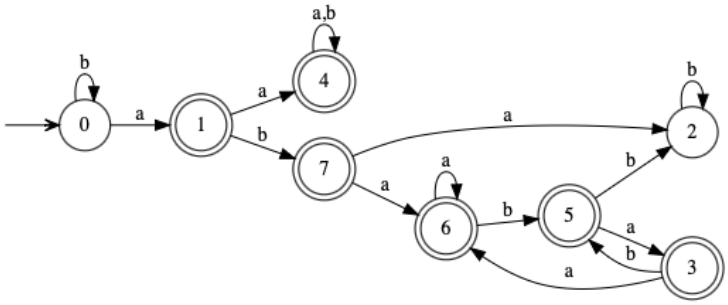


(-iv-)

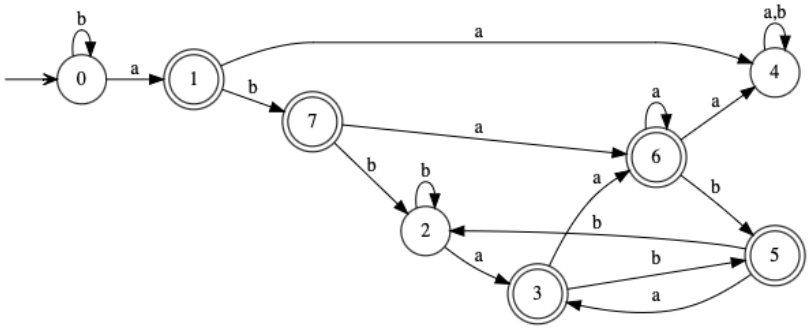
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



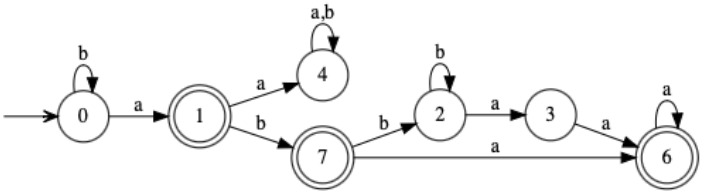
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+289/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f

Question 3 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 4 : ■ b c d e f g h

Question 5 : a b c d e ■

Question 6 : ■ b c d e

Question 7 : a b c ■ e f

Question 8 : a b c ■ e f

Question 9 : ■ b ■ d e ■ g ■ i j

Question 10 : ■ b c d e f

Question 11 : a b ■ ■ e f ■ h i

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

☐ a 8 états ☐ b 16 états ☐ c 20 états ☐ d 32 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

☐ a 32 états ☐ b 8 états ☐ c 20 états ■ 16 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
☐ f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

☐ c Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

☐ d Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

g Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

h Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

d Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

e Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

g Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

h Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 7 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La longueur du mot vide est 0.

b La longueur du mot vide est 1.

c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

e Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états b 6 états c 8 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

d Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-iii-

c la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i- e la Figure 3-ii-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 3 c 7 d 6 e 2 f 5 g 1 h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

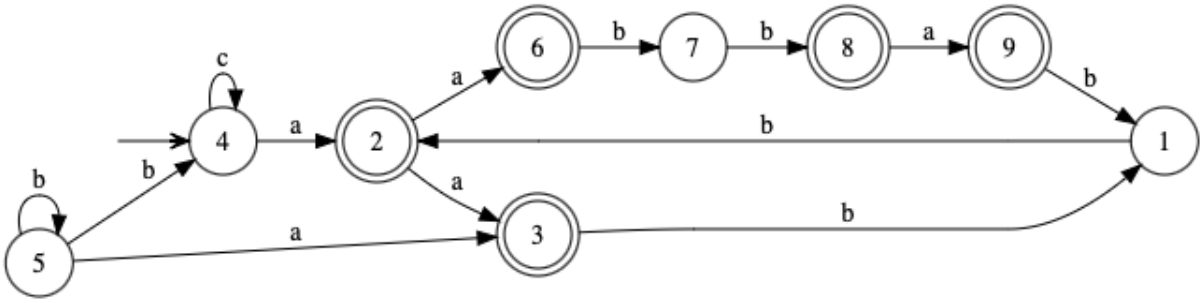
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

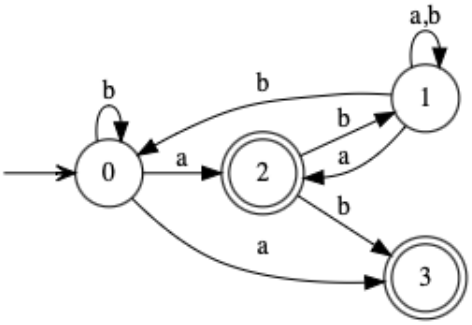
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

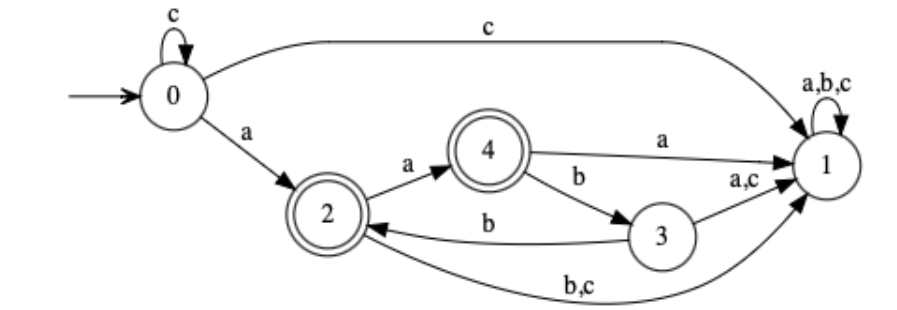


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

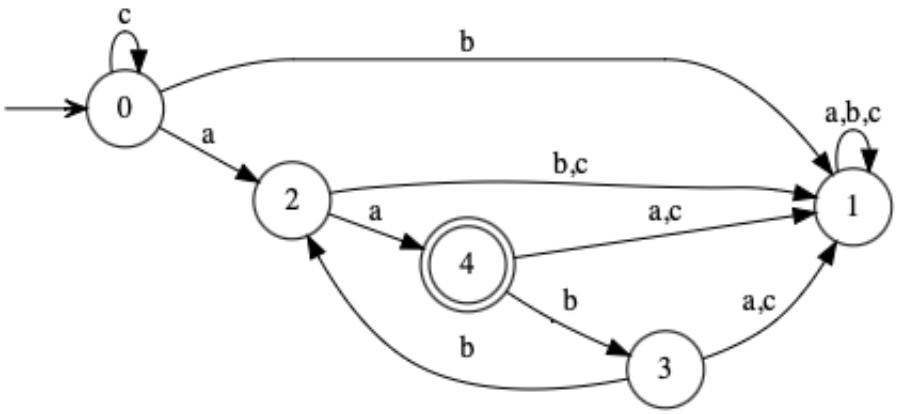


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

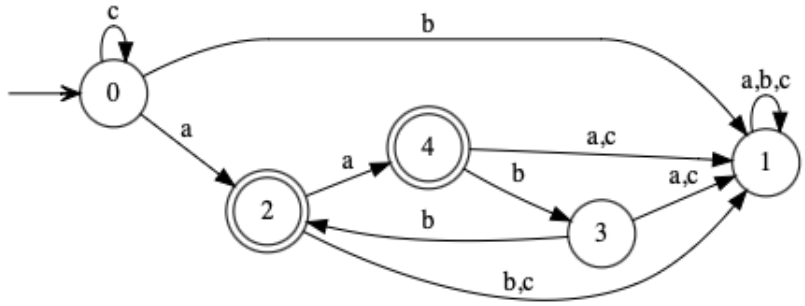
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



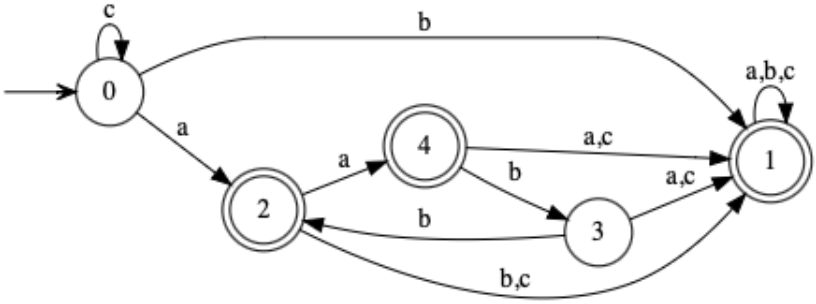
(-i-)



(-ii-)

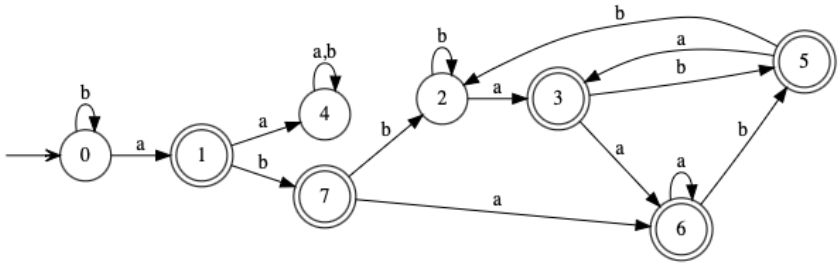


(-iii-)

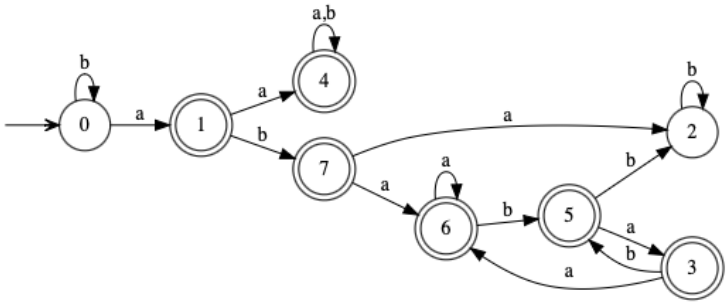


(-iv-)

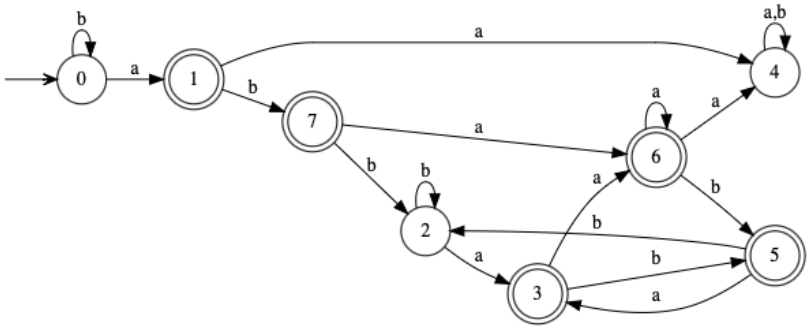
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



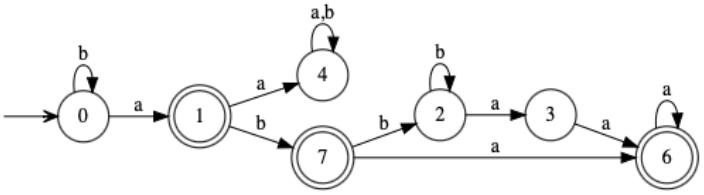
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+290/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e ■

Question 3 : a b c ■ e f

Question 4 : ■ ■ c d ■ ■ g h i j

Question 5 : ■ b c d e f g h

Question 6 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 7 : ■ b c d e f

Question 8 : a ■ c d e

Question 9 : ■ b c ■ e f ■ h i

Question 10 : a b c ■ e f

Question 11 : a ■ c d e f

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [b] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [c] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont identiques.

c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

b Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

c La longueur du mot vide est 1.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 6 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 8 états c 16 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

c Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

d Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

e Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

i Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

j Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 8 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 2 états c 8 états d 6 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 32 états [■] 16 états [d] 20 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[b] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[d] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[g] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[h] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-ii-. [b] la Figure 2-i-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[■] la Figure 2-iii-. [d] la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-ii- [b] la Figure 3-iv-
[c] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [d] la Figure 3-iii-
[■] la Figure 3-i- [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 5 c 7 d 2 e 1 f 0 g 3 h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

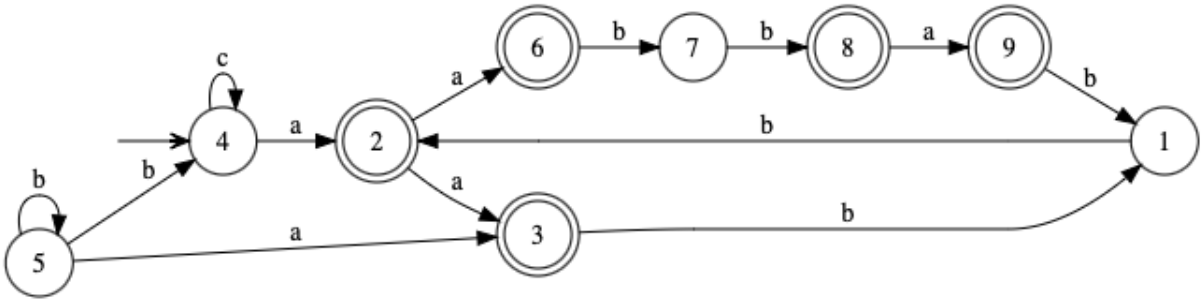
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

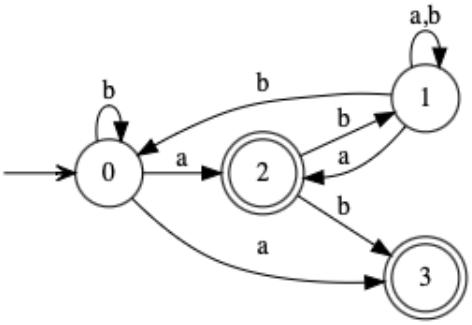
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

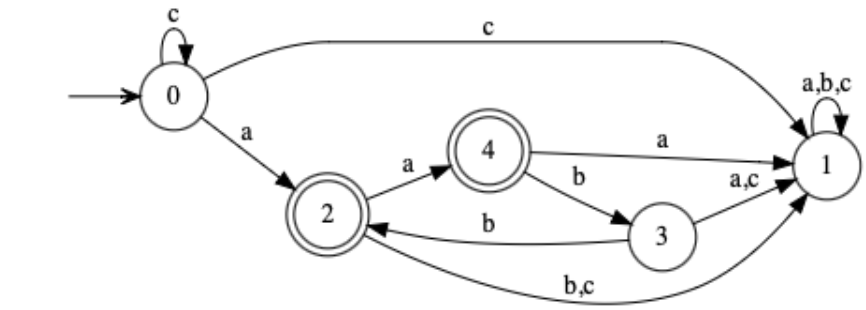


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

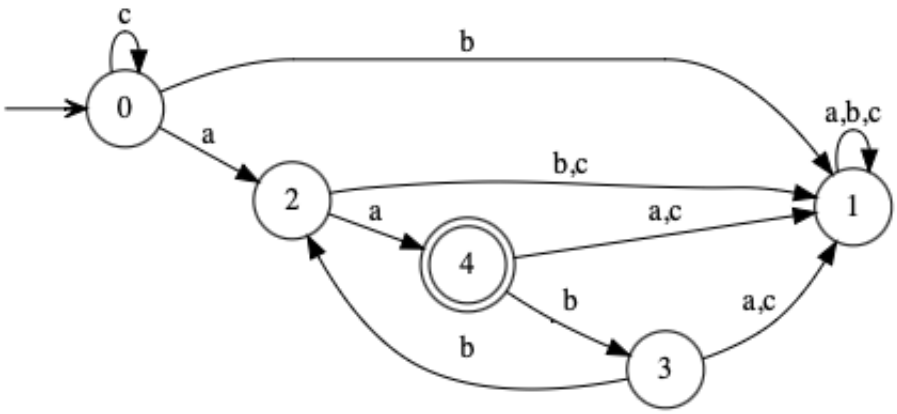


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

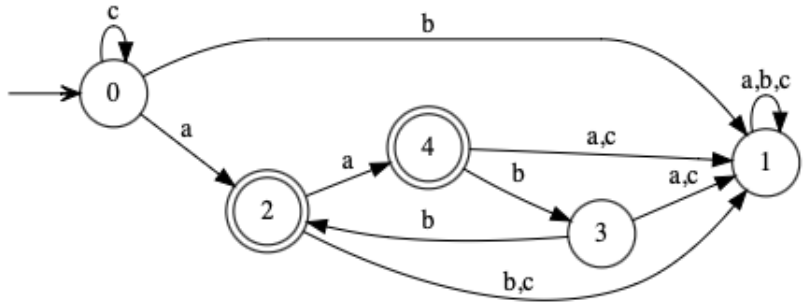
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



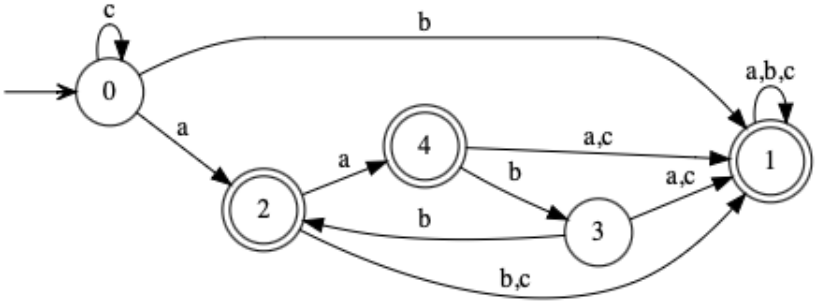
(-i-)



(-ii-)

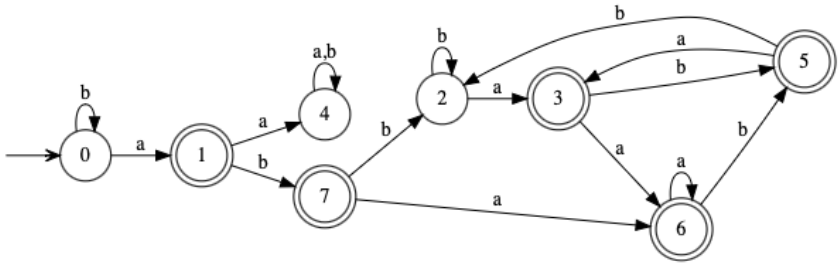


(-iii-)

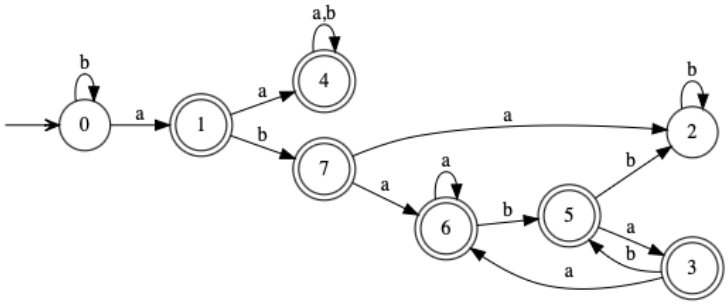


(-iv-)

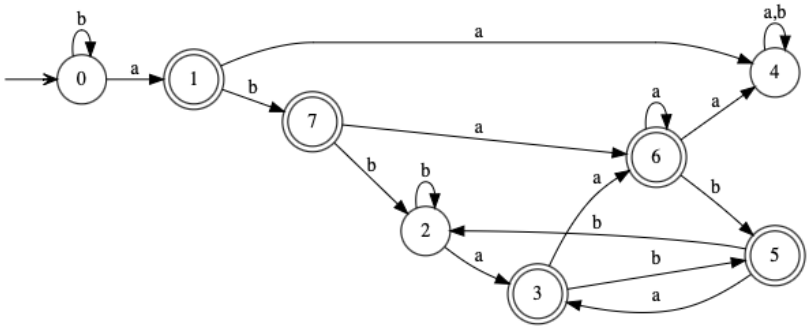
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



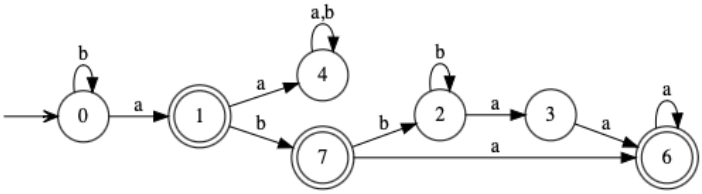
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e

Question 3 : a b c ■ e f

Question 4 : ■ b c d e f

Question 5 : a b c ■ e ■ ■ h i

Question 6 : a b c d e ■

Question 7 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 8 : ■ b c d e f

Question 9 : a ■ c d e f g h

Question 10 : a b ■ d e f

Question 11 : ■ b ■ d ■ ■ g h i j

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [b] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [c] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [d] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [f] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [g] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [j] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 6 états [c] 2 états ■ 4 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 20 états [c] 8 états [d] 16 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[a] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[e] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[f] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[g] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 32 états ■ 16 états [d] 20 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[c] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

b La longueur du mot vide est 1.

c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

e Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-iv-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i- d la Figure 3-ii-

e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 5 ☐ b 7 ☐ c 6 ☐ d 3 ■ 4 ☐ f 1 ☐ g 2 ☐ h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

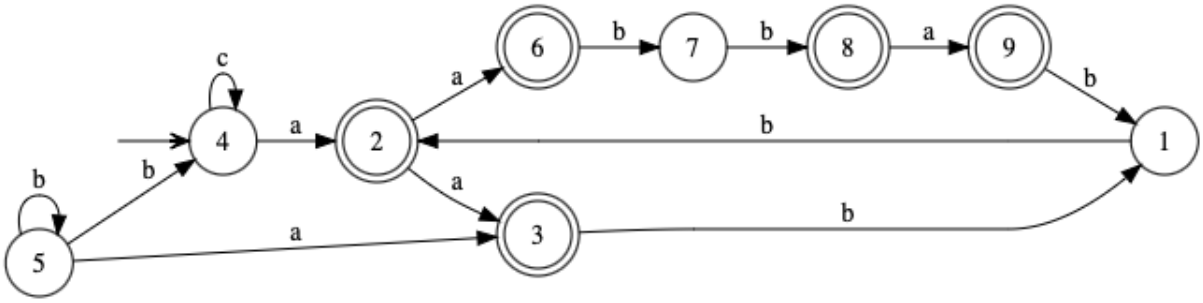
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

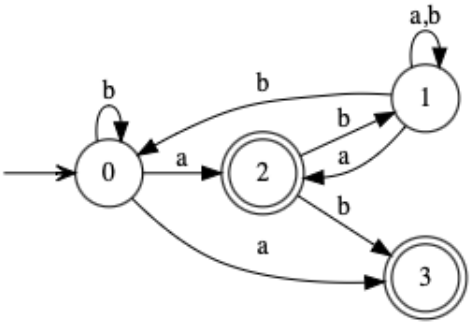
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

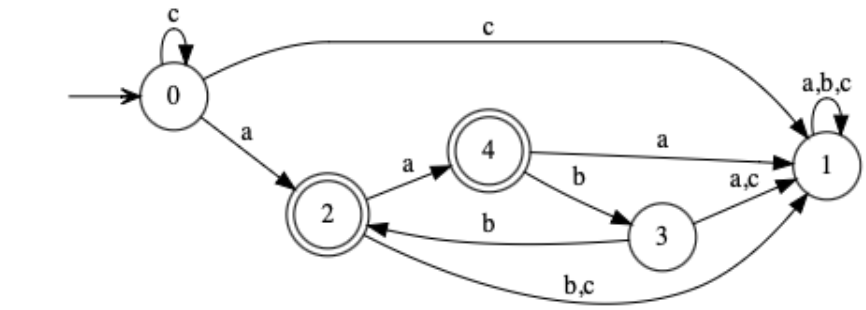


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

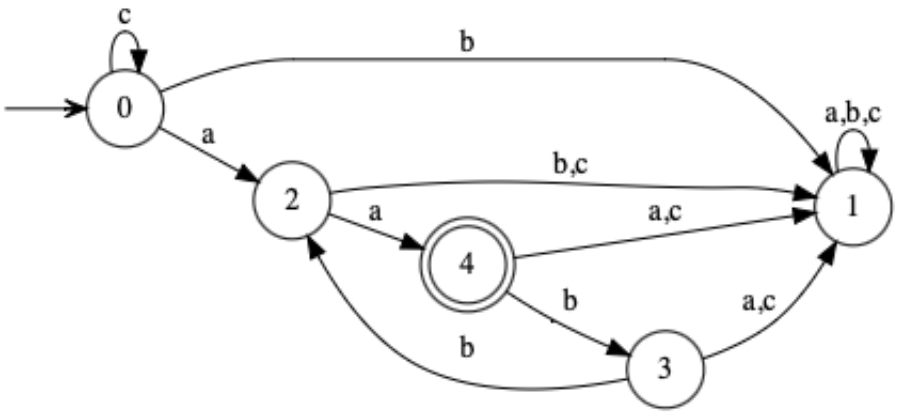


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

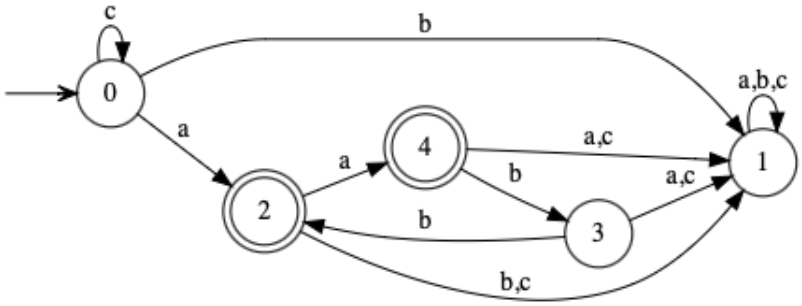
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



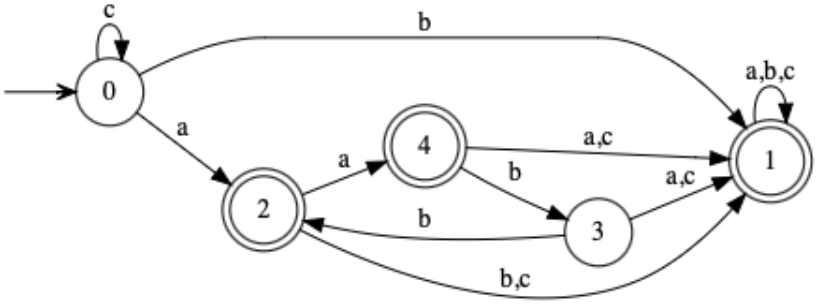
(-i-)



(-ii-)

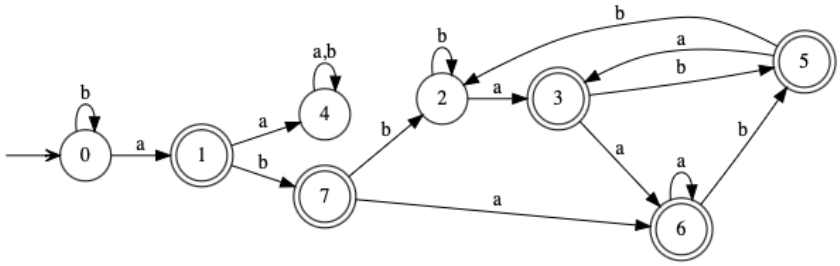


(-iii-)

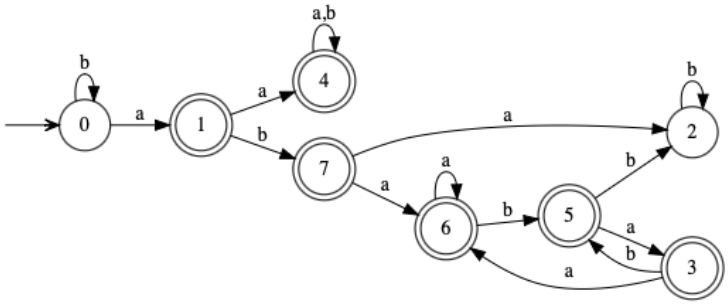


(-iv-)

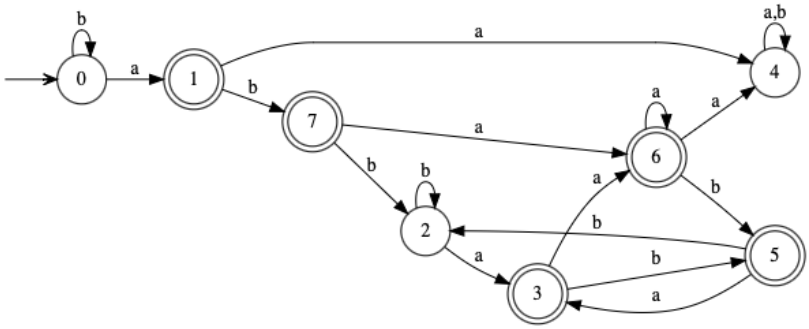
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



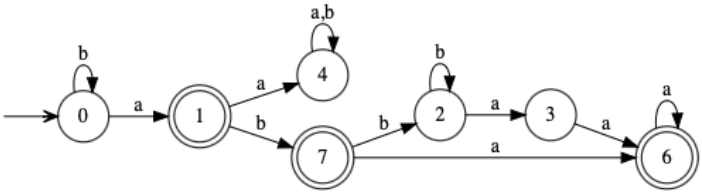
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e

Question 3 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 4 : a b c ■ e f

Question 5 : a b c d e ■

Question 6 : a ■ ■ ■ e f g ■ i j

Question 7 : a b ■ d e f

Question 8 : ■ b c d e f

Question 9 : ■ b c d e f

Question 10 : ■ b c d e f g h

Question 11 : ■ b c d e ■ ■ h i

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [d] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

b Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

d Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

g Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 20 états ■ 16 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 8 états c 20 états d 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 6 états c 8 états d 2 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

c Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

d Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

b Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

c Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

d Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

j Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

c La longueur du mot vide est 1.

d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i- c la Figure 3-iv- d la Figure 3-iii-

e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 7 ☐ b 2 ■ 4 ☐ d 5 ☐ e 0 ☐ f 1 ☐ g 6 ☐ h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

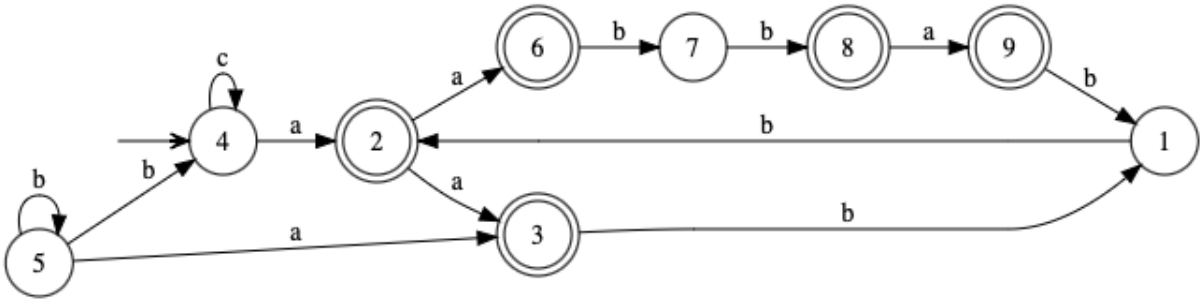
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

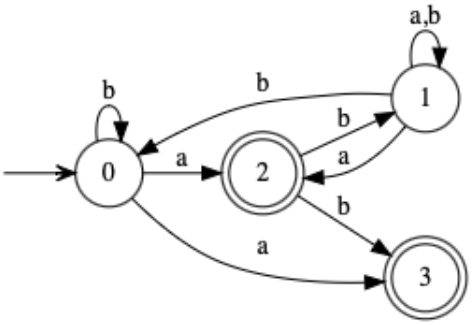
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

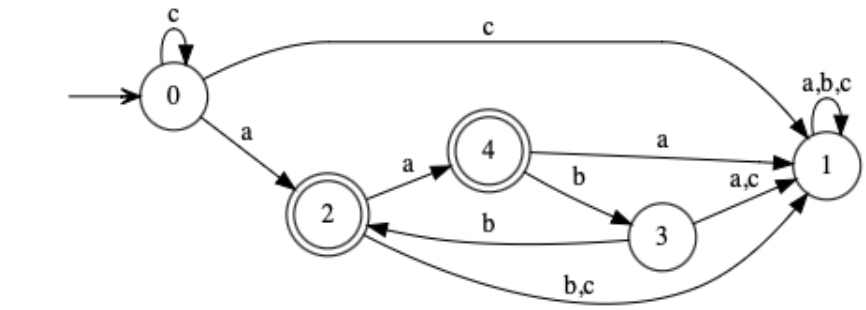


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

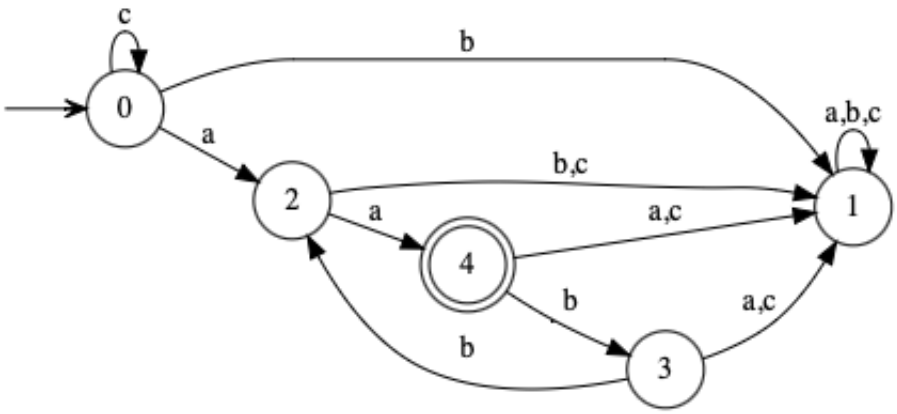


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

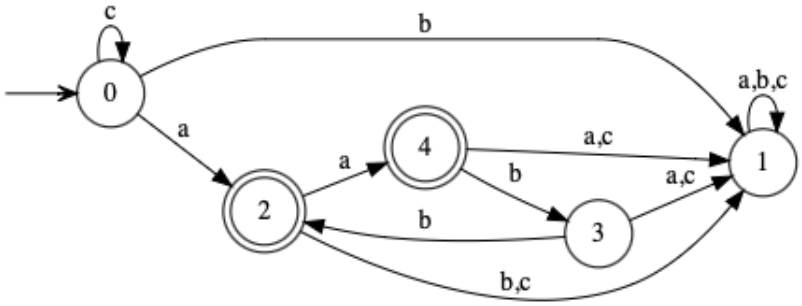
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



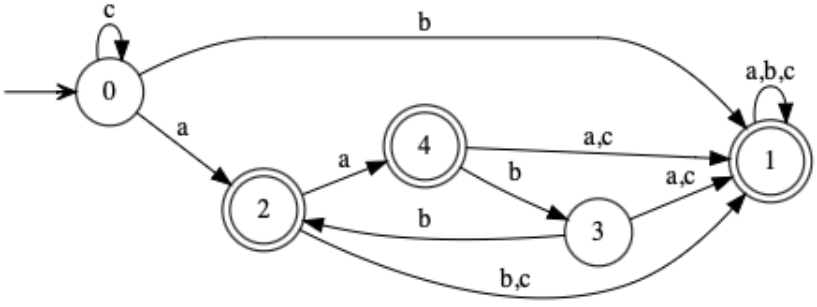
(-i-)



(-ii-)

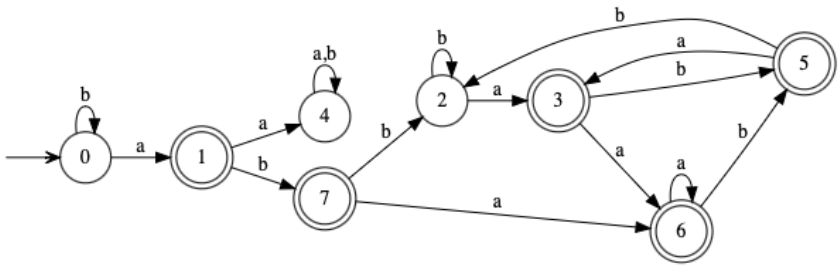


(-iii-)

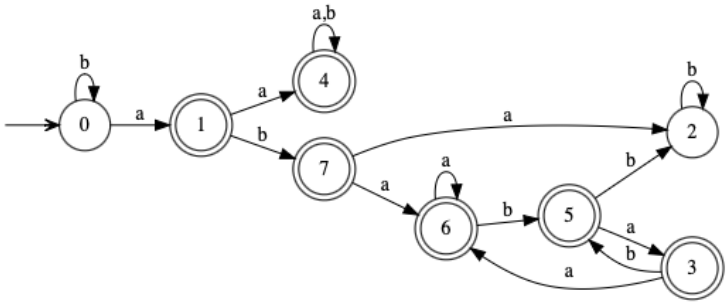


(-iv-)

