M2 CCI (2026-2027) - Algorithmique
Sujets de travaux dirigés

Catherine Vigouroux - Juillet 2026

Les numéros d'exercices font référence au polycopié. On donne ci-dessous les exercices étudiés en séance, les autres étant suggérés comme travail personnel à la maison (certains peuvent avoir été traités en cours).
La production d'algorithmes doit inclure l'étude de leurs propriétés (correction, dénombrement d'opérations) et l'observation de leur comportement pour des exemples significatifs (savoir identifier les cas pertinents).
Une attention particulière doit être portée à la production écrite des étudiants : chacun devrait rendre régulièrement un ou deux exercices rédigés. En règle générale, ces exercices sont rendus annotés d'une semaine sur l'autre.
Les étudiants doivent respecter la notation algorithmique et toujours accompagner un compte-rendu d'algorithme d'un lexique et de commentaires pertinents. Le lexique doit être décrit avec précision (contraintes sur les types, rôle des variables).

Séances 1 à 3 : expressions, fonctions (3*1h30 = 4h30)

Objectifs

- Installation d'une ambiance de travail régulier entre les séances, fondé sur l'étude du cours et la production écrite.
- Appropriation du langage des expressions :
  - types, valeurs, expressions ;
  - maîtrise du type booléen et des opérateurs associés ;
  - types construits ; produit de types, valeurs n-uplets ;
  - composition de fonctions ; expression conditionnelle.

Séance 1

- Distribution du polycopié et du document "Type et valeur d'une expression". Les exercices référencés sous la forme ***Expr xx*** font référence à ce dernier document.
- Prise de contact, présentations ; méthodes de travail.
  Inciter les étudiants à travailler régulièrement hors séance : lire les éléments de cours, étudier les exemples d'exercices rédigés et traiter quelques exercices.
- ***Expr : 1 "Notation des valeurs", 2 "Opérations logiques", 3a "Opérateurs arithmétiques et logiques", 4a "Textes", 5 "Expressions conditionnelles"*** : lecture d'expressions, notions de type, de contexte d'évaluation. Il s'agit en particulier de montrer comment travailler sur ce document.
- ***E1.6. "Signe du produit"*** : écriture d'expressions conditionnelles.

Séance 2

- ***Expr : 6a "Vérification des types des noms d'une expression"***. Le reste du document doit être traité hors séance.
- ***E1.7 "Une date est-elle correcte ?"*** : écriture d'expressions conditionnelles.
- ***E1.8. "Codage d'un texte"*** : travail sur la spécification et l'utilisation de fonctions. Ne traiter que Q1 en séance.

Séance 3

Travail sur le produit de type.

- ***E1.9 "Relations sur des intervalles d'entiers"***.
- ***E1.12. "Quelle heure est-il ?"*** : ne faire que Q1 (Q2 en DM1).

Séances 4 à 6 : langage des actions (3*1h30 = 4h30)

Objectifs

- Introduction au langage des actions.
- Spécifications, assertions : compréhension des notions et utilisation (pré et post-conditions, raisonnement sur les états).
- Annotation d'algorithmes à l'aide d'assertions ; raisonnement sur les états ; lecture de spécifications d'actions ; analyse quantitative.
- Lecture et écriture d'algorithmes itératifs ; notion d'invariant.

Séance 4 : actions conditionnelles, assertions.

- ***E2.8 "A propos d'échanges"*** : travail sur les pré et post-conditions, la description d'états intermédiaires, le statut des paramètres.
  Dans l'écriture des assertions, bien distinguer la partie désignant les valeurs des variables, de la partie spécifiant une propriété.
- ***E2.14 "Les trois plus grandes valeurs"*** : construction du corps d'une itération à partir d'un invariant ; analyse par cas.

Hors séance :

- ***E1.5 "A propos de booléens"*** : travail sur les opérateurs logiques.
- ***E2.6 "Composition conditionnelle"*** : pour une compréhension fine des formes "si..alors..sinon" et "si..alors..".
- ***E2.9 "Classement de trois valeurs"*** : actions conditionnelles, pré et post-conditions d'une action, analyse quantitative (préparé en cours par l'exemple E2.3).

Séance 5 : spécifications d'actions, itérations

- A l'issue de la séance, fixer le DM1 (voir ci-dessous).
- ***"Machine tracés"*** : Présentation rapide des primitives. Renvoyer à une lecture plus précise des spécifications lors de la résolution des exercices.
- ***E2.17 "Tracé de carrés"*** : vérification d'une réalisation par rapport à une spécification.

— ***E2.18 "Composition de dessins formés de carrés,dessins a et b"*** : Travail sur le respect des spécifications lors de la composition d'actions ; lien entre structuration d'une figure et structuration du programme de tracé. Appropriation des constructions itératives : *répéter n fois, i parcourant, tant que*.

