

## Contrôle Continu UE INF401 : Architectures des ordinateurs

Mars 2022, durée 1 h 30

Document : 1 A4 R/V personnel manuscrit autorisé ; calettes et téléphones portables interdits.  
 La plupart des questions sont indépendantes, si vous avez du mal avec l'une, passez à la suivante.  
 Tant que possible, indiquez bien tous les détails et justifiez vos réponses.  
 Le barème est donné à titre indicatif.

### 1 Numération et opération en binaire et en complément à 2 (6 points)

Rappel important : en machine, les entiers relatifs ( $\mathbb{Z}$ ) sont représentés selon la méthode dite du complément à 2 (C2), il ne faut pas confondre cette méthode de représentation avec l'opération dite de complémentation.

- (a) Déterminer le bon nombre de bits pour représenter toutes les valeurs suivantes puis donner la représentation binaire de ces entiers relatifs avec le nombre de bits choisi (codage en complément à 2) :  $(+222)_{10}$ ,  $(-201)_{10}$ . **(2 points)**

**Réponse :** Il faut l'intervalle  $[-256, +255]$  donc 9 bits

$$(+222)_{10} = (0\ 1101\ 1110)_2$$

$$(-221)_{10} = (1\ 0011\ 0111)_2$$

- (b) Donner la représentation binaire et la valeur décimale des 2 entiers relatifs suivants codés en complément à 2 sous forme hexadécimale :  $(021E)_{16}$  et  $(FAFA)_{16}$ . **(2 points)**

**Réponse :**  $(021E)_{16} = 542$

$(FAFA)_{16} = -1286$

- (c) Effectuer, en donnant tous les détails (dont les retenues), les deux opérations suivantes, sur 1 octet :  $(0011\ 1010)_2 + (0110\ 1110)_2$  et  $(1110\ 1011)_2 - (0101\ 1011)_2$ .

Pour chacune d'elle, donner une interprétation du résultat pour la représentation binaire usuelle et une interprétation pour le codage en complément à 2.

Pour chacune d'elles, donner la valeur des indicateurs (Z, N, C et V).

Pour la soustraction, effectuer l'opération par addition du complémentaire. **(2 points)**

**Réponse :**

L'addition

```

      0011 1010
    + 0110 1110
    C=0 != 1111 1100
    V=1 ^  ----  ----
    Z=0 N=1 -> 1010 1000 =      :  0x  a8 --> 168 (IN) or -88 (ZZ)
```

La soustraction par addition du complémentaire

```

                                     if natural   if
                                     signed
      1110 1011
      + 1010 0100
C=1 == 1101 1111 < c0=1   (in carries)
V=0  ^  ----  ----
Z=0 N=1->1001 0000 =      : 0x 90 --> 144 (IN) or -112 (ZZ)
```

La soustraction (non demandée) directe.

```

      1110 1011
      - 0101 1011
B=0 == 0010 0000 < b0=0   (in borrows)
V=0  ^  ----  ----
Z=0 N=1->1001 0000
```

## 2 Rotations multiples d'un texte (8 points)

Cet exercice a pour objectif de programmer n rotations d'un texte. Exemple pour 3 rotations : "Bonjour le monde" => "onjour le mondeB", "njour le mondeBo", "jour le mondeBon". L'algorithme suivant est donc à traduire (le texte est dans la variable txt).

```

1. EcrChaine(txt)
2. ALaLigne
3. si txt[0]==0 alors
4.   EcrChaine(''Chaine vide'')
5.   ALaLigne
6. sinon si n==0 alors
7.   EcrChaine(''Pas de rotation'')
8.   ALaLigne
9. sinon
10.  pour j= 1 .. n faire
11.    c := txt[0]
12.    i := 1
13.    tant que txt[i]!=0 faire
14.      t[i-1] := t[i]
15.      i := i+1
16.    fin tant que
17.    t[i-1] := c
18.    EcrNdecimal32(j)
19.    EcrChaine(''=>'')
20.    EcrChaine(txt)
21.    ALaLigne
```

```
22.     fin pour
23.     fin si
```

Dans l'algorithme, les variables `n`, `i` et `j` sont des entiers naturels sur 1 mot, les fonctions `EcrChaine` et `ALaLigne` correspondent aux fonctions du fichier `es.s` étudié en cours et en TP. Le fonctionnement des fonctions d'`es.s` est rappelé en annexe du sujet.