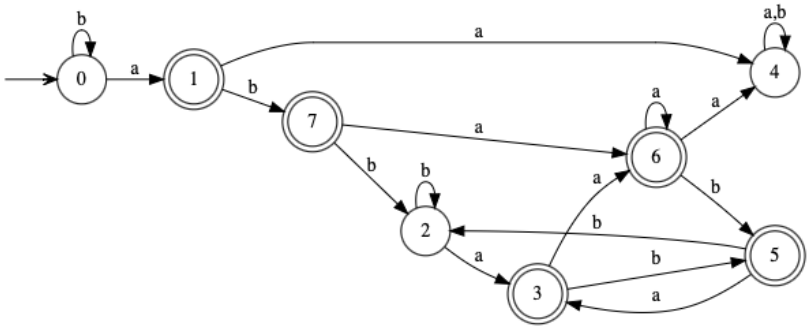
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



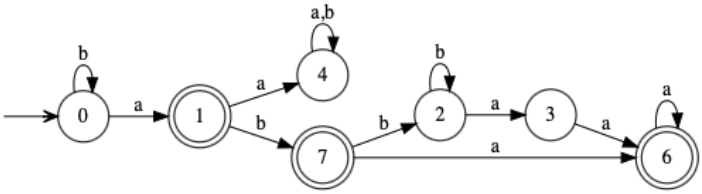
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+293/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e f

Question 3 : ■ b c d e

Question 4 : a b ■ d ■ ■ g ■ i j

Question 5 : a b ■ d e f

Question 6 : a b c d e ■

Question 7 : ■ b c d e f

Question 8 : a ■ c d e f

Question 9 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 10 : a ■ c d e ■ ■ h i

Question 11 : a b ■ d e f g h

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 8 états c 6 états d 2 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
■ La longueur du mot vide est 0.

e Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

f La longueur du mot vide est 1.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 8 états c 20 états d 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

c Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

d Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont identiques.

c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

c Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

d Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

e Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

f Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

g Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

c Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

d Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

g Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

h Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états ■ 16 états c 8 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-iv-

c la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i- e la Figure 3-iii-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 6 ☐ b 2 ☐ c 0 ☐ d 1 ☐ e 3 ☐ f 7 ■ 4 ☐ h 5

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

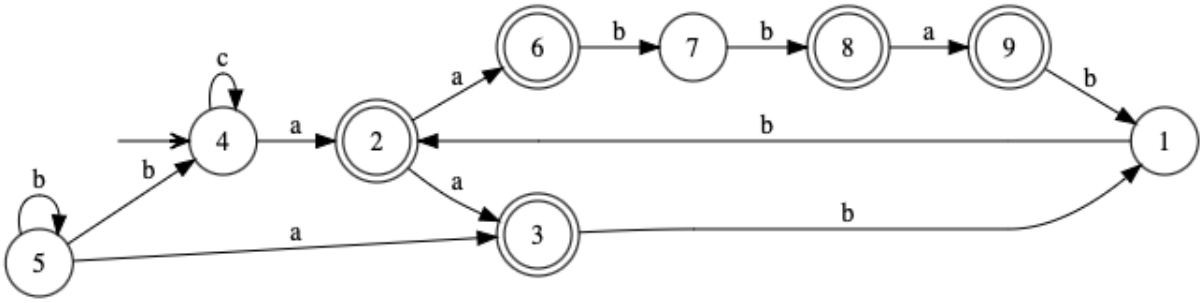
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

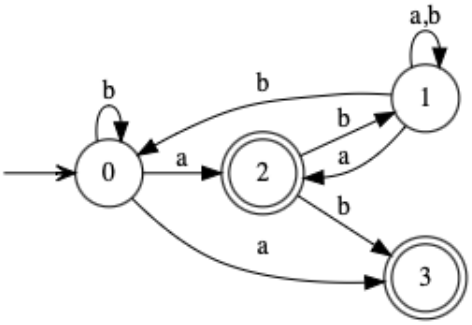
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

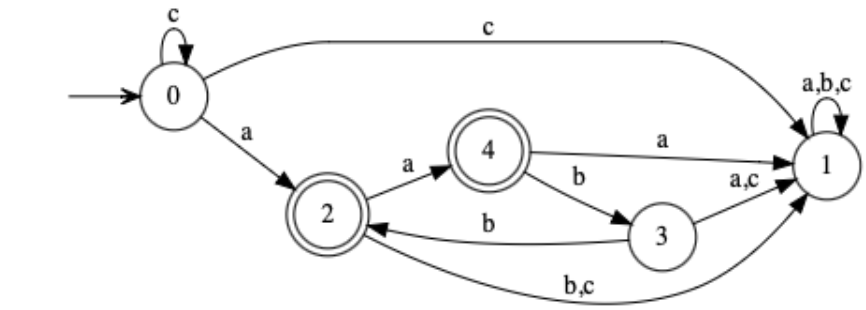


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

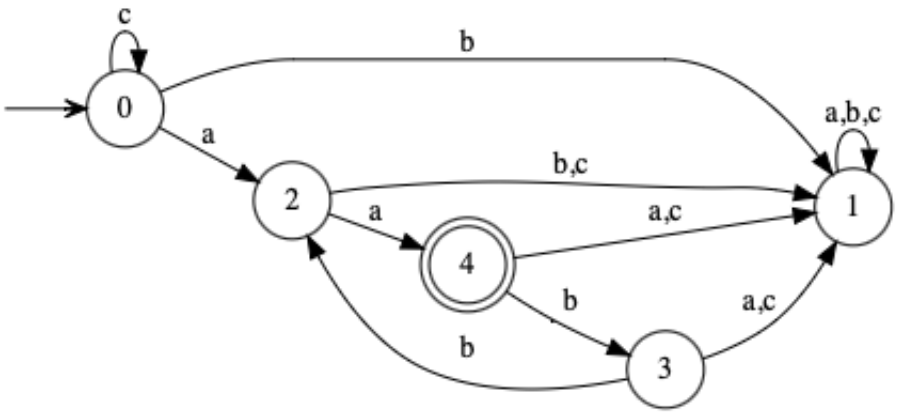


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

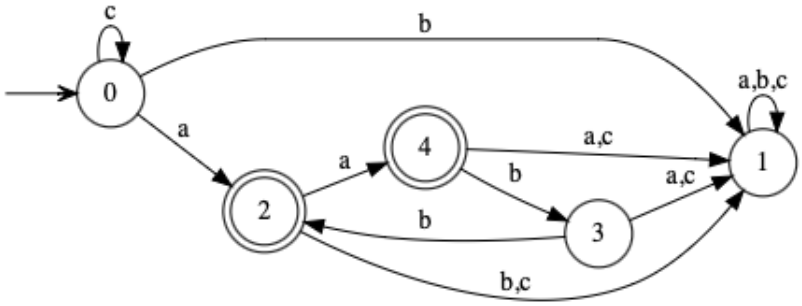
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



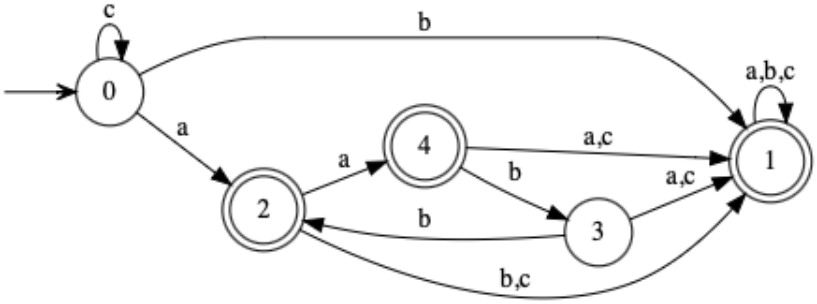
(-i-)



(-ii-)

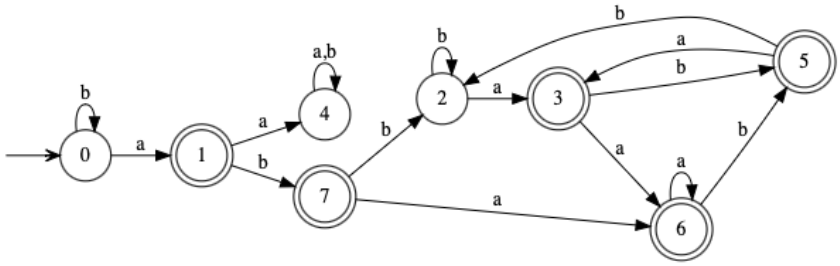


(-iii-)

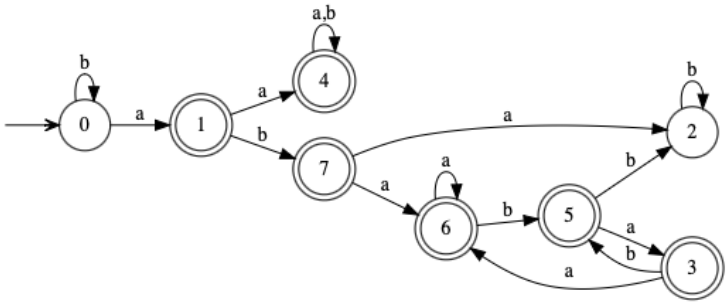


(-iv-)

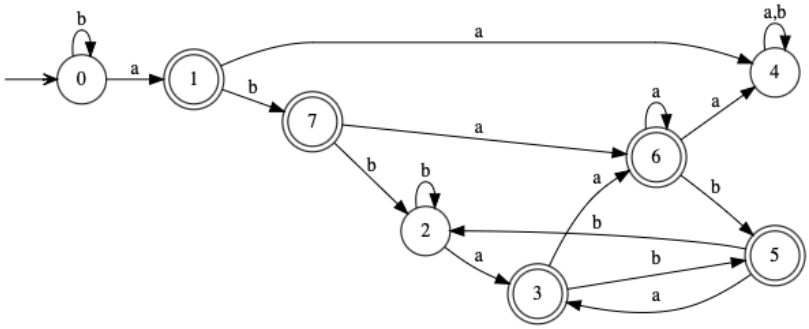
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



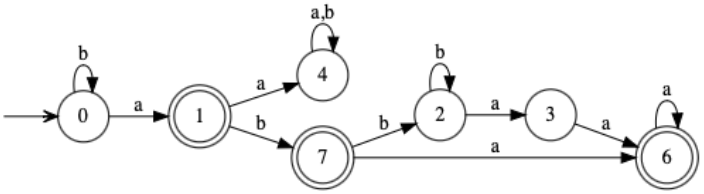
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+294/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f

Question 3 : a ■ c d e

Question 4 : ■ b c ■ e f ■ h i

Question 5 : a b c d e ■

Question 6 : ■ b c d e f g h

Question 7 : a ■ c d e f

Question 8 : ■ b c d e f

Question 9 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 10 : ■ ■ c d ■ ■ g h i j

Question 11 : a ■ c d e f

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b c d e f ■ h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 8 états c 2 états d 6 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 20 états c 8 états d 16 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 32 états c 8 états d 20 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
[b] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
[c] La longueur du mot vide est 1.
■ La longueur du mot vide est 0.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
[f] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
[g] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[c] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[e] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[f] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

b Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

c Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

f Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

j Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^*+10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

d Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i- c la Figure 3-iii-
d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe e la Figure 3-ii-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 1 b 6 ■ 4 d 5 e 2 f 7 g 3 h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

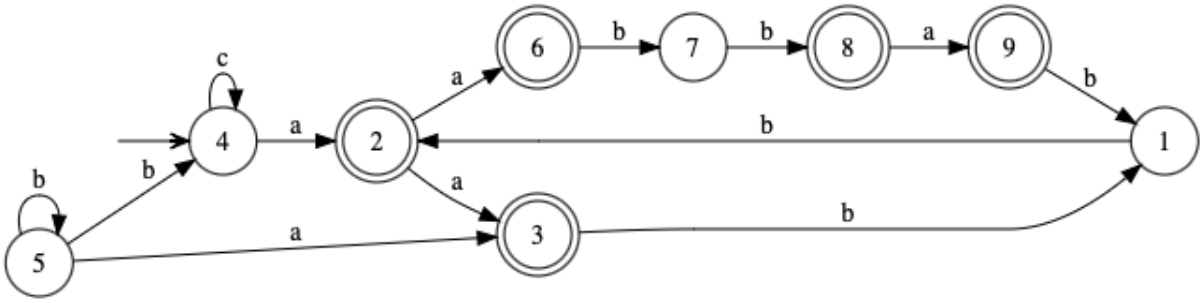
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

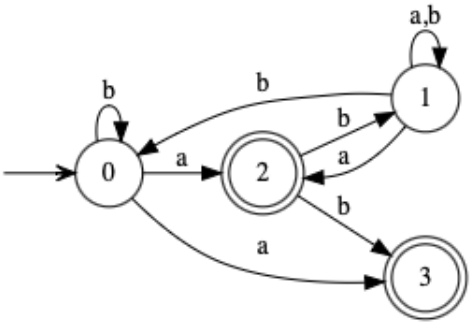
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

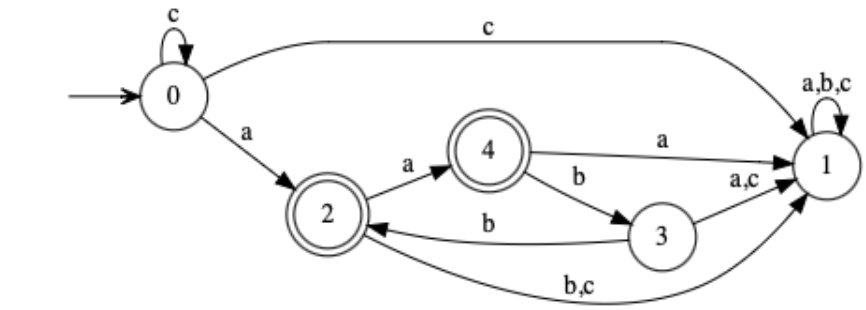


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

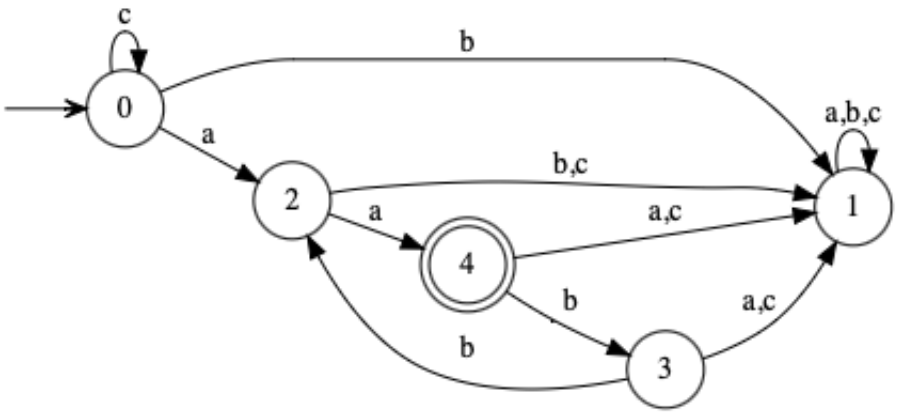


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

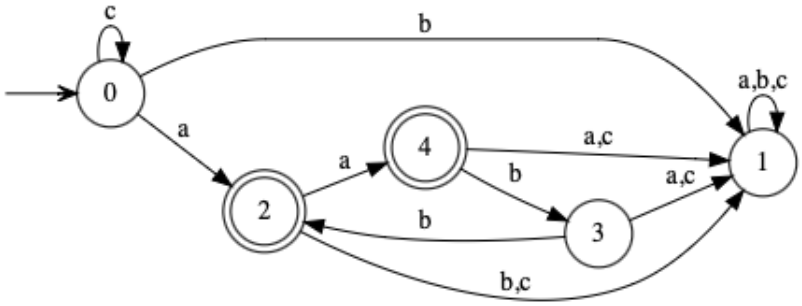
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



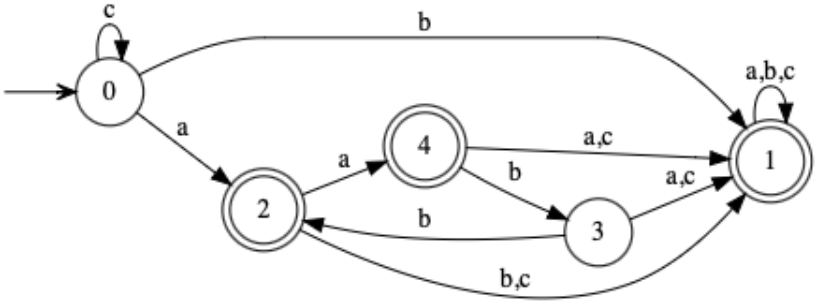
(-i-)



(-ii-)

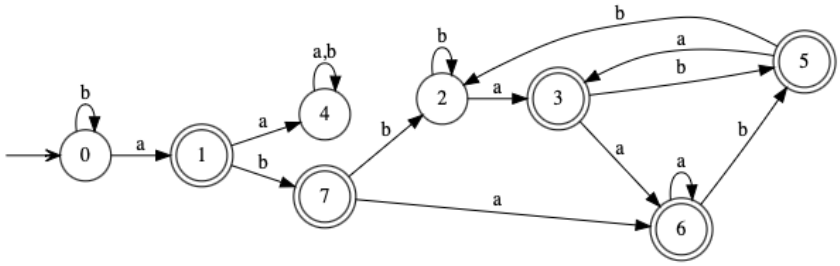


(-iii-)

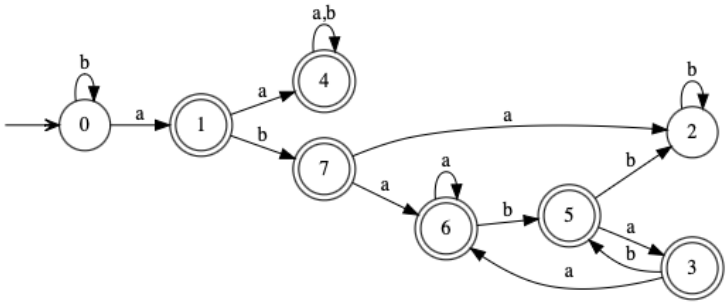


(-iv-)

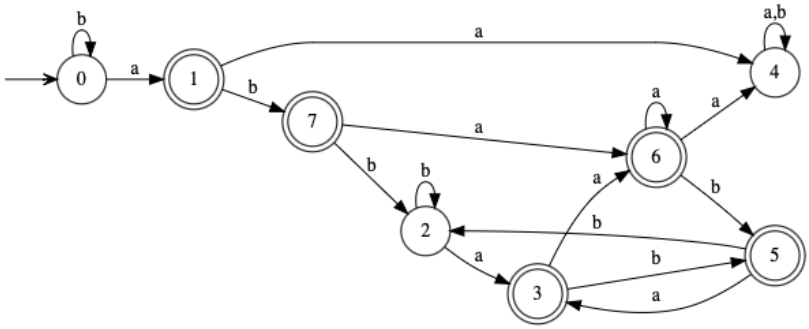
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



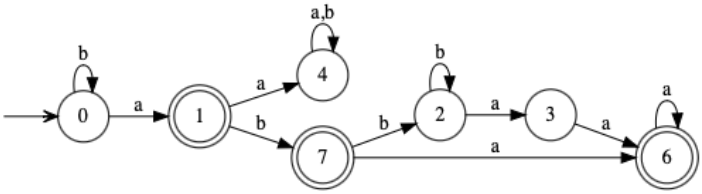
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+295/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f

Question 3 : a b c d e ■

Question 4 : ■ b c d e f

Question 5 : ■ b c d e f g h

Question 6 : ■ b c ■ ■ f g h i

Question 7 : ■ ■ c d e f ■ ■ i j

Question 8 : a ■ c d e f

Question 9 : a ■ c d e

Question 10 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 11 : a ■ c d e f

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [c] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [d] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [f] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [g] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [h] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [j] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 32 états ■ 16 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

d Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

e Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

f Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

g Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 20 états c 32 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 6 états [c] 2 états [■] 4 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
[b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[a] La longueur du mot vide est 1.
[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
[c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
[d] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
[f] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
[■] La longueur du mot vide est 0.
[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-iv-. [b] la Figure 2-i-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-ii-. [■] la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [b] la Figure 3-ii-
[■] la Figure 3-i- [d] la Figure 3-iv- [e] la Figure 3-iii-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 6 c 7 d 3 e 1 f 5 g 0 h 2

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

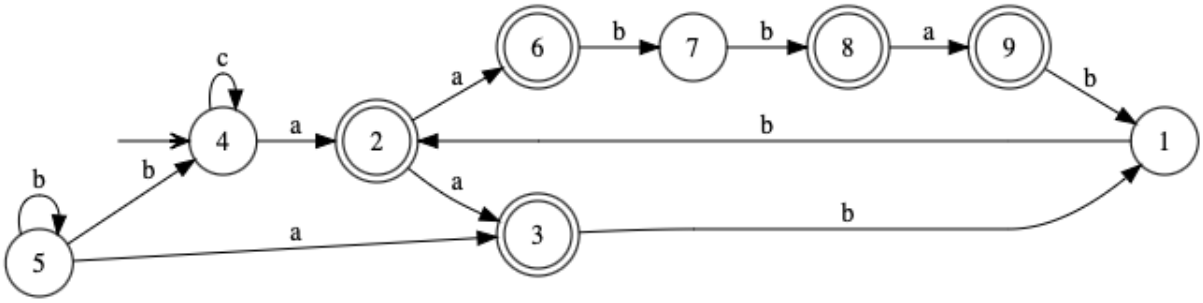
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

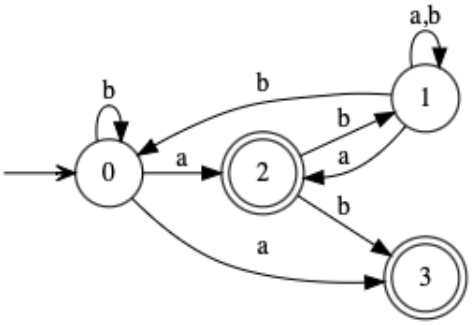
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

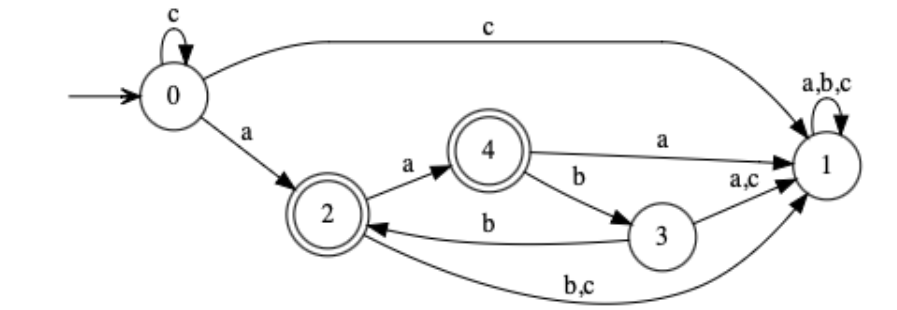


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

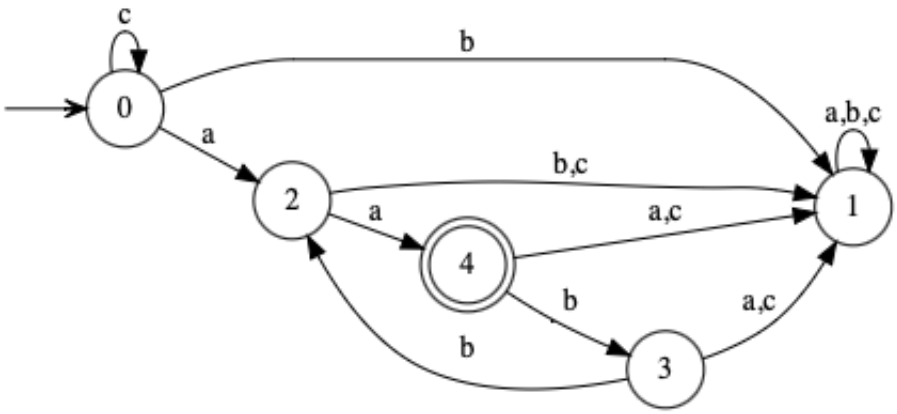


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

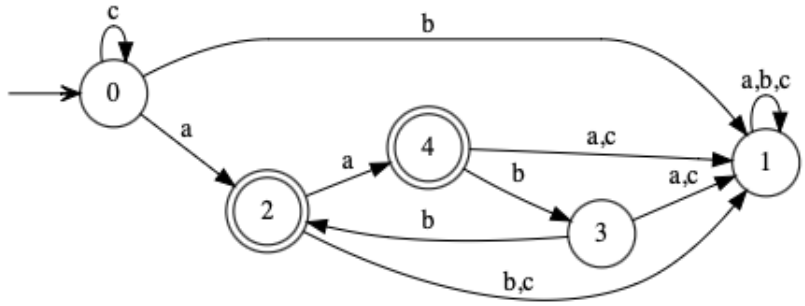
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



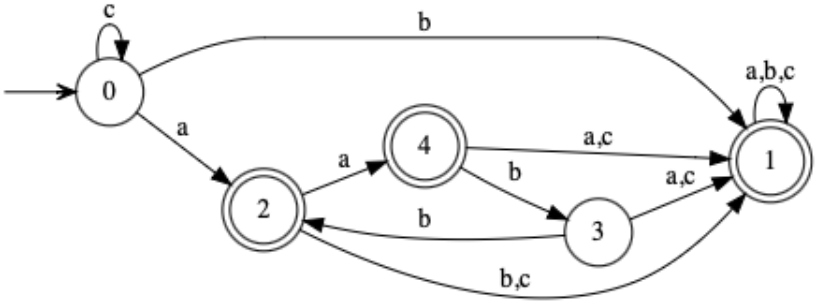
(-i-)



(-ii-)

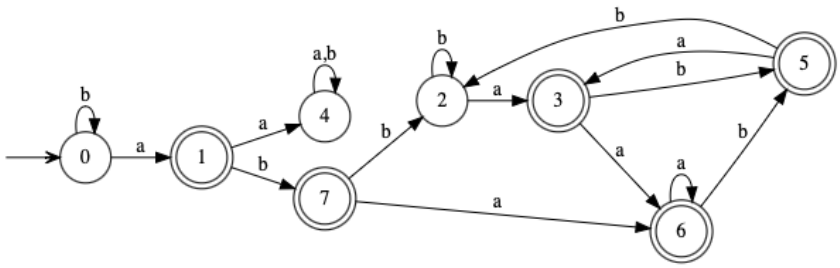


(-iii-)

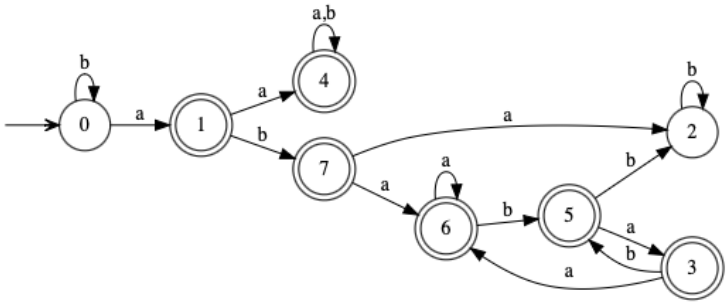


(-iv-)

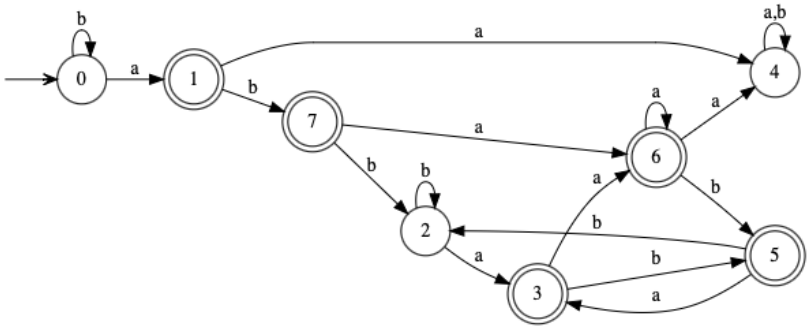
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



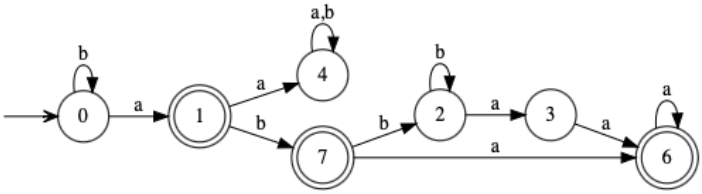
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+296/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 3 : a ■ c d e f

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : ■ ■ ■ d e f g ■ i j

Question 6 : a b c d e ■

Question 7 : a b ■ d e f

Question 8 : a b c ■ e f

Question 9 : a b ■ d e

Question 10 : a ■ c d e f g h

Question 11 : a ■ c d ■ f ■ h i

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- ■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [c] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états ■ 16 états [c] 20 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [c] La longueur du mot vide est 1.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [g] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [d] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [f] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [h] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [■] 4 états [c] 6 états [d] 2 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [b] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [c] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [d] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [e] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [h] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

j Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 8 états c 32 états d 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

d Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^*+10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe

c la Figure 3-ii- d la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 2 ☐ b 7 ☐ c 3 ☐ d 0 ☐ e 1 ☐ f 6 ☐ g 5 ■ 4

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

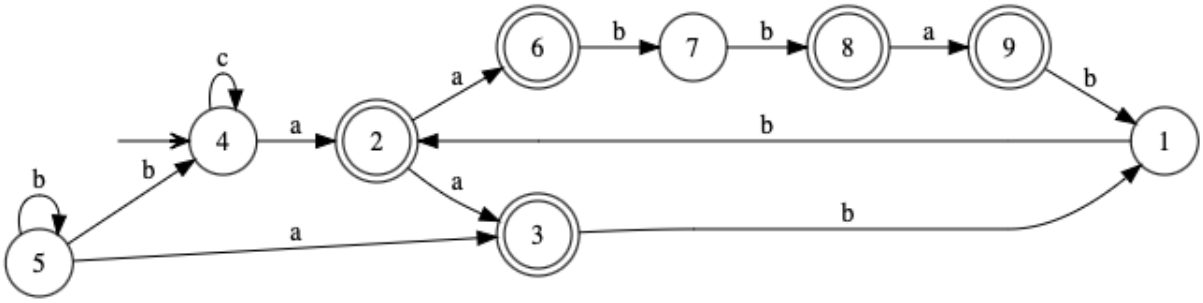
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

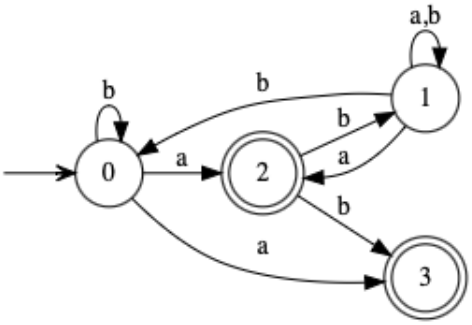
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

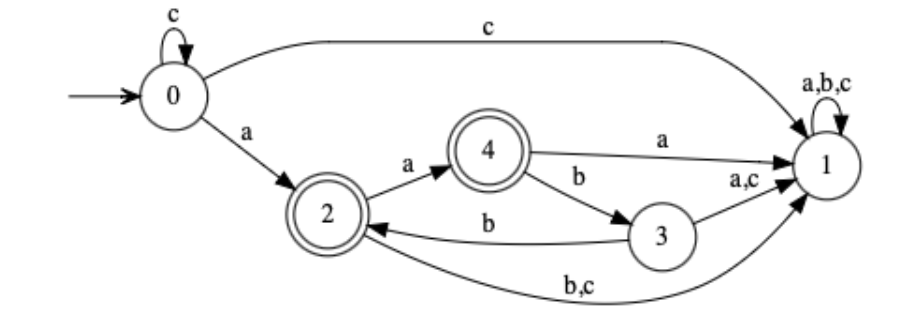


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

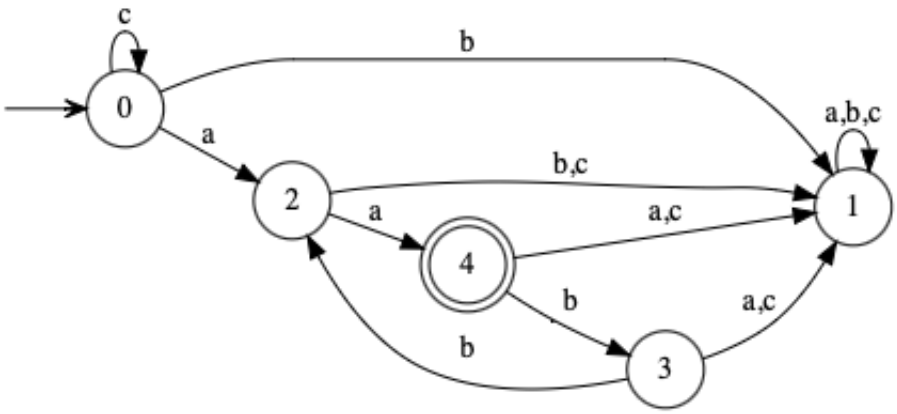


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

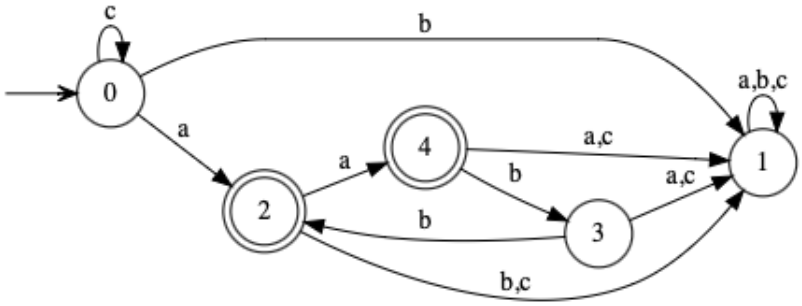
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



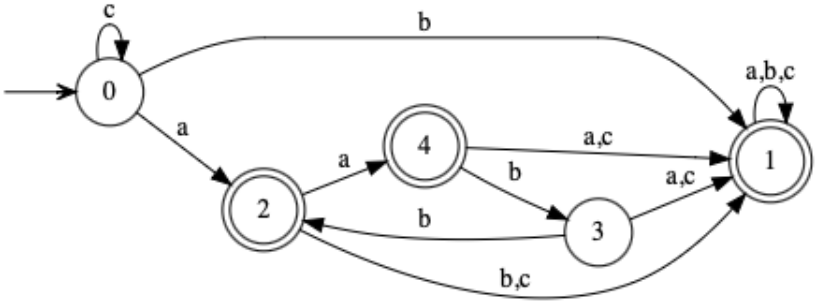
(-i-)



(-ii-)

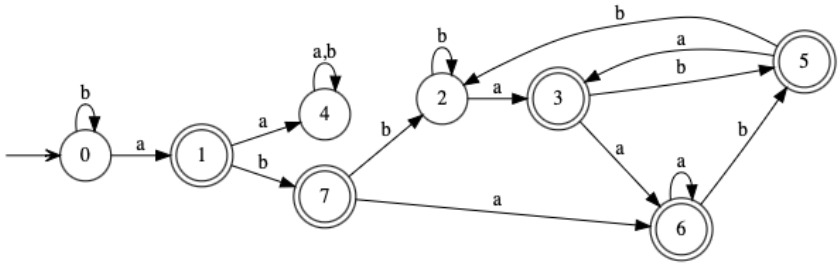


(-iii-)

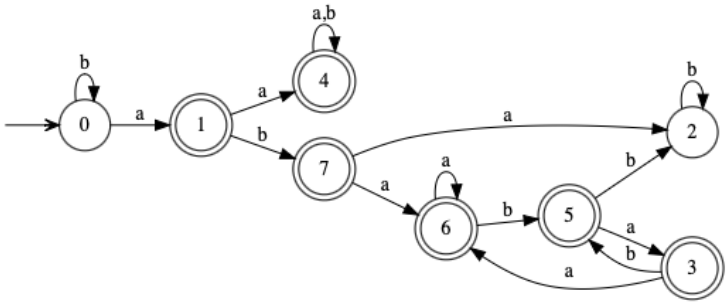


(-iv-)

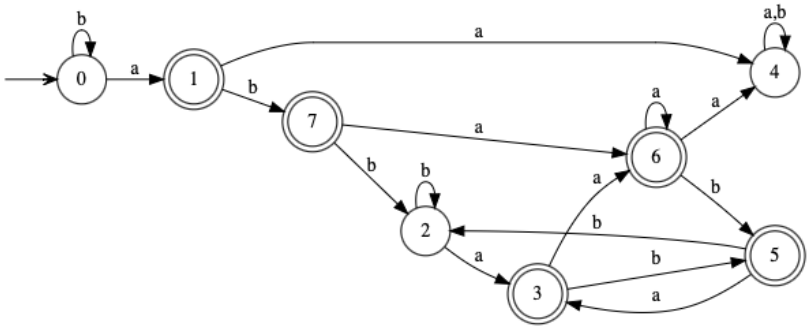
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



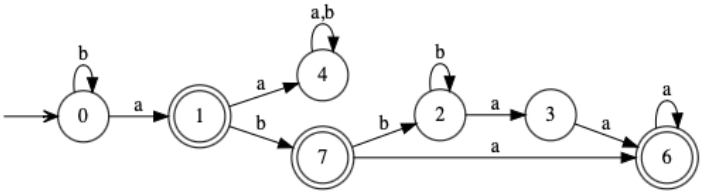
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+297/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e