Hors séance :

— ***E2.10. "Lecture d'un algorithme itératif"***
— ***E2.11 "Algorithme mystère 1"***
— ***E2.20 "Tracé de segments"***

DM1 :

— ***E1.10. "Fractions"***
— ***E1.11 "A propos d'une nomenclature de pièces"***
— ***E2.21 "Tricot"*** : Observation d'un algorithme itératif ; écriture d'un algorithme itératif.

Séance 6 : invariant d'itération

— ***E2.15 "Somme des chiffres d'un entier", Q1 à Q3*** : travail sur la construction *tant que*, sur les variables booléennes et sur la notion d'invariant.

Hors séance :

— ***E2.13. "Algorithme mystère 3"*** : travail sur la notion d'invariant.

Séances 7 à 11. Séquences et tableaux (5*1h30 = 7h30)

Objectifs

— Apprendre à distinguer une structure abstraite de ses représentations ; à exprimer le principe de solutions à un niveau d'abstraction adéquat.
— Maîtriser les notions de tableau et de séquence et comprendre leurs différences et leurs liens.
— S'approprier des schémas itératifs de base : savoir identifier une classe de problèmes et appliquer un schéma itératif associé.
— Renforcer la notion d'invariant.
— Savoir équilibrer l'activité de programmation entre l'écriture d'algorithmes et l'examen de leurs propriétés.

Séances 7 et 8 : itérations sur les tableaux

Ces deux séances sont consacrées à la compréhension de schémas itératifs de base (parcours, recherche) dans le cas de traitement séquentiel de tableaux.

— Séance 7
  — ***E3.7 "Recherche dans un tableau"*** : expérimentation sur le schéma de recherche.

  - ***"Saisie interactive des valeurs d'un tableau"*** : si le temps le permet. Traiter une suite marquée et tenir compte du cas de saturation du tableau.
- Séance 8
  - Rendre et commenter le DM1
  - ***E3.10 "Matrices carrées symétriques"*** : composition de schémas, analyse quantitative. Si le temps manque, ne pas traiter Q3, version 2 (linéarisation de la matrice).
  - Présenter le DM2 : en particulier, expliquer la représentation étudiée dans E3.19 en traitant Q1.

Hors séance :

- ***E3.21 "A propos de permutations"*** : travail sur l'indirection et la paramétrisation. Les algorithmes demandés sont des applications des schémas de traitement séquentiel. Les difficultés sont liées au fait que l'on atteint les informations par indirection. La modification de l'algorithme de tri fourni au départ doit être faite en conservant son principe et sa structure (et non en reprenant l'étude dès le début).

DM2 :

- ***E3.12 "Représentation contiguë avec longueur explicite"*** : exercice de recherche d'erreurs. Maîtrise du lexique général pour une représentation contiguë (vu en cours et pas encore étudié en TD).
- ***E3.19 "Opérations ensemblistes"*** : représentation d'un ensemble à l'aide d'un vecteur de booléens.

Séances 9 à 11 : représentation contiguë des séquences

Il faut s'assurer que les étudiants connaissent le lexique d'une séquence sous forme contiguë avec longueur explicite et qu'ils comprennent la différence entre traitement d'un tableau et traitement d'une séquence représentée dans un tableau (exercice E3.12 du DM2).

- Séance 9.
  - Recevoir le DM2
  - ***E3.23 "Gestion d'une bibliothèque""*** : problème de synthèse (sur les trois premiers chapitres du cours). Consacrer du temps à la lecture de l'énoncé et à la compréhension du lexique.
- Séances 10 et 11. ***E3.15 "Partition d'une séquence d'entiers"*** : gestion de deux séquences dans un même tableau ; algorithme d'insertion d'un élément dans une séquence triée et notamment décalage. Travail sur la notion d'invariant.

Hors séance :

- ***E3.15 "Partition d'une séquence d'entiers"*** : terminer.
- ***E3.13 "Suppression des espaces dans un texte"*** : exemple type important dont l'étude est préparée en cours (exemple "Suppression des zéros").
- ***E3.14 "Afficher en ordre sans trier"*** : exercice de synthèse autour d'un travail sur l'indirection.
- ***E3.16 "Suppression des éléments redondants"*** : pour renforcer les techniques vues dans E3.13.

Séances 12 à 17. Séquences et chaînage (6*1h30 = 9h)

Objectifs

- Acquérir les techniques de chaînage, à base de pointeurs ou d'indices dans des tableaux.
- Apprendre à raisonner sur les listes chaînées en faisant abstraction de la représentation des liens.
- Maîtriser l'indirection
- Renforcer la maîtrise des schémas de traitement séquentiel.