Vous allez maintenant traduire l'algorithme en assembleur ARM en vous basant sur le squelette de code donné ci-dessous et l'allocation globale des registres suivante : `i` dans `R5`, `j` dans `R6`, `c` dans `R7`.

```
.data
txt: .asciz "Bonjour le monde"
    .balign 4
n: .word 3

.rodata
msgVide: .asciz "Chaine vide"
msg0: .asciz "Pas de rotation"
msgDonne: .asciz "=>"

.text
.global main
main:
    push {lr}

        @ partie manquante

    pop {lr}
    bx lr

LD_txt: .word txt
LD_n: .word n
LD_msgVide: .word msgVide
LD_msg0: .word msg0
LD_msgDonne: .word msgDonne
```

### Questions :

(d) Quelle est la place mémoire occupée par le texte ? **(0,5 point)**.

**Réponse :**

"Bonjour le monde" occupe 16 caractères puis <code>\0</code> donc 17 octets. Calé à 20 octets avec <code>.balign</code>
---

(e) Rappelez le sens de la directive `.balign`. Selon le cas, expliquer pourquoi la directive `.balign` est nécessaire ou au contraire pourquoi on pourrait l'omettre dans le cas présent. **(1 point)**.

**Réponse :**

.balign permet de recaler l'occupation mémoire sur des multiples d'octets. Nous pourrions nous en passer si la chaîne de caractère avait un nombre de caractère multiple de 4 (à 1 près pour \0).

(f) Donner le code ARM pour les affichages (lignes 18, 19, 20, 21) (1 point). **Réponse :**

```
1      mov r1, r6           @ copie de i dans r1
2      bl  EcrNdecimal32    @ affichage
3      ldr r1, LD_msgDonne  @ charge adresse de msgDonne
4      bl  EcrChaine       @ affichage
5      ldr r1, LD_txt       @ charge adresse du texte
6      bl  EcrChaine       @ affichage
7      bl  ALaLigne        @ affichage
```

(g) Donner le code ARM complet pour l'exécution du test de la ligne 3 ; si le test est vrai, le branchement sera vers l'étiquette `affichageTexteVide` sinon le branchement sera vers l'étiquette `testZeroRotation` (1 point).

**Réponse :**

```
1      ldr r0, LD_txt      @ r0 <- adresse de base du texte
2      ldrb r7, [r0]       @ récupération du premier caractère
3      cmp r7, #0
4      beq affichageTexteVide
5      b  testZeroRotation
```

ou

```
1      ldr r0, LD_txt      @ r0 <- adresse de base du texte
2      ldrb r7, [r0]       @ récupération du premier caractère
3      cmp r7, #0
4      bne testZeroRotation
5      b  affichageTexteVide
```

ou

```
1      ldr r0, LD_txt      @ r0 <- adresse de base du texte
2      ldrb r7, [r0]       @ récupération du premier caractère
3      cmp r7, #0
4      bne testZeroRotation
5  affichageTexteVide:
6      ...
7      b  fin
8  testZeroRotation:
9      ...
10     fin:
```

(h) Donner le code ARM complet du décalage de caractère dans le texte (ligne 14) (1 point).

Réponse :

```
1   ldr r0, LD_txt    @ r0 <- adresse de base du texte
2   add r1, r0, r5    @ r1 <- adresse du caractère à déplacer
3   ldrb r2, [r1]     @ r2 <- le caractère à déplacer
4   sub r3, r1, #1    @ r3 <- adresse où déplacer
5   strb r2, [r3]     @ stockage du caractère (c'est un octet)
```

- (i) Donner le code ARM partiel de la gestion de la boucle "pour" (ligne 10 et 22 seulement), le corps de la boucle sera remplacé par un commentaire @ici corps de la boucle (1.5 point).

Réponse :

```
1   ldr r4, LD_n
2   ldr r4, [r4]
3   mov r6, #1        @ init boucle
4 loop:  cmp r6, r4
5         bgt endloop
6
7         @ici corps de la boucle
8
9         add r6, r6, #1    @ j = j+1
10        b loop
11 endloop: @suite
```

- (j) Donner le code ARM complet de la boucle "tant que" (ligne 13, 14, 15 et 16) (2 points).