Question 3 : a ■ c d e f

Question 4 : a b c d ■ f g h

Question 5 : a ■ c ■ e ■ g h i

Question 6 : ■ ■ c d ■ f ■ h i j

Question 7 : a ■ c d e f

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : a b c d e ■

Question 10 : a b ■ d e f

Question 11 : a ■ c d e f

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d e f g ■

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 32 états ■ 16 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont identiques.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 16 états c 8 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

b Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

e Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

g Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

h Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 7 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 2 états ■ 4 états [d] 6 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
[b] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
[d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[e] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
[f] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
[g] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
[h] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
[i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
[j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
■ La longueur du mot vide est 0.
[d] La longueur du mot vide est 1.
[e] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
[f] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
[g] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-iv-. [b] la Figure 2-ii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
■ la Figure 2-iii-. [d] la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 3-iv-
c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe d la Figure 3-ii-
■ la Figure 3-i- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 0 b 5 c 1 d 2 ■ 4 f 7 g 6 h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

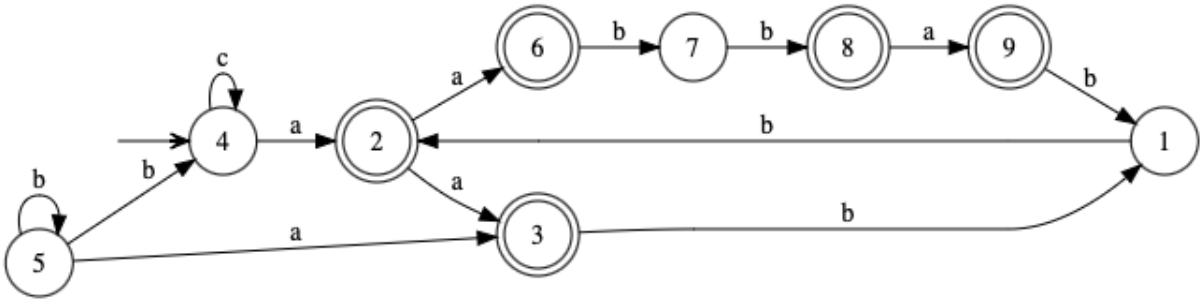
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

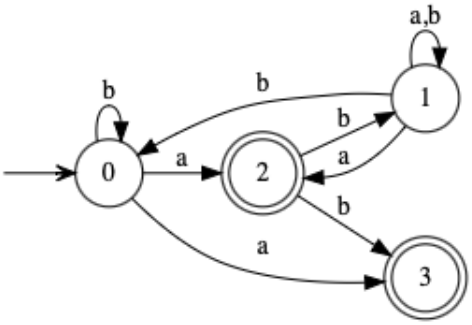
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

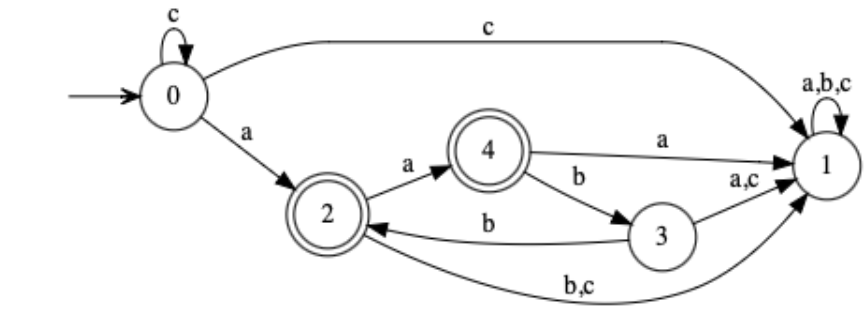


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

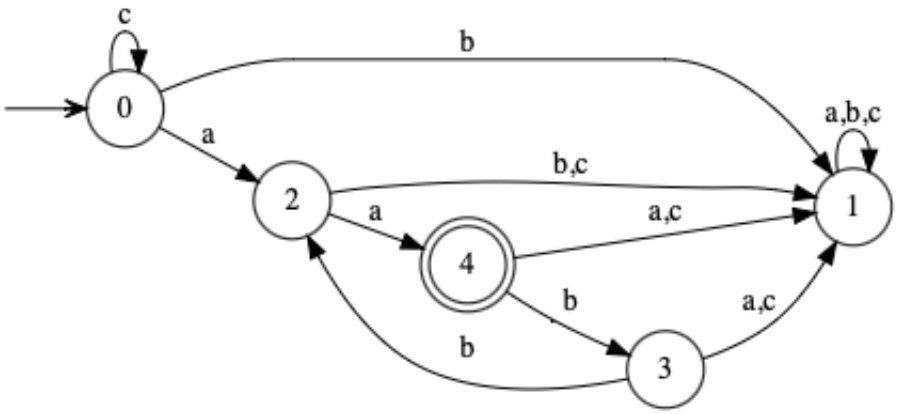


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

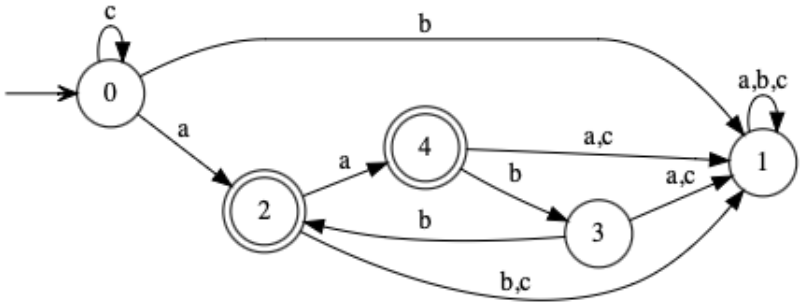
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



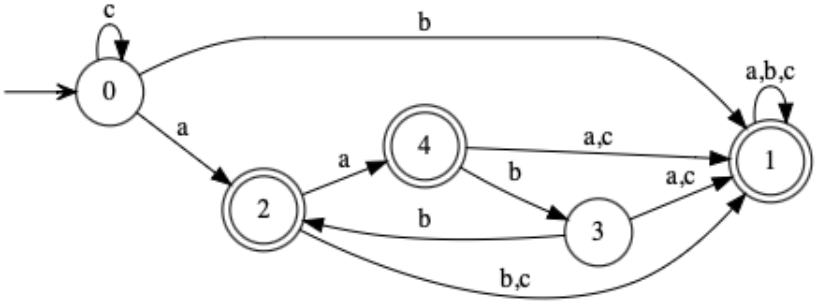
(-i-)



(-ii-)

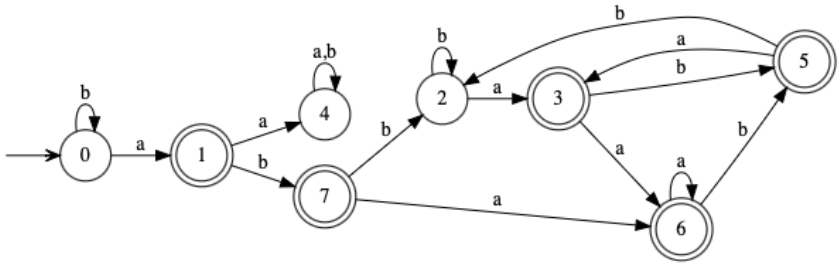


(-iii-)

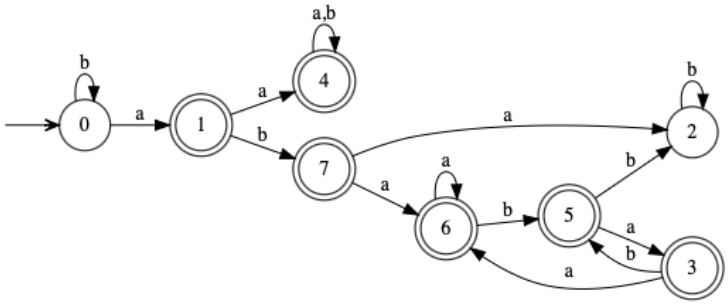


(-iv-)

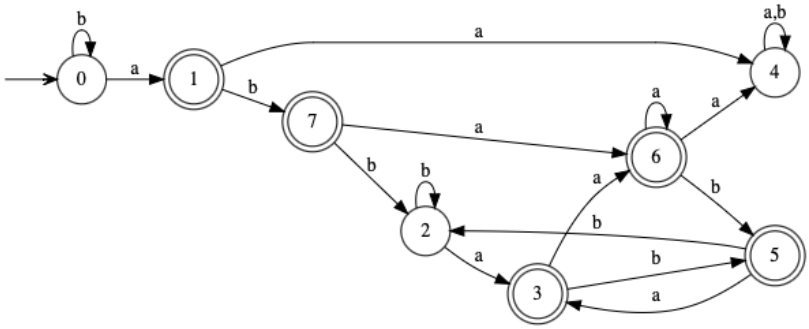
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



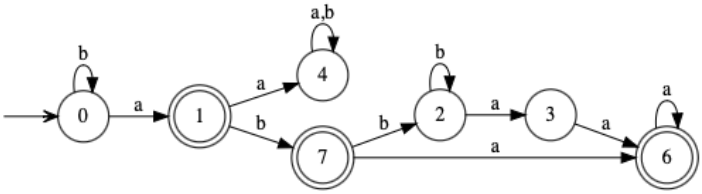
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+298/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e f

Question 3 : a ■ c d e f

Question 4 : a b c d e ■

Question 5 : ■ b ■ ■ e ■ g h i j

Question 6 : a b c ■ e f g h

Question 7 : ■ b c d e

Question 8 : a b c ■ e f

Question 9 : a b ■ d e f

Question 10 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 11 : ■ ■ ■ d e f g h i

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 20 états [■] 16 états [c] 32 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 8 états [c] 32 états [d] 16 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [c] La longueur du mot vide est 1.
- [d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [g] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [d] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [f] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

c Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

d Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

e Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

i Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 11 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 6 états c 2 états ■ 4 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-ii-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i- c la Figure 3-iii-
d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe e la Figure 3-ii-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 0 b 6 c 5 d 2 ■ 4 f 3 g 7 h 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

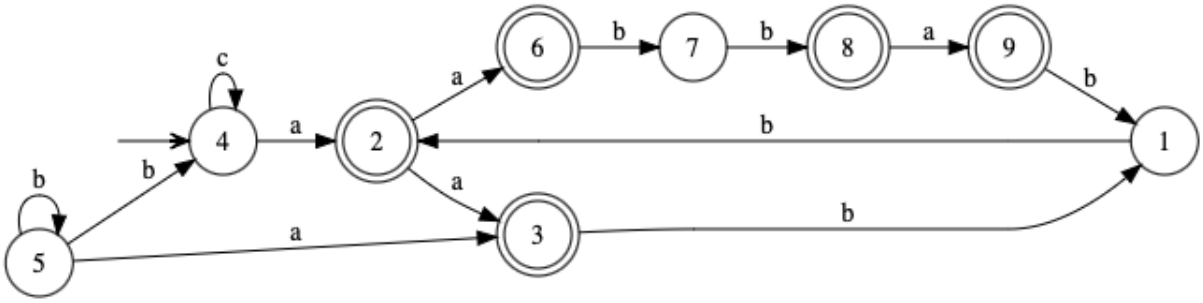
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

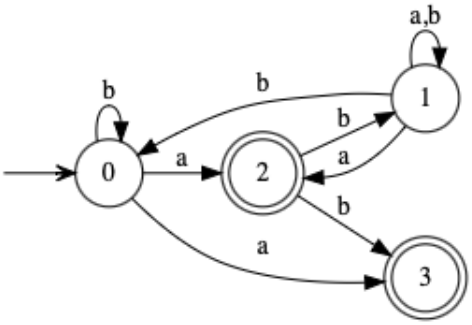
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

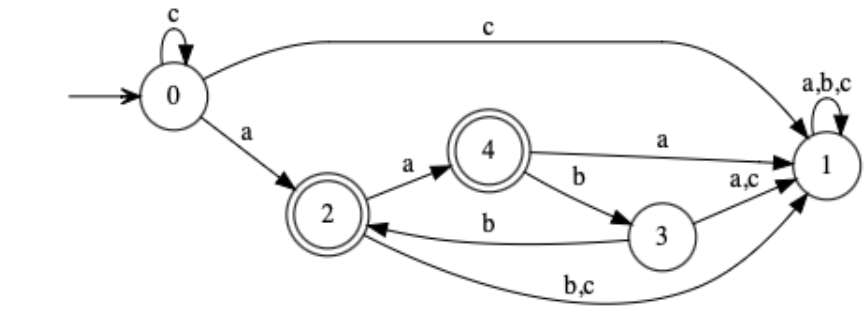


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

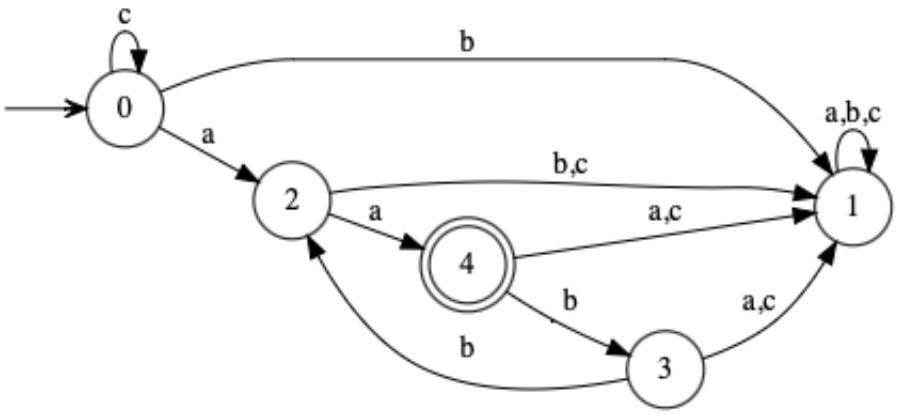


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

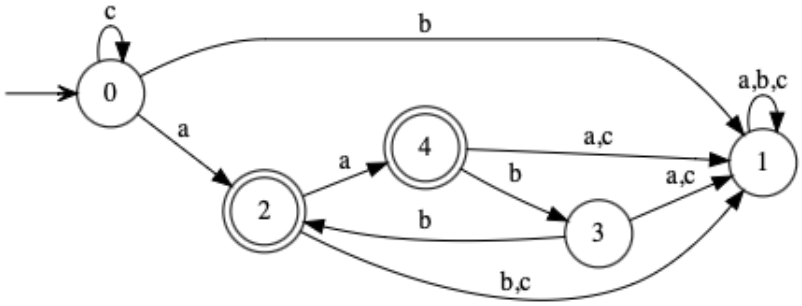
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



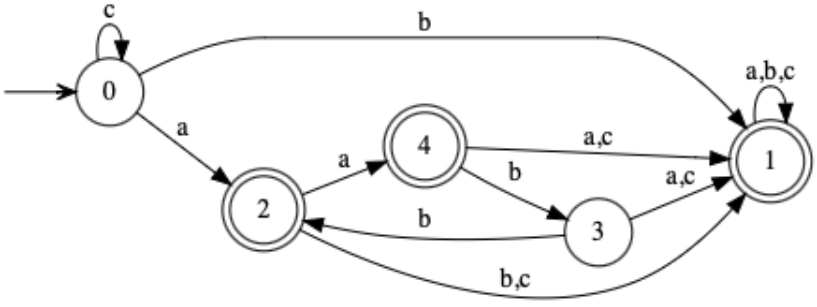
(-i-)



(-ii-)

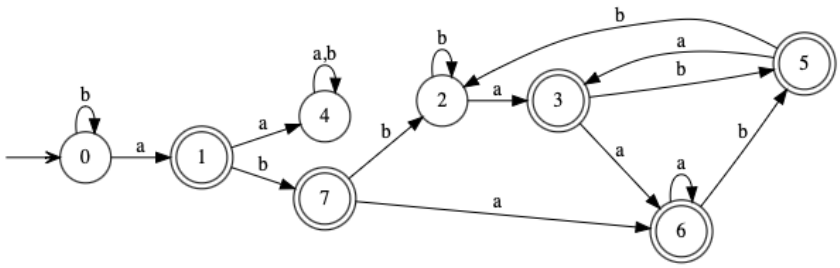


(-iii-)

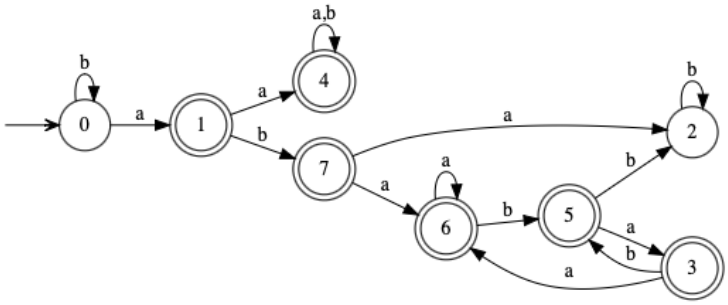


(-iv-)

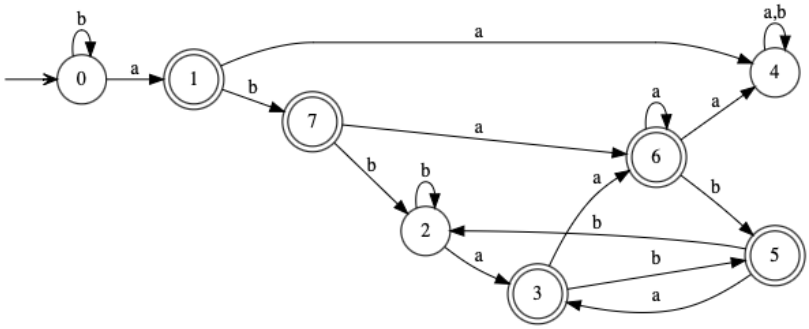
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



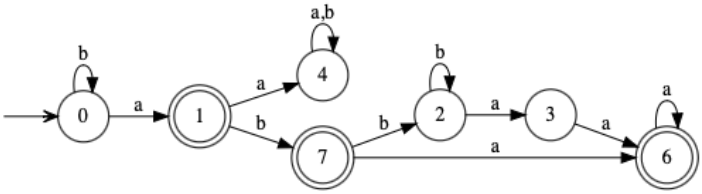
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+299/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e ■ g h

Question 3 : a ■ c d e f

Question 4 : a b c d e ■

Question 5 : a ■ c d ■ ■ g h i

Question 6 : a b c ■ e f

Question 7 : a ■ c d ■ f ■ ■ i j

Question 8 : ■ b c d e f

Question 9 : ■ b c d e

Question 10 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 11 : a b c ■ e f

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états ■ 16 états [c] 20 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 32 états [c] 16 états [d] 20 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [b] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [c] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [d] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [f] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [h] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [i] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [j] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [d] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [f] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [g] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [h] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états ■ 4 états c 2 états d 6 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
b Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
c Les langages dénotés par A et B sont identiques.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
■ La longueur du mot vide est 0.
f Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
g La longueur du mot vide est 1.
h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-ii-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 3-iv- c la Figure 3-ii-
d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 0 b 2 c 6 d 7 ■ 4 f 5 g 3 h 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

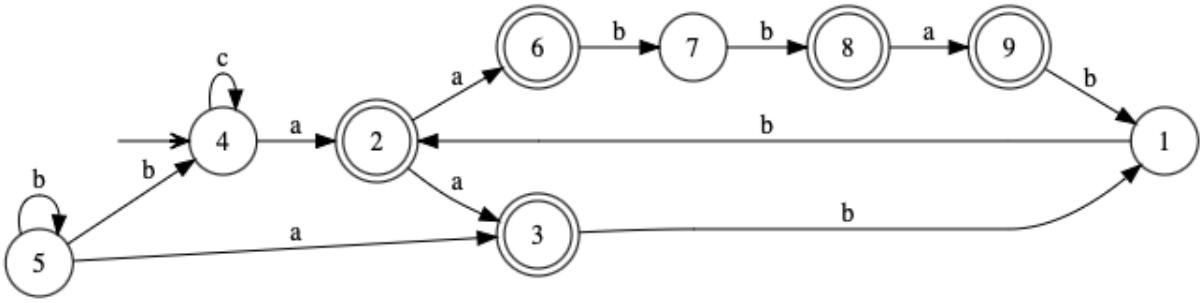
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

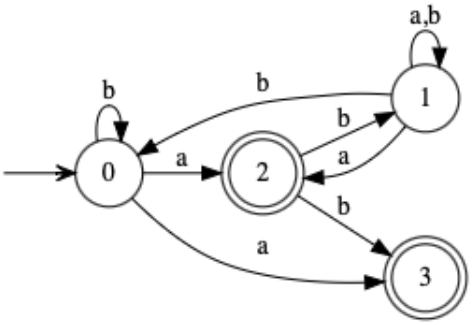
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

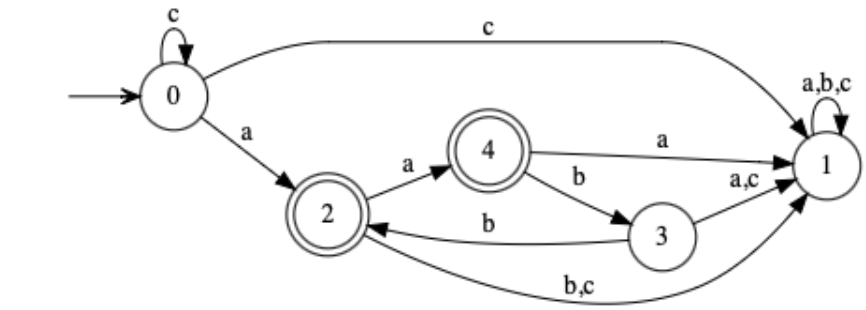


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

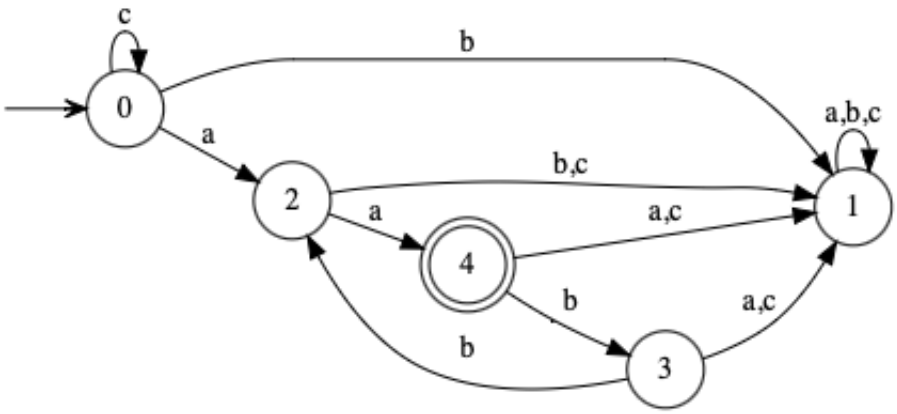


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

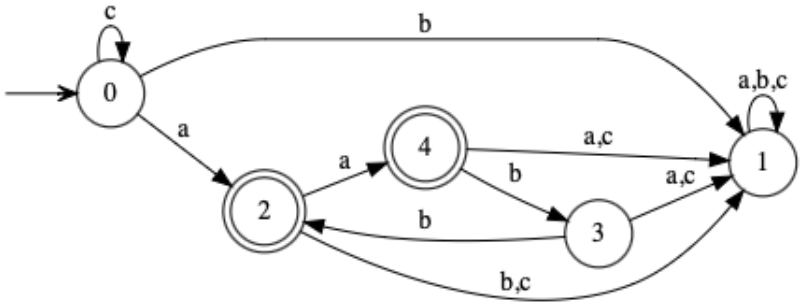
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



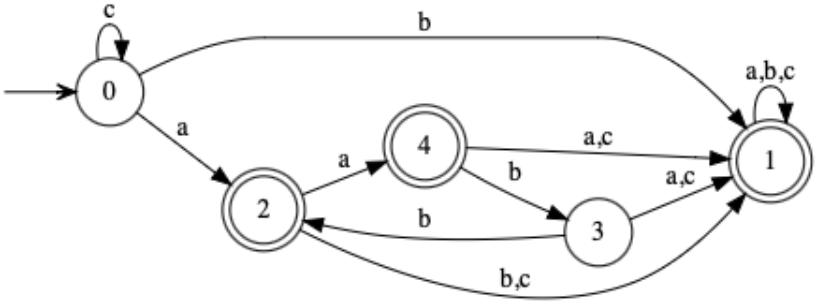
(-i-)



(-ii-)

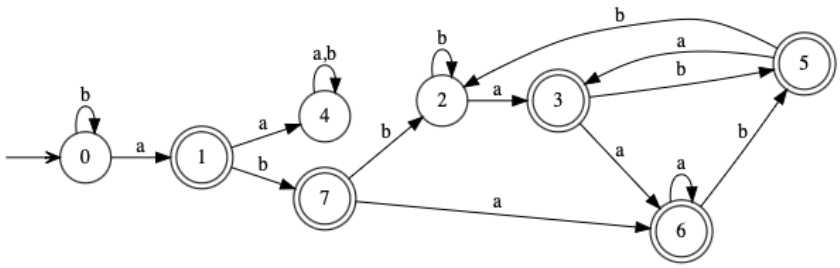


(-iii-)

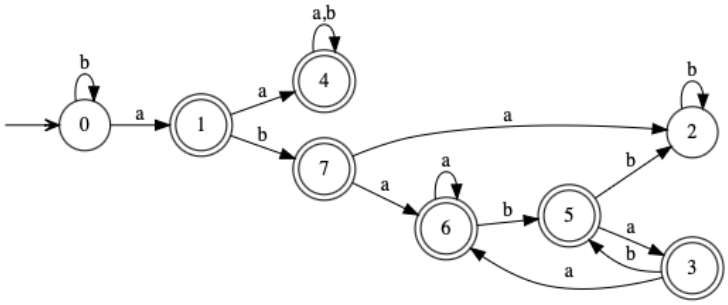


(-iv-)

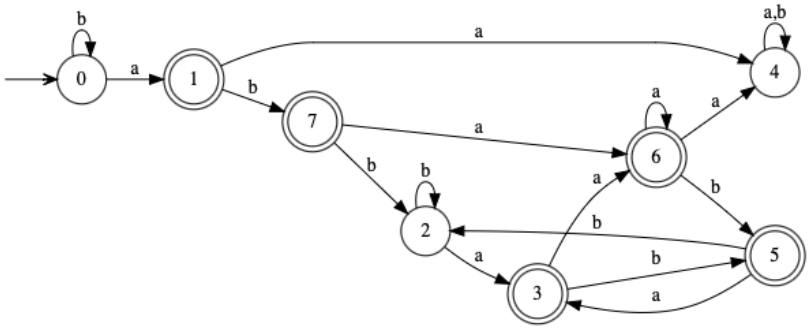
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



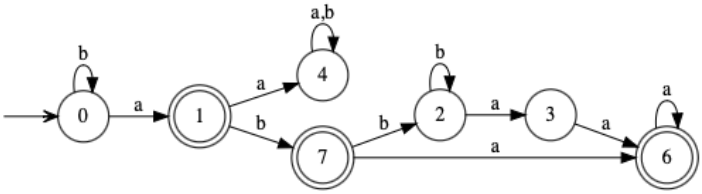
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+300/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f g h

Question 3 : a ■ c d e f

Question 4 : a b c d e ■

Question 5 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 6 : ■ ■ ■ d ■ f g h i j

Question 7 : a b ■ d e

Question 8 : a ■ c d e f

Question 9 : a ■ c d e f

Question 10 : a b c ■ e f

Question 11 : a ■ c ■ ■ f g h i

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [b] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [d] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [e] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [f] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [g] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [i] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [b] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états ■ 4 états c 2 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

c Les langages dénotés par A et B sont identiques.

d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

b Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

c La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

g La longueur du mot vide est 1.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 8 états [c] 20 états [■] 16 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 20 états [c] 32 états [d] 16 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[b] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[c] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[e] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-i-. [■] la Figure 2-iii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-ii-. [d] la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [b] la Figure 3-iv-
[■] la Figure 3-i- [d] la Figure 3-iii- [e] la Figure 3-ii-
[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 6 ☐ b 5 ☐ c 1 ■ 4 ☐ e 2 ☐ f 7 ☐ g 0 ☐ h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

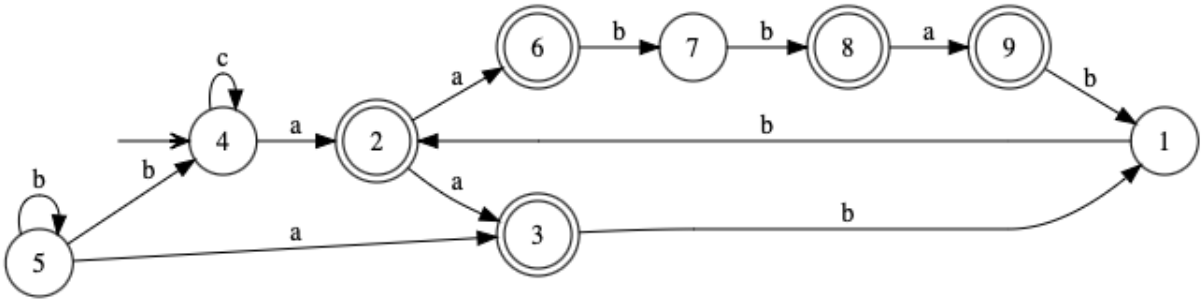
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

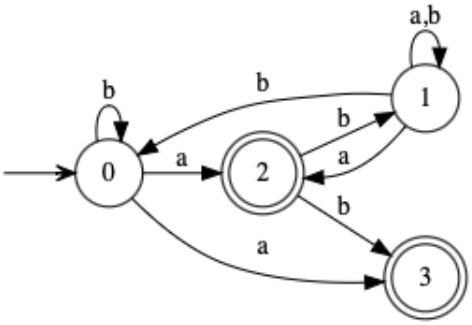
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

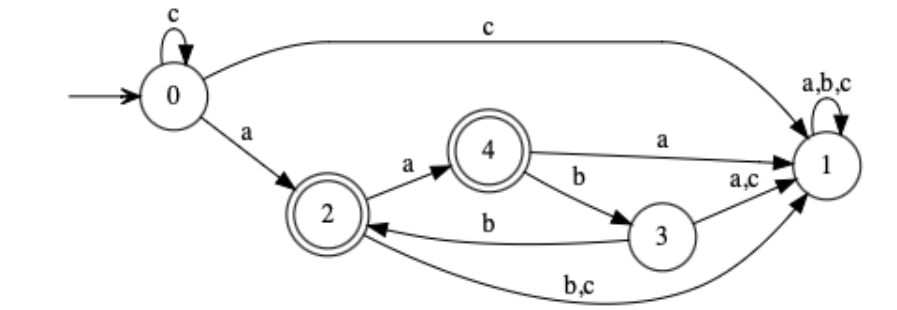


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

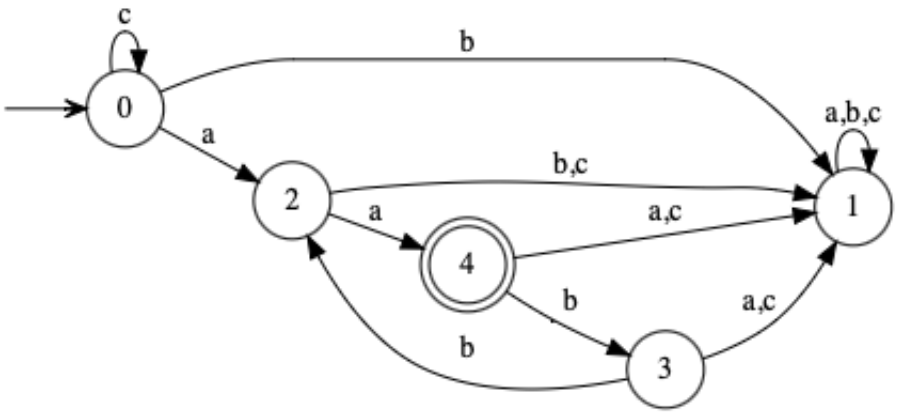


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

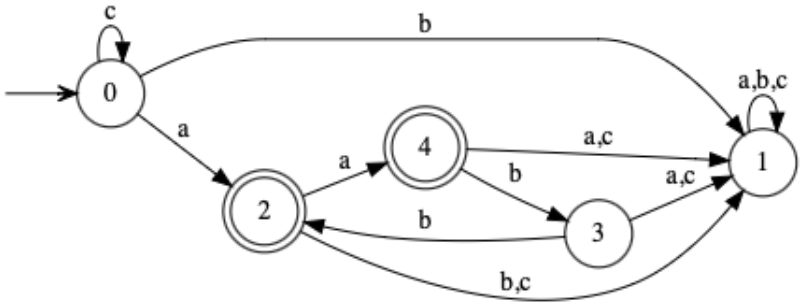
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



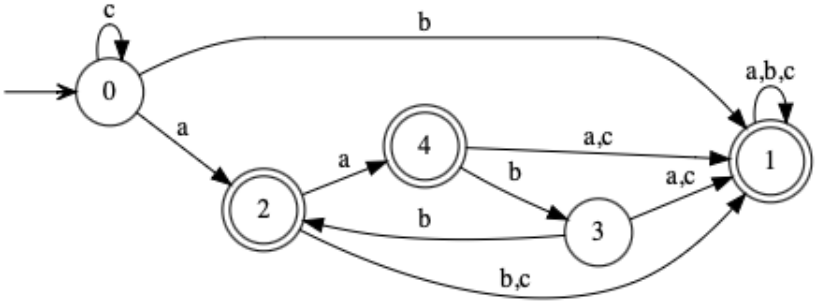
(-i-)



(-ii-)

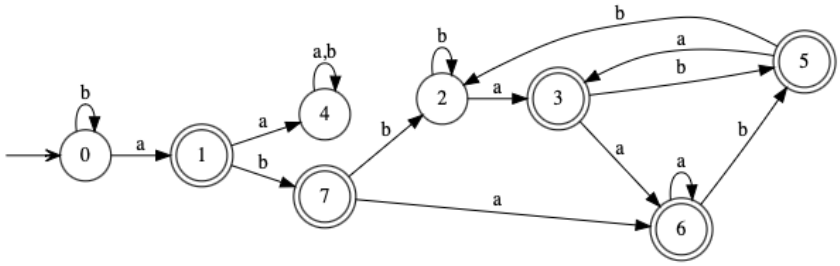


(-iii-)

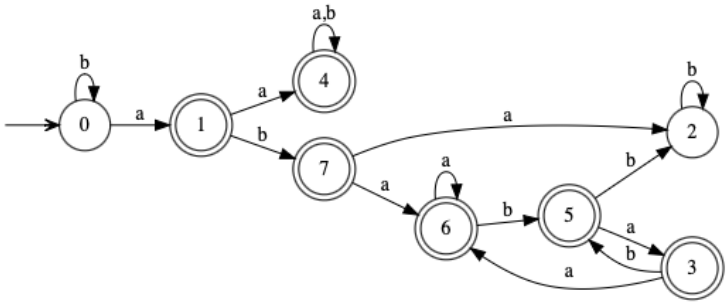


(-iv-)

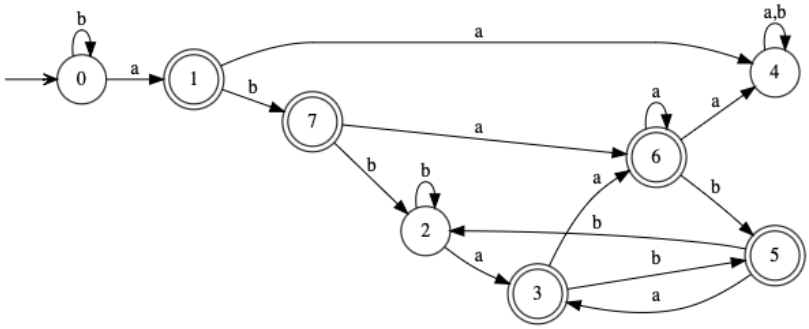
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



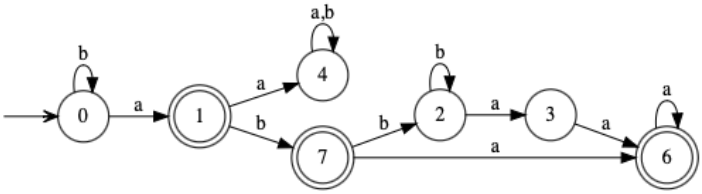
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+301/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 3 : ■ b c d e f

Question 4 : ■ b c d e

Question 5 : a ■ c d e f

Question 6 : ■ b c d e f

Question 7 : a b ■ d e f g h

Question 8 : a b c ■ ■ ■ g h i

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : a b c d e ■

Question 11 : a b c ■ e ■ ■ ■ i j

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [b] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [e] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [g] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [h] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [i] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [j] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

[b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

[c] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[a] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[e] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[g] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[h] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

[d] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

[e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

[f] La longueur du mot vide est 1.