Séance 12 : Principe de la représentation chaînée

- ***E4.10 "Compréhension de la représentation chaînée"*** : concrétisation de la mémoire à l'aide d'un tableau et observation de son état lors de la construction d'une liste chaînée (sans algorithme) ; travail sur les notations.
- ***E4.11 "Itérations simples sur les listes chaînées"*** : algorithmes de base fréquemment utilisés. Ils doivent être connus des étudiants. On y retrouve les schémas itératifs dans une nouvelle représentation (schémas présentés au cours suivants).

Hors séance :

- ***E4.11 "Itérations simples sur les listes chaînées"*** : terminer.

Séances 13 à 17 : Listes chaînées (gestion avec pointeurs)

- séance 13
  - ***E4.13 "Partition d'une séquence", Q1-Q2*** : introduction à la problématique de création (allocation, modification de liens).
- séance 14
  - ***E4.14 "Suppression du premier élément de valeur donnée"*** : travail sur deux techniques de base : suppression dans une liste chaînée ; notion d'élément fictif de tête.
- séance 15
  - ***E4.15 "Concaténation de deux séquences"*** : construction de listes par ajouts en queue.
  - ***E4.20 "Gestion d'un répertoire téléphonique"*** : synthèse sur les listes chaînées (traitement séquentiel, opérations de mise à jour). Un temps conséquent est nécessaire pour la compréhension de la représentation. Demander de dessiner un exemple. Il n'est pas nécessaire de traiter en séance toutes les primitives de la question Q3.
- séances 16 et 17
  - ***E4.21 "A propos de vecteurs creux"*** : exercice de synthèse sur une liste doublement chaînée. On peut suivre la progression suivante : (1) commenter la représentation et demander de dessiner un exemple ; (2) en utilisant les primitives de Q1 : traiter Q2 puis TabversFC dans Q3 ; (3) dans Q1, traiter Ladresse, puis ConnecterAvant et AjouterAvant.

Hors séance :

— ***E4.16, E4.17 "Intersection, union d'ensemble"*** : algorithmes à savoir réutiliser.

Séances 18 à 22. Définitions récursives (5*1h30 = 7h30)

Objectifs

— Rupture avec l'expression actionnelle : on ne raisonne pas en termes d'états mais en termes de valeurs.
— Comprendre les définitions récursives et savoir appliquer les modèles d'analyse récurrente associés à la définition récursive des naturels et des séquences.
— Comprendre le rôle des relations de récurrence vis-à-vis de la réalisation récursive.
— Revoir la structure de séquence.
— Travailler sur l'analyse descendante, la spécification précise des intermédiaires.

Dans un premier temps, il faut guider les étudiants dans l'étude d'une fonction, en leur fournissant spécification précise et relations de récurrence, le travail consistant à fournir la réalisation récursive. On peut aussi sur un ou deux exemples, faire observer l'évaluation "à la main" en raisonnant sur la liste des appels récursifs engendrés.
Dans un deuxième temps, on ne fournit plus que les parties gauches des relations.
Enfin, lorsque le lien entre relations de récurrence et réalisation récursive semble acquis, on ne demande plus que les relations de récurrence.

Séance 18

Demander aux étudiants de revoir le chapitre 1 et le document "Type et valeur d'une expression" donnés en Septembre.

— ***E5.11 "Maximum de n valeurs"***. Travail introductif sur divers points : spécification, propriétés, définition récurrente, réalisation récursive. Pour l'observation du processus d'évaluation, s'appuyer sur l'exemple E5.1 "factorielle" (n'aura pas encore été présenté en cours). L'exercice risque de prendre la plus grande partie de la séance.
— ***E5.13 "Appartenance"*** : travail sur les fonctions à valeur booléenne.
— ***E5.12 "Une séquence est-elle de longueur impaire"*** : si le temps le permet.

Séance 19

— ***E5.16 "Palindromes"*** : pour s'assurer que le découpage selon les deux extrémités est connu. La variante "aux espaces près" est plus délicate.
— ***E5.20. "Interclassement"*** : un rappel sur le principe d'interclassement et travail sur les cas de base.

Séance 20

— ***E5.22 "Relation d'ordre alphabétique sur les mots"*** : comparer les équations avec celles de l'exemple E6.4 "égalité de mots".
— ***E5.21 "A propos de préfixes"*** : rappeler la notion de préfixe. La deuxième question illustre la production d'une séquence de séquences, toujours délicate à maîtriser (en particulier, différence entre [ ] et [[ ]]). Prépare l'exercice ***E5.30 "Sous-séquences d'une séquence"*** donné en DM.

Séances 21 et 22

L'énoncé du DM aura été donné en cours. Rappeler le délai.