Réponses : à écrire

Réponse :

```
1   ldr r0, LD_txt    @ r0 <- adresse début du texte
2 tq:  add r1, r0, r5    @ r1 <- adresse du caractère
3     ldrb r2, [r1]    @ r2 <- le caractère
4     cmp r2, #0      @ fin de la chaine
5     beq fintq
6     sub r3, r1, #1    @ nouvelle adresse
7     strb r2, [r3]    @ stockage du caractère avant
8     add r5, r5, #1    @ indice suivant
9     b tq
10 fintq: @suite
```

### 3 Du binaire au ternaire (6 points)

«Le système ternaire (ou trinaire) est le système de numération utilisant la base 3. Les chiffres

ternaires sont connus sous le nom de trit (*trinary digit*), de manière analogue à *bit*.» source Wikipédia.

Pour cet exercice, nous rappelons les premières puissances de 2 et de 3, faites-en bon usage.

$n$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$2^n$	1	2	4	8	16	32	64	128	256
$3^n$	1	3	9	27	81	243	729	2187	6561

### 3.1 Base 3

La base 3 usuelle est similaire à la base 2 pour représenter les entiers naturels ( $\mathbb{N}$ ), avec les adaptations suivantes : les chiffres autorisés sont 0, 1 et 2 ; ce sont les puissances de 3 qui sont utilisées ; l'algorithme des divisions successives s'applique en effectuant des divisions par 3 ; etc.

#### Questions (2 points) :

- (k) Donner la valeur décimale du nombre  $(2022)_3$  représenté en base 3.

**Réponse :**

$$(2022)_3 = 2 \times 3^3 + 0 \times 3^2 + 2 \times 3^1 + 2 \times 3^0 = 54 + 6 + 2 = 62$$

- (l) En base 3 combien de trits sont nécessaires pour écrire  $(2022)_{10}$  représenté en base 10 ?

**Réponse :**

$$\text{Il faut 7 trits car } (2022)_{10} < (2187)_{10} = 3^7$$

- (m) Écrire  $(2022)_{10}$  en base 3.

**Réponse :**

```

2022 | 3
 22  | ---
  12 | 674 | 3
   0 |  14 | ---
      2 | 224 | 3
         14 | ---
           2 | 74 | 3
              14 | ---
                 2 | 24 | 3
                    0 | ---
                       | 8 | 3
                          2 | ---
                             | 2

```

$$(2202220)_3 = 2 \times 3^6 + 2 \times 3^5 + 2 \times 3^3 + 2 \times 3^2 + 2 \times 3$$

$$(2202220)_3 = 2 \times 729 + 2 \times 243 + 2 \times 27 + 2 \times 9 + 2 \times 3$$

$$(2202220)_3 = 1458 + 486 + 54 + 18 + 6 = 2022$$

- (n) Combien de trits sont nécessaires pour écrire les nombres naturels ( $\mathbb{N}$ ) représentés en binaire (base 2) sur 32 bits? **Réponse :** à donner

**Réponse :**

Il faut 21 trits :  $3^{20} = 3\,486\,784\,401$ ;  $2^{32} = 4\,294\,967\,296$ ;  $3^{21} = 10\,460\,353\,203$   
Sans calcul exact,  $3^7 \simeq 2000$  ; donc  $3^{21} \simeq 8\,000\,000\,000 > 2^{32}(4Gi)$  ; L'approximation de  
 $3^{21}/3$  est  $< 4Gi$  donc trop petit.

### 3.2 Complément à 3 (C3)

Le complément à 3 est similaire au complément à 2, il est défini pour représenter les entiers relatifs ( $\mathbb{Z}$ ). Il repose sur les mêmes principes : il y a autant d'entiers positifs que d'entiers négatifs ; les entiers positifs sont représentés en base 3 usuelle ; pour obtenir un entier négatif, il faut prendre le complément à  $3^n$ . Ainsi  $X + (-X) = 3^n$  et pour un codage en base 3 sur n trits, cela donne  $X + (-X) = 0$  ( $-X$ ) est donc bien l'opposé de X).

**Questions (2 points) :**

(o) Donner la valeur décimale du nombre  $(2022)_{C3}$  représenté en complément à 3 sur 4 trits.

**Réponse :**

Sur 4 trits, le C3 est un complément à  $3^4 = 81$ .