[g] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 16 états b 8 états c 32 états d 20 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 20 états c 32 états ■ 16 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états b 8 états c 6 états ■ 4 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-iv-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
c la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i- e la Figure 3-ii-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 2 ☐ b 7 ☐ c 6 ☐ d 1 ■ 4 ☐ f 0 ☐ g 5 ☐ h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

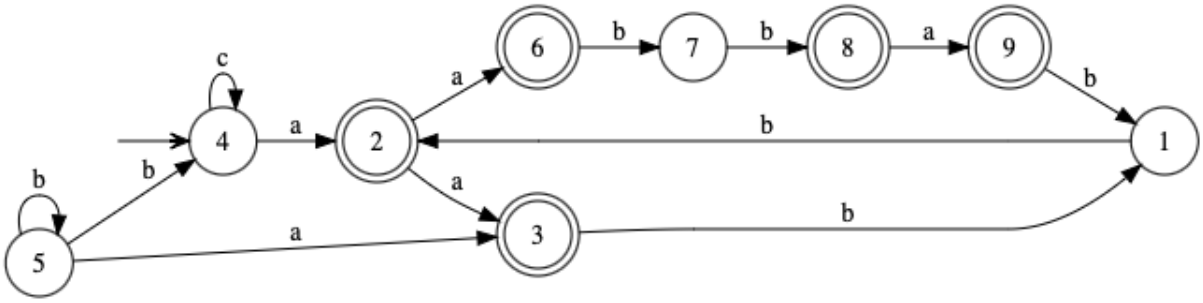
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

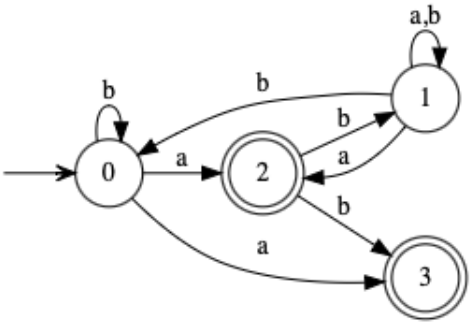
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

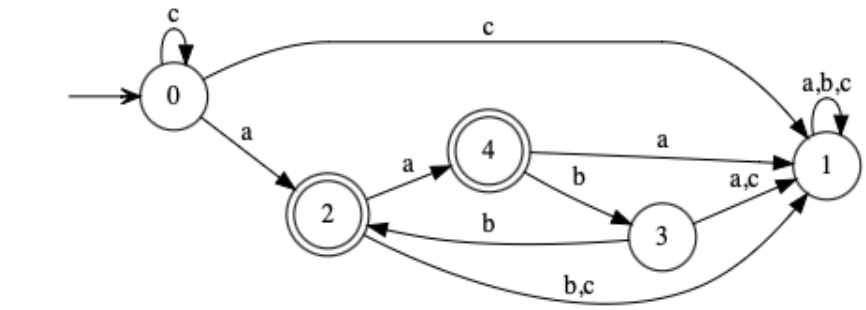


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

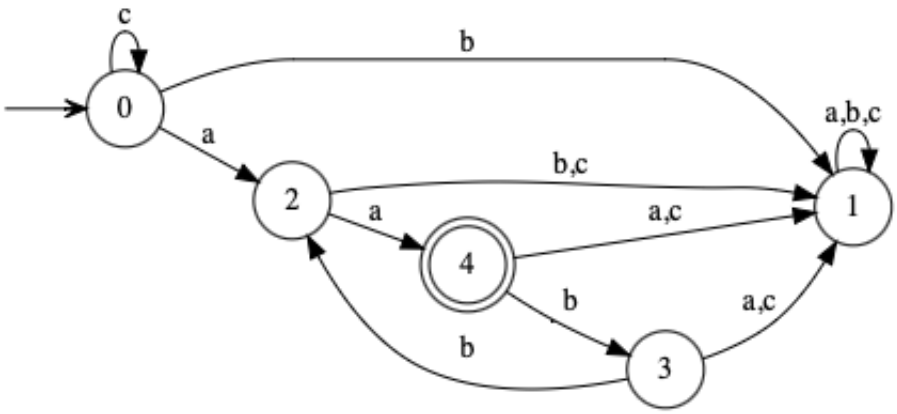


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

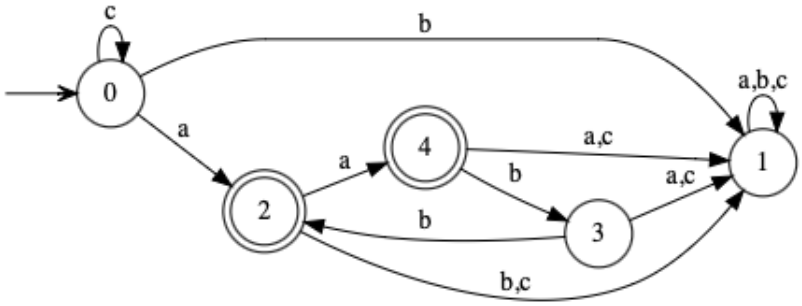
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



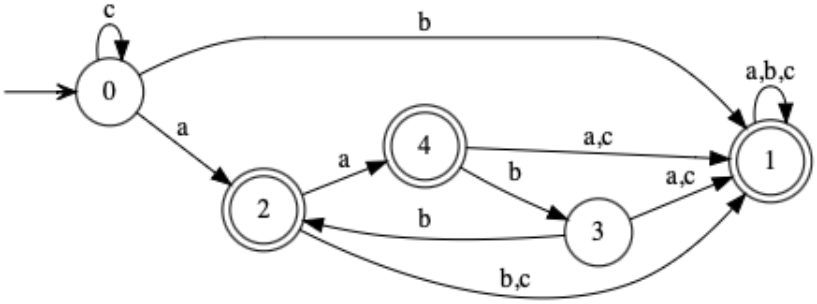
(-i-)



(-ii-)

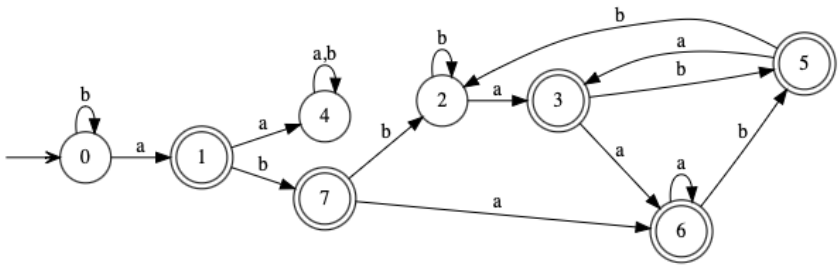


(-iii-)

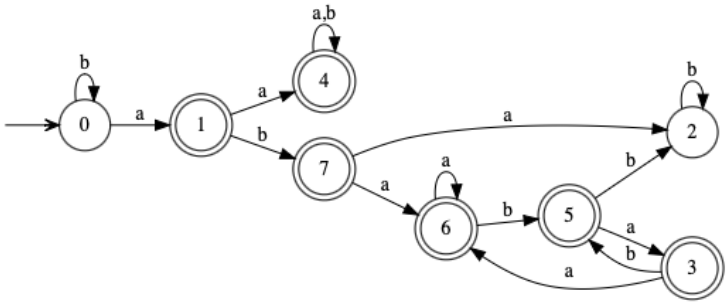


(-iv-)

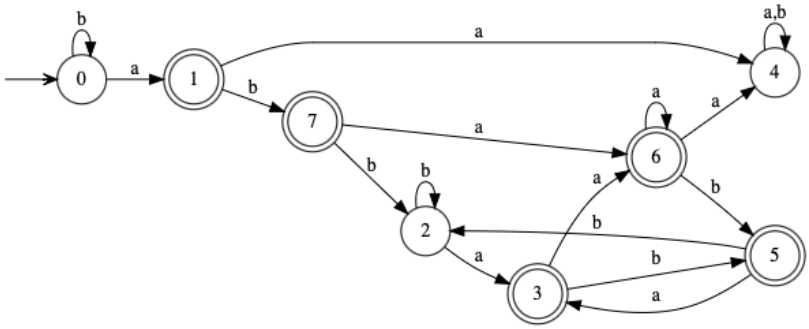
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



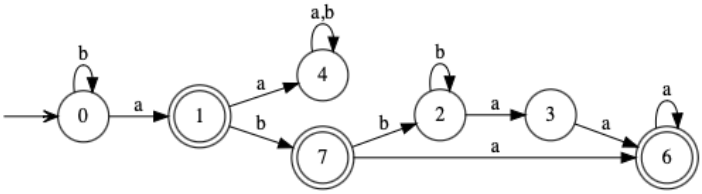
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e f

Question 3 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 4 : a b c ■ e f

Question 5 : ■ b c d e f g h

Question 6 : a ■ ■ ■ e ■ g h i j

Question 7 : ■ ■ ■ d e f g h i

Question 8 : a b c d e ■

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : ■ b c d e

Question 11 : a b c ■ e f

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b c ■ e f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

- [a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
- [b] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
- [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
- [d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
- [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
- [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

- [a] 6 états
- [■] 4 états
- [c] 8 états
- [d] 2 états
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
- [f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

- [a] 20 états
- [b] 8 états
- [c] 16 états
- [d] 32 états
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
- [■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[b] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[d] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[g] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[h] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

[b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[c] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

[d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[■] 16 états [b] 8 états [c] 32 états [d] 20 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

c Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

d Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

f Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

g Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

h Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

i Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

c La longueur du mot vide est 1.

d Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. b la Figure 2-ii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- b la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i- d la Figure 3-iii-
e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 1 ☐ b 6 ☐ c 5 ☐ d 7 ☐ e 3 ☐ f 0 ☐ g 2 ■ 4

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

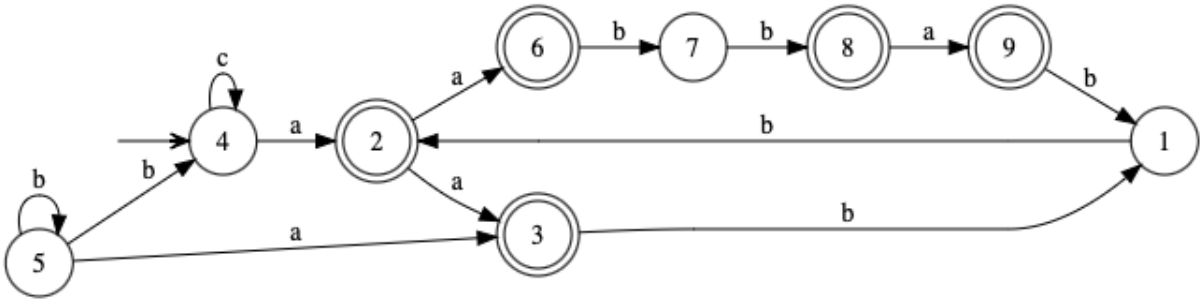
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

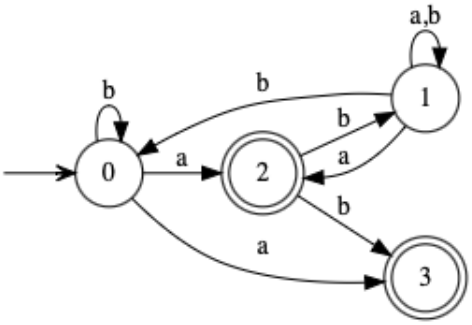
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

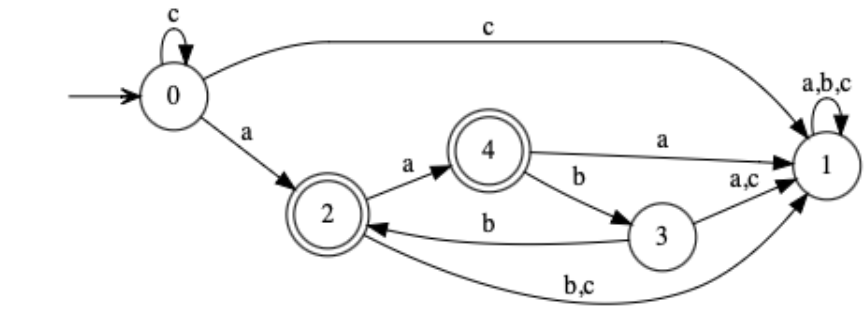


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

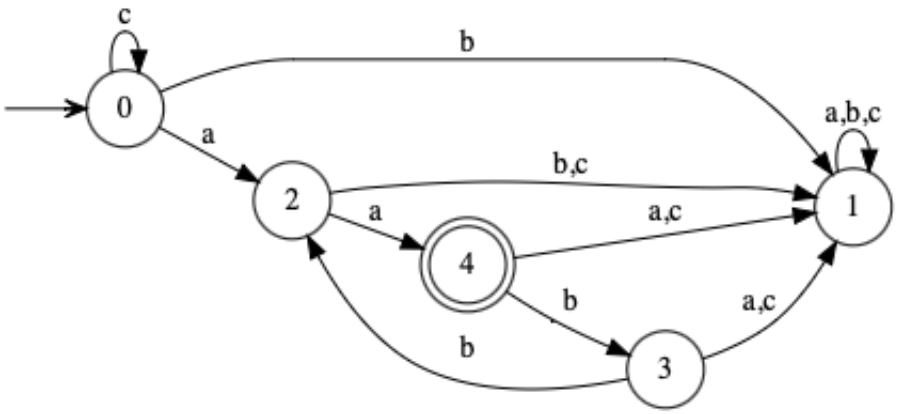


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

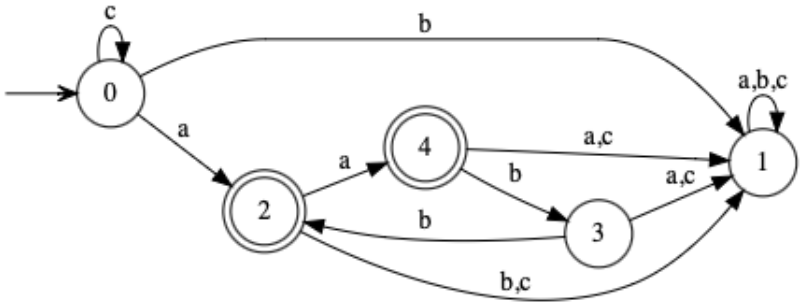
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



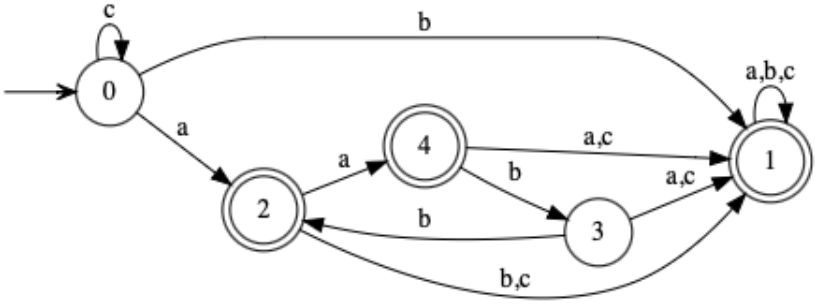
(-i-)



(-ii-)

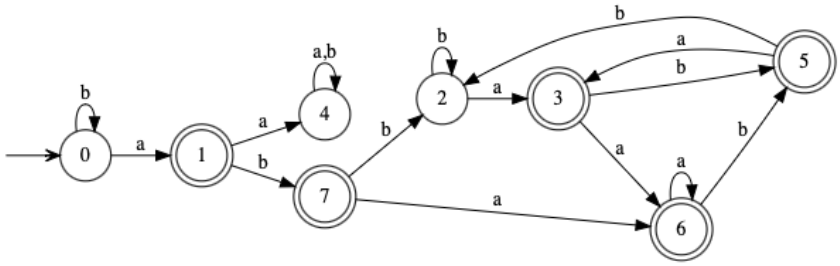


(-iii-)

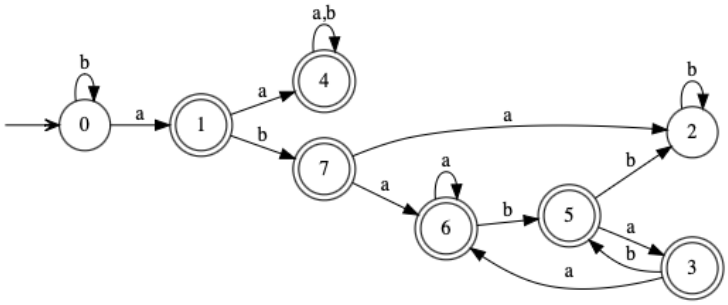


(-iv-)

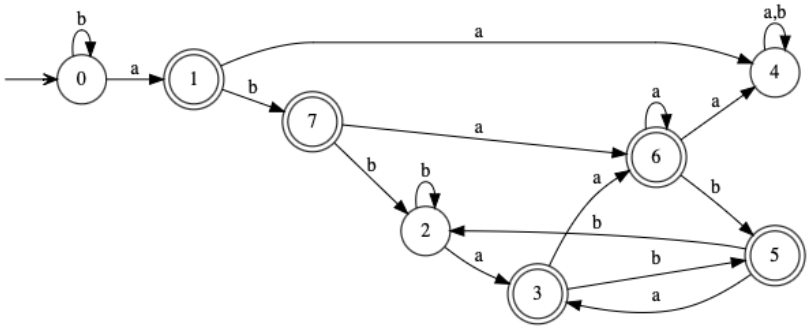
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



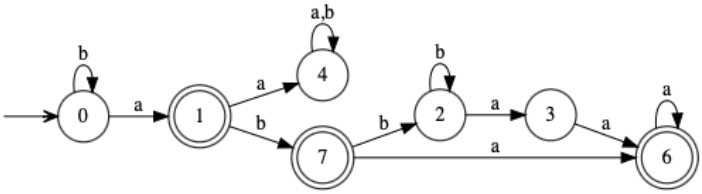
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [b] [c] [d] [■] [f] [g] [h]

Question 3 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 4 : [a] [b] [c] [d] [e] [■]

Question 5 : [■] [b] [■] [d] [■] [■] [g] [h] [i] [j]

Question 6 : [a] [b] [■] [d] [e]

Question 7 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 8 : [■] [b] [c] [d] [e] [f]

Question 9 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 10 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] [■] [l]

Question 11 : [■] [■] [c] [d] [■] [f] [g] [h] [i]

Question 12 : [a] [b] [c] [■] [e]

Question 13 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 14 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [■]

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états b 20 états ■ 16 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
b Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
d Les langages dénotés par A et B sont identiques.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 6 états [b] 2 états [■] 4 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 16 états [c] 32 états [d] 20 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

[a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
[■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
[c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[■] La longueur du mot vide est 0.
[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
[c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
[d] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
[e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
[g] La longueur du mot vide est 1.
[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[e] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[f] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
[g] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
[■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

c Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

d Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

g Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

h Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

i Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-ii-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iv- [b] la Figure 3-iii-
[c] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [d] la Figure 3-ii-
■ la Figure 3-i- [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

[a] 5 ■ 4 [c] 2 [d] 0 [e] 1 [f] 6 [g] 7 [h] 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

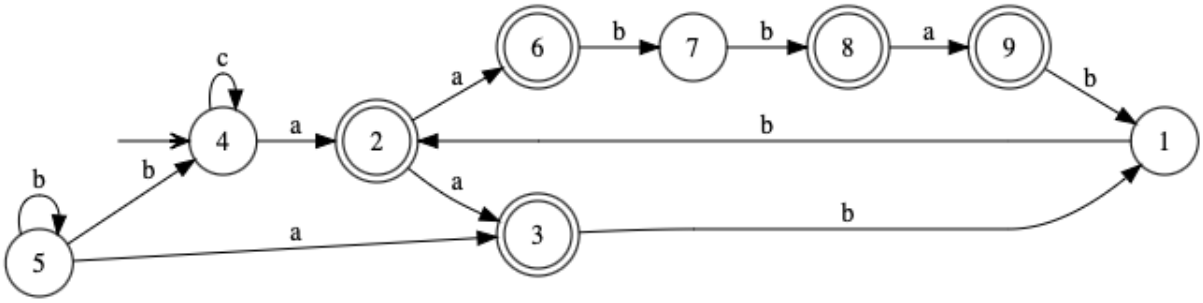
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

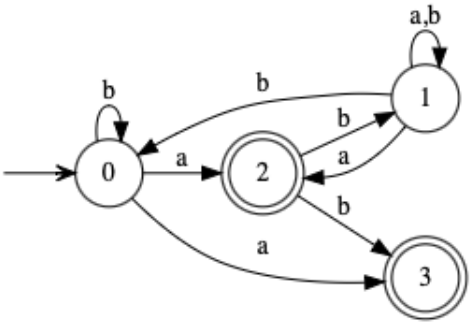
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

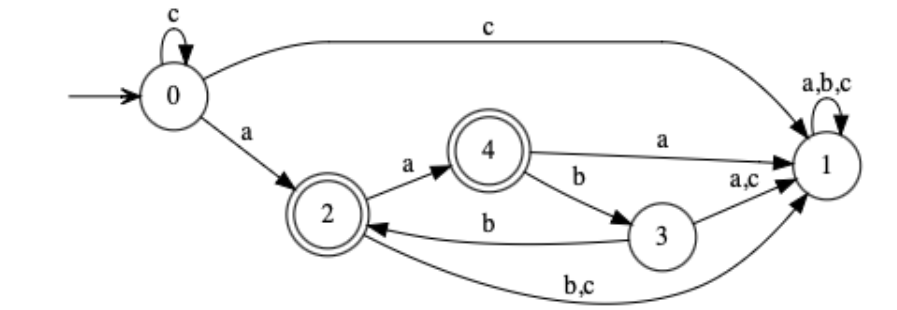


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

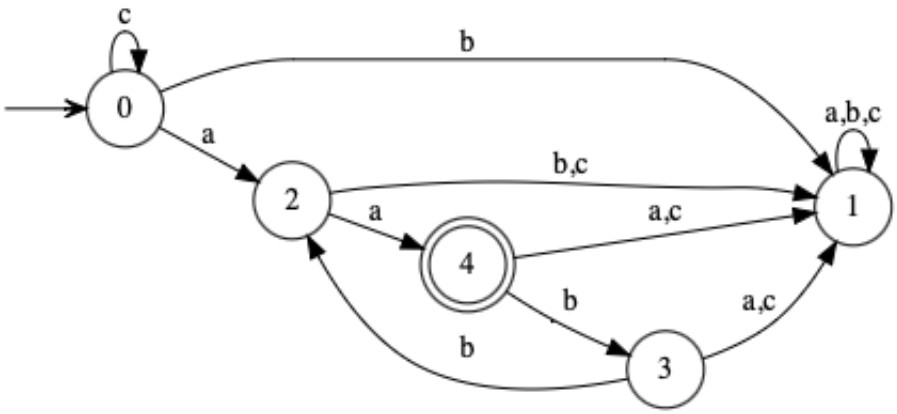


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

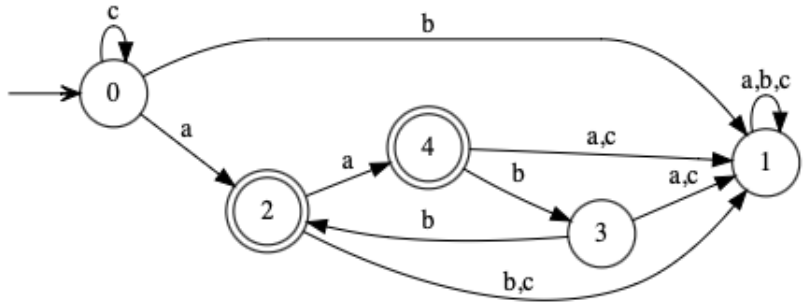
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



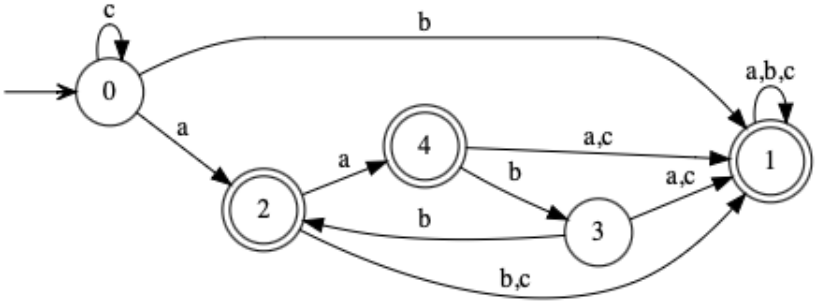
(-i-)



(-ii-)

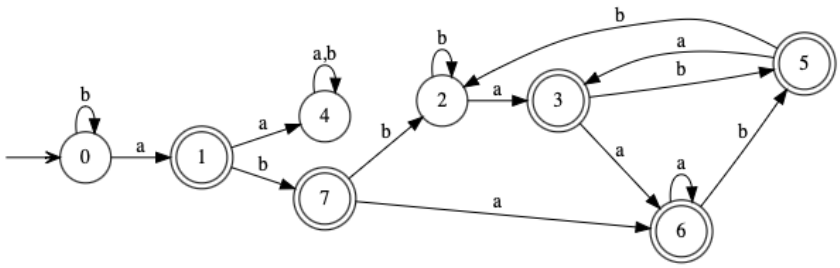


(-iii-)

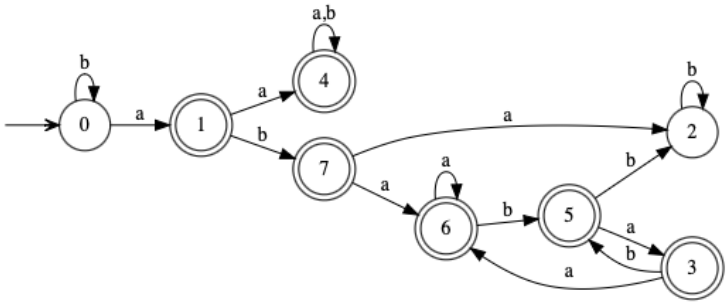


(-iv-)

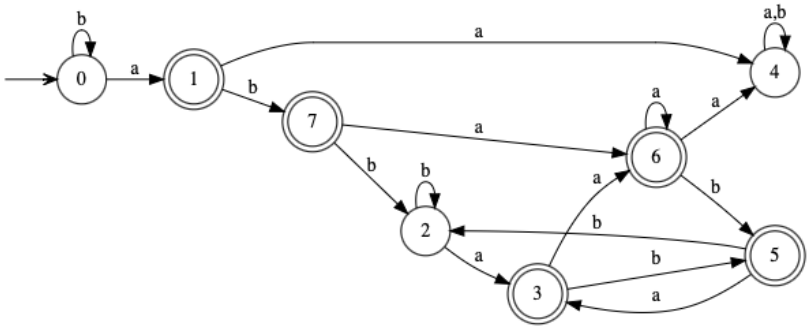
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



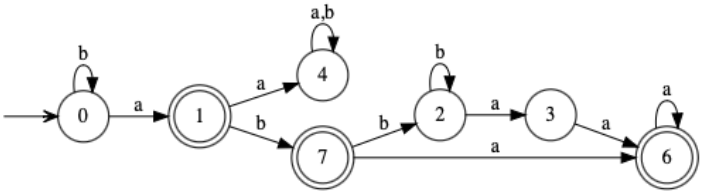
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+304/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b ■ d e f

Question 3 : a b ■ d e f

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : a b c d e ■

Question 6 : a ■ c d e

Question 7 : ■ ■ c d e ■ g h i

Question 8 : a ■ ■ ■ e f g ■ i j

Question 9 : a b c ■ e f

Question 10 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 11 : a b c ■ e f g h

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a ■ c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [b] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [d] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [g] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [d] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

e Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

f Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

g Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

h Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

i Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

j Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états b 2 états ■ 4 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 20 états ■ 16 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

c La longueur du mot vide est 1.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 32 états b 16 états c 8 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i-

c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe d la Figure 3-ii-

e la Figure 3-iii- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 3 ■ 4 ☐ c 1 ☐ d 5 ☐ e 7 ☐ f 2 ☐ g 0 ☐ h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

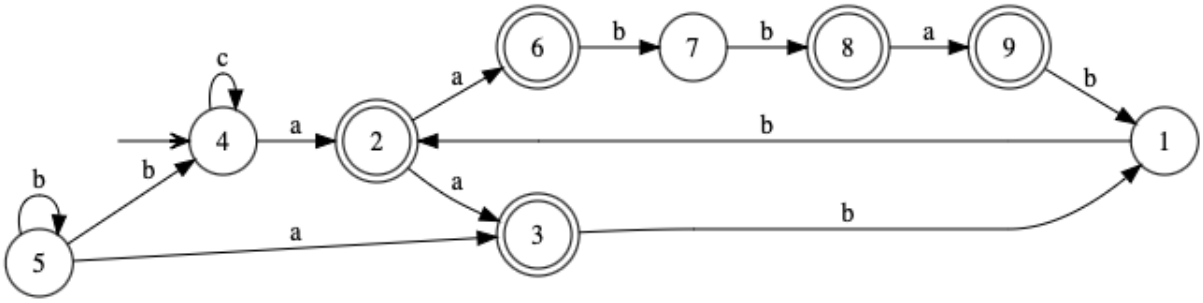
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

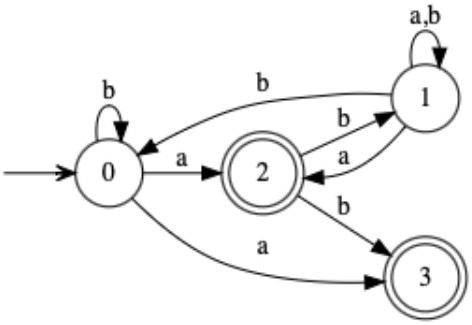
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

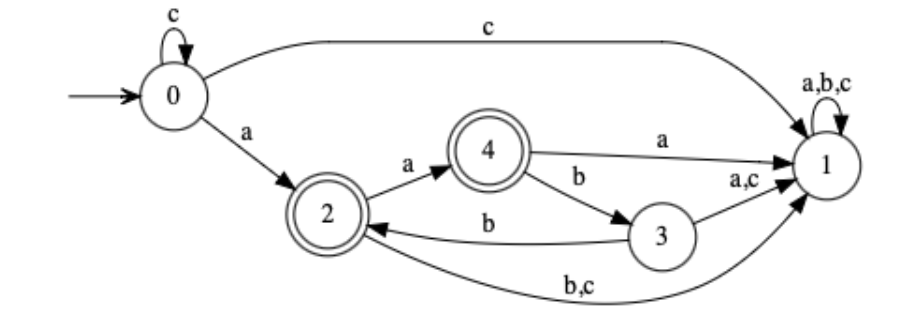


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

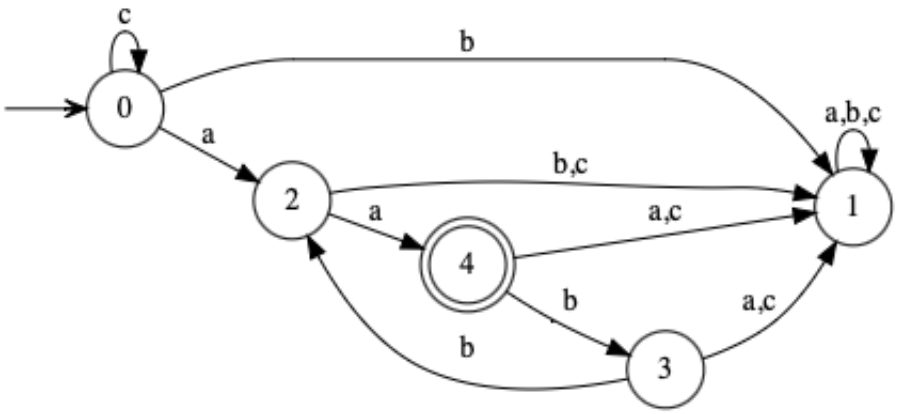


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

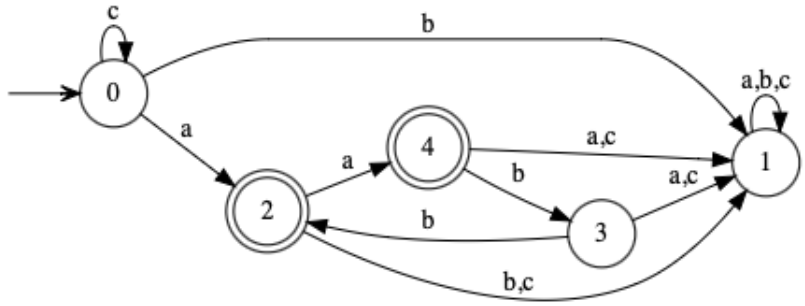
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



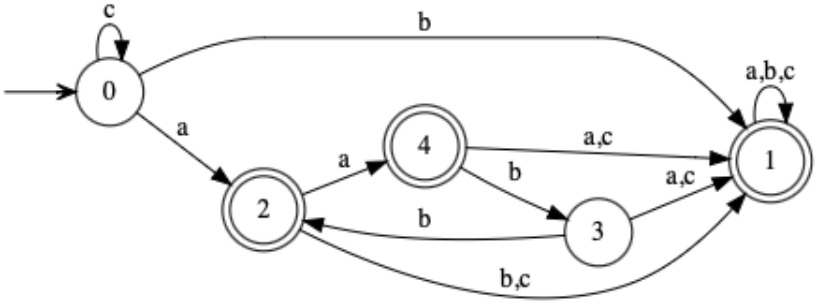
(-i-)



(-ii-)

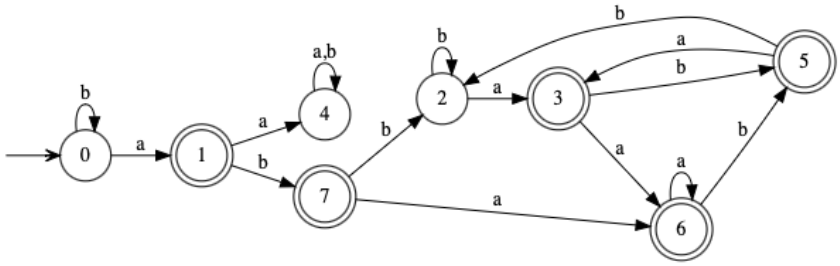


(-iii-)

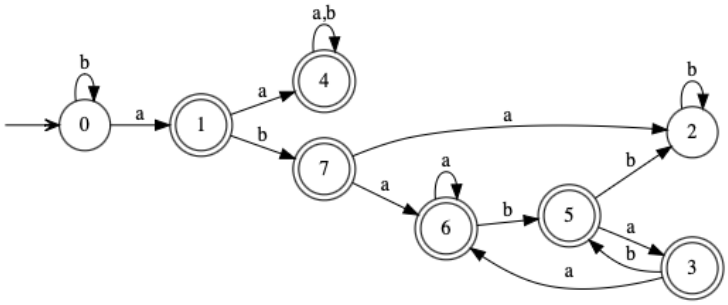


(-iv-)

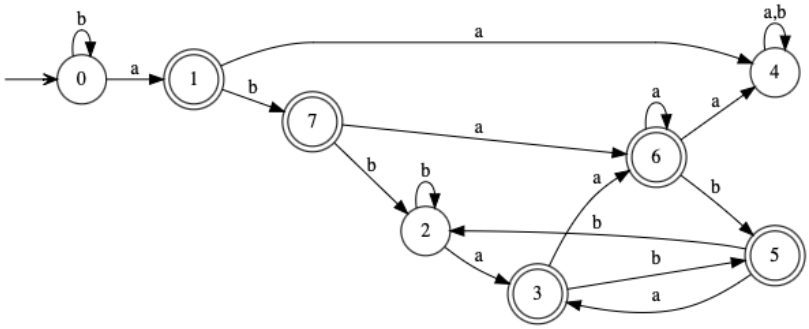
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



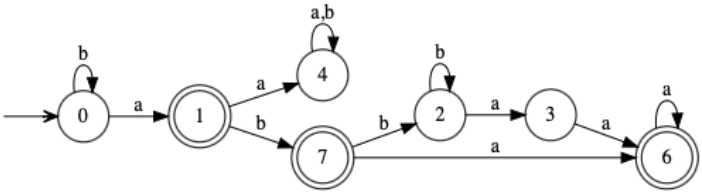
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+305/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d ■ ■ g ■ i j

Question 3 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : a ■ c d e

Question 6 : a b c ■ e f

Question 7 : a b ■ d e f

Question 8 : a ■ c ■ ■ f g h i

Question 9 : ■ b c d e f g h

Question 10 : ■ b c d e f

Question 11 : a b c d e ■

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a ■ c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [b] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [e] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [g] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [h] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [i] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [j] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

- [a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
- [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
- [c] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
- [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
- [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
- [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [b] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [d] La longueur du mot vide est 1.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [g] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 32 états [c] 16 états [d] 20 états

- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
- [■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [b] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [d] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [h] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [b] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont identiques.

b Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 32 états c 8 états ■ 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états ■ 4 états c 8 états d 2 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-i-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-ii-. d la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- b la Figure 3-iv- c la Figure 3-iii- d la Figure 3-ii-

e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 2 ☐ b 5 ☐ c 1 ☐ d 0 ☐ e 6 ☐ f 7 ☐ g 3 ■ 4