- ***E5.18 "Valeurs cumulées"*** : la récurrence de la question (iii) n'est pas forcément simple à trouver. Ne faire la question (iv) que si le temps le permet.
- ***E5.25 "Anagrammes"*** : composition de fonctions, regroupement de fonctions.

DM3 :

- ***E5.30 "Sous-séquences"***.
- ***E5.39 "Somme d'une suite de nombres"***.

Hors séance :

- ***E5.40 "Tautogrammes"*** : pour renforcer le cours sur le "découpage selon une propriété". Suggérer les deux fonctions intermédiaires TousEgaux (les éléments d'une séquence sont-ils égaux deux à deux ?) et LesPLM (premières lettres de mots).

Séances 23 à 25. Arbres binaires (3*1h30 = 4h30)

Objectifs

- Etude de la structure d'arbre.
- Renforcement de l'analyse récurrente sur une nouvelle structure récursive.

Séance 23

Illustrer le passage "équations-réalisation récursive" sur l'un des exemples traités. Pour les autres, ne demander que les équations de récurrence. Les spécifications demandées doivent expliciter les cas limites.

- ***E6.6. "Structuration d'un ensemble en arbre binaire"*** : pour se familiariser avec la structure d'arbre.
- ***E6.9. "Profondeur d'un arbre"*** : un exemple simple pour commencer. Il faut valider le choix de la valeur 0 pour l'arbre vide (cohérence avec la valeur 1 pour l'arbre singleton).
- ***E6.11. "L'élément E fait-il partie de la descendance de l'élément F ?"*** : recherches en arbre emboîtées.
- ***E6.12. "Arbres symétriques"*** : production d'arbres binaires

Hors séance :

- terminer (le cas échéant) les exercices de la séance.
- ***E6.13. "Tous égaux ?"***.

Séance 24

Réception du DM3.
Exercices plus délicats que les précédents portant sur la notion de niveau.

- ***E6.14. "A propos du niveau d'un noeud dans un arbre"*** : pour "nombre de feuilles de niveau k", on peut commencer par traiter "nombre de noeuds de niveau

k", puis voir les modifications à faire sur la solution obtenue pour traiter le problème portant sur les feuilles.
— ***E6.15 "Les ascendants"*** : travailler tout d'abord sur la spécification (diverses possibilités) et l'examen des cas limites.

Séance 25

Rendre le DM3.
— ***E6.16 "Arbre de recherche binaire"*** : ne pas sous-estimer le temps nécessaire à la compréhension de l'énoncé. Le plus délicat est la suppression d'un élément.

Séances 26 à 28. Composition récursive des actions (3*1h30 = 4h30)

Objectifs

De "retour" dans un contexte d'expression "actionnelle" :
— Application des principes d'analyse récurrente à la composition récursive d'actions.
— Travail sur les spécifications des actions.
— Retour sur les représentations de séquences.
On s'appuie sur trois thèmes : affichage de textes, tracé de dessins, traitement de séquences. Ceci sera complété dans le chapitre 9 par le traitement d'arbres.

Séance 26 : affichages réalisés récursivement (analyse récurrente)

— Rappeler rapidement les primitives de la machine d'affichage" (polycopié, §8.A)
— ***E7.11 "Un mot et son inverse"*** : la question Q1 vise à bien établir le lien entre analyse fonctionnelle et réalisation d'une action. La question Q2 illustre la technique de généralisation de l'action spécifiée initialement, par l'introduction d'un paramètre supplémentaire.

Séances 27 et 28 : Traitement récursif de séquences

On applique l'analyse récurrente au traitement de séquences, en prenant en compte les représentations contiguë et chaînée. On prépare en particulier le chapitre 9 (représentation chaînée des arbres).
— ***E7.17. "Répartition des éléments d'une liste en deux listes"***.
— ***E7.18. "Opérations sur de séquences triées"*** : application directe du cours et comparaison des styles itératifs et récursifs.

Séances 29 à 31. Représentation chaînée des arbres (3*1h30 = 4h30)

Objectifs

Synthèse sur l'ensemble de l'année :
— Spécification d'une action.

— Analyse récurrente.
— Compositions itérative et récursive.
— Techniques liées à la représentation chaînée.

Séance 29 : Représentation chaînée des arbres binaires

— ***E8.7 "Arbres symétriques"***.
— ***E8.8 "Suppression des feuilles d'un arbre binaire"*** : cet exercice peut se prolonger sur la séance 29. Pour la question (iii), on peut commencer par ne traiter que la modification de l'arbre donné, puis compléter par la construction de la liste des feuilles.

Séances 30 et 31 : Représentation chaînée des arbres n-aires

— ***E8.12 à E8.15 "A propos d'arbres n-aires"*** : à répartir sur les deux séances. Ne pas sous-estimer le temps de compréhension du lexique. On peut commencer le thème par un exemple simple (nombre d'éléments de l'arbre).