Pour avoir autant de nombres positifs que de nombres négatifs, comme en C2, les "grands" nombres sont négatifs.

C'est le cas de  $(2022)_{C3}$ , il faut donc prendre le complément de  $(2022)_{C3}$  à 81 ;  $81-62=19$ , donc la valeur recherchée est -19.

Autre solution (en passant par le ternaire)  $X+(-X) = 3^n$  donc  $(1000)_3-(2022)_{C3} = (-X)$

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 0\ 0\ 0 \\ -\ 2\ 0\ 2\ 2 \\ \hline 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \\ \hline 0\ 0\ 2\ 0\ 1 \end{array} \quad \Rightarrow \quad 2*3 + 1 = 19 \Rightarrow X = -19$$

Autre solution, en comptant sur les doigts (de Mickey!) et en partant du plus grand nombre avant 0 (donc de -1, comme en C2) :

- 2222 -> -1
- 2221 -> -2
- 2220 -> -3
- 2212 -> -4
- 2211 -> -5
- 2210 -> -6
- 2202 -> -7
- 2201 -> -8
- 2200 -> -9
- 2122 -> -10
- 2121 -> -11
- 2120 -> -12
- 2112 -> -13
- 2111 -> -14
- 2110 -> -15
- 2102 -> -16
- 2101 -> -17
- 2100 -> -18
- 2022 -> -19

(p) Donner le codage de l'opposé de  $(2022)_{C3}$  représenté en complément à 3 sur 4 trits. (conseil : vérifier votre résultat en faisant l'addition  $X + (-X)$ )

**Réponse :**

En passant par les valeurs en décimal, on part de  $(2022)_{C3} = (-19)_{10}$ , il reste à coder 19, on obtient  $19 = 2 \times 3^2 + 1 = (0201)_3$ .



Et effectivement :

$$\begin{array}{r} 2\ 0\ 2\ 2 \\ +\ 0\ 2\ 0\ 1 \\ \hline 1\ 1\ 1\ 0 \\ \hline 0\ 0\ 0\ 0 \end{array}$$

Autre solution, sans passer par les valeurs en décimal, en inventant une opération similaire au complément à 2 : inverser les 2 et les 0 (les 1 restent tels que), et on ajoute 1. Ça marche aussi !

- (q) Peut-on déterminer le signe d'un nombre représenté en complément à 3 sur 4 trits ? Si oui, comment ?

**Réponse :**

Comme il doit y avoir autant de nombres positifs que négatifs, le plus simple est de découper entre les premiers nombres 0000 ... 1111 et les suivants 1111 ... 2222 (à choisir, si 1111 est positif ou négatif). Le signe d'un nombre est donc le premier trit qui ne vaut pas 1 (en lisant en commençant par les poids forts).

Remarque, il y aurait aussi d'autres manières de découper en positifs et négatifs, dont

— un tiers et deux tiers (le chiffre de poids fort donne le signe) :

(a)  $x \leq (1222)_3$  pour être positif. Il est négatif sinon.

(b)  $x \leq (2222)_3$  pour être positif. Il est négatif sinon. C'est probablement la version la plus intéressante.

### 3.3 Notation ternaire équilibrée (3eq).

La notation ternaire équilibrée est une forme de numération de position issue de la base 3 qui utilise les chiffres -1, 0 et +1 au lieu de 0, 1 et 2. Ainsi la notation ternaire équilibrée permet de représenter les nombres négatifs. N. B. : -1 sera représenté par  $\ominus$ , 0 sera représenté par  $\odot$  et +1 sera représenté par  $\oplus$ .

**Questions (2 points) :**

- (r) Donner la valeur décimale du nombre  $(\oplus\ominus\oplus\oplus)_{3eq}$  représenté en notation ternaire équilibrée sur 4 trits équilibrés.

**Réponse :**

$$(\oplus\ominus\oplus\oplus)_{3eq} = 1 \times 3^3 + (-1) \times 3^2 + 1 \times 3 + 1 = 27 - 9 + 3 + 1 = 22$$

- (s) Donner, si c'est possible, le codage de  $(-1)_{10}$  en notation ternaire équilibrée sur 4 trits équilibrés.

**Réponse :**

$$(\ominus\ominus\ominus\ominus)_{3eq} = -1$$

(t) Quel est l'intervalle des nombres relatifs représentés par la notation ternaire équilibrée sur 4 trits équilibrés ?