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

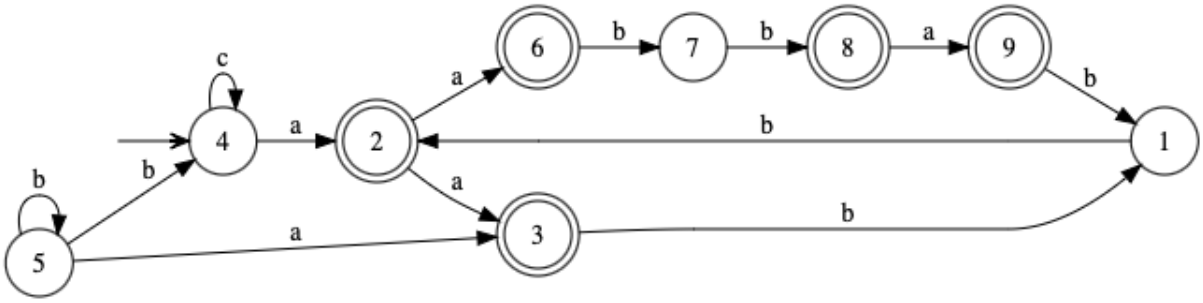
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

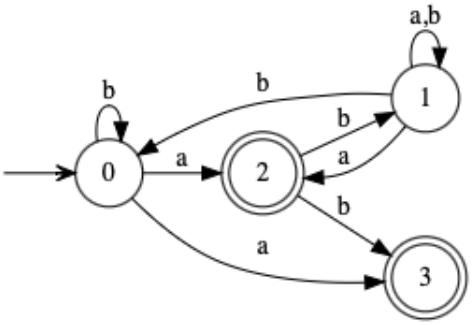
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

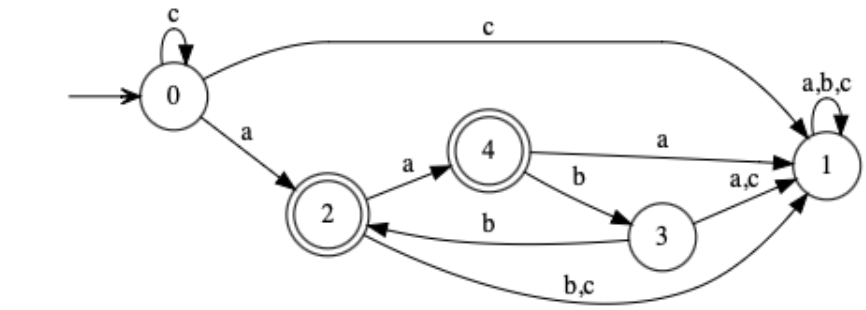


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

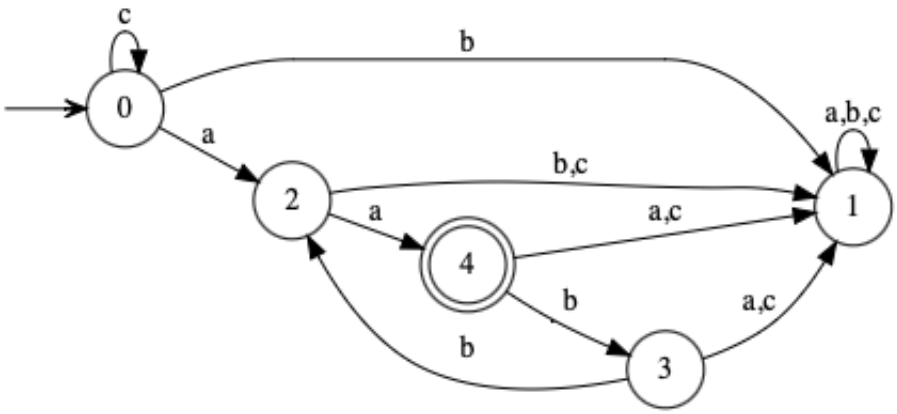


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

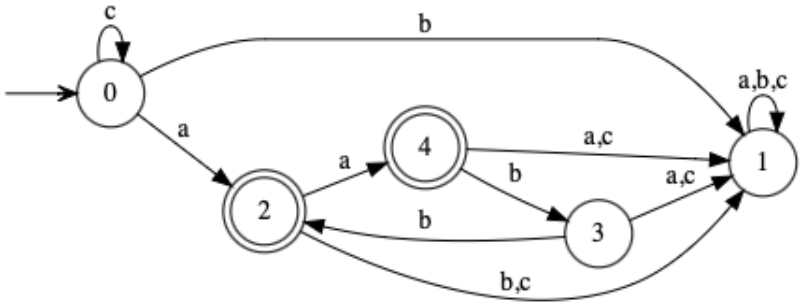
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



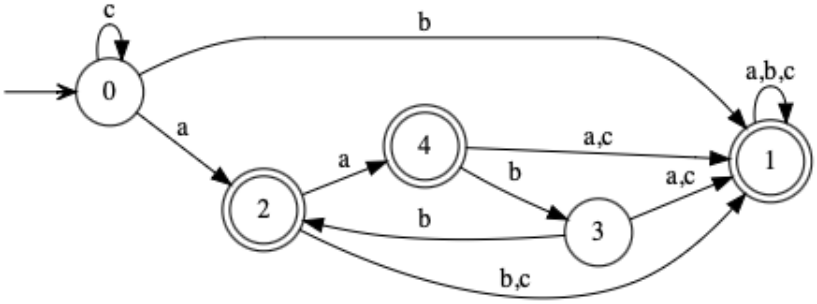
(-i-)



(-ii-)

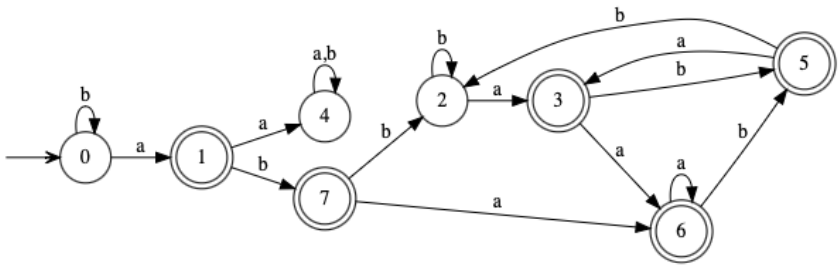


(-iii-)

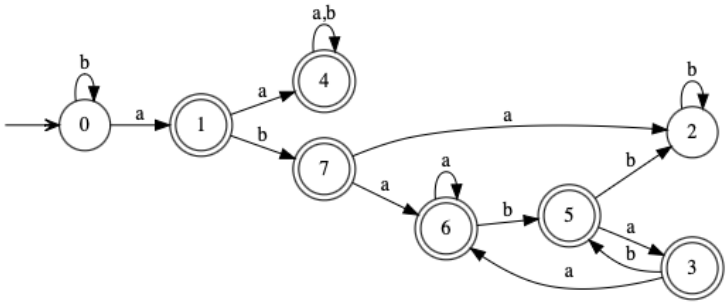


(-iv-)

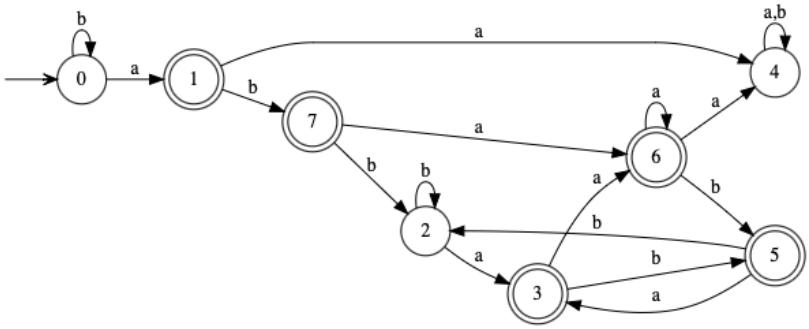
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



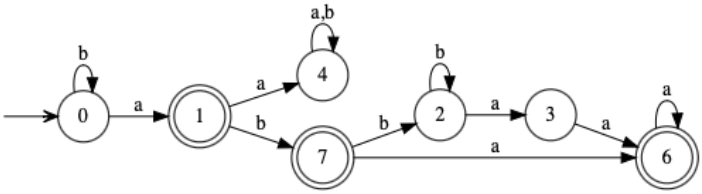
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+306/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 3 : a b c ■ e f g h

Question 4 : a b ■ d ■ ■ g h i

Question 5 : a b c d e ■

Question 6 : ■ b c d ■ ■ ■ h i j

Question 7 : a b ■ d e

Question 8 : ■ b c d e f

Question 9 : a b ■ d e f

Question 10 : a b c ■ e f

Question 11 : a ■ c d e f

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a b c d e f g ■

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
[c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
[■] La longueur du mot vide est 0.
[e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
[f] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
[g] La longueur du mot vide est 1.
[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 2 états c 6 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

b Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

d Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

e Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

h Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

b Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

c Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

f Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

g Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

i Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 7 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états ■ 16 états c 8 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

[c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

[d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

[e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 16 états [b] 8 états [c] 32 états [d] 20 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

[b] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

[c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

[b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

[c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

[d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-i-. [b] la Figure 2-ii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

■ la Figure 2-iii-. [d] la Figure 2-iv-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [b] la Figure 3-iv-

[c] la Figure 3-iii- [d] la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i-

[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 6 ☐ b 1 ■ 4 ☐ d 3 ☐ e 0 ☐ f 7 ☐ g 2 ☐ h 5

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

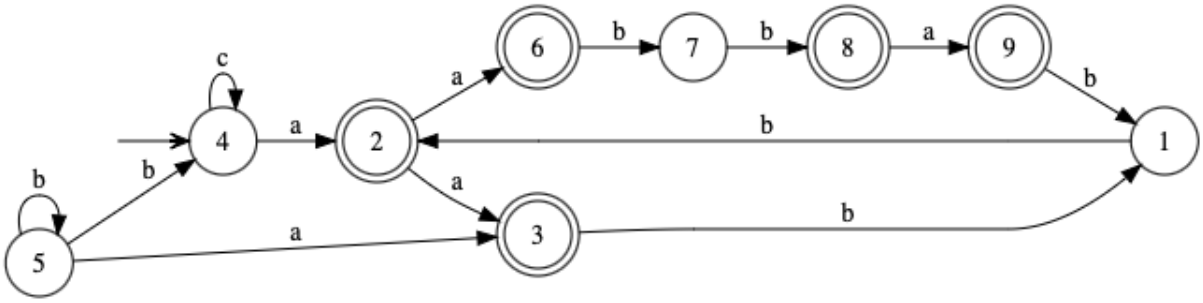
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

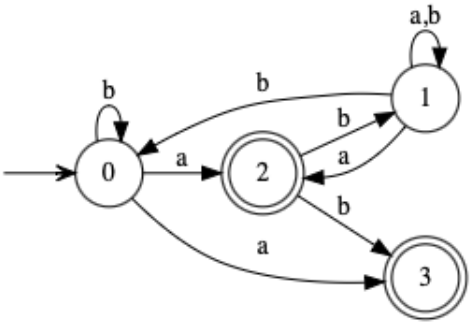
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

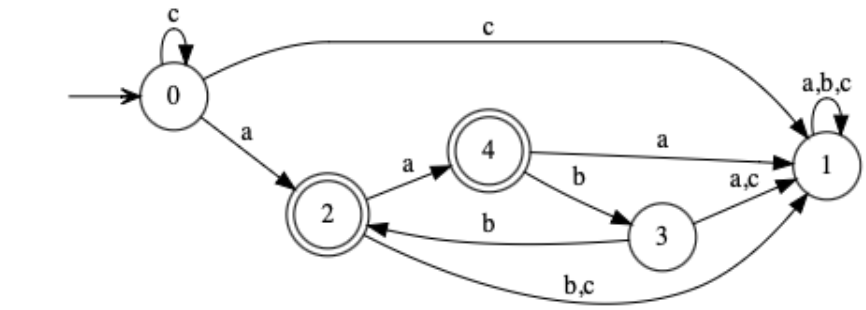


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

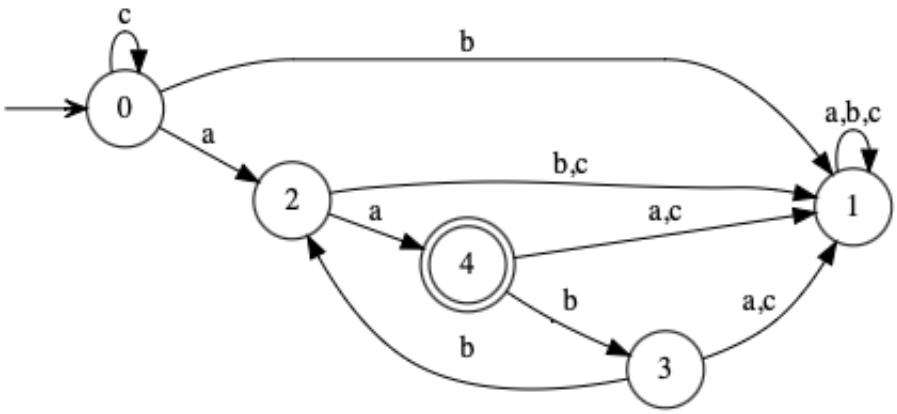


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

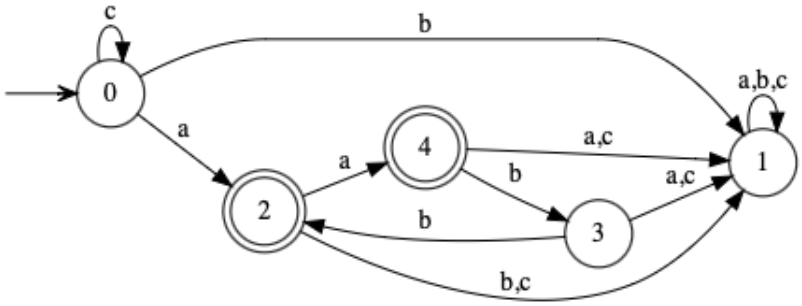
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



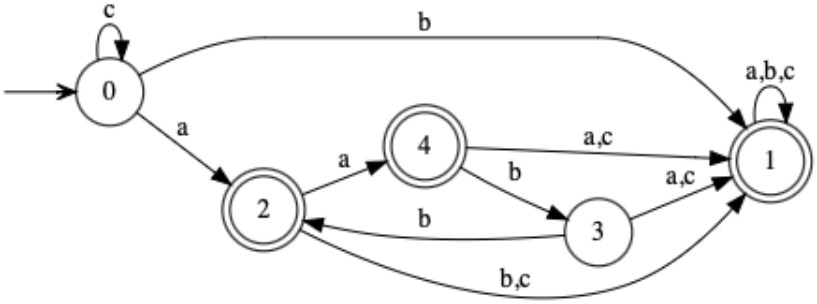
(-i-)



(-ii-)

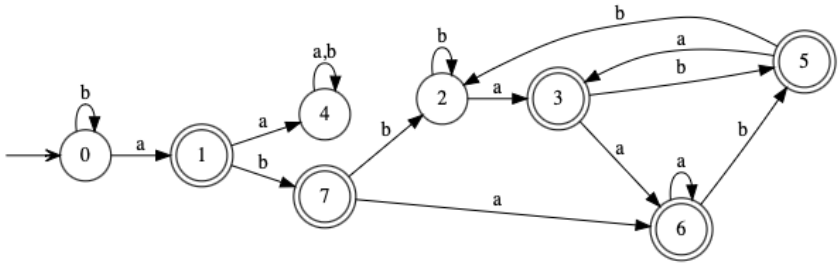


(-iii-)

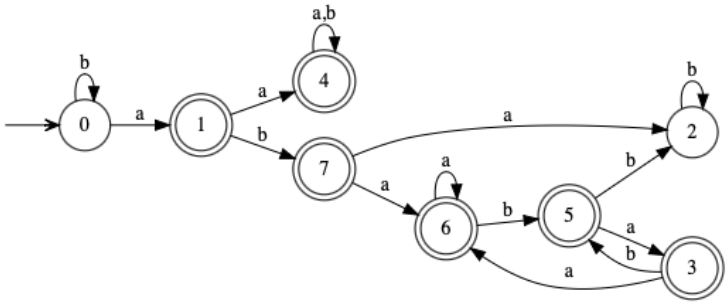


(-iv-)

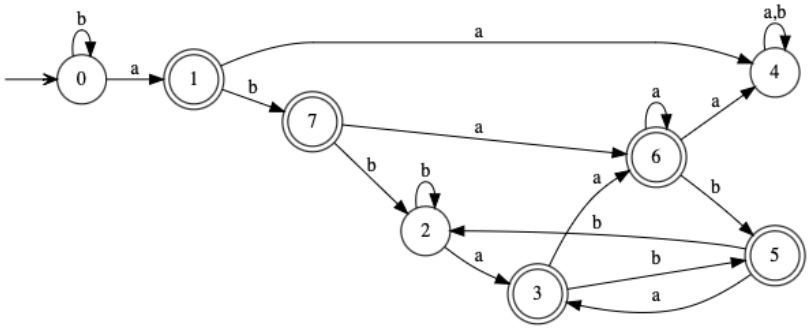
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



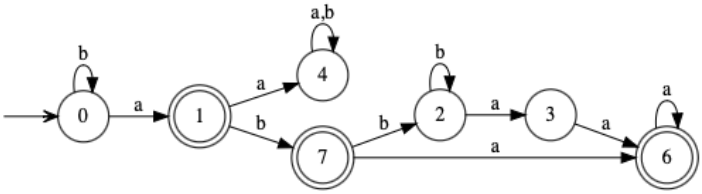
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+307/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [■] [c] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 3 : [■] [■] [c] [■] [e] [f] [g] [h] [i]

Question 4 : [■] [b] [c] [d] [e] [f]

Question 5 : [■] [b] [■] [d] [e] [■] [■] [h] [i] [j]

Question 6 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] [■] [l]

Question 7 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 8 : [a] [■] [c] [d] [e]

Question 9 : [a] [b] [c] [d] [e] [■]

Question 10 : [a] [b] [c] [■] [e] [f]

Question 11 : [■] [b] [c] [d] [e] [f]

Question 12 : [a] [b] [■] [d] [e]

Question 13 : [a] [b] [c] [d] [■] [f]

Question 14 : [a] [b] [■] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [b] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 2 états [■] 4 états [d] 6 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [b] La longueur du mot vide est 1.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

f Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

e Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

f Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

h Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 (0,5 point) Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 8 états ■ 16 états d 32 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

b Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

c Les langages dénotés par A et B sont identiques.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 8 états c 32 états d 16 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
b Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
d Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
e Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
f Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
g Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
h Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
i Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- b la Figure 3-iii- c la Figure 3-iv-
d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 1 b 0 c 2 d 5 ■ 4 f 6 g 7 h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

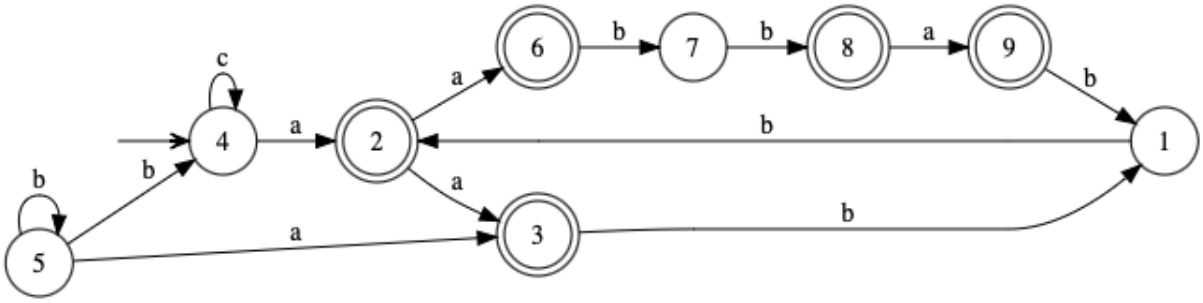
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

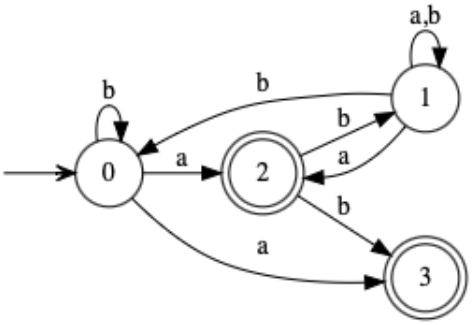
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

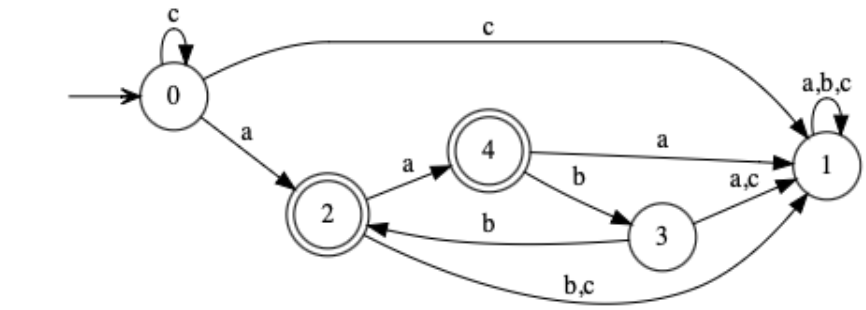


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

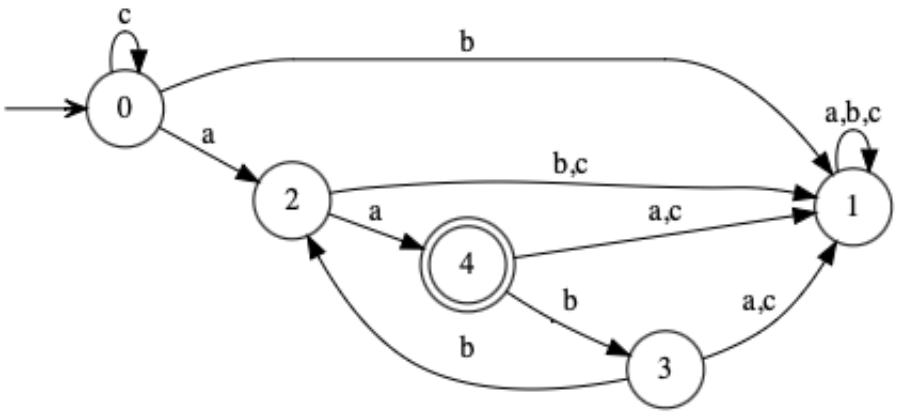


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

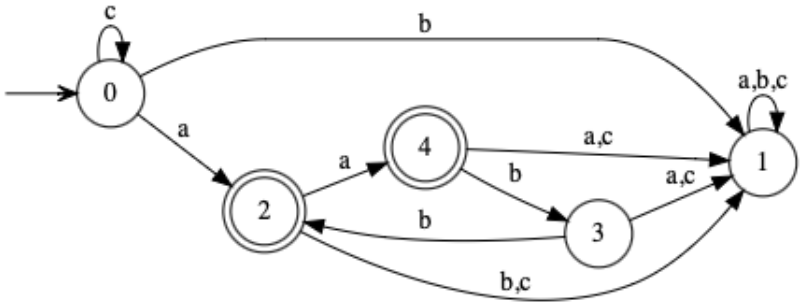
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



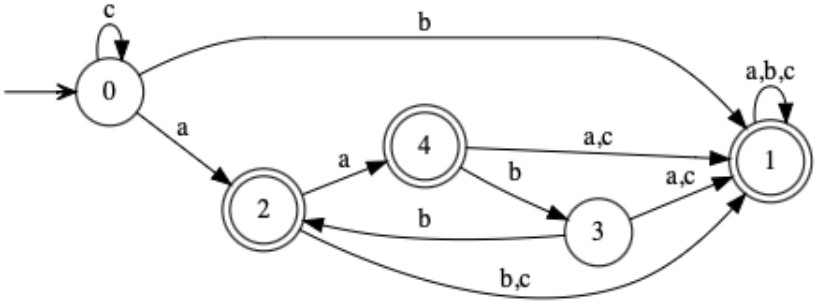
(-i-)



(-ii-)

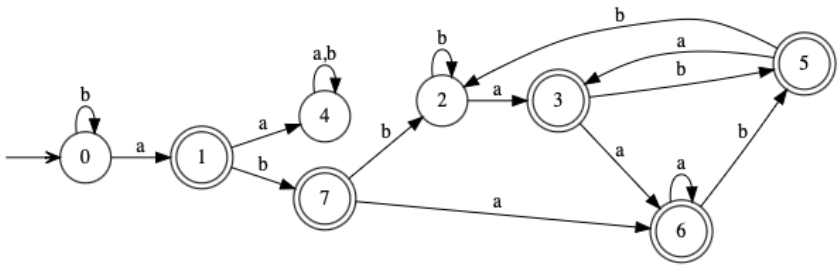


(-iii-)

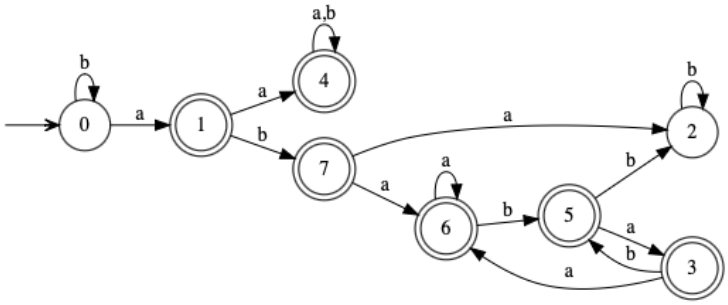


(-iv-)

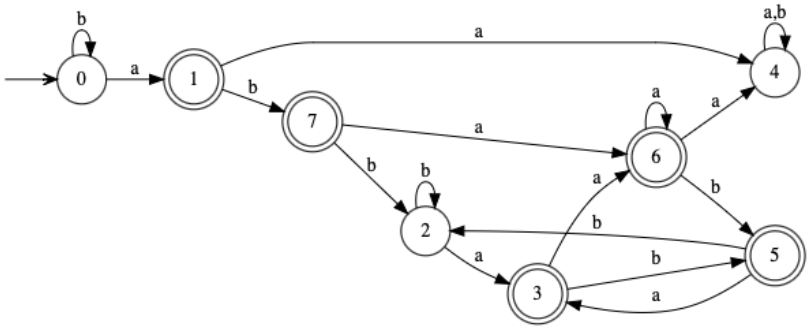
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



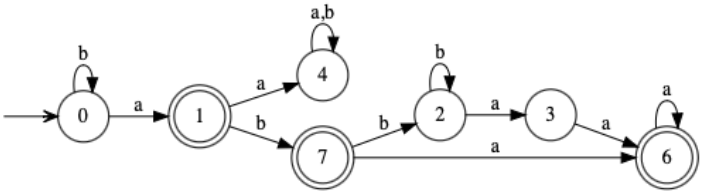
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+308/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f

Question 3 : a b ■ d e f

Question 4 : a b ■ ■ e f ■ h i

Question 5 : a ■ ■ ■ e f ■ h i j

Question 6 : a b ■ d e f

Question 7 : ■ b c d e f g h

Question 8 : ■ b c d e f

Question 9 : a b c d e ■

Question 10 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 11 : a b ■ d e

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 2 états ■ 4 états [c] 6 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 32 états [b] 8 états [c] 20 états ■ 16 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[c] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
[d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La longueur du mot vide est 1.
- [b] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [c] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [e] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [b] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [e] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [f] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [g] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [h] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [i] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [j] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
[■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 16 états c 32 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que A = $(01^*+10^*)^*$ et B = 0^*1^*.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
c Les langages dénotés par A et B sont identiques.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
b Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
e Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
g Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- ■ la Figure 3-i- c la Figure 3-iii-
d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe e la Figure 3-iv-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 5 ☐ b 2 ☐ c 1 ☐ d 7 ☐ e 3 ☐ f 0 ☐ g 6 ■ 4

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

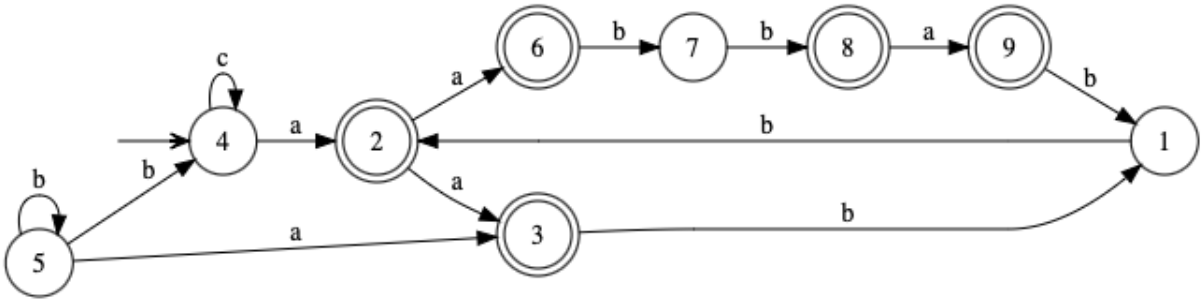
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

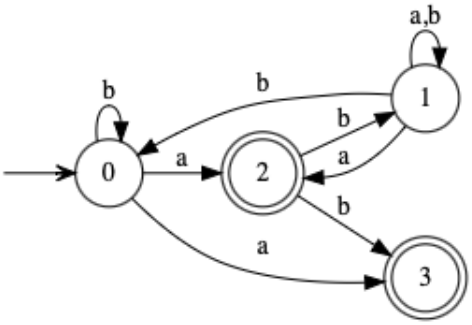
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

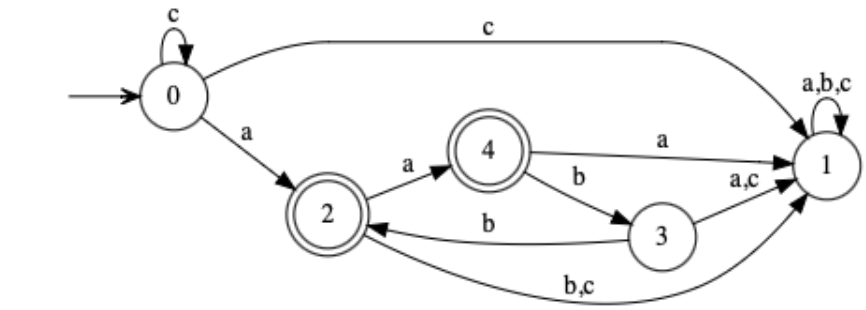


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

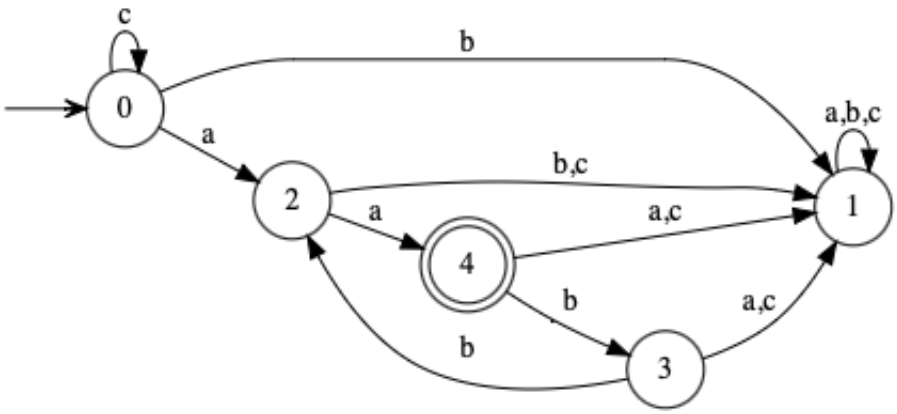


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

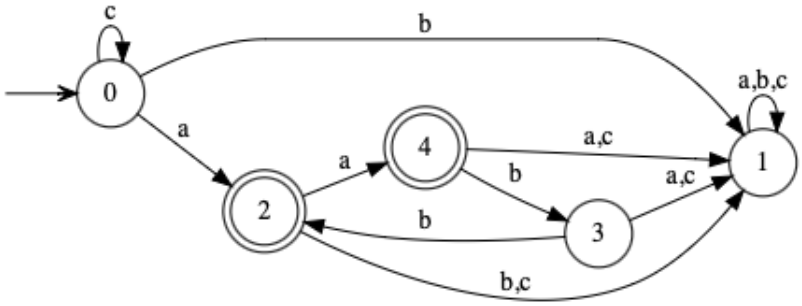
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



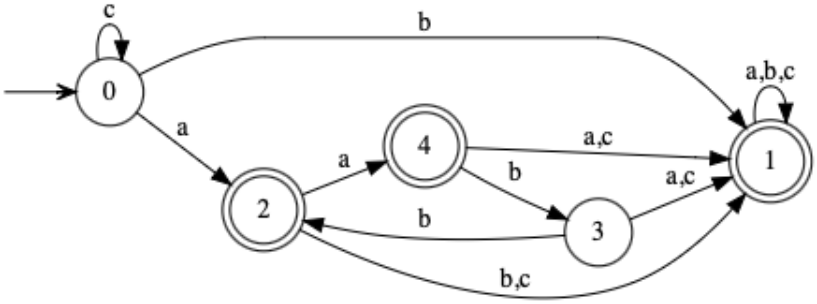
(-i-)



(-ii-)

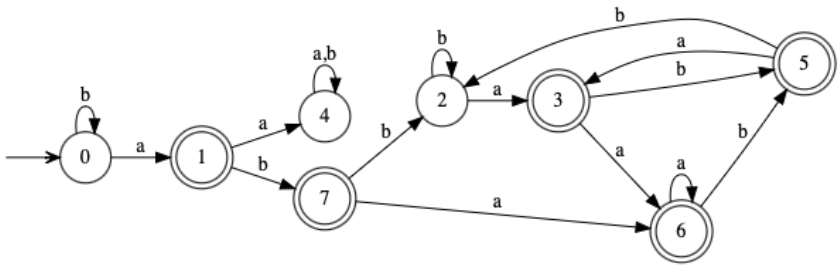


(-iii-)

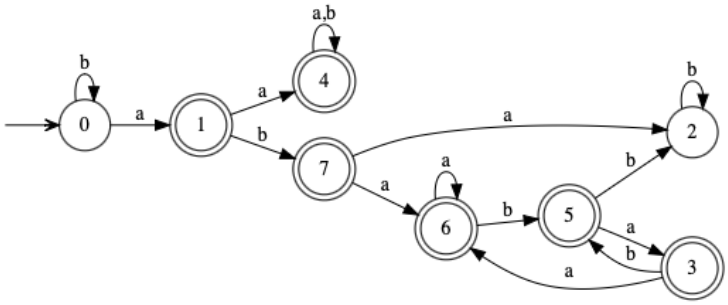


(-iv-)

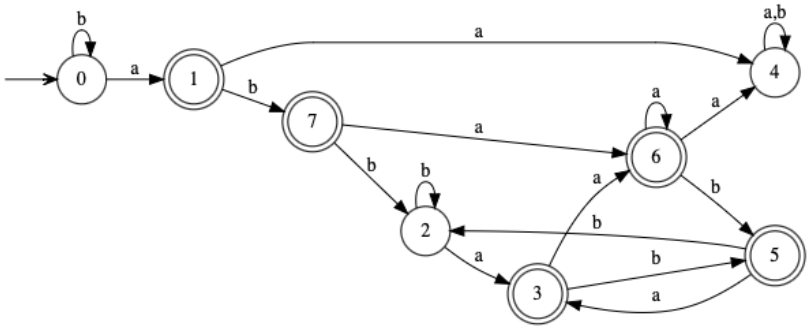
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



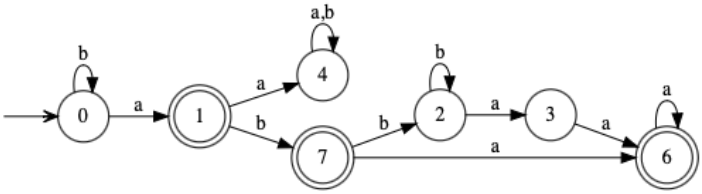
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+309/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e f

Question 3 : a b c ■ e f

Question 4 : a ■ c d e f

Question 5 : a b c ■ e ■ ■ h i

Question 6 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 7 : ■ b c d e

Question 8 : a b c ■ e f g h

Question 9 : a b c d e ■

Question 10 : a b c ■ e f

Question 11 : a b ■ ■ e ■ g ■ i j

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a ■ c d e f

Question 14 : a b c d e f g ■

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états b 8 états ■ 16 états d 20 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 8 états c 2 états d 6 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [e] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [h] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [d] La longueur du mot vide est 1.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [g] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

- [a] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
- [■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
- [c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
- [d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

b Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

d Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 16 états c 32 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

c Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

d Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

e Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

f Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

g Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

h Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

i Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
■ la Figure 3-i- d la Figure 3-iii- e la Figure 3-iv-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 6 b 5 c 1 d 2 e 0 f 7 ■ 4 h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

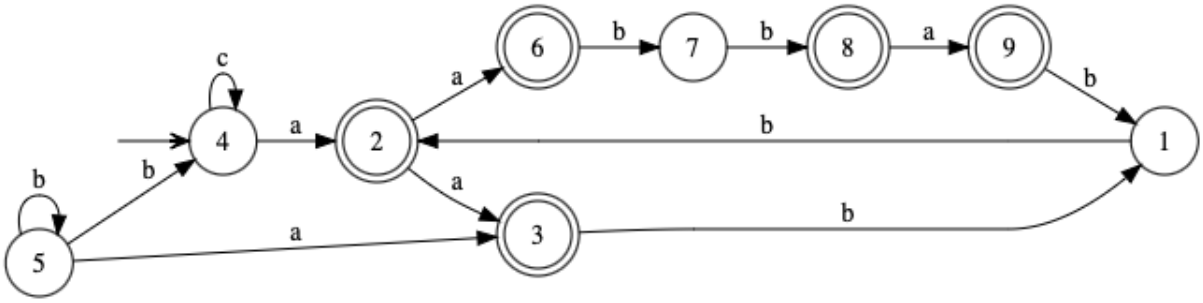
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

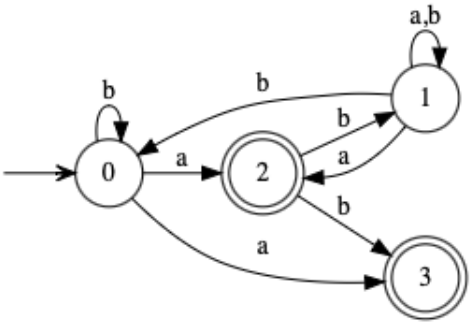
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

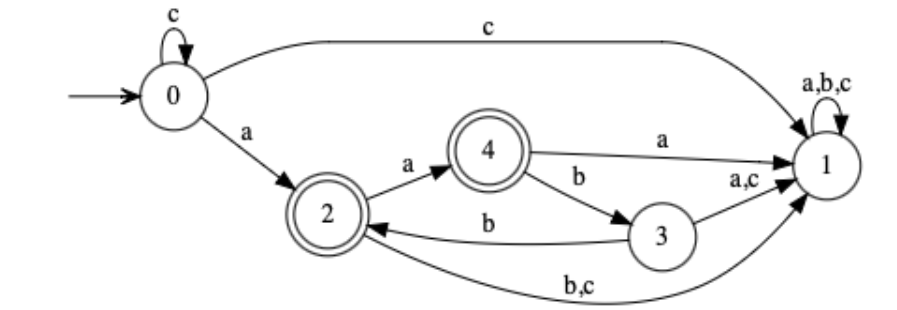


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

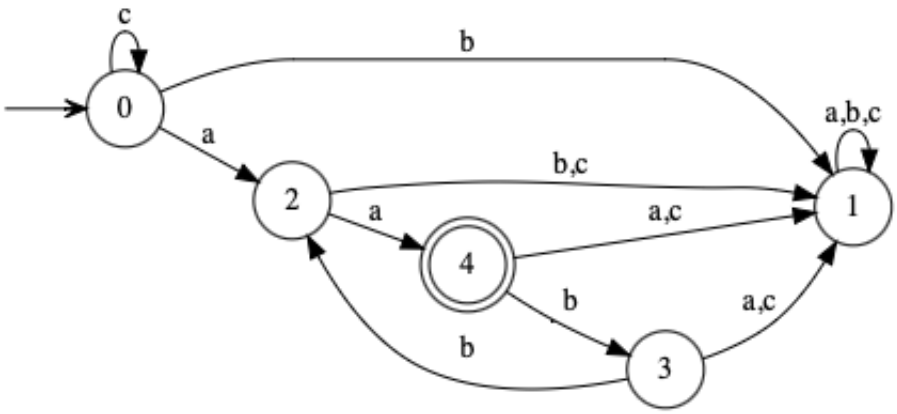


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

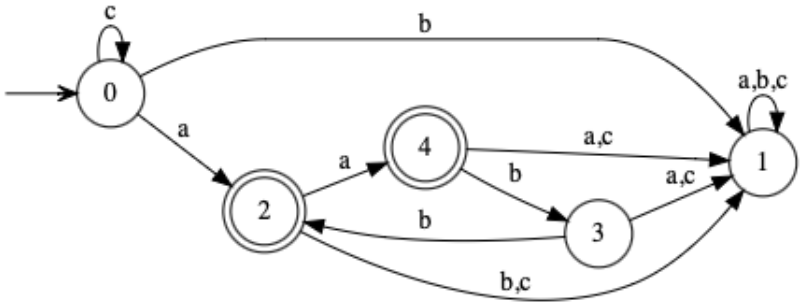
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



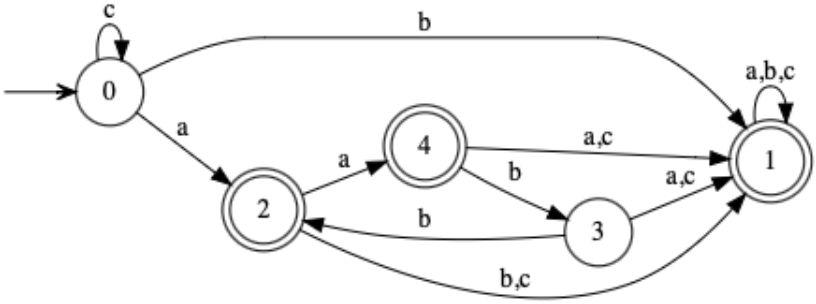
(-i-)



(-ii-)

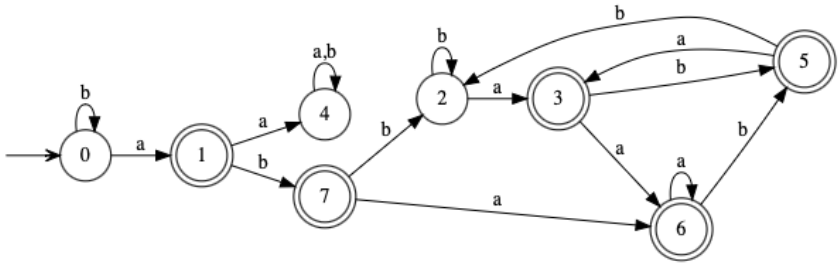


(-iii-)

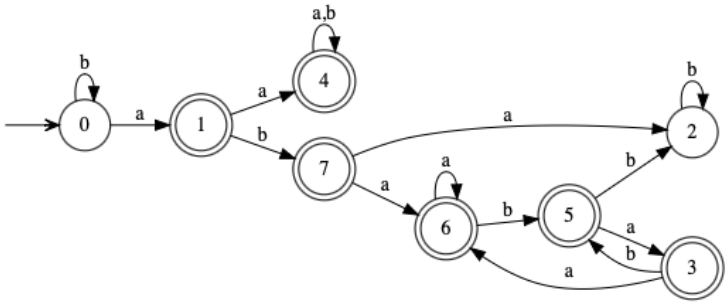


(-iv-)

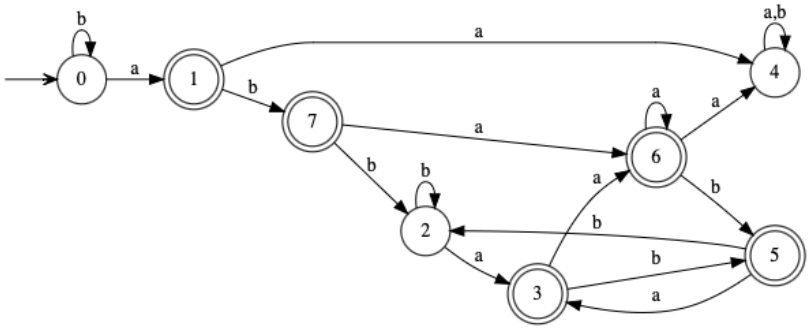
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



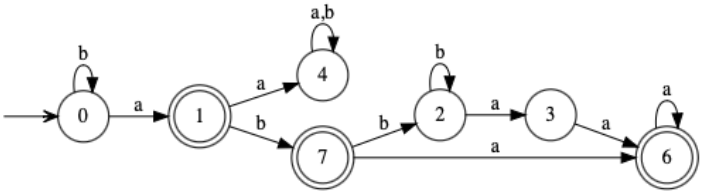
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+310/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 3 : [■] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 4 : [■] [b] [c] [d] [e] [f]

Question 5 : [a] [■] [■] [d] [e] [■] [■] [h] [i] [j]

Question 6 : [a] [b] [■] [d] [■] [■] [g] [h] [i]

Question 7 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 8 : [a] [b] [■] [d] [e]

Question 9 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 10 : [a] [b] [c] [d] [e] [■]

Question 11 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] [■] [l]

Question 12 : [a] [b] [c] [■] [e]

Question 13 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 14 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [■] [h]

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états ■ 4 états [c] 6 états [d] 2 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
[b] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
[c] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
[d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [b] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [c] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [d] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [e] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [f] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [g] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [h] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [i] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [j] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 7 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [c] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
- [f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [b] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [d] La longueur du mot vide est 1.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [g] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 8 états b 16 états c 32 états d 20 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
b Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
c Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
h Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 32 états b 20 états ■ 16 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-i-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-ii-. ■ la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- b la Figure 3-iii- c la Figure 3-ii-
d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe e la Figure 3-iv-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 1 c 0 d 7 e 5 f 2 g 3 h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

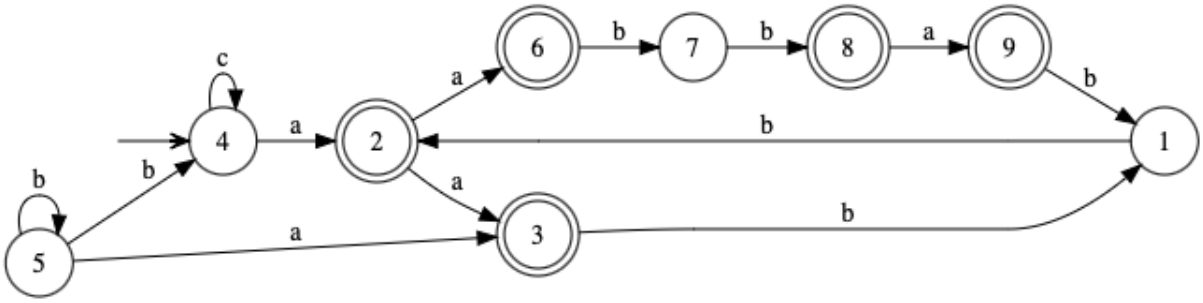
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

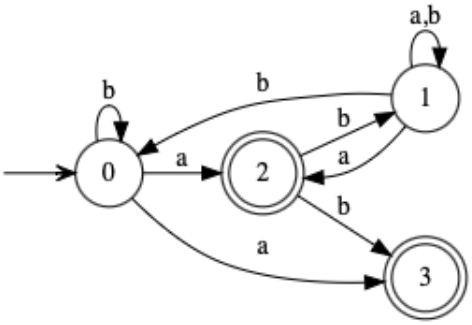
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

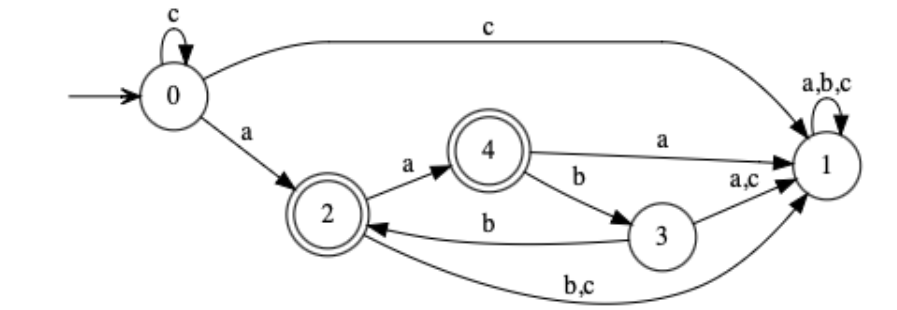


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

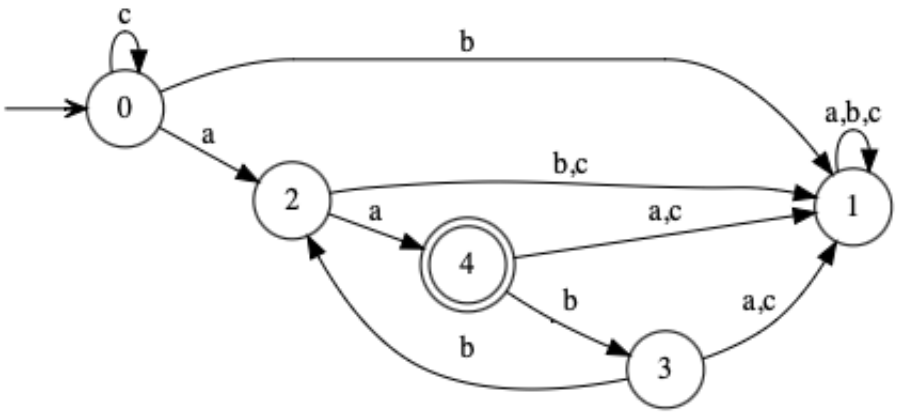


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

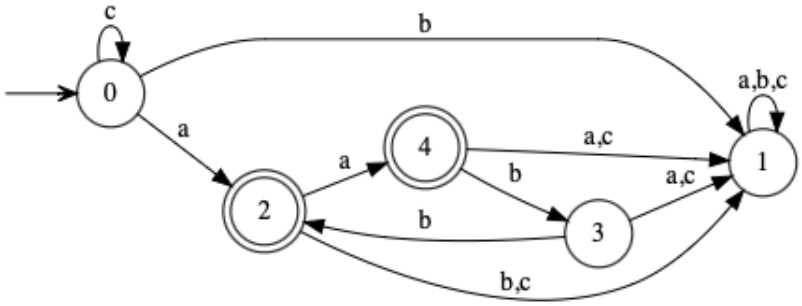
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



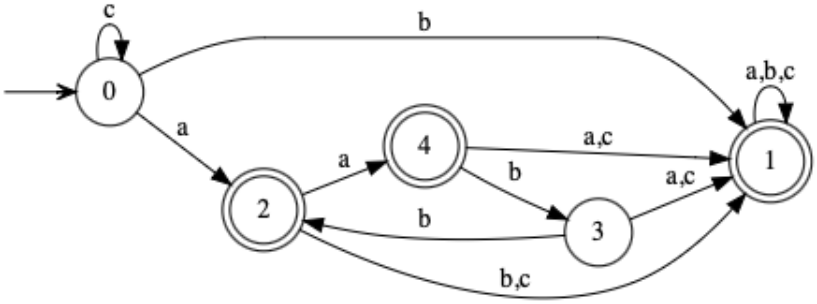
(-i-)



(-ii-)

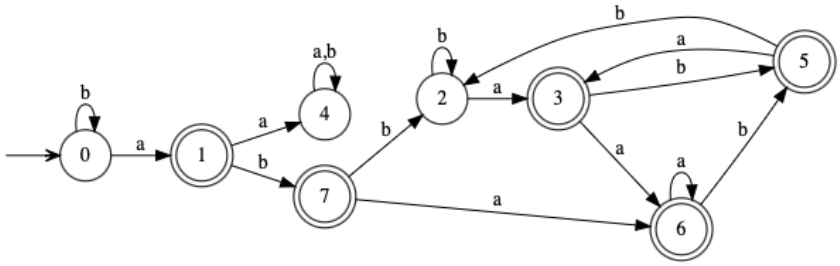


(-iii-)

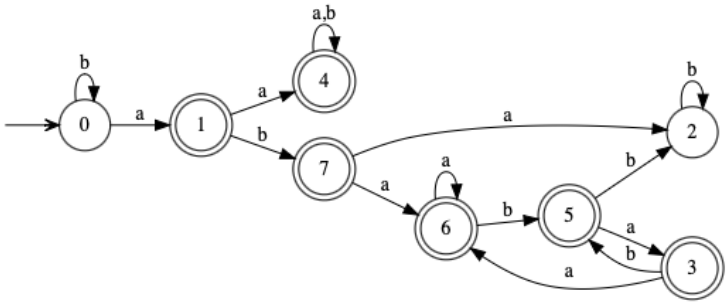


(-iv-)

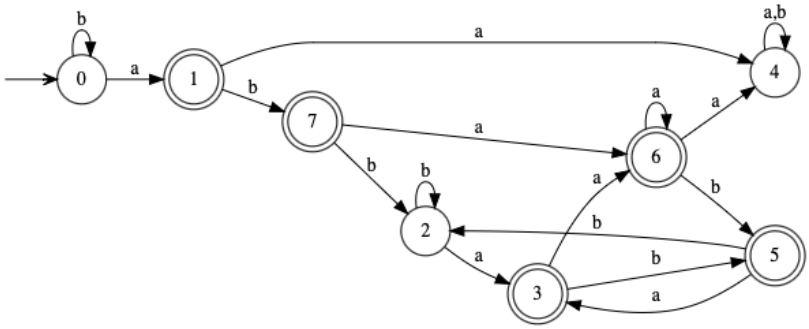
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



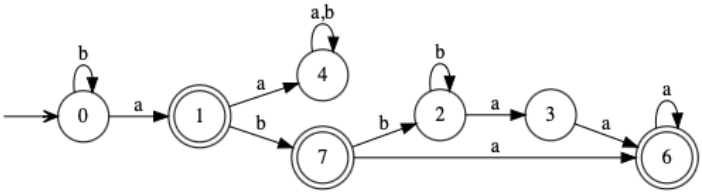
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+311/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e f

Question 3 : ■ b c d e f

Question 4 : a b ■ d e f g h

Question 5 : a b ■ d e

Question 6 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 7 : a b c ■ e f

Question 8 : a b ■ d ■ ■ g h i

Question 9 : a b c d e ■

Question 10 : a b c ■ ■ ■ ■ h i j

Question 11 : a b ■ d e f

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

c Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 8 états b 32 états c 20 états ■ 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont identiques.

b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

c Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.

d $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

■ 4 états b 6 états c 8 états d 2 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

b Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

c Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

e Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La longueur du mot vide est 0.

[b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

[d] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

[e] La longueur du mot vide est 1.

[f] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

[a] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

[b] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[d] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

[e] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[f] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

[g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

[h] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

[i] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

[j] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

[■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

[l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 11 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 32 états [c] 20 états [d] 16 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-ii-. [b] la Figure 2-iv-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

[■] la Figure 2-iii-. [d] la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[a] la Figure 3-iii- [b] la Figure 3-ii- [c] la Figure 3-iv-

[d] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [■] la Figure 3-i-

[f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

■ 4 b 5 c 6 d 0 e 7 f 2 g 3 h 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

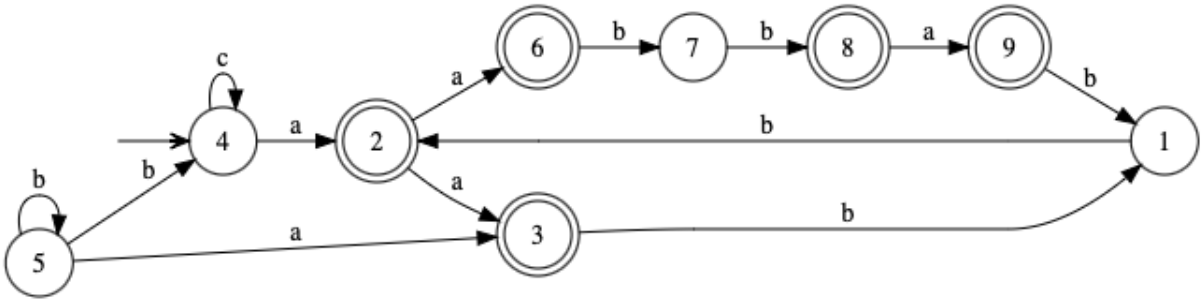
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

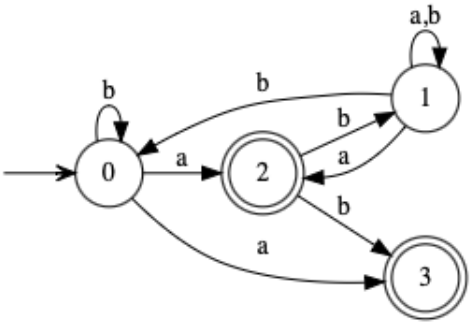
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

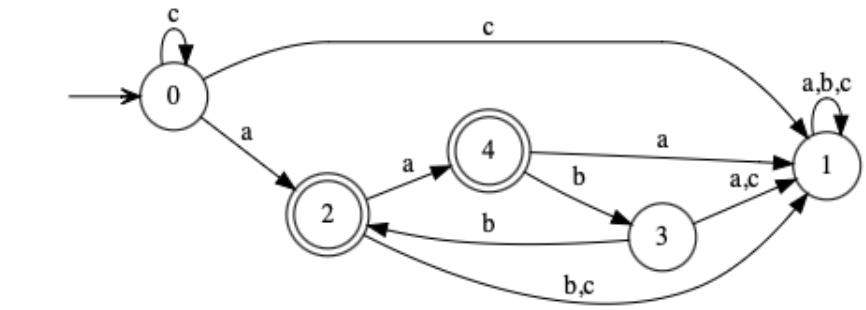


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

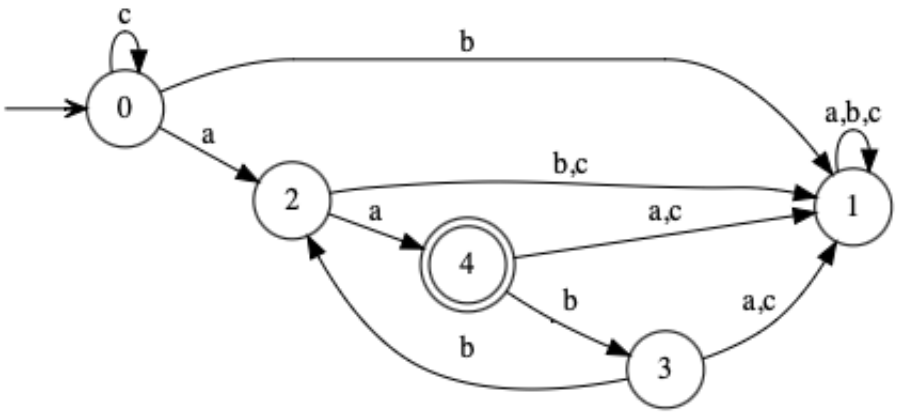


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

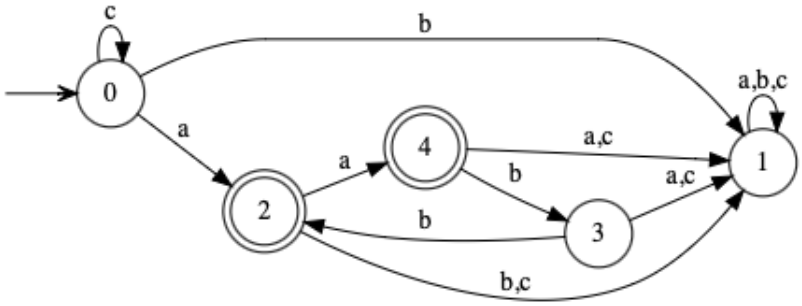
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



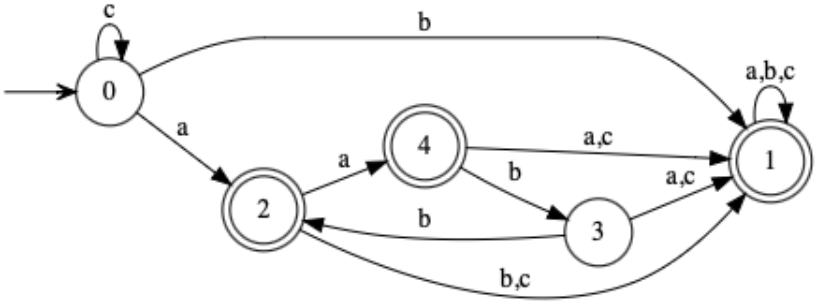
(-i-)



(-ii-)

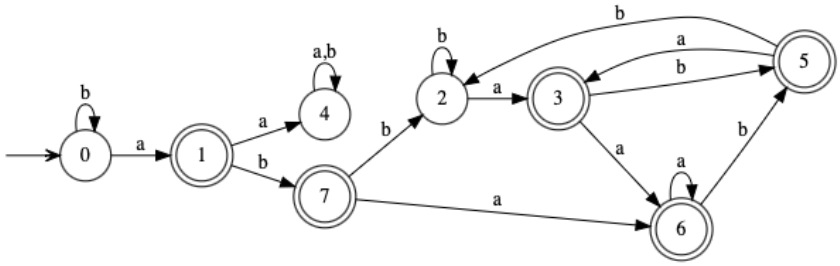


(-iii-)

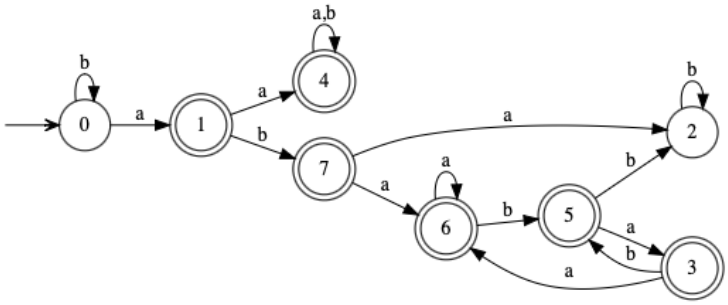


(-iv-)

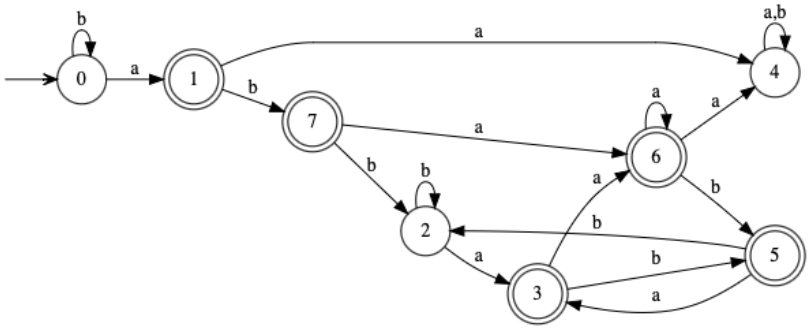
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



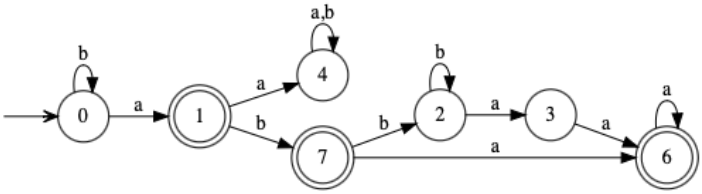
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+312/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e

Question 3 : a b c ■ e f

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : a ■ c d e f

Question 6 : a b c d e ■ g h

Question 7 : ■ b c d e f

Question 8 : a b c ■ e ■ ■ ■ i j

Question 9 : ■ b ■ d e f ■ h i

Question 10 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 11 : a b c d e ■

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : ■ b c d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [c] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [d] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [e] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [f] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [g] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [h] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [i] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [j] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [b] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [d] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

g Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 4 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont identiques.

c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

b Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

e La longueur du mot vide est 1.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 7 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.
b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
c $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 8 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 8 états c 32 états d 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états ■ 4 états c 6 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 32 états ■ 16 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-ii-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- b la Figure 3-iv- c la Figure 3-iii-

d la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe ■ la Figure 3-i-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 5 ☐ b 0 ☐ c 2 ☐ d 3 ■ 4 ☐ f 6 ☐ g 7 ☐ h 1

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

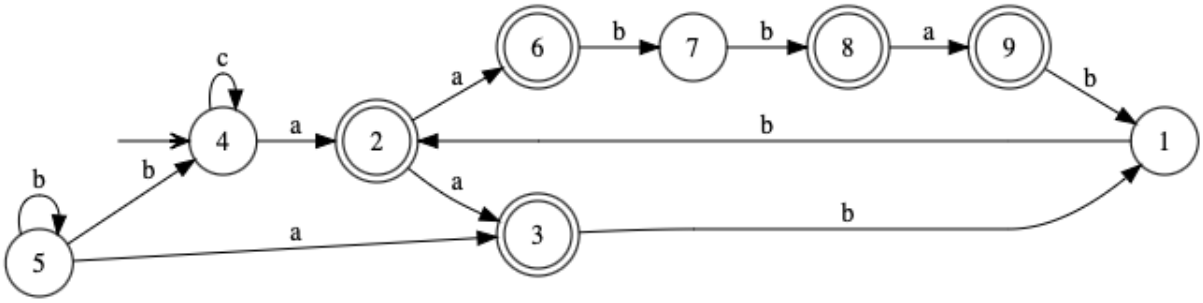
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

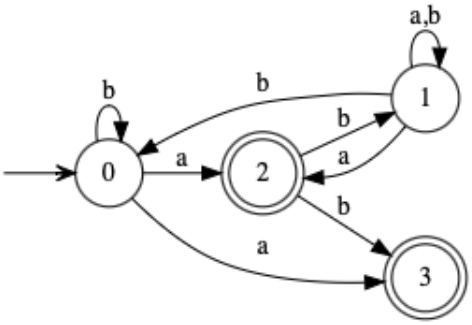
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

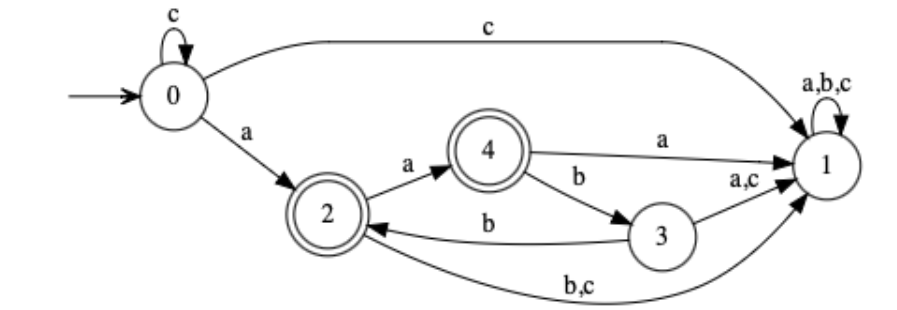


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

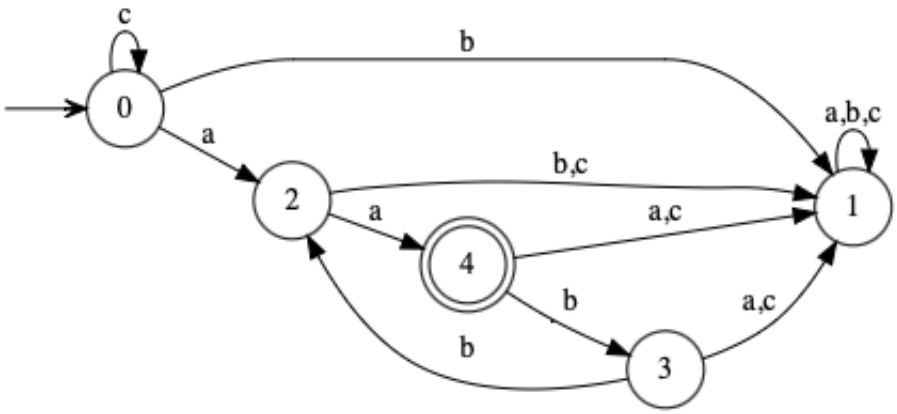


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

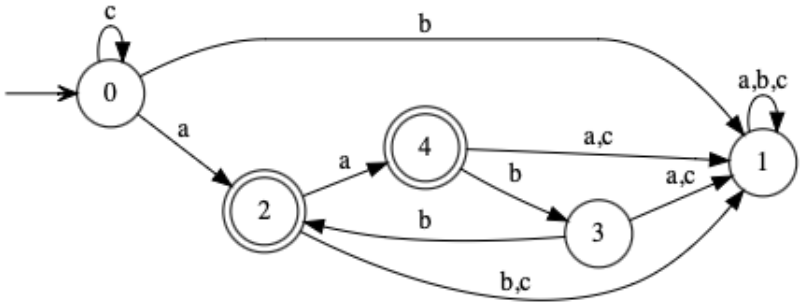
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



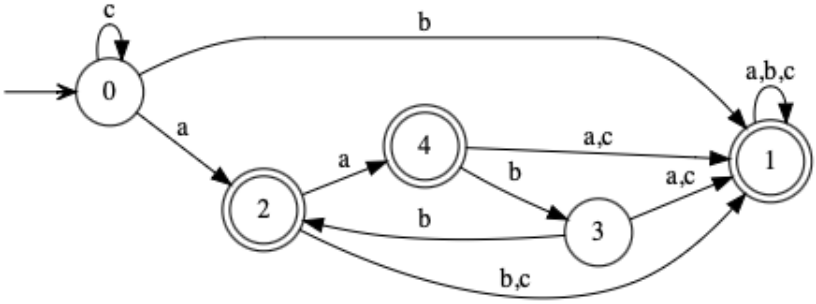
(-i-)



(-ii-)

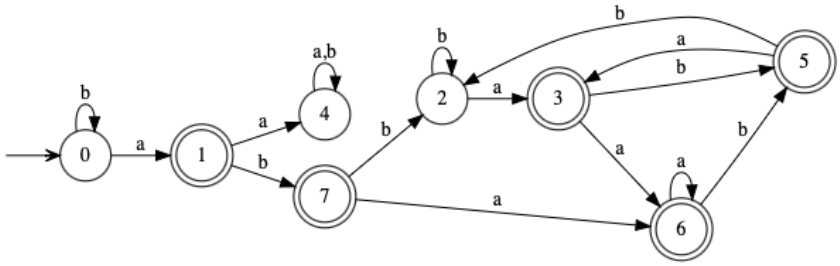


(-iii-)

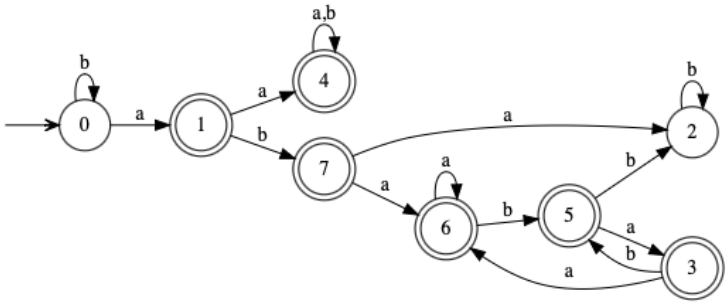


(-iv-)

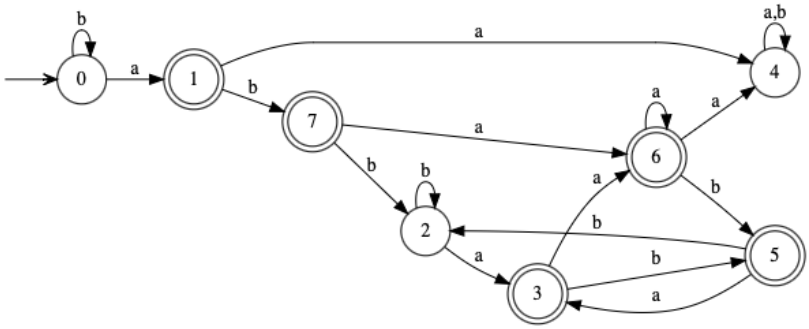
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



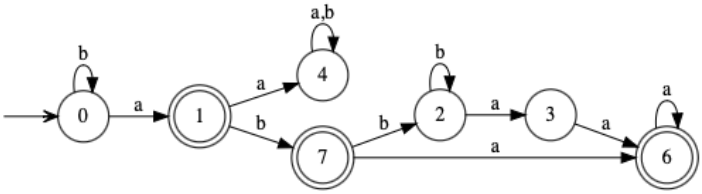
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+313/9/28+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 3 : a b ■ d ■ ■ g ■ i j

Question 4 : ■ b c d e

Question 5 : ■ b c d e f

Question 6 : a b ■ ■ e ■ g h i

Question 7 : a b c d e ■ g h

Question 8 : a b c d e ■

Question 9 : ■ b c d e f

Question 10 : a ■ c d e f

Question 11 : a b ■ d e f

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 6 états ■ 4 états [c] 2 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états [b] 20 états [c] 32 états [d] 8 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[b] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[d] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

- [a] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
- [b] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
- [■] La longueur du mot vide est 0.
- [■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
- [e] La longueur du mot vide est 1.
- [f] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
- [■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
- [h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
- [i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.