**Réponse :**

$$\begin{aligned} \max : (\oplus\oplus\oplus\oplus)_{3eq} &= 1 \times 3^3 + 1 \times 3^2 + 1 \times 3^1 + 1 \times 3^0 = 27 + 9 + 3 + 1 = 40 \\ \min : (\ominus\ominus\ominus\ominus)_{3eq} &= -1 \times 3^3 + (-1) \times 3^2 + (-1) \times 3^1 + (-1) \times 3^0 = -27 - 9 - 3 - 1 = -40 \end{aligned}$$

(u) Peut-on déterminer le signe d'un nombre écrit en notation ternaire équilibrée sur 4 trits équilibrés ? Si oui, comment ?

**Réponse :**

Plusieurs réponses possibles :

- On peut le convertir en décimal et comparer à 0...
- C'est le signe du trit de poids le plus fort non nul. (les trits de poids inférieurs ne peuvent compenser).
- Il y a un lien (dans les deux sens) entre 3eq et C3, on peut aussi se ramener à la question précédente en C3 (ou inversement, on peut répondre à la question de C3 en fonction de la réponse ici)

## ANNEXES

### A Fonctions d'entrée/sortie

Nous rappelons les principales fonctions d'affichages du fichier `es.s` :

- `bl EcrNdecimal32` (resp. `EcrNdecimal16`, `EcrNdecimal8`) affiche le contenu de `r1` en décimal sous la forme d'un entier naturel de 32 bits (resp. 16 bits, 8 bits).
- `bl EcrChaine` affiche la chaîne de caractères dont l'adresse est dans `r1`.
- `bl ALaLigne` provoque un passage à la ligne dans l'affichage.

## B Principales instructions du processeur ARM

Code	Nom	Explication du nom	Opération	Remarque
0000	AND	AND	et bit à bit	
0001	EOR	Exclusive OR	ou exclusif bit à bit	
0010	SUB	SUBstract	soustraction	
0011	RSB	Reverse SuBstract	soustraction inversée	
0100	ADD	ADDition	addition	
1000	TST	TeST	et bit à bit	pas rd
1001	TEQ	Test EQivalence	ou exclusif bit à bit	pas rd
1010	CMP	CoMPare	soustraction	pas rd
1011	CMN	CoMPare Not	addition	pas rd
1100	ORR	OR	ou bit à bit	
1101	MOV	MOVE	copie	pas rn
1110	BIC	BIt Clear	et not bit à bit	
1111	MVN	MoVe Not	not (complément à 1)	pas rn
	Bxx	Branch	branchement conditionnel	xx = condition Cf. table ci-dessous
	LDR	LoaD Register	lecture mémoire	
	STR	STore Register	écriture mémoire	

L'opérande source d'une instruction MOV peut être une valeur immédiate notée #5 ou un registre noté Ri, i désignant le numéro du registre. Il peut aussi être le contenu d'un registre sur lequel on applique un décalage de k bits ; on note Ri, DEC #k, avec DEC ∈ {LSL, LSR, ASR, ROR}.

## C Codes conditions du processeur ARM

Nous rappelons les codes de conditions arithmétiques xx pour l'instruction de branchement Bxx.

cond	mnémonique	signification	condition testée
0000	EQ	égal	Z
0001	NE	non égal	$\bar{Z}$
0010	CS/HS	≥ dans N	C
0011	CC/LO	< dans N	$\bar{C}$
0100	MI	moins	N
0101	PL	plus	$\bar{N}$
0110	VS	débordement	V
0111	VC	pas de débordement	$\bar{V}$
1000	HI	> dans N	$C \wedge \bar{Z}$
1001	LS	≤ dans N	$\bar{C} \vee Z$
1010	GE	≥ dans Z	$(N \wedge V) \vee (\bar{N} \wedge \bar{V})$
1011	LT	< dans Z	$(N \wedge \bar{V}) \vee (\bar{N} \wedge V)$
1100	GT	> dans Z	$\bar{Z} \wedge ((N \wedge V) \vee (\bar{N} \wedge \bar{V}))$
1101	LE	≤ dans Z	$Z \vee (N \wedge \bar{V}) \vee (\bar{N} \wedge V)$
1110	AL	toujours	