- [g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
- [h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [b] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [e] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [g] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [h] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [b] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [c] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [d] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [e] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [f] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [g] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [h] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

i Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 9 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 16 états c 32 états d 8 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont identiques.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-ii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

■ la Figure 2-iii-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe b la Figure 3-iii-

■ la Figure 3-i- d la Figure 3-iv- e la Figure 3-ii-

f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 0 ☐ b 5 ☐ c 2 ☐ d 1 ☐ e 3 ☐ f 6 ☐ g 7 ■ 4

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

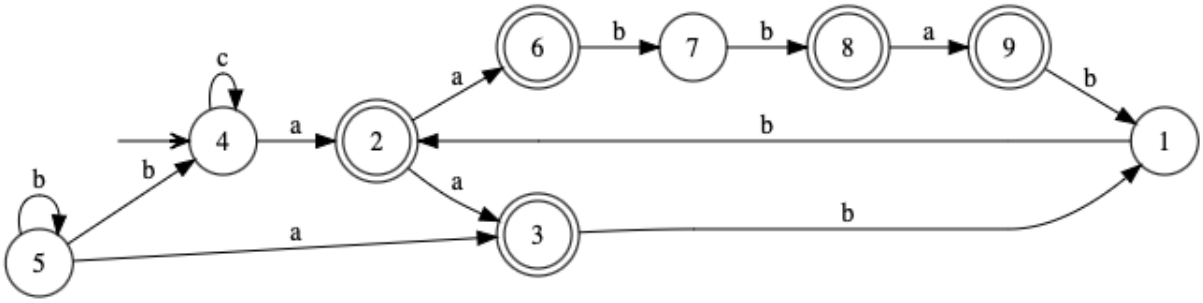
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

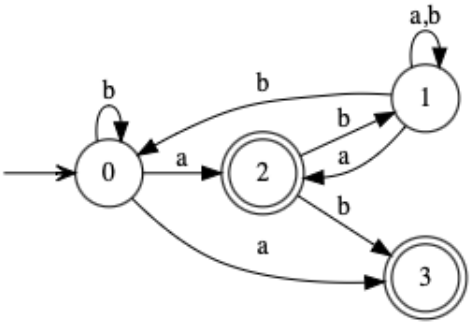
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

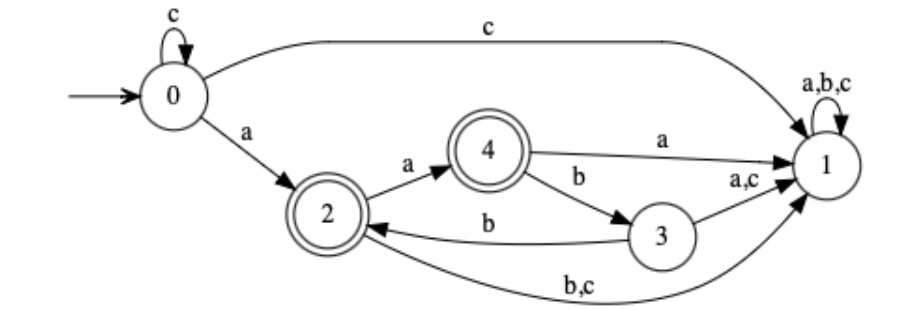


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

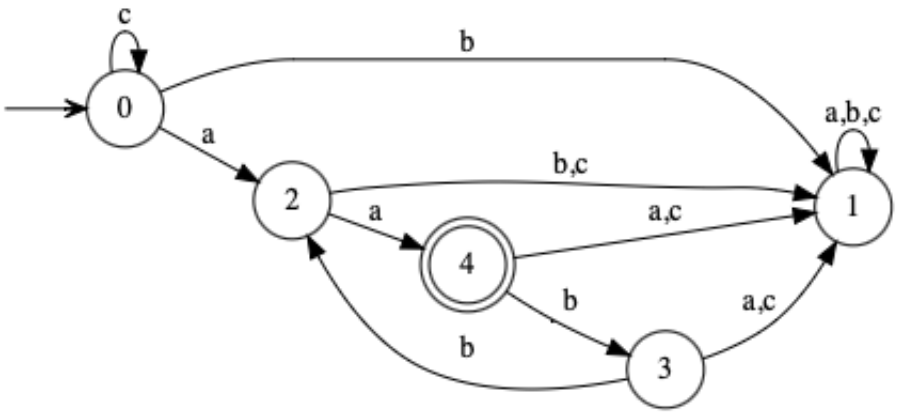


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

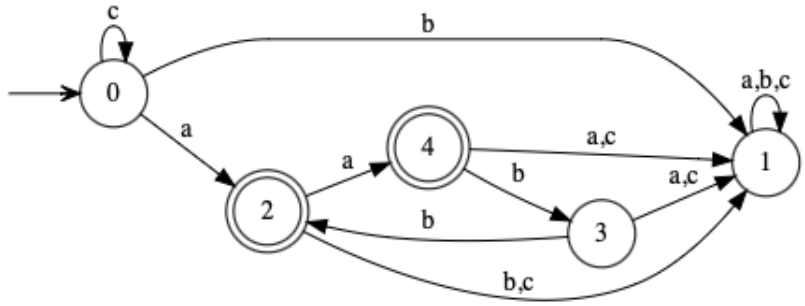
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



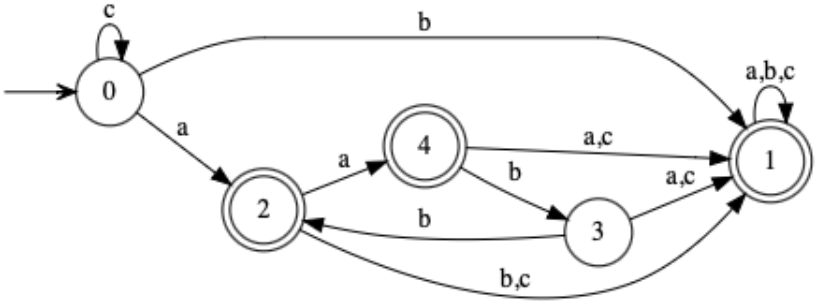
(-i-)



(-ii-)

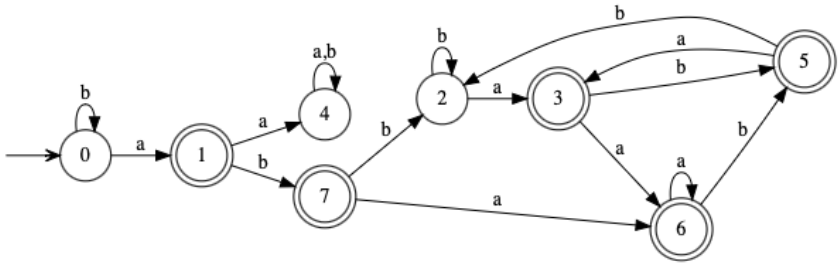


(-iii-)

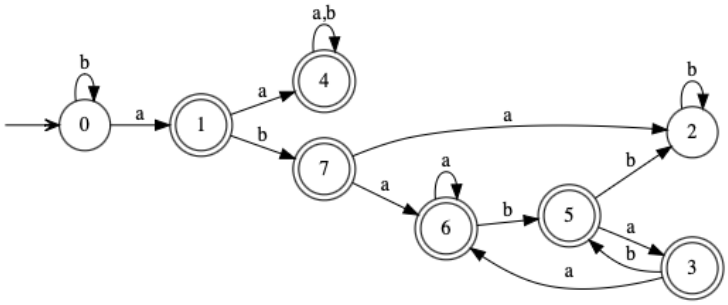


(-iv-)

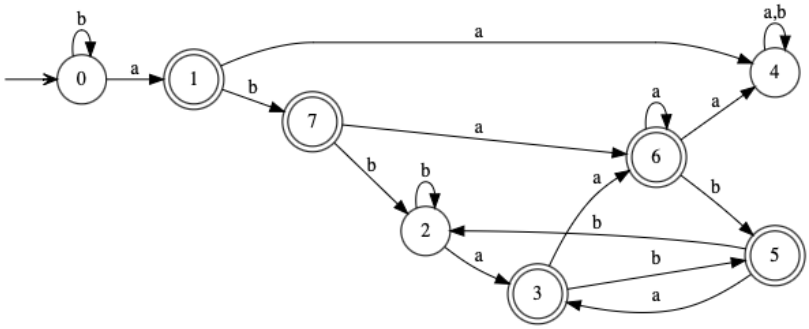
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



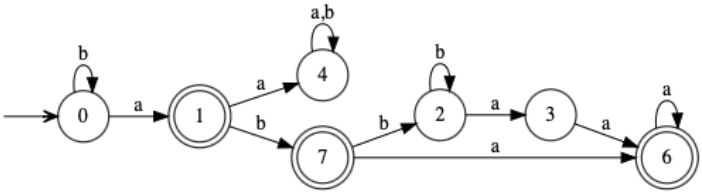
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+314/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a ■ c d e f

Question 3 : ■ b c d e f

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : a b ■ ■ e f ■ h i

Question 6 : a b c d ■ f g h

Question 7 : ■ b ■ ■ e ■ g h i j

Question 8 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 9 : a b c d e ■

Question 10 : a ■ c d e

Question 11 : a ■ c d e f

Question 12 : a b ■ d e

Question 13 : a b ■ d e f

Question 14 : a b c d e f g ■

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

☐ a 20 états ☐ b 16 états ☐ c 32 états ☐ d 8 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

☐ a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
☐ b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
☐ c Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
☐ d Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
☐ e Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
☐ f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
☐ g Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
☐ h Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
☐ i Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
☐ j Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
☐ l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 20 états [■] 16 états [d] 32 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

[a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
[■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
[c] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
[d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[a] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
[b] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
[d] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

[■] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.
[■] La longueur du mot vide est 0.
[■] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.
[d] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.
[e] Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.
[f] La longueur du mot vide est 1.
[g] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.
[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.
[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [c] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [f] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [g] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

- [a] Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
- [■] Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
- [c] Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
- [d] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
- [e] Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 11 (0,5 point) Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 8 états [b] 2 états [c] 6 états [■] 4 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-i-. [b] la Figure 2-ii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-iv-. [■] la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iii- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
c la Figure 3-ii- d la Figure 3-iv- ■ la Figure 3-i-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 2 b 3 c 6 d 1 e 5 f 7 ■ 4 h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

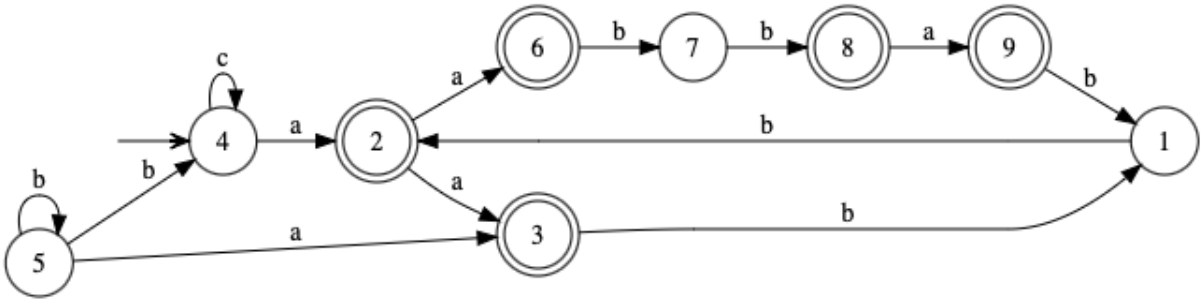
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

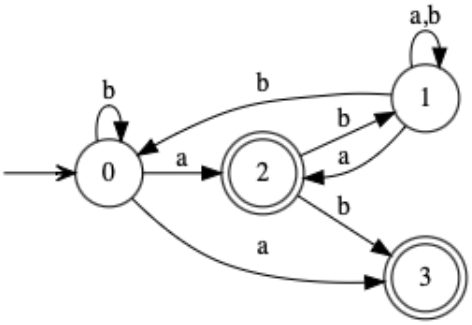
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

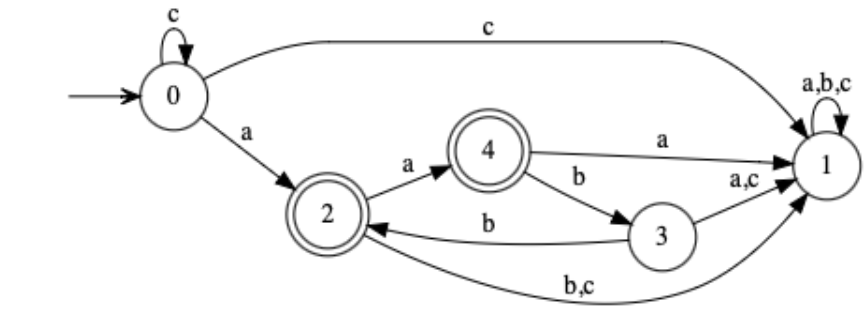


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

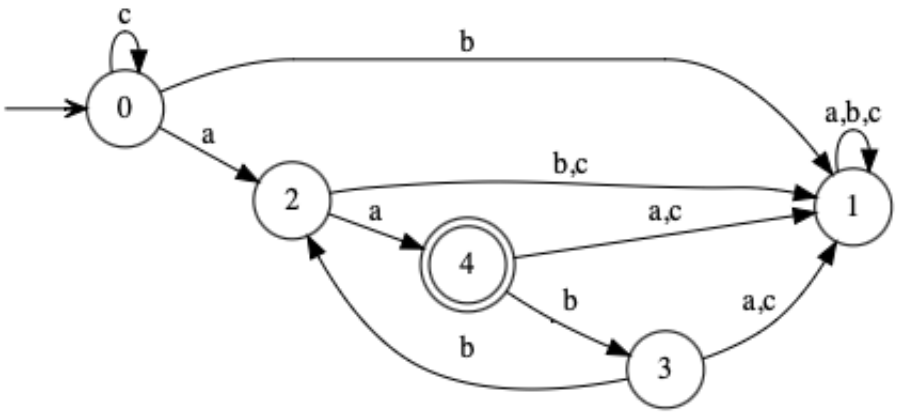


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

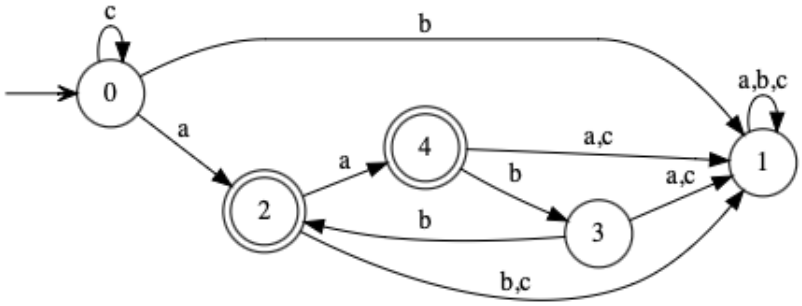
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



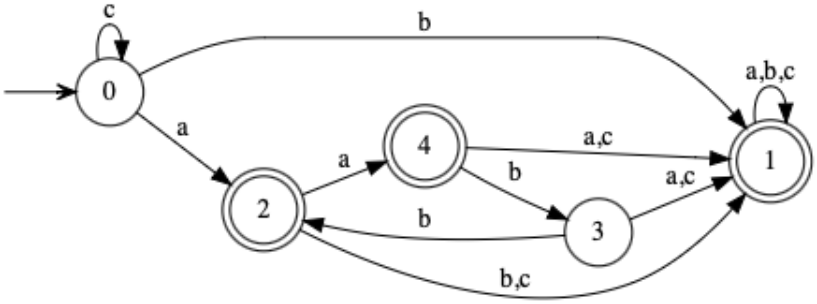
(-i-)



(-ii-)

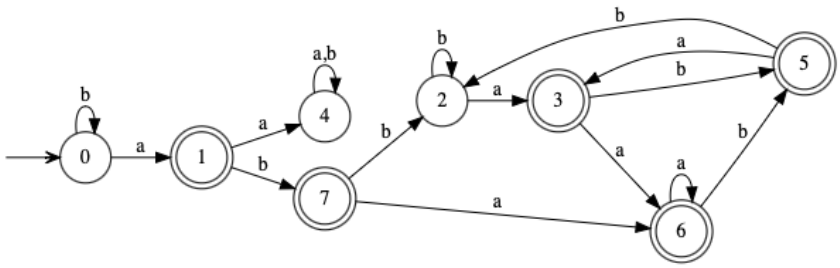


(-iii-)

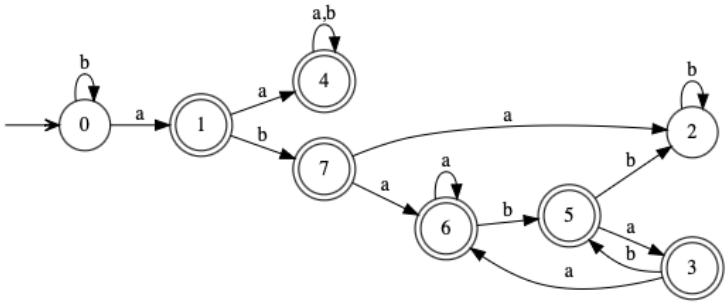


(-iv-)

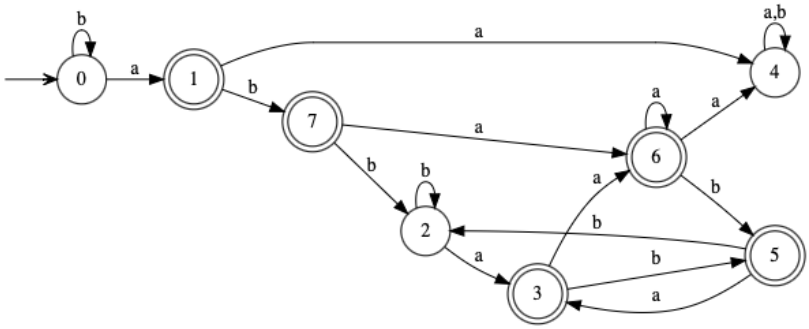
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



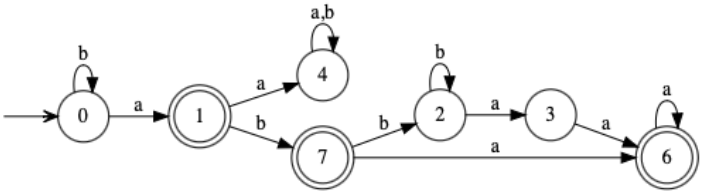
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+315/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e ■

Question 3 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : a ■ c d e f

Question 6 : a b ■ d e f g h

Question 7 : a b ■ d e f

Question 8 : ■ ■ ■ d e f g h i

Question 9 : a ■ c ■ ■ f g ■ i j

Question 10 : a ■ c d e

Question 11 : a b c ■ e f

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d e f ■ h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

- [a] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [b] Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
- [c] Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
- [d] Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
- [e] Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [f] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [g] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
- [h] Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
- [i] Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
- [j] Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
- [■] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
- [l] Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

- [a] Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
- [b] Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
- [■] Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
- [d] Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
- [e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états b 8 états ■ 4 états d 2 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

d Les langages dénotés par A et B sont identiques.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

b Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 32 états c 8 états ■ 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

b La longueur du mot vide est 1.

c Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ La longueur du mot vide est 0.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

[a] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[c] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[e] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[f] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

[■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

[a] 20 états [b] 8 états [c] 16 états [d] 32 états

[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

[■] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.

[d] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. [e] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. [■] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

[a] la Figure 2-iv-. [b] la Figure 2-ii-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

[c] la Figure 2-i-. [■] la Figure 2-iii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

[■] la Figure 3-i- [b] la Figure 3-iii-

[c] la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe [d] la Figure 3-iv-

[e] la Figure 3-ii- [f] Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 7 ☐ b 3 ☐ c 6 ■ 4 ☐ e 2 ☐ f 5 ☐ g 1 ☐ h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

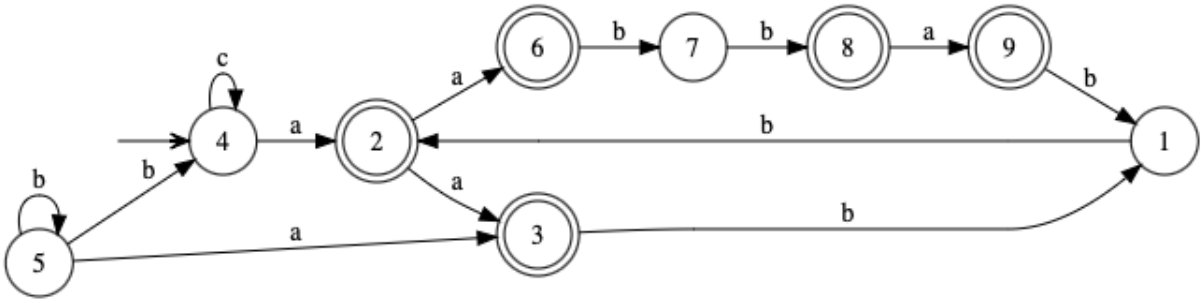
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

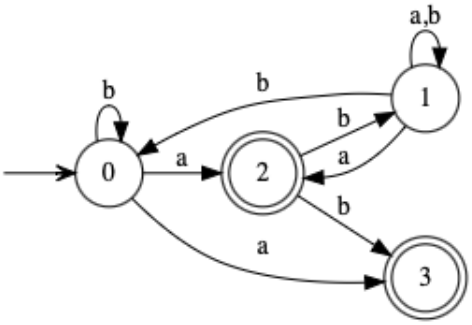
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

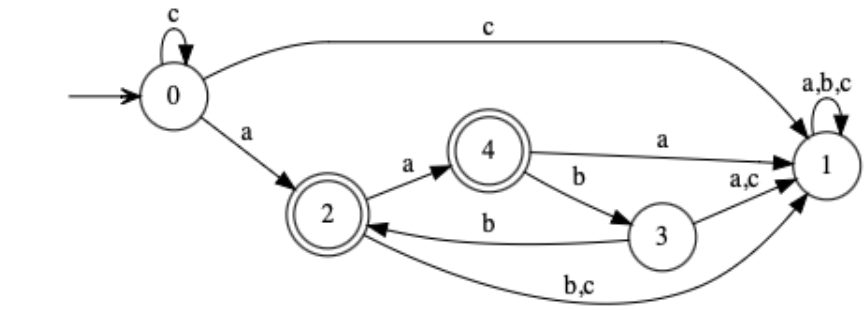


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

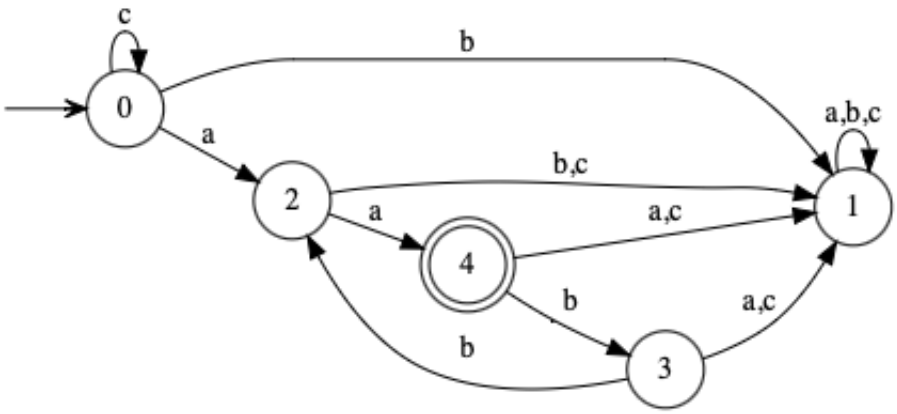


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

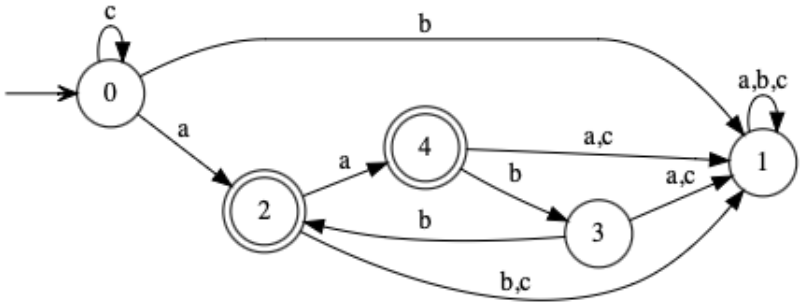
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



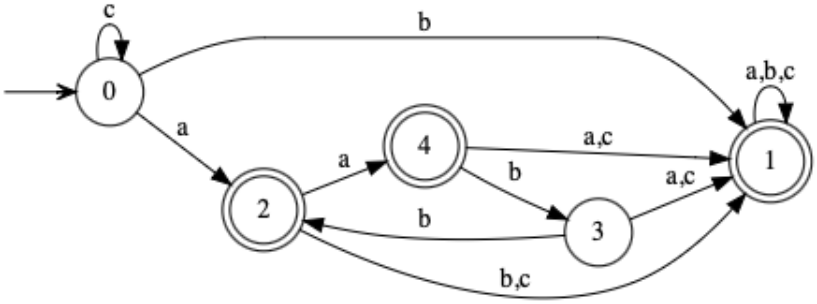
(-i-)



(-ii-)

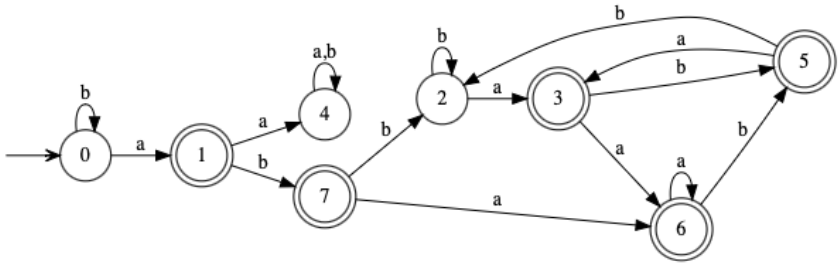


(-iii-)

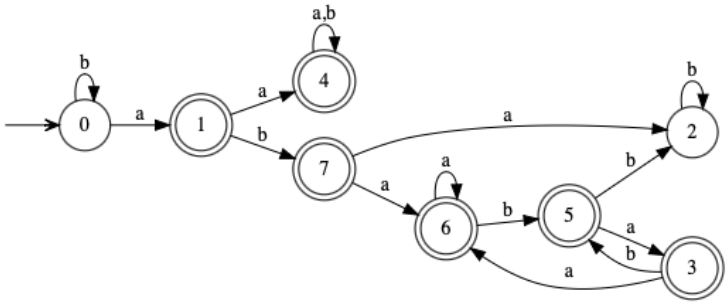


(-iv-)

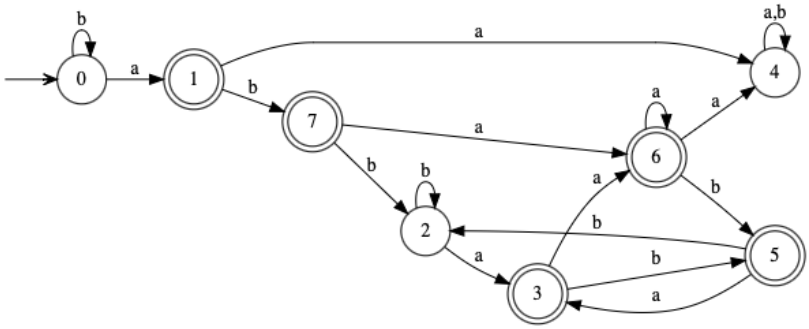
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



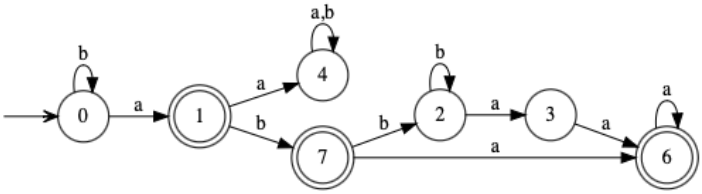
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+316/9/52+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 3 : a b ■ d e f

Question 4 : a b ■ d e f

Question 5 : a b ■ d e f

Question 6 : ■ b c d e

Question 7 : a b c ■ e f

Question 8 : ■ b c ■ e f ■ h i

Question 9 : a ■ c ■ e f ■ ■ i j

Question 10 : a b c d e ■

Question 11 : a b c d e ■ g h

Question 12 : a b c ■ e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a b c ■ e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

- [a] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [b] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [c] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [■] Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [g] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.
- [■] Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.
- [i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.
- [j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 20 états b 32 états ■ 16 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 5 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

c Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

d Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

e Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

f Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

g Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

i Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 6 (0,5 point) Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 8 états b 20 états c 16 états d 32 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 7 ♣ (0,5 point) Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

d Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ La longueur du mot vide est 0.

b Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

d La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

g La longueur du mot vide est 1.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.

g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 6 états ■ 4 états c 8 états d 2 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont identiques.

b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

c Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-i-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- b la Figure 3-iii- c la Figure 3-iv- d la Figure 3-ii-
e la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 2 ☐ b 1 ■ 4 ☐ d 7 ☐ e 6 ☐ f 3 ☐ g 5 ☐ h 0

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

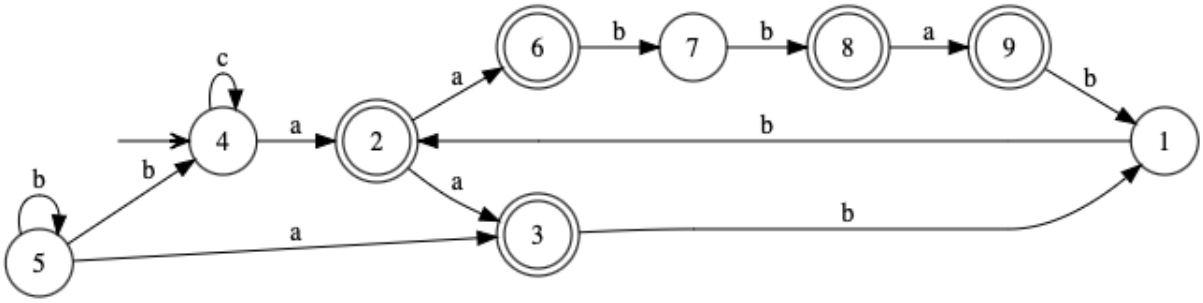
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

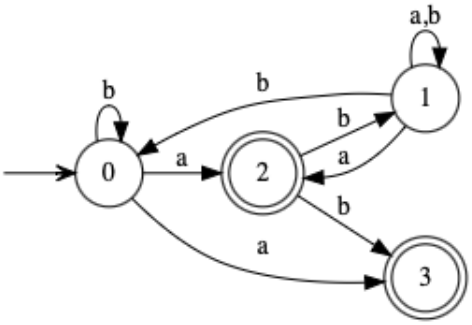
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

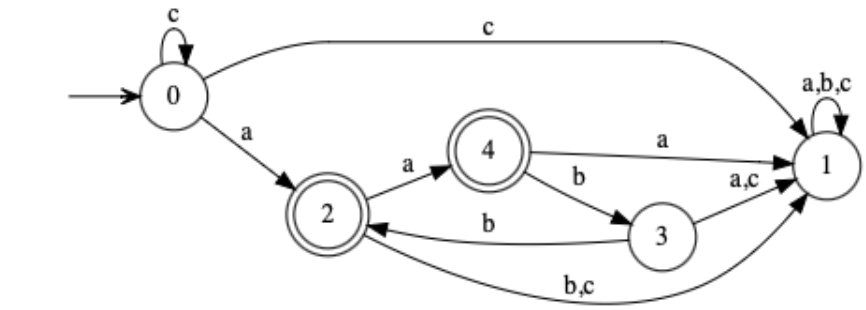


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

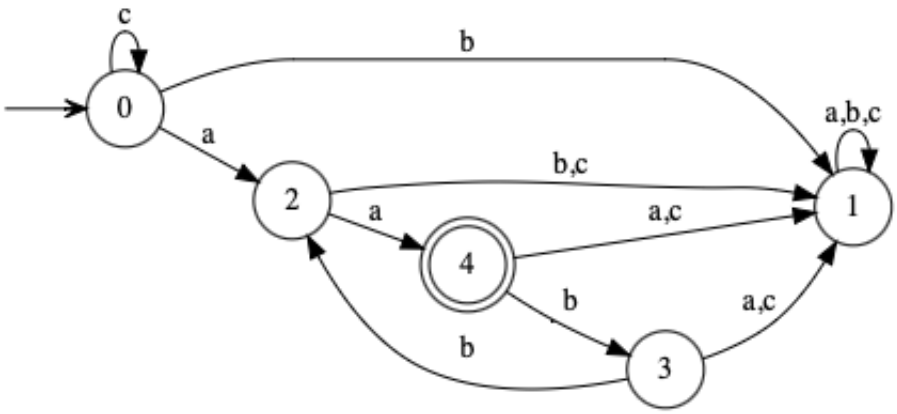


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

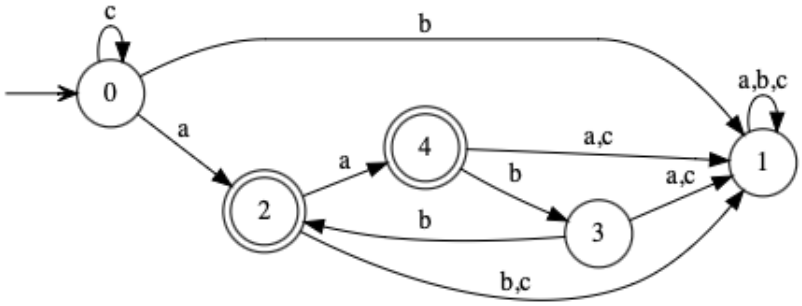
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



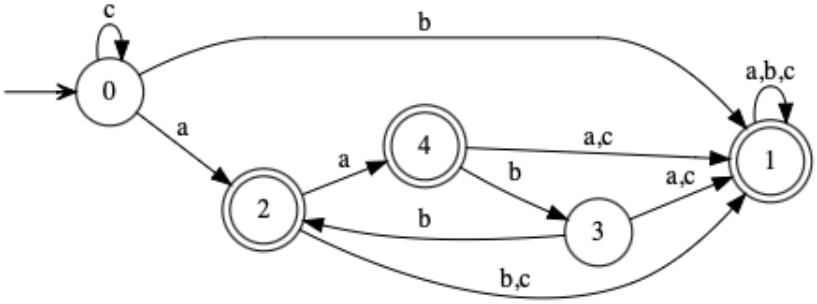
(-i-)



(-ii-)

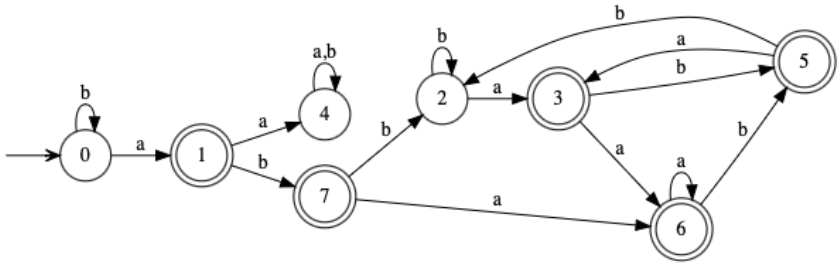


(-iii-)

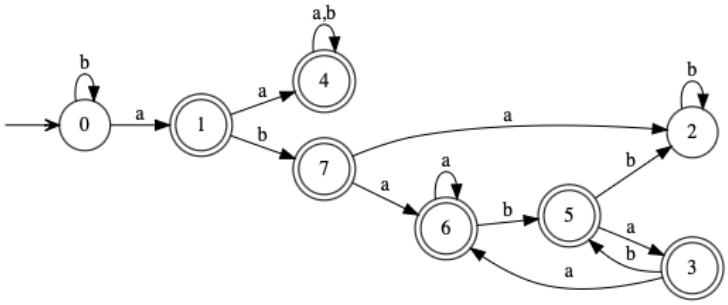


(-iv-)

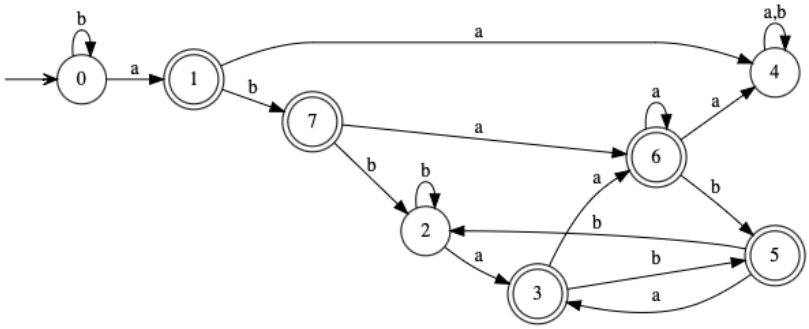
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



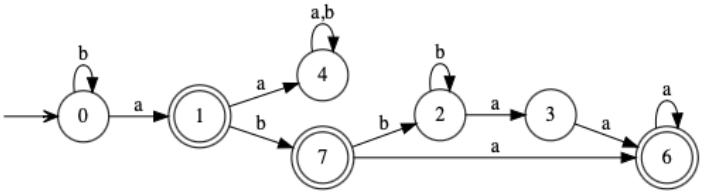
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+317/9/40+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c ■ ■ ■ g ■ i j

Question 3 : a b ■ d e f

Question 4 : a ■ c d e

Question 5 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 6 : a b c d e ■

Question 7 : ■ b c d e f

Question 8 : ■ b ■ d ■ f g h i

Question 9 : a b c d e ■ g h

Question 10 : a ■ c d e f

Question 11 : a b c ■ e f

Question 12 : a ■ c d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a b ■ d e f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

■ 16 états b 32 états c 20 états d 8 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 8 états ■ 4 états c 6 états d 2 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. b $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$.
d $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. e $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 5 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 32 états c 8 états d 16 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ (0,5 point) Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

b Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

c Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

d Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

e Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

h Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

i Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 7 ♣ (0,5 point) Considérons deux expressions régulières A et B telles que $A = (01^* + 10^*)^*$ et $B = 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

a Les langages dénotés par A et B sont identiques.

b Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.

■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.

d Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 8 ♣ (0,5 point) Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

a Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

b Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

d Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

e Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 10 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

b Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

b La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

c La longueur du mot vide est 1.

■ La longueur du mot vide est 0.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

f Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

g La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. b la Figure 2-iv-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
c la Figure 2-ii-. d la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

■ la Figure 3-i- b la Figure 3-iv-
c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe d la Figure 3-iii-
e la Figure 3-ii- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

☐ a 0 ☐ b 5 ☐ c 1 ☐ d 7 ☐ e 2 ■ 4 ☐ g 6 ☐ h 3

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

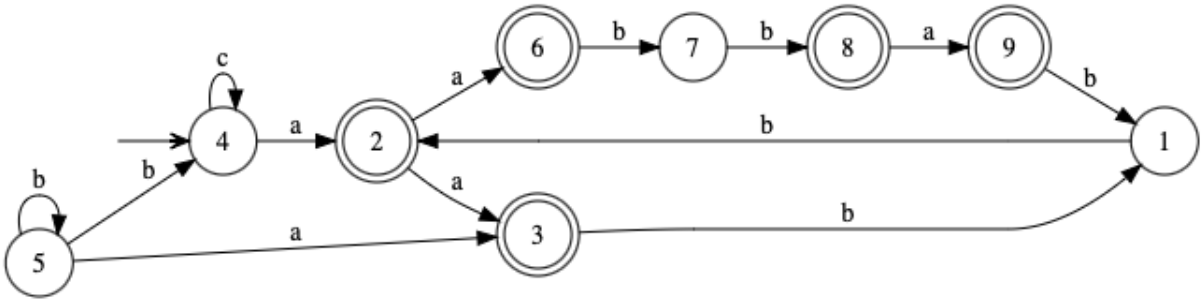
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

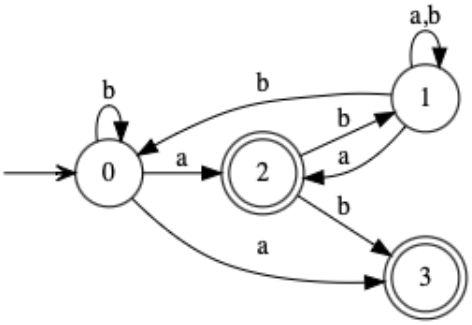
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

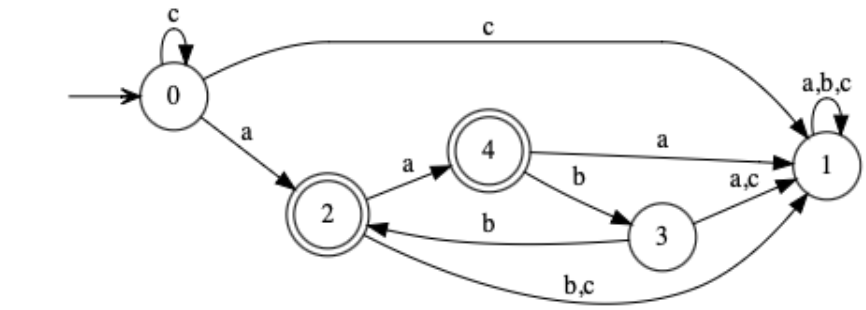


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

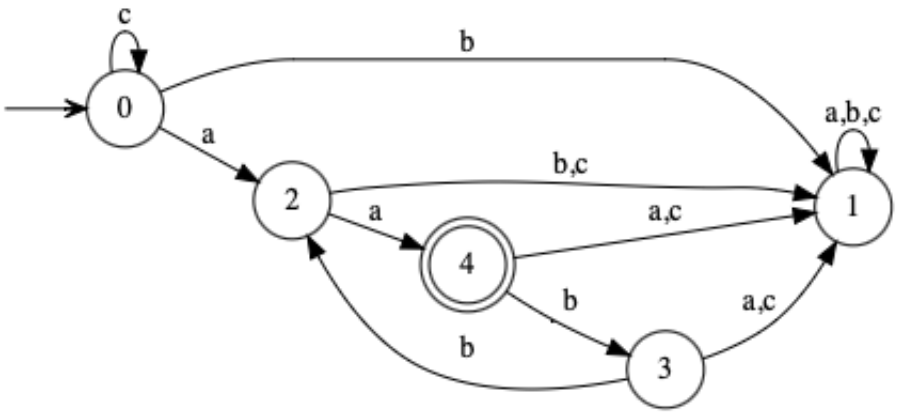


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

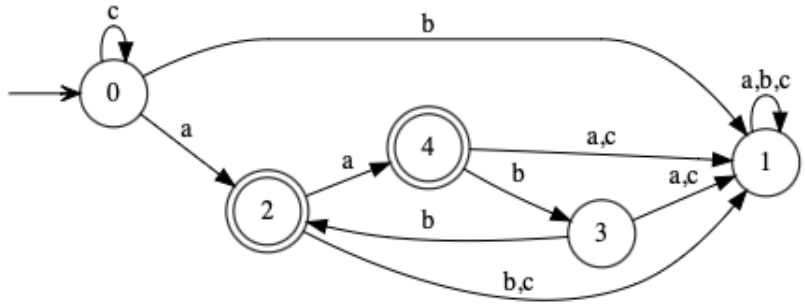
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



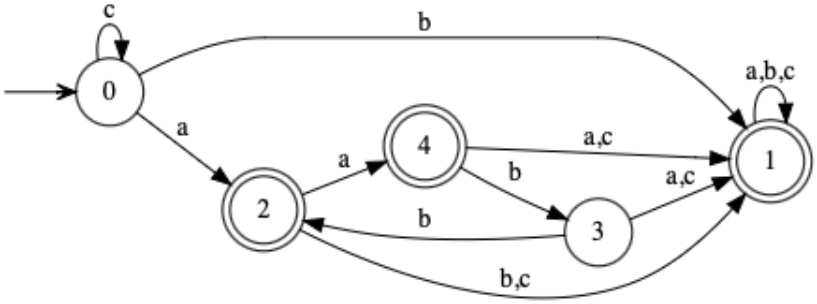
(-i-)



(-ii-)

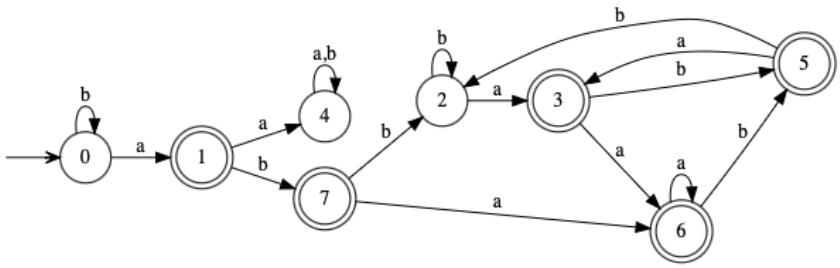


(-iii-)

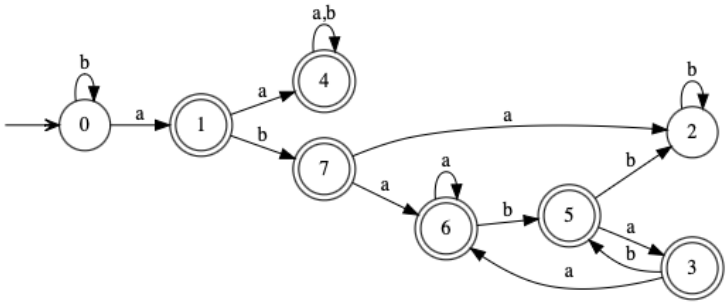


(-iv-)

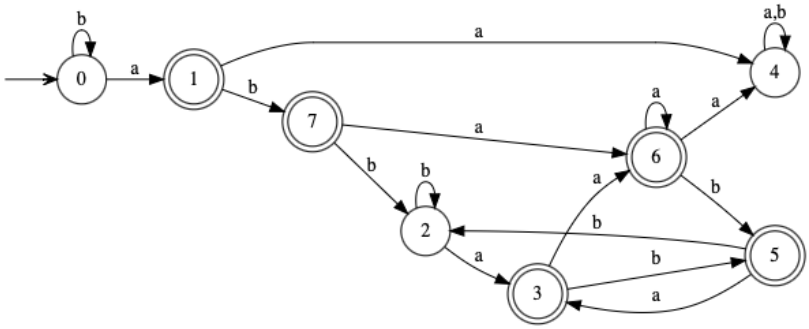
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



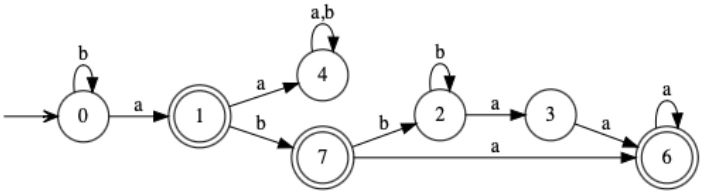
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : ■ b c d e f

Question 3 : a ■ c d e f

Question 4 : a b ■ d e f g h

Question 5 : a b c d e ■

Question 6 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 7 : a b ■ d e f

Question 8 : a b ■ d e

Question 9 : a b ■ d e ■ ■ ■ i j

Question 10 : ■ b c d e f

Question 11 : ■ b c ■ ■ f g h i

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : ■ b c d e f

Question 14 : a b c d e ■ g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

[a] 6 états [b] 2 états [c] 8 états [■] 4 états
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
[f] Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

[■] Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
[b] Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
[c] Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
[d] Les langages dénotés par A et B sont identiques.
[e] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
[f] Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 4 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 8 états ■ 16 états c 20 états d 32 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 5 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

a 20 états b 16 états c 8 états d 32 états
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.
■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.
c Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.
d Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.
e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
b Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.
c Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.
d Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
e Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.
f Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
g Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.
h Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.
i Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.
j Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.
■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.
l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.
■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.
c Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.
d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.
e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

a Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

[d] La longueur du mot vide est 1.

■ La longueur du mot vide est 0.

[f] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

[g] La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

[h] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

[i] Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 10 ♣ (0,5 point) Nous considérons un automate déterministe.

[a] Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[d] Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[g] Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[h] Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

[i] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

[j] Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 11 ♣ (0,5 point) Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

[a] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$. [b] $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. [c] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$.
[d] $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. [f] $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$.

[g] Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.

[h] Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 (2,5 points) Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

■ la Figure 2-iii-. [b] la Figure 2-iv-. [e] la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.
[c] la Figure 2-ii-. [d] la Figure 2-i-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 (3 points) Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-iv- b la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe
c la Figure 3-ii- d la Figure 3-iii- ■ la Figure 3-i-
f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 5 b 2 c 3 d 0 ■ 4 f 7 g 1 h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

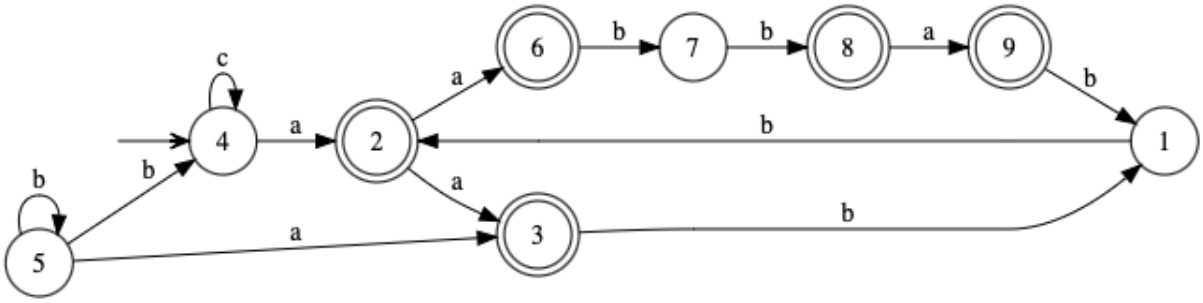
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

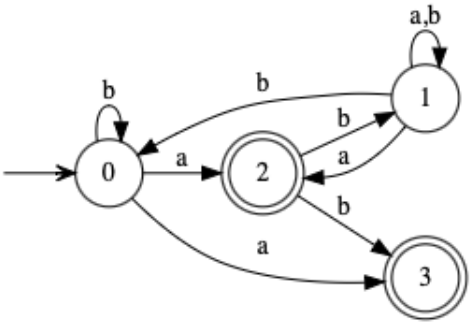
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

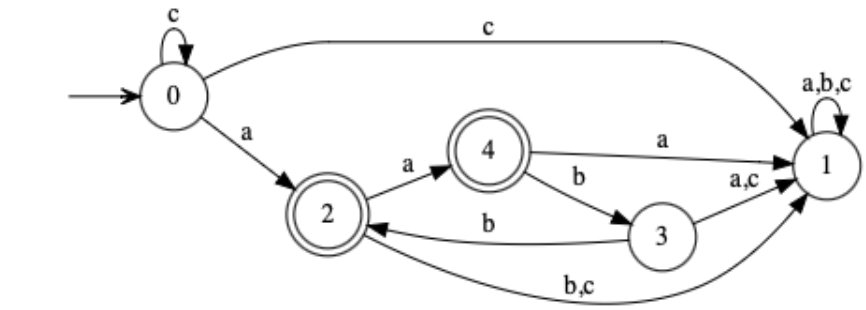


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

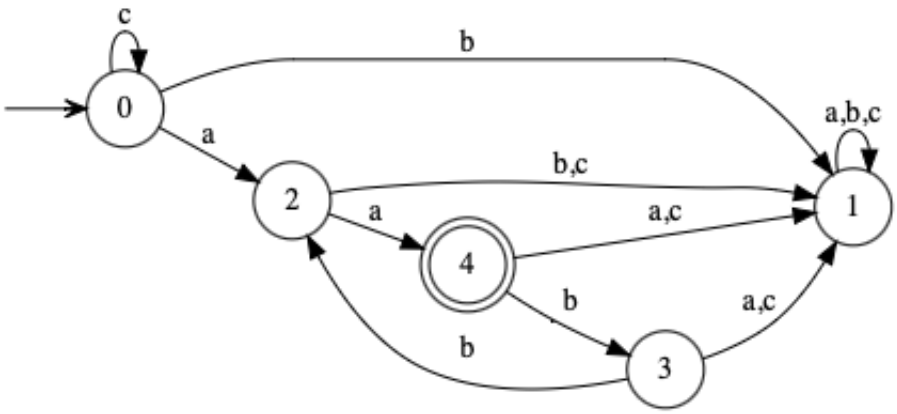


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

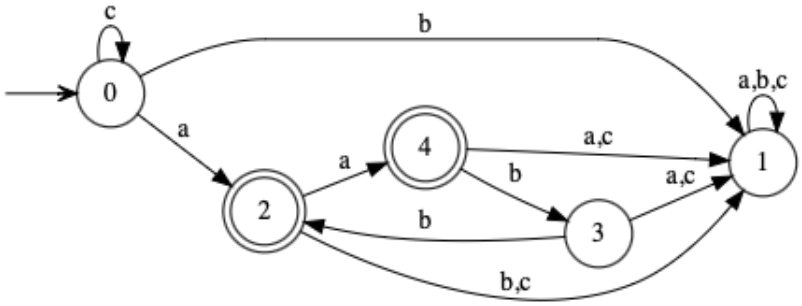
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



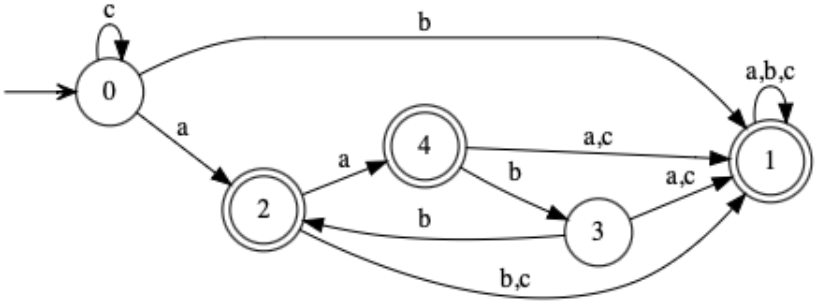
(-i-)



(-ii-)

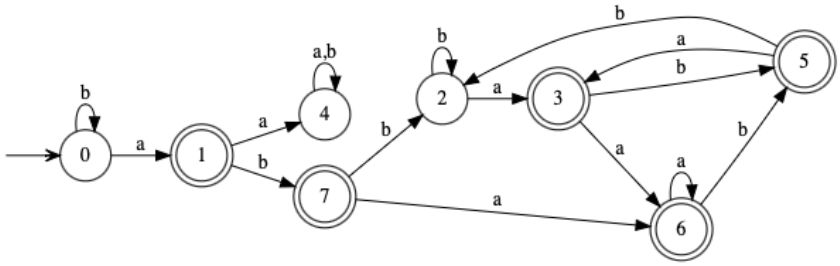


(-iii-)

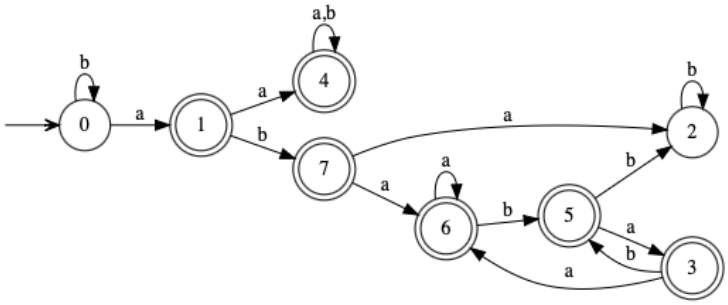


(-iv-)

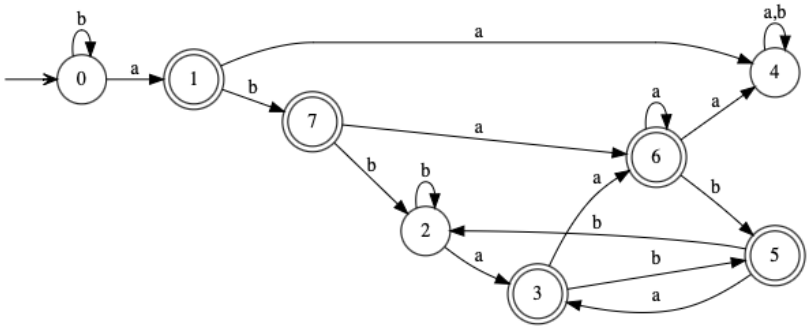
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



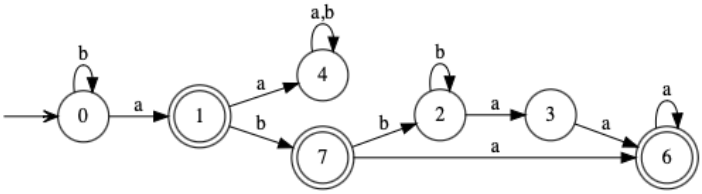
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+319/9/16+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : a b c ■ e f

Question 3 : ■ b c d e f

Question 4 : a ■ c d e f

Question 5 : a b c d e ■

Question 6 : a ■ c d e f

Question 7 : a b c d e f g h i j ■ l

Question 8 : a ■ c d e

Question 9 : a ■ ■ d ■ f g h i

Question 10 : a ■ ■ d ■ ■ g h i j

Question 11 : a b c d ■ f g h

Question 12 : ■ b c d e

Question 13 : a b c d ■ f

Question 14 : a b c d ■ f g h

Question 15 :

f | i | ab | b | *Réservé enseignant*

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*

DLST
UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Consignes et informations générales

- Durée : 2 heures.
- Aucune sortie avant 30 minutes.
- Aucune entrée après 30 minutes.
- Matériel nécessaire : stylo à encre noire.
- Matériel conseillé : blanc correcteur (tipex), crayon à papier et gomme.
- 1 feuille A4 R/V autorisée.
- Tout dispositif électronique est interdit (calculatrice, téléphone, tablette, etc.).
- Le soin de la copie sera pris en compte.
- Le barème est donné à titre indicatif.

Sujet

Rappels et notations. Pour un ensemble E, nous notons $|E|$ le cardinal de E.

Un AEFD est un automate à états fini et déterministe. Un AEFND est un automate à états fini et non-déterministe. Un ϵ-AEFND est un automate à états fini avec ϵ-transitions et non-déterministe. Pour un automate quelconque, nous notons $\mathcal{L}(A)$ le langage reconnu par A.

Le symbole $\cdot$ dénote l'opérateur de concaténation entre mots ou entre langages selon le contexte.

Champ Libre

Question 1 Vous pouvez utiliser l'espace de texte de cette question comme champ libre où vous pouvez ajouter toute information concernant l'examen que vous jugerez utile.

Partie 1 : Compréhension du cours (5,5 points)

Question 2 **(0,5 point)** Supposons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation, on obtient un automate équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate déterminisé si vous aviez initialement un AFEND avec 16 états ?

☐ a 16 états ☐ b 20 états ☐ c 32 états ☐ d 8 états
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.
■ Il manque des données pour répondre à la question.

Question 3 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons deux langages L_1 et L_2 quelconques.

☐ a $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| + |L_2|$. ■ $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| \times |L_2|$. ☐ c $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| \times |L_2|$.
☐ d $|L_1 \cdot L_2| = |L_1| + |L_2|$. ☐ e $|L_1 \cdot L_2| \leq |L_1| + |L_2|$. ☐ f $|L_1 \cdot L_2| \geq |L_1| \times |L_2|$.
☐ g Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et f ne peut être déduite.
☐ h Les affirmations données dans les réponses entre a et f sont toutes correctes.

Question 4 ♣ **(0,5 point)** Considérons deux expressions régulières A et B telles que A $= (01^* + 10^*)^*$ et B $= 0^*1^*$.

Quelle est la relation entre les langages reconnus par A et B ?

☐ a Les langages dénotés par A et B sont disjoints, c'est-à-dire qu'ils n'ont aucun mot en commun.
☐ b Le langage dénoté par A est un sous-ensemble du langage dénoté par B.
■ Le langage dénoté par A est un sur-ensemble du langage dénoté par B.
☐ d Les langages dénotés par A et B sont identiques.
☐ e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.
☐ f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 5 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons la notion de longueur d'un mot.

■ Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du domaine.

b La longueur du mot vide est 1.

■ La longueur du mot vide est 0.

d Pour la définition sous forme d'application, c'est le cardinal du codomaine.

e La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs, sauf si l'un des mots est vide.

f La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est le produit des longueurs.

■ La concaténation de deux mots forme un mot dont la longueur est la somme des longueurs.

h Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et g ne peut être déduite.

i Les affirmations données dans les réponses entre a et g sont toutes correctes.

Question 6 ♣ **(0,5 point)** Dans un automate fini déterministe (AEFD), la fonction de transition est définie comme :

a Une fonction totale, où chaque état a une transition définie pour chaque symbole de l'alphabet.

■ Une fonction qui peut être partielle ou totale, en fonction de la conception de l'automate.

c Une fonction partielle, où chaque état a une transition pour chaque symbole de l'alphabet.

d Une fonction qui dépend uniquement de l'état initial de l'automate.

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d ne peut être déduite.

f Les affirmations données dans les réponses entre a et d sont toutes correctes.

Question 7 **(0,5 point)** Considérons un automate fini déterministe (AFED) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 4 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFED équivalent avec 16 états ?

a 2 états ■ 4 états c 8 états d 6 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 8 ♣ **(0,5 point)** Quelle est la relation entre le nombre d'états d'un automate fini déterministe (AEFD) et la reconnaissance d'un langage régulier ?

a Un AEFD doit avoir autant d'états que de symboles dans l'alphabet pour reconnaître un langage régulier.

b Le nombre d'états d'un AEFD dépend du nombre d'états finaux dans le langage régulier.

■ Le nombre d'états d'un AEFD peut varier, mais il existe toujours un AEFD équivalent avec un nombre minimal d'états pour chaque langage régulier.

d Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et c n'est correcte.

e Les affirmations données dans les réponses entre a et c sont toutes correctes.

Question 9 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons un automate déterministe.

■ Si l'automate a deux états accepteurs accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

b Si l'automate a un état accepteur, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

c Si l'automate a deux états accepteurs, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

■ Si l'automate a un état accepteur à la fois accessible et coaccessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

e Si l'automate a un état accepteur co-accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a un état accepteur accessible, alors le langage accepté par cet automate est non vide.

■ Si l'automate a deux états accepteurs à la fois accessibles et coaccessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

h Si l'automate a deux états accepteurs co-accessibles distincts, alors le langage accepté par cet automate contient au moins deux mots.

i Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et h ne peut être déduite.

j Les affirmations données dans les réponses entre a et h sont toutes correctes.

Question 10 **(0,5 point)** Considérons un automate fini non déterministe (AFEND) M avec 8 états. Après avoir appliqué l'algorithme de déterminisation et de minimisation, on obtient un automate minimal équivalent avec 16 états. Combien d'états aurait l'automate minimal si vous aviez initialement un AFEND équivalent avec 16 états ?

a 8 états ■ 16 états c 32 états d 20 états

e Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et d n'est correcte.

f Il manque des données pour répondre à la question.

Question 11 ♣ **(0,5 point)** Nous considérons les notions de déterminisme et non-déterminisme.

a Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

b Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

c Un AEFD reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

d Un ϵ-AEFND ne peut pas avoir des états non accessibles.

e Un AEFD peut reconnaître des langages non réguliers, tandis qu'un AEFND ne peut pas.

f Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFD.

g Un ϵ-AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un AEFND.

h Un AEFD peut avoir plusieurs états accepteurs, tandis qu'un ϵ-AEFND en a qu'un seul.

i Un AEFD peut avoir des états non accessibles, tandis qu'un AEFND ne le peut pas.

j Un AEFND reconnaît strictement plus de langages qu'un ϵ-AEFND.

■ Aucune des affirmations données dans les réponses entre a et j ne peut être déduite.

l Les affirmations données dans les réponses entre a et j sont toutes correctes.

Partie 2 : Minimisation d'automates (2,5 points)

Question 12 **(2,5 points)** Considérons l'automate représenté dans la Figure 1-i- sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. L'automate correct résultant de l'algorithme de *minimisation* est celui représenté dans :

a la Figure 2-iv-. ■ la Figure 2-iii-. e la Figure 1-i- car cet automate est déjà minimal.

c la Figure 2-i-. d la Figure 2-ii-.

Partie 3 : Déterminisation d'AEFND (2,5 points)

Question 13 **(3 points)** Considérons l'AEFND représenté dans la Figure 1-ii- sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le déterminisé de cet automate est celui représenté dans

a la Figure 3-ii- b la Figure 3-iv-
c la Figure 1-ii- car cet automate est déjà déterministe d la Figure 3-iii-
■ la Figure 3-i- f Aucun des automates proposés.

Partie 4 : Lemme de l'itération (4 points)

Question 14 **(2 point)** Considérons le langage dénoté par l'expression régulière

$$b \cdot a \cdot (b \cdot b^* \cdot a)^* \cdot a.$$

La constante d'itération minimale de ce langage est :

a 3 ■ 4 c 2 d 0 e 1 f 7 g 5 h 6

Question 15 **(3 points)** Démontrer que le langage, sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$,

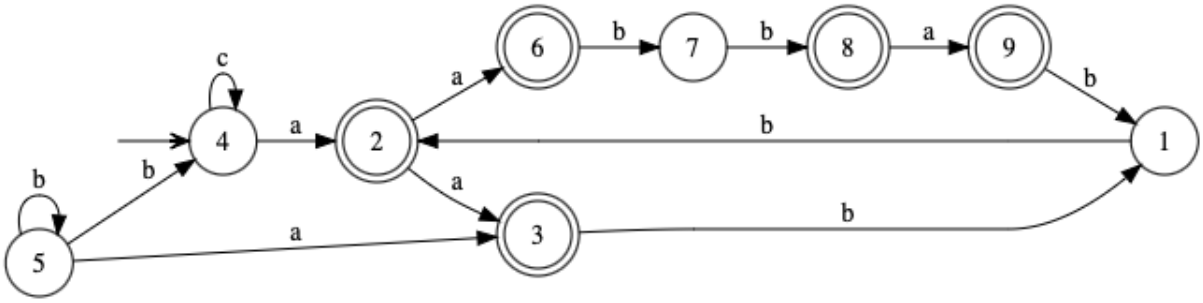
$$\left\{ w \in \Sigma^* \mid \frac{|w|_b}{|w|_{\{a,c\}}} \in \mathbb{N} \right\},$$

est non régulier, où $|w|_E$ est le nombre d'occurrences dans w de symboles pris dans l'ensemble $E \subseteq \Sigma$.

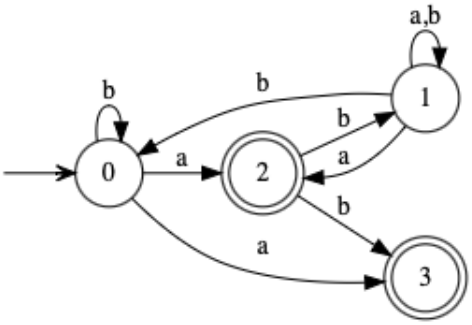
Partie 5 : Algorithmes (5 points)

Question 16 **(2 point)** Écrire un algorithme qui, étant données deux expressions régulières e_1 et e_2, retourne un booléen indiquant si le langage décrit par la première est inclus dans le langage décrit par la seconde. Vous pouvez réutilisez tous les algorithmes du cours sans les redéfinir.

Question 17 **(3 point)** Écrire un algorithme qui, étant donné un automate à état fini (quelconque) produit tous les mots de longueur n donnée en paramètre.

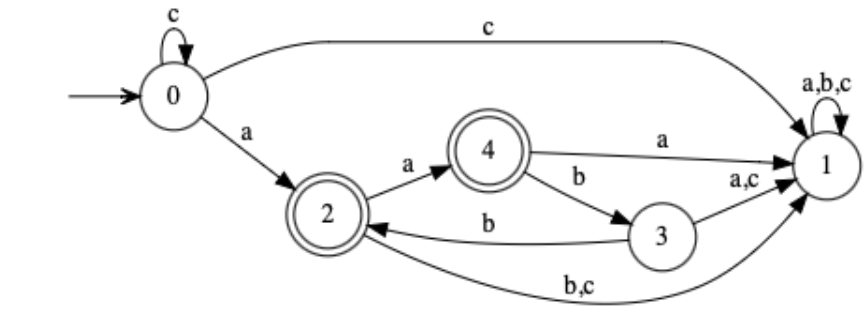


(-i-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de minimisation (Partie 2).

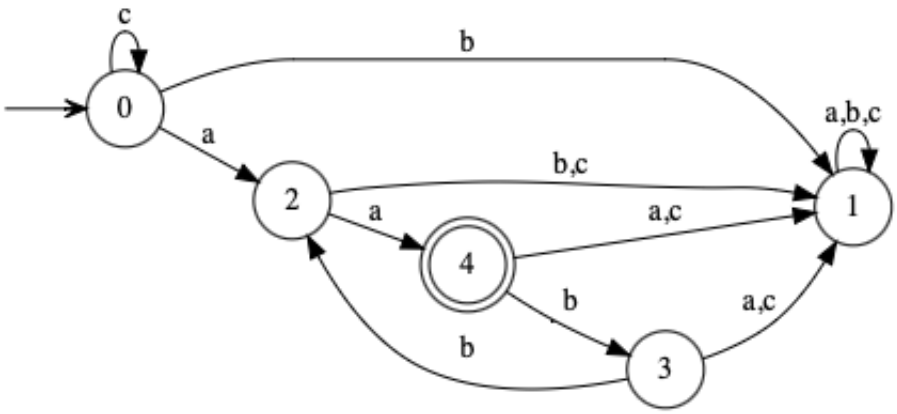


(-ii-) Un automate sur lequel on applique l'algorithme de déterminisation (Partie 3).

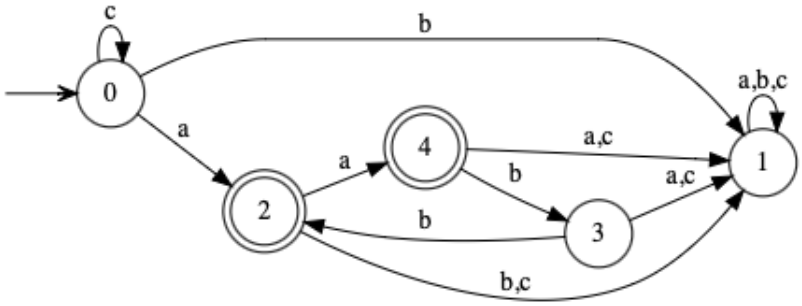
FIGURE 1 – Des automates à utiliser pour les exercices. L'état initial est indiqué par une flèche entrante, sans état source. Les états accepteurs/finaux sont indiqués par des doubles cercles.



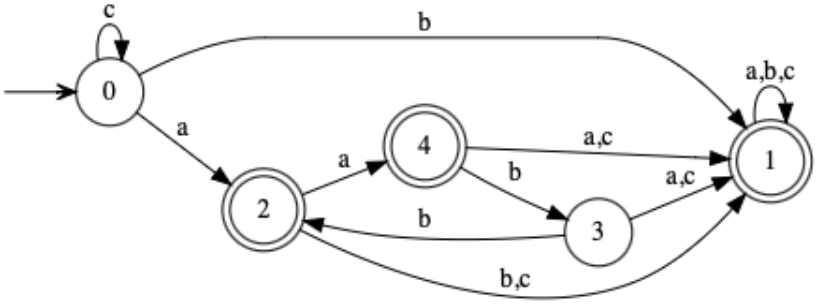
(-i-)



(-ii-)

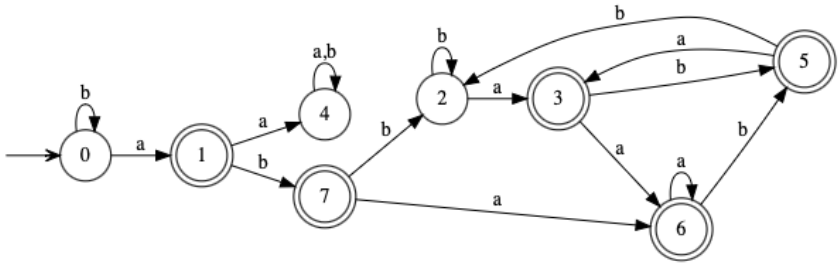


(-iii-)

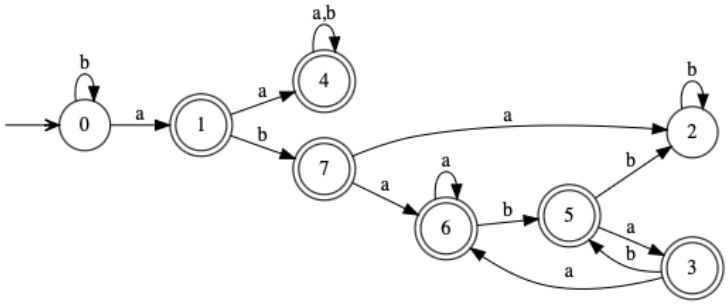


(-iv-)

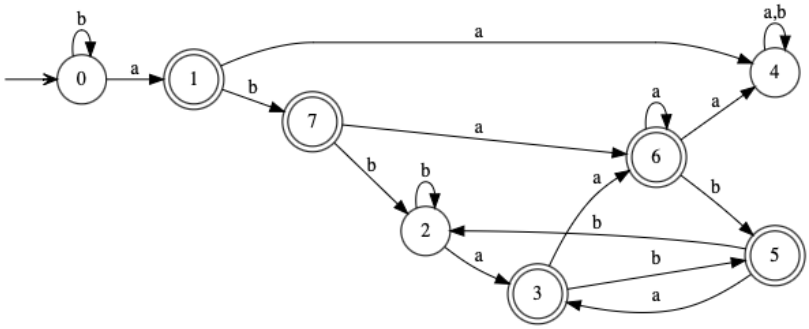
FIGURE 2 – Des automates résultant possiblement de l'application de l'algorithme de minimisation sur l'automate de la Figure 1-i-.



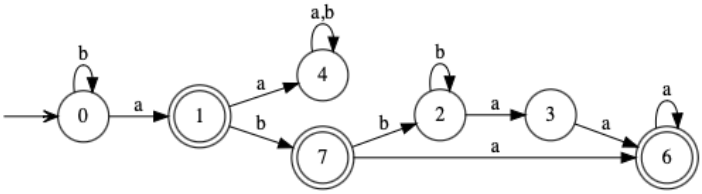
(-i-)



(-ii-)



(-iii-)



(-iv-)

FIGURE 3 – Des automates résultant possiblement de l'algorithme de déterminisation sur l'automate de la Figure 1-ii-.

+320/9/4+

Examen final de janvier 2024
Licence Sciences et Technologies, 2ème année

INF 302 : Langages et Automates
Année académique 2023/2024

Feuille(s) de réponses

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Codez votre numéro d'anonymat ci-contre et recopiez le manuellement dans la boite.

Numéro d'anonymat :

.....

Indiquez la salle d'examen et numéro de place ci-dessous.

Salle d'examen :

.....

Numéro de place :

.....

Question 1 : ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

Question 2 : [a] [b] [c] [d] [e] [■]

Question 3 : [a] [■] [c] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 4 : [a] [b] [■] [d] [e] [f]

Question 5 : [■] [b] [■] [d] [e] [f] [■] [h] [i]

Question 6 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 7 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 8 : [a] [b] [■] [d] [e]

Question 9 : [■] [b] [c] [■] [e] [■] [■] [h] [i] [j]

Question 10 : [a] [■] [c] [d] [e] [f]

Question 11 : [a] [b] [c] [d] [e] [f] [g] [h] [i] [j] [■] [l]

Question 12 : [a] [■] [c] [d] [e]

Question 13 : [a] [b] [c] [d] [■] [f]

Question 14 : [a] [■] [c] [d] [e] [f] [g] [h]

Question 15 :

f | i | ab | b | ■ *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 16 :

f i ab *Réservé enseignant*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Question 17 :

f i ab *Réservé enseignant*